

无监督盲图像超分辨率的动态核先验模型

王亚雯

2024年12月31日

摘要

图像超分辨率（Image Super-Resolution, SR）是指从低分辨率（Low-Resolution, LR）图像中恢复出高分辨率（High-Resolution, HR）图像的过程。盲图像超分辨率（Blind Image Super-Resolution, BISR）则是在不知道低分辨率图像降质过程的情况下进行超分辨率重建，这使得问题更加具有挑战性。随着数字图像在各个领域的广泛应用，如医学影像、卫星图像、安全监控等，盲图像超分辨率技术的研究具有重要的理论意义和实际应用价值。最近提出了许多新颖且有效的解决方案，尤其是强大的深度学习技术。但是他们中的大多数要求对标记的数据集进行监督预训练。本文提出了一种无监督核估计模型，命名为动态核先验（DKP），以实现一种无监督和自主学习动态内核的算法来解决 BSR 问题。DKP 可以自适应地学习动态内核先验以实现实时内核估计，从而实现卓越的 HR 图像恢复性能。

关键词：图像超分辨率;盲图像超分辨率;动态核先验

1 引言

图像超分辨率（Image Super-Resolution, SR）是指从低分辨率（Low-Resolution, LR）图像中恢复出高分辨率（High-Resolution, HR）图像的过程。盲图像超分辨率（Blind Image Super-Resolution, BISR）则是在不知道低分辨率图像降质过程的情况下进行超分辨率重建，可以用下面这个式子来表示：

$$I_{LR} = (I_{HR} \otimes K) \downarrow S + n \quad (1)$$

其中 I_{LR} 代表低分辨率图像，白色高斯噪声 n 添加到具有缩放因子 S 的 HR 图像卷积 (\otimes) 的下采样 $\downarrow S$ 中，内核为 K 的 HR 图像的卷积 (\otimes) 中产生的降级 LR 图像。

近年来，深度学习在图像分辨率领域大放异彩，为解决盲超分辨率（BSR）问题提供了一条新途径。由于盲图像大多是具有未知的模糊内核，并且已知是高度非凸的和病态的。为了减轻非凸性和病态性，大多数基于学习的 BSR 方法通过基于配对 LR-HR 样本的监督学习来整合图像先验。然而，预定义的 labeled 训练数据集昂贵、耗时，甚至在特定场景中不可行，例如高速目标（例如卫星、飞机）和医学图像（例如跳动的心脏）。因此，BSR 问题对基于无监督学习的 solutions 需求量很大。现有的 BSR 方法根据提供性能保证的先验方法，大致可分为基于模型的策略和基于学习的策略。基于模型的方法通常采用手动设计和显式约束作为 image 属性的正则化，或模糊内核的专业知识。同时，基于学习的 BSR 方法旨在使用

成对的 LR-HR 图像样本训练端到端网络，以利用数据先验来提高性能。然而，这些方法高度依赖数据，需要在应用前进行预训练，导致对不同模糊内核的泛化能力有限。为了缓解这个问题，相当多的方法用训练有素的扩散模型提前替换了繁琐的训练，以现成的方式显着减少微调样本。另一方面，一部分工作提议用内核先验替换 HR 图像数据先验，这样训练起来更充实、更经济、更高效。然而，这两个广告都是监督学习方案的基础，需要在标记的数据集上进行训练，仍然阻碍了对具有不同内核和未知 HR 地面事实的 BSR 任务的灵活性和泛化能力。在本文中，提出了一种动态内核先验（DKP）生成模型，该模型可以与大多数图像恢复（IR）模型插件，使用无监督的方式解决盲图像超分问题。所提出的 DKP 模型由两个模块组成：随机核采样（RKS）模块和先验核估计（PKE）模块。在 RKS 模块中，内核分布的马尔可夫链蒙特卡洛（MCMC）采样策略迭代生成随机内核作为内核先验，然后将其分配给 PKE 模块。PKE 模块用于估计相对于 RKS 模块生成的内核先验、观察到的 LR 输入和来自 IR 模型的估计 HR 图像的模糊度。然后将估计的模糊内核签名到采用的 IR 模型以进行 HR image restoration。除了替代求解过程外，RKS 模块中的 MCMC 过程还收敛到相对于 LR 观测和估计的 HR image to guarantee rational 核先验的所需核分布。同时，提出了一种基于网络的朗之万动力学（NLD）范式，以优化 PKE 模型中的核估计器相对于 RKS 输出核先验和基于 LR 图像重建器的数据一致性。RKS 模块实现了无监督的内核先验学习。PKE 模块通过 NLD update scheme 实现了有前景的核估计，进一步缓解了优化策略视角下的不凸性和病态性。通过这种方式，DKP 模型能够提供即插即用的核估计，而无需提前对配对的 LR-HR 样本进行训练，并且可以灵活地应用于现有的 IR 模型来解决 BSR 问题。提出了两个应用来验证我们的 DKP 模型的可行性和性能：深度图像先验（DIP）[44] 和扩散模型 [14] 作为 IR 模型，分别引用 DIP-DKP 和 Diff-DKP。对于 DIP-DKP，我们在整体求解过程中同时从头开始优化 DIP 和 DKP 模型的参数。对于 Diff-DKP，采用的扩散模型是从 [14] 中现成的，并用作固定的 HR 图像恢复器。DKP 模型也是从头开始优化的。大量的仿真结果表明，DIP-DKP 实现了与现有方法相当的性能，而 Diff-DKP 在高斯和运动内核场景中都实现了最先进的性能。主要贡献总结如下：

1. 提出了 RKS 模块从随机核分布的 MCMC 抽样中生成有理核先验。通过这种方法，实现了无监督核先验学习来代替预训练阶段。
2. 在 PKE 模块中，提出了 NLD 对核估计器进行优化，从优化策略的角度保证了模糊核的良好收敛性和简洁估计。
3. 所提出的 DKP 模型在流行的 IR 模型上易于使用，无需针对不同的场景进行预训练/再训练。DIP-DKP 和 Diff-DKP 这两个应用验证了我们的 DKP 模型的最先进的性能和出色的灵活性。

2 相关工作

深度学习在图像超分辨率领域取得了巨大的成功，也被广泛应用于盲图像超分辨率。深度神经网络可以自动学习低分辨率图像和高分辨率图像之间的映射关系，无需显式地知道降质模型。例如，SRCNN（Super-Resolution Convolutional Neural Network）是最早的基于深度学习的图像超分辨率方法之一，它通过三层卷积神经网络学习低分辨率图像到高分辨率图像的映射。对于盲图像超分辨率，可以在 SRCNN 的基础上增加对降质过程的估计模块，或者

使用多尺度网络来适应不同的降质情况。近年来，随着深度学习技术的不断发展，出现了许多更先进的盲图像超分辨率方法，如EDSR（Enhanced Deep Residual Networks for Single Image Super-Resolution）、RCAN（Residual Channel Attention Networks）等。这些方法通过加深网络、引入注意力机制等方式提高了超分辨率重建的性能。

为了减轻非凸性和病态性，早期基于模型的方法 [11, 29, 31, 40] 通常以显式公式构建图像先验，如总变差（TV） [34]、梯度轮廓 [39]、高阶拉普拉斯 [20] 和稀疏度 [18]。相比之下，基于学习的方法 [7, 12, 15–17, 19, 26, 27, 43, 47, 52, 53] 通常在标记的图像样本上训练端到端网络以纳入数据先验。Wang等人 [43] 提出了一种基于cnn的带有退化特征表示模块的深度网络，通过对成对LR-HR图像的监督训练学习图像退化特征。Li等人 [22] 提出了一种变压器网络，通过自关注机制学习多尺度图像特征。为了减少时间和数据的高训练成本，最近的研究进展 [5, 35, 37, 44, 48, 54, 56] 提出了用现成的扩散模型 [13] 来解决BSR问题。Lin等人 [25] 提出了对显著减少标记图像的扩散模型参数进行部分微调的方法。Wang等人 [44] 进一步提出了一种基于扩散的BSR算法，该算法在不重新训练的情况下迭代求解给定核的超分辨率任务。与在成对图像样本上训练的端到端模型不同，最近的方法倾向于通过对核数据集 [24] 或预定义核先验 [49] 进行预训练来解决BSR问题。另一种框架内核之间的估计和图像恢复通常是采用这些方法 [3, 10, 12, 36, 42, 55]，如double-deep图像之前(二次) [32]。在此框架的基础上，Liang等人 [24] 建立了基于流的核先验（flow-based kernel prior, FKP）网络，该网络在标记的核上进行预训练，注册核先验，同时通过DIP网络在线估计HR图像。Yue等人提出了一种手工制作的核先验模型，以提高对高斯核场景的鲁棒性。尽管这些方法大致降低了数据需求和训练成本，但在先进或手工设计中进行训练的必要性仍然限制了在没有基础真理的情况下对不同核场景（高斯和运动）的灵活性和泛化能力。

2.1 基于对比学习的方法

DASR利用对比学习框架，通过无监督的方式从LR图像中提取具有辨别力的退化表达。该过程假设同一图像的退化是相同的，而不同图像的退化是不同的。给定输入图像块作为query，同一图像内的其他块作为正样本，其他图像提取的图像块作为负样本。使用一个六层的CNN对这些图像块提取退化表达特征，然后通过两层MLP进行进一步处理。通过InfoNCE度量相似性，优化网络使得同一图像的正样本表达特征尽可能相似，而与其他图像的负样本表达特征不相似。

2.2 无监督学习方法

CDFormer结合图像的内容和预测的退化信息生成纹理清晰的图像第一阶段：先对高分辨率图像进行规模为S的pixel unshuffle操作，之后和低分辨率图像进行结合，共同经过GT Encoder生成 Z_0 即内容降级先验信息。GT Encoder主要是由一些残差块和MLP组成，使用HR获取内容信息，HR和LR对比获取退化信息，通过MLP将这两种信息结合起来得到内容降级先验。CDFormer SR对LR进行卷积之后经过一个的残差组，残差组中包含CDRB内容感知降级驱动细化模块，这个模块利用 Z_0 指导LR的重建，生成一个最初的高分辨率图像，这个过程主要是为了训练CDFormer SR，以保证确保它可以利用CDP特征细化第二个阶段：重用GT Encoder生成 Z_0 ，对 Z_0 不断添加噪声生成 \hat{Z}_T ，然后将 \hat{Z}_T 与LR经过LR Encoder得到的向量共同经过

多个线性层融合信息，得到 \widehat{Z}_{T-1} ，通过逆扩散过程不断地去噪得到 \widehat{Z}_0 ，计算 \widehat{Z}_0 与 Z_0 之间的损失函数用于调整参数，生成的 $CDP\widehat{Z}_0$ 通过CDIM注入到CDFormerSR网络中，以指导SR重建。这个阶段生成的ISR是最终的超分辨率图像，因为它是在没有HR图像的情况下，基于从LR图像中恢复的内容和降质信息生成的。

3 动态核先验 (DKP)

问题的公式化表示BSR问题的退化模型通常表示为：

$$I_{LR} = (I_{HR} \otimes K) \downarrow S + n \quad (2)$$

其中 I_{LR} 代表低分辨率图像，白色高斯噪声 n 添加到具有缩放因子 S 的HR图像卷积 (\otimes) 的下采样 $\downarrow S$ 中，内核为 K 的HR图像的卷积 (\otimes) 中产生的降级LR图像。BSR问题(1)可表示为最大后验问题 (MAP)：

$$\max_{x,k} p(y | x, k) p(x) p(k), \quad (3)$$

其中 $p(y | x, k)$ 为观测到的LR图像 y 的似然， $p(x)$ 和 $p(k)$ 分别为HR图像和核先验。在过去的十年中，图像先验 [8, 13, 38, 42, 52]得到了很好的设计和充分的研究。相比之下，对于核先验 $p(k)$ 的研究正处于上升趋势，因为核样本获取成本更低，训练阶段效率更高 [9, 12, 24, 49, 51]。本文提出了DKP模型，该模型由两个模块组成：RKS和PKE。RKS模块生成合理的核先验，分配给PKE模块以支持模糊核的估计。设 $t = 1, 2, \dots$ ， t 表示这两个模块之间的备选迭代以及所采用的IR模型， k^t 和 x^t 分别表示在第 n 次迭代时估计的模糊核和HR图像。下面将详细介绍具体细节的设计。

3.1 RKS模块

RKS模块起关键作用，从MCMC模拟中生成合理的核先验 $p(k_p^t)$ 。总览图如图1所示。设 $p(k_r | \Sigma_r)$ 表示随机核 k_r 受潜在变量 Σ_r 约束，其中 $p(\Sigma_r)$ 决定模糊核的类别。那么核先验 k_p^t 的分布可以表示为：

$$p(k_p^t) = \int_{\Sigma} p(k_r | \Sigma_r) p(\Sigma_r) d\Sigma_r. \quad (4)$$

其中 Σ_r 为核的参数(如高斯核的方差或运动核的长度)。对所有可能的 Σ_r 进行采样并不容易，因此，我们将(4)转换为如下形式的蒙特卡罗模拟：

$$p(k_p^t) \approx \sum_{l=1}^L p(k_r^l | \Sigma_r^l) \Sigma_r^l, \quad (5)$$

式中， l 为蒙特卡罗采样指标， Σ_r^l 为第 l 个采样潜变量， k_r^l 为第 l 个采样核，以 Σ_r^l 为条件。为了保证随机生成的核对于BSR问题的合理性，以及迭代过程中的优化，提出MCMC仿真方法如下：

$$p(k_p^t | x^{t-1}, y) \approx \sum_{l=1}^L p(k_r^l | x^{t-1}, y) p(k_r^l | \Sigma_r^l) \Sigma_r^l, \quad (6)$$

式中 $p(k_r^l | x^{t-1}, y)$ 表示核权 ω^l ，核权 ω^l 取决于观测到的LR图像 y 和估计的HR图像 x^{t-1} 相对于MCMC损失 L_{MCMC} ，形式为：

$$\omega^l = p(k_r^l | x^{t-1}, y) \propto \frac{1}{\mathcal{L}_{MCMC}^l} \quad (7)$$

公式中的 \mathcal{L}_{MCMC}^l :

$$\mathcal{L}_{MCMC}^l = \|y - (x^{t-1} \otimes k_r^l) \downarrow_s\|_F^2 + \delta \quad (8)$$

δ 为防止噪声的 $L1 \text{ MCMC} = 0$ 。这样, k_p^t 可以表示为:

$$k_p^t = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \omega^l k_r^l \quad (9)$$

然后将获得的 k_p^t 分配给PKE模块作为一个核先验。

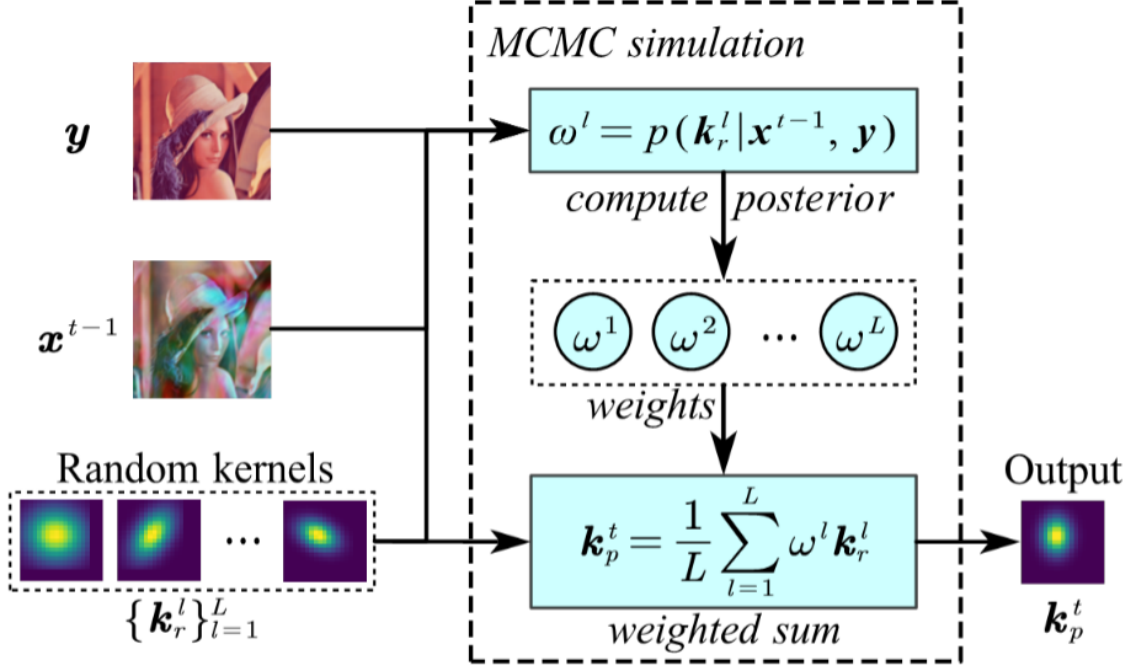


图 1. RKS

3.2 PKE模块

在DKP模型中, PKE模块被用来通过一个参数为 k 的轻量级网络 G_k 来估计模糊核:

$$k^t = G_k(\phi_k^t). \quad (10)$$

网络 G_k 采用随机初始化的固定噪声作为输入, 为了演示方便, 我们忽略它, 因为 ϕ_k^t 是主要变量。该核估计器 G_k 在NLD范式中针对数据一致性项和核先验项进行了优化, 如图2所示。数据一致性项由LR图像重构误差计算, 公式如下:

$$\log p(\phi_k^{t-1} | x^{t-1}, y) = -\|y - (x^{t-1} \otimes G_k(\phi_k^{t-1})) \downarrow_s\|_F^2. \quad (11)$$

核先验项是基于网络估计的核 $G_k(\phi_k^{t-1})$ 与从RKS模块随机采样内核 k_p^t , 如下所示:

$$\log p(\phi_k^{t-1} | k_p^t) = -\|G_k(\phi_k^{t-1}) - k_p^t\|_F^2 \quad (12)$$

结合式 (11) 和式 (12), 可以更新网络参数 ϕ_k^{t-1} 如下:

$$\phi_k^t = \phi_k^{t-1} + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | x^{t-1}, y)}{\partial \phi_k^{t-1}} + \delta \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | k_p^t)}{\partial \phi_k^{t-1}}. \quad (13)$$

其中第二项是数据一致性更新，第三项是基于随机内核 k_p^t 的额外更新。在Langevin动力学中，基于随机噪声的扰动可以有效地防止因变量更新而陷入坏的局部模态 [2, 30, 46, 49]。朗之万动力学的更多细节见补充材料。在这个阶段，来自RKS模块的随机内核样本可以看作是用于 ϕ_k^{t-1} 更新的随机“噪声”。式（13）可重新表述为：

$$\phi_k^t = \phi_k^{t-1} + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | x^{t-1}, y)}{\partial \phi_k^{t-1}} + \zeta_{\phi_k}^{t-1} \quad (14)$$

$\frac{\delta^2}{2} \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | x^{t-1}, y)}{\partial \phi_k^{t-1}}$ 为Langevin动力学扰动相关参数。

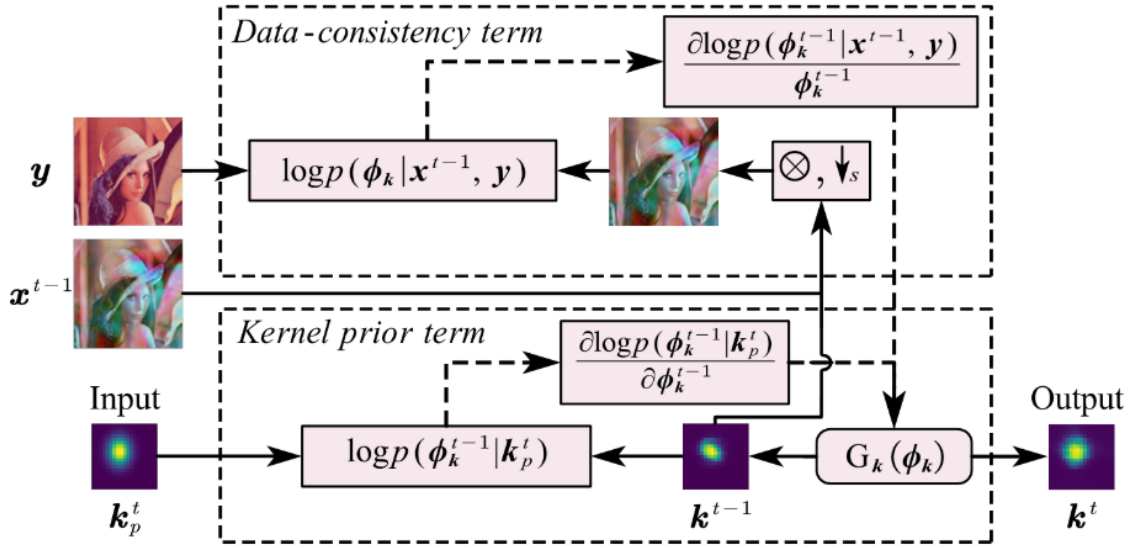


图 2. PKE

4 基于DKP的BSR方法

所提出的基于DKP的BSR方法概述如图3所示。DKP模型（灰框），包括RKS模块（蓝框）、PKE模块（淡紫色框）和IR模型（红框），分别对模糊核进行优化和HR图像的细化。对于每次迭代，首先将估计的HR图像 x^{t-1} 和LR图像 y 馈送到RKS模块 f_{RKS} 以生成内核先验：

$$k_p^t = f_{RKS}(x^{t-1}, y) \quad (15)$$

其中， x^{t-1} 表示最后一次IR模型输出估计的HR图像。然后，将内核先验 k_p^t 赋给PKE模块 f_{PKE} ，其对内核的估计如下：

$$k^t = f_{PKE}(x^{t-1}, y, k_p^t) \quad (16)$$

其中 k^t 为第n次核估计迭代的估计核，它将被分配给IR模型。第n次迭代的HR图像 x^t 可以用IR模型估计如下：

$$x^t = f_{IR}(x^{t-1}, y, k^t) \quad (17)$$

其中 f_{IR} 为采用的IR模型。本文采用两个具有代表性的IR模型DIP [42]和扩散模型 [3]来评估基于DKP的BSR解决方案，参考DIP- DKP和Diff - DKP，这两个模型将在后续文章中介绍。

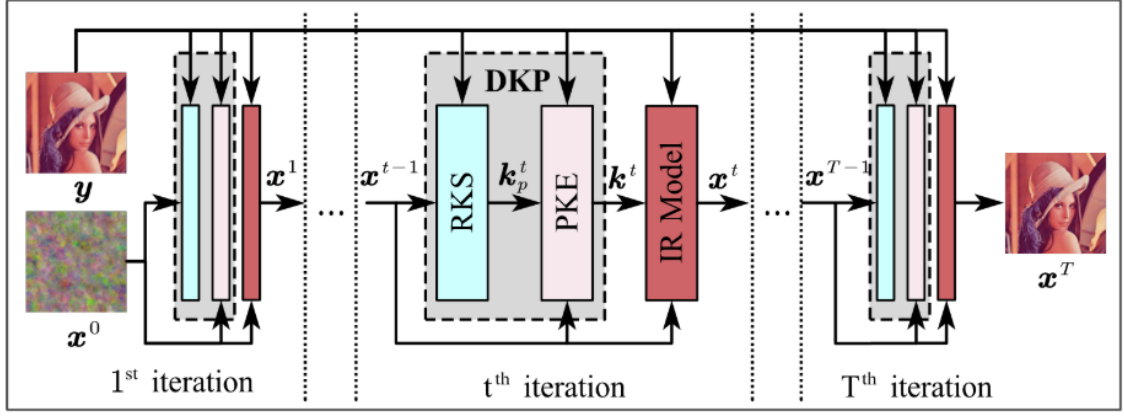


图 3. 方法示意图

Algorithm 1 The proposed DKP model.

- 1: Given: x^{t-1} , y and ϕ_k^{t-1} .
 - 2: % Random Kernel Sampling (RKS) Module
 - 3: **for** $l \leftarrow 0, 1, \dots, L$ **do**
 - 4: Sample random kernels $\{k_r^l\}_{l=1}^L$ via MC.
 - 5: $\omega^l = \frac{1}{L_{\text{MCMC}}}$, $\mathcal{L}_{\text{MCMC}}^l = \|y - (x^{t-1} \otimes k_r^l) \downarrow_s\|_F^2 + \delta$
 - 6: **end for**
 - 7: $k_r^t = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \omega^l k_r^l$
 - 8: % Prior Kernel Estimation (PKE) Module
 - 9: $\phi_k^t = \phi_k^{t-1} + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | x^{t-1}, y)}{\partial \phi_k^{t-1}} + \delta \frac{\partial \log p(\phi_k^{t-1} | k_r^t)}{\partial \phi_k^{t-1}}$
 - 10: Output: $k^t = G_k(\phi_k^t)$.
-

4.1 提出的DIP-DKP

基于DIP的图像恢复。DIP [42]设计用于捕获低级图像统计，并从固定的随机噪声输入 z_x 估计HR图像 $x = G_x(z_x, \phi_x)$ （为了演示方便，在本文的其余部分省略了 z_x ）。基于DIP的BSR方法 [24, 32]的典型公式如下：

$$\phi_x^*, \phi_k^* = \arg \min_{\phi_x, \phi_k} \|y - (G_x(\phi_x) \otimes G_k(\phi_k)) \downarrow_s\|_F^2 \quad (18)$$

$$x^* = G_x(\phi_x^*), k^* = G_k(\phi_k^*) \quad (19)$$

Double-DIP [32]和FKP-DIP [24]已经利用了对BSR问题的有效性。然而， G_k 的核先验要么采用对核估计性能有限的未训练网络 [32]，要么采用预先请求监督训练的预训练核网络，参考FKP [24]。正如实验所示，当核类别不同时，预训练网络不能很好地生成合理的核估计。

提出的DKP-DIP用提出的DKP模型（本文称之为DIP-DKP）替换现有基于DIP的替代框架中内核先验的未训练或预训练网络。所提出的DIP-DKP可以用公式表述如下：

$$\phi_x^*, \phi_{DKP}^* = \arg \min_{\phi_x, \phi_{DKP}} \|y - (G_{DKP}(\phi_{DKP}) \otimes G_x(\phi_x)) \downarrow_s\|_F^2 + \|G_{DKP}(\phi_{DKP}) - k_p\|_F^2 \quad (20)$$

$$x^* = G_x(\phi_x^*), k^* = G_{DKP}(\phi_{DKP}^*) \quad (21)$$

其中 $G_{DKP}(\phi_{DKP})$ 是所提出的DKP模型的内核网络。

Algorithm 2 The proposed DIP-DKP.

```

1: Given:  $\mathbf{y}, \phi_x^0, \phi_{DKP}^0, \mathbf{x}^0 = \mathbf{G}_x(\phi_x^0)$ .
2: for  $t \leftarrow 0, 1, \dots, T-1$  do
3:   % DKP-based kernel estimation stage
4:    $\phi_{DKP}^{t+1} = \phi_{DKP}^t + \frac{\delta^2}{2} \frac{\partial \log p(\phi_{DKP}^t | \mathbf{x}^t, \mathbf{y})}{\partial \phi_{DKP}^t} + \delta \frac{\partial \log p(\phi_{DKP}^t | \mathbf{k}_p^t)}{\partial \phi_{DKP}^t}$ 
5:    $\mathbf{k}_p^{t+1} = \mathbf{G}_{DKP}(\phi_{DKP}^{t+1})$ 
6:   % DIP-based image restoration stage
7:    $\phi_x^{t+1} = \phi_x^t + \gamma_x \frac{\partial \log p(\mathbf{x}^t | \mathbf{y}, \mathbf{k}_p^t)}{\partial \phi_x^t}$ 
8:    $\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{G}_x(\phi_x^{t+1})$ 
9: end for
10: Output:  $\mathbf{x}^T, \mathbf{k}_p^T$ .
```

4.2 Diff-DKP

原始DDPM推理过程去噪扩散概率模型(DDPM) [38]定义了向数据添加噪声的T步正向过程和从噪声中恢复所需数据的T步反向过程。当应用现成的DDPM S_θ 来解决图像恢复问题时，反向过程被实现为推理过程来估计高质量图像，如下所示：

$$\mathbf{x}_{0|t} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^t}}(\mathbf{x}_t - S_\theta(\mathbf{x}_t, t)\sqrt{1 - \alpha^t}) \quad (22)$$

$$\mathbf{x}_{t-1} \sim p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{0|t}) \quad (23)$$

其中 $\mathbf{x}_{0|t}$ 表示第 t^{th} 步估计的HR图像 \mathbf{x}_0 ， α^t 是超参数。为了确保HR图像 $\mathbf{x}_0 \sim q(\mathbf{x})$ 可以从随机噪声 $\mathbf{x}_T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 中重建，现有方法通常通过对LR-HR数据集的监督学习重新训练 [35]或微调 [48]DDPM模型，或者提供实况内核 [36]来注册特定于任务的知识以保证收敛。然而，DDPM的性能是不稳定的，即使在由大量标记数据集训练时也是如此。提出Diff-DKPDDPM的不稳定性主要来自涉及多个图像处理任务的训练过程。在这种情况下，现成的扩散模型不能集中在BSR目标上，图像失真和内容不匹配。为了缓解这个问题，所提出的Diff-DKP结合了DKP模型，以在普通DDPM反向迭代的基础上提供特定任务的数据一致性知识。具体来说，在(22)和(23)之间插入 $\mathbf{x}_{0|t}$ 的外部DKP合并数据展示一致性细化，公式如下：

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|t} = \mathbf{x}_{0|t} + \gamma_t^x \frac{\partial \log p(\mathbf{x}_{0|t} | \mathbf{y}, \mathbf{k}^t)}{\partial \mathbf{x}_{0|t}} \quad (24)$$

其中， γ_t^x 代表更新的步数，

$$\log p(\mathbf{x}_{0|t} | \mathbf{y}, \mathbf{k}^t) = - \left\| \mathbf{y} - (\mathbf{x}_{0|t} \otimes \mathbf{k}^t) \downarrow_s \right\|_F^2 \quad (25)$$

这使推理过程能够与数据一致的解决方案一起收敛到正确的方向。Diff-DKP算法的概述在算法3中给出。让 $t=T, T-1, \dots, 1$ 表示扩散反向步长的指数。在每一步，扩散模型首先估计 $\mathbf{x}_{0|t}$ 。然后，DKP模型针对最新的 $\mathbf{x}_{0|t}$ 自适应地生成核先验，而 $\mathbf{x}_{0|t}$ 相对于数据展示一致性进一步更新公式(25)。因此，确保推理过程是BSR目标的基础。值得注意的是，扩散模型的参

数是固定的，在推理过程中只优化轻量级核估计器网络的参数。这样，现成的扩散模型就扮演了HR图像估计器的角色，而估计的HR图像则由BSR任务特定的先验知识进一步细化，参见公式（24）。与那些通过监督再训练/微调结合BSR任务先验知识的方法不同，Diff-DKP表现为即插即用方案，因此在实施之前没有数据需求和训练成本。

Algorithm 3 The proposed Diff-DKP.

```

1: Given:  $\mathbf{y}, \phi_{DKP}^T, S_\theta$  and  $\mathbf{x}_T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ .
2: for  $t \leftarrow T, T-1, \dots, 1$  do
3:   % Diffusion-based image restoration process
4:    $\mathbf{x}_{0|t} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^t}}(\mathbf{x}_t - S_\theta(\mathbf{x}_t, t)\sqrt{1 - \alpha^t})$ 
5:   % DKP incorporated data consistency refinement
6:    $\phi_{DKP}^{t-1} = \phi_{DKP}^t + \delta_x^2 \frac{\partial \log p(\phi_{DKP}^t | \mathbf{x}_{0|t}, \mathbf{y})}{\partial \phi_{DKP}^t} + \delta \frac{\partial \log p(\phi_{DKP}^t | \mathbf{k}_p^t)}{\partial \phi_{DKP}^t}$ 
7:    $\mathbf{k}_p^{t-1} = \mathbf{G}_{DKP}(\phi_{DKP}^{t-1})$ 
8:    $\hat{\mathbf{x}}_{0|t} = \mathbf{x}_{0|t} + \gamma_x \frac{\partial \log p(\mathbf{x}_{0|t} | \mathbf{y}, \mathbf{k}_p^{t-1})}{\partial \mathbf{x}_{0|t}}$ 
9:    $\mathbf{x}_{t-1} \sim p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t, \hat{\mathbf{x}}_{0|t})$ 
10: end for
11: Output:  $\mathbf{x}_0, \mathbf{k}_p^0$ .
```

5 实验

5.1 与已有开源代码对比

调整源代码中的参数，复现原文的结果。参考DeblurGAN: Blind Motion Deblurring Using Conditional Adversarial Networks(CVPR2018)这篇文章运动模糊核的生成代码，但是由于复现文章中的参数是变化的，不能准确得到相应的结果，所以本文只显示高斯核的复现结果。

5.2 数据准备

数据准备遵循广泛采用的 kernel 假设 [24, 33, 43, 49]，对各向异性高斯核和运动核进行了实验，如图 4 所示。内核大小设置为 $(4s + 3) \times (4s + 3)$ 。对于高斯核，宽度范围分别设置为 $[0.175s, 2.5s]$ ，旋转角度范围设置为 $[0, \pi]$ ，比例因子 $s = 4$ 。对于运动内核，我们采用了 [21] 提出的随机运动内核生成方法，该方法模拟了来自随机轨迹的真实和复杂的模糊内核。使用关于方程（1）的随机内核合成 LR 图像，以基于五个流行的公共基准数据集测试数据，包括 Set5 [4]、Set14 [50]、BSD100 [28]、Urban100 [14] 和 Real SRSet [23]。我们根据峰值信噪比（PSNR）比较这些内核，并根据 PSNR 和结构相似性（SSIM）比较 HR 图像 [45]。比较方法。将提出的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 与现有基线进行了比较，包括：Double-DIP [32]、DIP-FKP [24]、DASR [43]、BSRDM [49]、DCLS [27]、DARM [55]和 Diff-BSR [25]。具体来说，Double-DIP 倾向于通过仅针对 LR 图像恢复误差训练 FCN 网络来提供内核先验。DIP-FKP 将 FKP 模型合并为 kernel priors，该模型在内核数据集上进行了预训练。内核 GAN+ZSSRandDARMareself-supervised and train an internal generative adversarial network（GAN）来估计模糊内核。BSRDM 制定了一个精心设计的 Degradation Model，将 noise

和 kernel 作为手工制作的先验。DASR 是一种具有代表性的端到端方法，已在 DIV2K [1]和 Flickr2K [41]HR 图像数据集上进行了预训练。DiffBSR 在应用于 estimate HR 图像之前，会在 BSR 标记的数据集上进行微调。实现和超参数。本文中 PKE 模块采用的核估计网络 G_k 是一个三层全连接网络（FCN）。采用的 DIP 模型遵循 [42]中的原始设置，扩散模型是在 ImageNet [6]上训练的原版版本 [13]。MCMC 模拟 L 中的采样时间是所提出的 DKP 模型中唯一的超参数。表 1 中给出了超参数调整结果，明确表示性能在 $L \in$ 附近达到平衡 [4,8]。为了平衡效率和有效性，我们在本文中将 $L = 5$ 设置为。

5.3 与高斯核情景的最新评估比较

表 2 显示了比例因子 $s = 4$ 的四个数据集的定量评估结果。我们可以看到，所提出的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 在所有数据集上都取得了第二个也是最好的结果。我们注意到，DIP-DKP 仅实现了比现有最先进的（SotA）方法略高的性能，而 Diff-DKP 的性能明显更好。

比较方法将提出的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 与现有基线进行了比较，包括：Double-DIP [32]、DIP-FKP [24]、DASR [43]、BSRDM [49]、DCLS [27]、DARM [55]和 DiffBSR [25]。具体来说，Double-DIP 倾向于通过仅针对 LR 图像恢复误差训练 FCN 网络来提供内核先验。DIP-FKP 将 FKP 模型合并为 kernel priors，该模型在内核数据集上进行了预训练。内核 GAN+ZSSRandDARMareself-supervisedandtrainaninteral generative adversarial network（GAN）来估计模糊内核。BSRDM 制定了一个精心设计的 Degradation Model，将 noise 和 kernel 作为手工制作的先验。DASR 是一种具有代表性的端到端方法，已在 DIV2K [1]和 Flickr2K [41]HR 图像数据集上进行了预训练。DiffBSR 在应用于估计的HR图像之前，会在 BSR标记的数据集上进行微调。

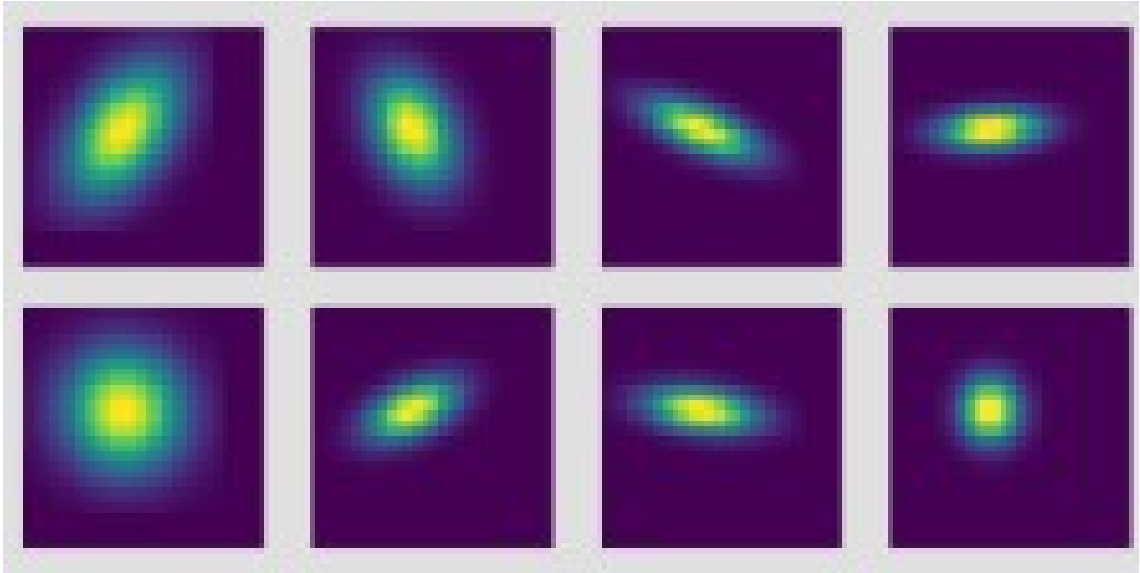


图 4. 采用模糊内核的可视化。

实现和超参数本文中PKE模块采用的核估计网络 G_k 是一个三层全连接网络（FCN）。采用的 DIP 模型遵循 [42]中的原始设置，扩散模型是在 ImageNet [6]上训练的原版版本 [13]。MCMC 模拟 L 中的采样时间是所提出的 DKP 模型中唯一的超参数。表 1 中给出了超参数调整结果，明确表示性能在 $L \in$ 附近达到平衡 [4,8]。为了平衡效率和有效性，在本文中将 L 设

置为5。

Methods	$L = 0$	$L = 2$	$L = 4$	$L = 6$	$L = 8$	$L = 10$	$L = 15$
DIP-DKP	20.99	27.12	28.44	28.57	28.52	28.29	28.03
Diff-DKP	21.97	28.95	29.40	29.47	29.76	29.67	29.26

表 1. 在高斯核场景下，提出的DIP-DKP和Diff-DKP在Set5 [4]上的平均图像PSNR性能。

5.4 实验评估

对高斯核情景的评估表 2 的显示了比例因子 $s = 4$ 的四个数据集的定量评估结果。我们可以看到，所提出的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 在所有数据集上都取得了第二个也是最好的结果。我们注意到，DIP-DKP 仅实现了比现有最先进的（SotA）方法略高的性能，而 Diff-DKP 的性能明显更好。DIP-DKP 完全是从头开始求解的，DKP 模型起到了提供更好的收敛保证的作用。Diff-DKP 利用 DKP 模型来指导训练有素的扩散模型，并先验出大量数据以收敛到 BSR 任务，以获得更好的 HR 图像恢复性能。

Method	Kernel	Set 4	Set 14	BSD100	Urban100
Double-DIP	Gaussian	18.92/0.4510	20.41/0.4847	19.00/0.3757	15.42/0.2932
DASR	Gaussian	24.21/0.7252	24.16/0.6145	22.47/0.5836	20.24/0.5487
DIP - FKP	Gaussian	24.61/0.7371	24.21/0.6227	22.80/0.5880	20.33/0.5572
BSRDM	Gaussian	24.01/0.7098	25.36/0.6009	22.62/0.5791	20.40/0.5494
DCLS	Gaussian	24.78/0.7323	24.38/0.6211	22.74/0.5922	20.49/0.5334
DiffBiR	Gaussian	23.63/0.6367	23.59/0.6043	22.35/0.5780	20.14/0.5343
DARM	Gaussian	24.23/0.7269	23.95/0.6294	22.48/0.5830	20.58/0.5595
DIP - DKP (Ours)	Gaussian	25.30/0.7417	24.52/0.6434	23.02/0.6136	21.24/0.5667
Diff - DKP (Ours)	Gaussian	28.74/0.8313	26.03/0.6703	24.10/0.6287	22.26/0.5862

表 2. 公共数据集上不同方法的平均 PSNR/SSIM，由 $s = 4$ 的随机 Gaussian 内核合成。

method	PNSR	Set5	Set14	BSDS100	Urban100
DKPDIP	Average Kernel	56.92	54.06	54.05	53.04
DKPDIP	Average Image	29.19/0.8344	26.47/0.7063	25.89/0.6545	21.53/0.5729
DKPDiff	Average Kernel	43.31	46.99	45.82	46.06
DKPDiff	Average Image	31.88/0.8730	23.48/0.6352	24.40/0.6412	24.39/0.6380

表 3. 在不同数据集上对比Diff-DKP和DIP-DKP的结果。

5.5 可视化

可视化结果图4显示对于同一张图片的低分辨率图像，使用Diff-DKP和DIP-DKP恢复出的高分辨率图像与高清图像对比。图5显示了不同方法对合成图像和真实世界图像的视觉结果。我们可以看到，1) 在高斯核的情况下，所有 methods 都能够产生令人满意的去模糊结果，而我们的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 产生更好的结果和更准确的核估计。2) 在运动内核的情况下，在 FKP-DKP 和 BSRDM 无法估计运动内核时可以看到估计内核上的某些失真。同时，我们的 DIP-DKP 和 Diff-DKP 实现了大致准确的运动内核估计。3) 在真实图像的情况下，DIP-FKP 和 BSRDM 都估计类高斯核，而我们的 DIP-DKP 和 Diff DKP 倾向于估计非高斯核。这验证了我们的 DKP 模型学习了一个自适应和灵活的内核估计规则，这可能更适合现实世界的应用。

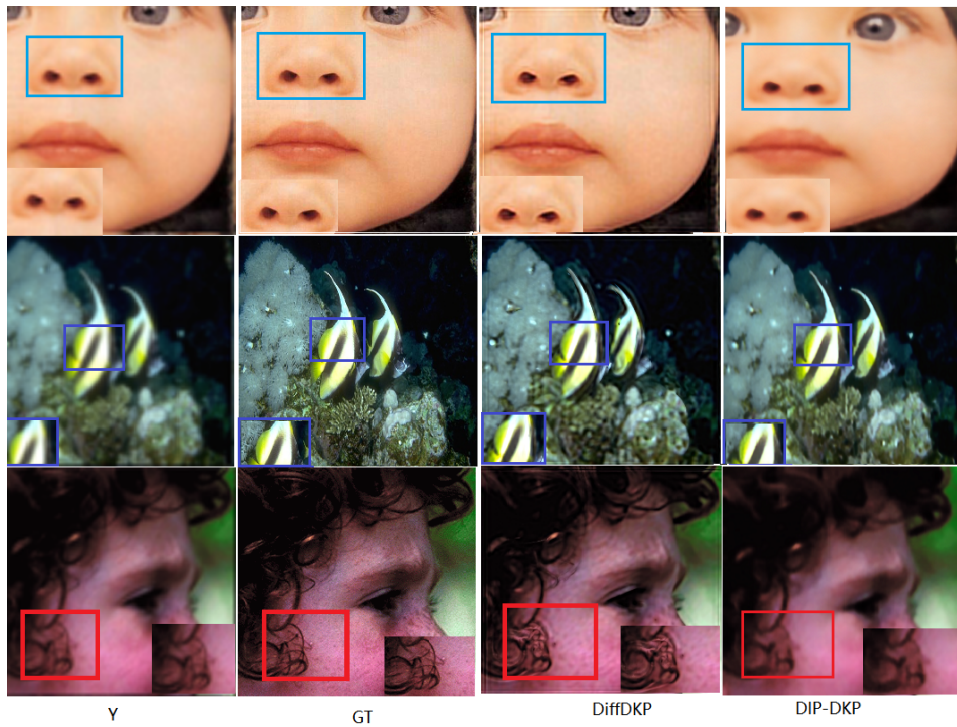


图 5. 比例因子4的数据集可视化结果。

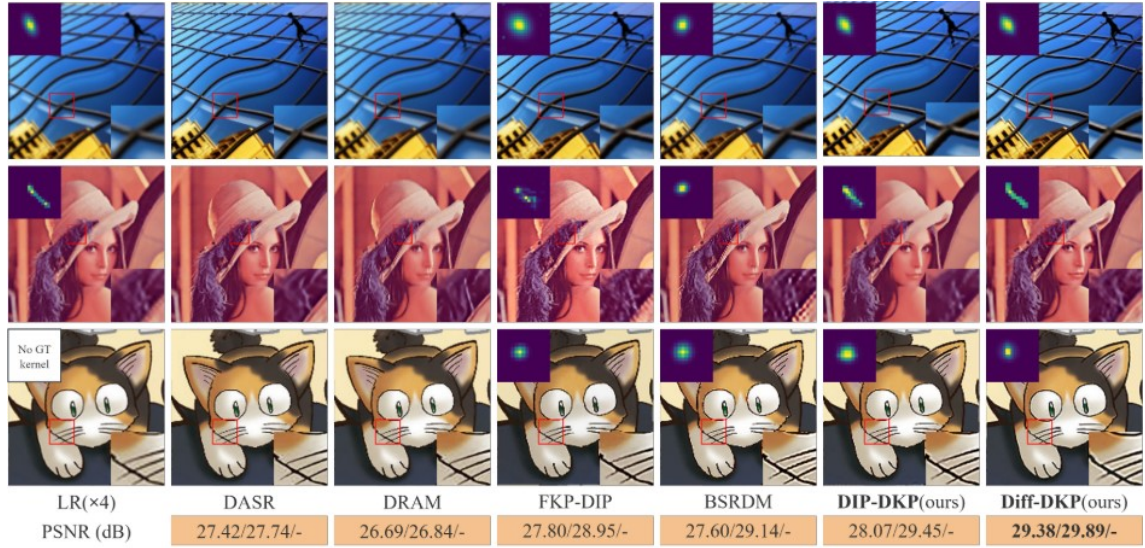


图 6. 公共数据集上不同方法的可视化对比。

5.6 RKS模块的消融实验

消融实验是在核先验的MCMC采样上进行的。“没有RKS”表示所采用的DKP仅通过数据一致性项更新核网络，而没有学习到的核先验。在图6（左）中，可以看到没有RKS的估计核具有显著的失真，导致估计的HR图像的PSNR显著下降，而DIP-DKP可以相对于地面实况（红色框架）精确估计高斯核。图6（右）表明当RKS模块缺席时，精确的运动核估计不再存在。因此很明显，如果没有从MCMC过程中学习到核先验，Diff-DKP无法收敛到有理运动核估计。

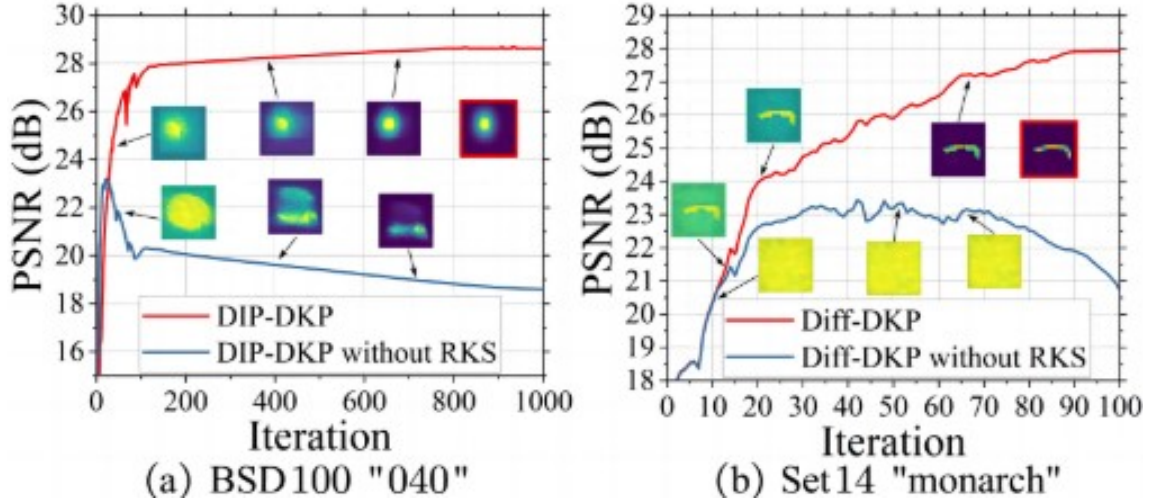


图 7. DIP-DKP、Diff-DKP及其无RKS模块版本在两个测试图像上迭代的中间结果。

5.7 模型的参数、运行时间以及内存

DKP 模型的内核网络总共有 562K 个参数 (FLOPs: 536K)，而 Double-DIP 和 DIPFKP 分别有 641K 个参数 (FLOPs: 600K) 和 143K 个参数 (FLOPs: 178K)。我们的 DIP-DKP 在 GeForce RTX 3090 GPU 上生成尺寸为 512×512 的 HR 图像的运行时间和内存使用量约为

92 秒和 11GB 内存，与 Double-DIP (91 秒和 11.2GB) 相当 DIP-FKP (90 秒和 10.6GB)。对于 Diff-DKP，需要将 512×512 图像分割成四张 256×256 图像进行恢复，总共花费 60 秒和 4GB 内存。考虑到 DIP-DKP 和 Diff-DKP 是无监督且即插即用的，可以合理地说方法具有适中的计算成本。

6 总结与展望

在本文中，提出了一种动态核先验 (DKP) 模型，以一种无监督且无需预训练的方式解决盲超分辨率 (BSR) 问题。DKP 通过在随机核分布上进行马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 采样，实现了合理的核先验学习，提供了精确的核估计，从而实现了更好的高分辨率 (HR) 图像恢复。DKP 可以轻松地与现有的图像恢复模型结合，例如深度图像先验 (DIP) 和扩散模型，通过替换它们的核建模模块或作为外部核先验生成器添加。当应用于解决 BSR 问题时，DKP 在解决任务时针对低分辨率 (LR) 图像恢复误差进行训练，无需训练和标记数据的需求。在高斯和运动核场景下，使用合成低分辨率图像和真实世界图像进行的广泛实验验证了基于 DKP 的方法显著提高了核估计的准确性，从而实现了更优的 BSR 结果。我们相信，使用可训练的采样过程提供自适应先验的概念将为解决低级任务开辟新的方向，旨在以无监督推理的方式，以适度的计算成本实现更优的性能。

参考文献

- [1] Eirikur Agustsson and Radu Timofte. Ntire 2017 challenge on single image super-resolution: Dataset and study. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, pages 126–135, 2017.
- [2] Dominique Bakry and Michel Émery. *Diffusions hypercontractives*. Springer, 2006.
- [3] Sefi Bell-Kligler, Assaf Shocher, and Michal Irani. Blind super-resolution kernel estimation using an internal-gan. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 32, 2019.
- [4] Marco Bevilacqua, Aline Roumy, Christine Guillemot, and Marie Line Alberi-Morel. Low-complexity single-image super-resolution based on nonnegative neighbor embedding. In *British Machine Vision Conference*, pages 135–145, 2012.
- [5] Hyungjin Chung, Jeongsol Kim, Michael T. McCann, Marc L. Klasky, and Jong Chul Ye. Diffusion posterior sampling for general noisy inverse problems. *arXiv preprint arXiv:2209.14687*, 2022.
- [6] Jia Deng, Wei Dong, Richard Socher, Li-Jia Li, Kai Li, and Li Fei-Fei. Imagenet: A large-scale hierarchical image database. In *2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 248–255, 2009.
- [7] Chao Dong, Chen Change Loy, Kaiming He, and Xiaoou Tang. Learning a deep convolutional network for image super-resolution. In *European Conference on Computer Vision*, pages 184–199. Springer, 2014.

- [8] Yangyi Dong, Xiaoyun Zhang, Zhixin Wang, Ya Zhang, Siheng Chen, and Yanfeng Wang. Unpaired face restoration via learnable cross-quality shift. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 667–675, 2022.
- [9] Netalee Efrat, Daniel Glasner, Alexander Apartsin, Boaz Nadler, and Anat Levin. Accurate blur models vs. image priors in single image super-resolution. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 2832–2839, 2013.
- [10] Yosef Gandelsman, Assaf Shocher, and Michal Irani. ”double-dip”: Unsupervised image decomposition via coupled deep-image-priors. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 11026–11035, 2019.
- [11] Daniel Glasner, Shai Bagon, and Michal Irani. Super-resolution from a single image. In *2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision*, pages 349–356, 2009.
- [12] Jinjin Gu, Hannan Lu, Wangmeng Zuo, and Chao Dong. Blind super-resolution with iterative kernel correction. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1604–1613, 2019.
- [13] Jonathan Ho, Ajay Jain, and Pieter Abbeel. Denoising diffusion probabilistic models. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 33, pages 6840–6851, 2020.
- [14] Jia-Bin Huang, Abhishek Singh, and Narendra Ahuja. Single image super-resolution from transformed self-exemplars. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 5197–5206, 2015.
- [15] Yan Huang, Shang Li, Liang Wang, Tieniu Tan, et al. Unfolding the alternating optimization for blind super resolution. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 33, pages 5632–5643, 2020.
- [16] Meiguang Jin, Stefan Roth, and Paolo Favaro. Normalized blind deconvolution. In *Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pages 668–684, 2018.
- [17] Jiwon Kim, Jung Kwon Lee, and Kyoung Mu Lee. Accurate image super-resolution using very deep convolutional networks. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1646–1654, 2016.
- [18] Kwang In Kim and Younghee Kwon. Single-image super-resolution using sparse regression and natural image prior. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(6):1127–1133, 2010.
- [19] Soo Ye Kim, Hyeonjun Sim, and Munchurl Kim. Koalanet: Blind super-resolution using kernel-oriented adaptive local adjustment. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 10611–10620, 2021.

- [20] Dilip Krishnan and Rob Fergus. Fast image deconvolution using hyper-laplacian priors. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2009.
- [21] Orest Kupyn, Volodymyr Budzan, Mykola Mykhailych, Dmytro Mishkin, and Jiří Matas. De-blurgan: Blind motion deblurring using conditional adversarial networks. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 8183–8192, 2018.
- [22] Yawei Li, Yuchen Fan, Xiaoyu Xiang, Denis Demandolx, Rakesh Ranjan, Radu Timofte, and Luc Van Gool. Efficient and explicit modelling of image hierarchies for image restoration. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 18278–18289, 2023.
- [23] Yuelong Li, Mohammad Tofighi, Junyi Geng, Vishal Monga, and Yonina C. Eldar. Efficient and interpretable deep blind image deblurring via algorithm unrolling. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 6:666–681, 2020.
- [24] Jingyun Liang, Kai Zhang, Shuhang Gu, Luc Van Gool, and Radu Timofte. Flow-based kernel prior with application to blind super-resolution. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 10601–10610, 2021.
- [25] Xinqi Lin, Jingwen He, Ziyang Chen, Zhaoyang Lyu, Ben Fei, Bo Dai, Wanli Ouyang, Yu Qiao, and Chao Dong. Diffbir: Towards blind image restoration with generative diffusion prior. *arXiv preprint arXiv:2308.15070*, 2023.
- [26] Zhengxiong Luo, Yan Huang, Shang Li, Liang Wang, and Tieniu Tan. End-to-end alternating optimization for blind super resolution. *arXiv preprint arXiv:2105.06878*, 2021.
- [27] Ziwei Luo, Haibin Huang, Lei Yu, Youwei Li, Haoqiang Fan, and Shuaicheng Liu. Deep constrained least squares for blind image super-resolution. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 17642–17652, 2022.
- [28] David Martin, Charless Fowlkes, Doron Tal, and Jitendra Malik. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. ICCV 2001*, pages 416–423. IEEE, 2001.
- [29] Tomer Michaeli and Michal Irani. Nonparametric blind super-resolution. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 945–952, 2013.
- [30] Radford M Neal. *MCMC using Hamiltonian dynamics*, volume 2. 2011.
- [31] Daniele Perrone and Paolo Favaro. A clearer picture of total variation blind deconvolution. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 38(6):1041–1055, 2015.
- [32] Dongwei Ren, Kai Zhang, Qilong Wang, Qinghua Hu, and Wangmeng Zuo. Neural blind deconvolution using deep priors. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 3341–3350, 2020.

- [33] Gernot Riegler, Samuel Schulter, Matthias Ruther, and Horst Bischof. Conditioned regression models for non-blind single image super-resolution. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 522–530, 2015.
- [34] Leonid I Rudin, Stanley Osher, and Emad Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 60(1-4):259–268, 1992.
- [35] Chitwan Saharia, Jonathan Ho, William Chan, Tim Salimans, David J. Fleet, and Mohammad Norouzi. Image super-resolution via iterative refinement. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 45(4):4713–4726, 2022.
- [36] Assaf Shocher, Nadav Cohen, and Michal Irani. ”zero-shot” super-resolution using deep internal learning. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 3118–3126, 2018.
- [37] Jiaming Song, Arash Vahdat, Morteza Mardani, and Jan Kautz. Pseudoinverse-guided diffusion models for inverse problems. In *International Conference on Learning Representations*, 2022.
- [38] Yang Song and Stefano Ermon. Generative modeling by estimating gradients of the data distribution. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 32, 2019.
- [39] Jian Sun, Zongben Xu, and Heung-Yeung Shum. Image super-resolution using gradient profile prior. In *2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1–8. IEEE, 2008.
- [40] Marshall F. Tappen, Bryan C. Russell, and William T. Freeman. Exploiting the sparse derivative prior for super-resolution and image demosaicing. In *Proceedings of the Third International Workshop on Statistical and Computational Theories of Vision*, pages 1–28, 2003.
- [41] Radu Timofte, Eirikur Agustsson, Luc Van Gool, Ming-Hsuan Yang, and Lei Zhang. Ntire 2017 challenge on single image super-resolution: Methods and results. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, pages 114–125, 2017.
- [42] Dmitry Ulyanov, Andrea Vedaldi, and Victor Lempitsky. Deep image prior. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 9446–9454, 2018.
- [43] Longguang Wang, Yingqian Wang, Xiaoyu Dong, Qingyu Xu, Jungang Yang, Wei An, and Yulan Guo. Unsupervised degradation representation learning for blind super-resolution. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 10581–10590, 2021.
- [44] Yinhuai Wang, Jiwen Yu, and Jian Zhang. Zero-shot image restoration using denoising diffusion null-space model. *arXiv preprint arXiv:2212.00490*, 2022.
- [45] Zhou Wang, Alan C. Bovik, Hamid R. Sheikh, and Eero P. Simoncelli. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4):600–612, 2004.