

# 数据结构

---

图

2020年11月

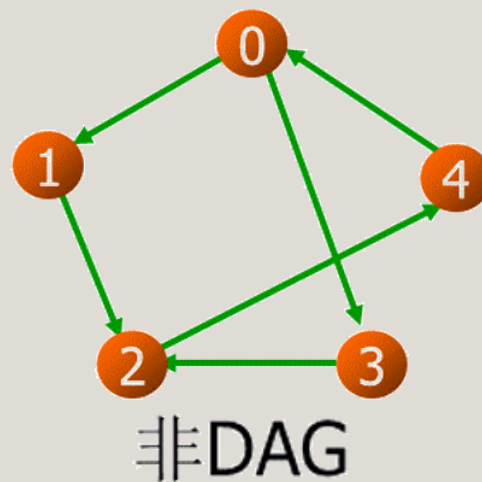
深圳大学电子与信息工程学院 周飞

## 2 第六章 图

### 第六节 有向无环图

- 一、有向无环图

- 有向无环图（DAG: Directed Acycline Graph）是图中无环的有向图。

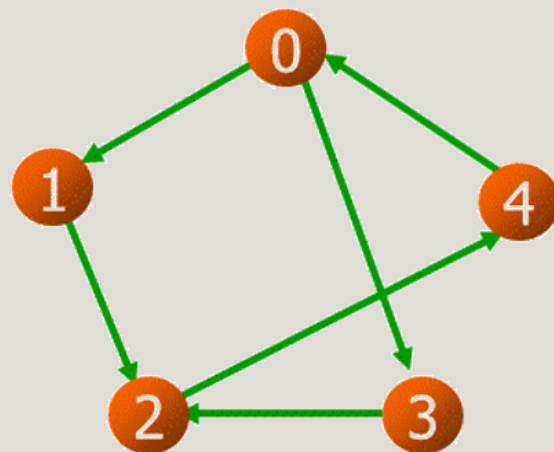


# 3 第六章 图

## 第六节 有向无环图

### • 一、有向无环图

- 在有向图中，怎么判断是否无环？
  - 可以使用深度优先搜索（DFS），找出是否存在环。
  - 可以从某个顶点 $v$ 出发，进行DFS，如果存在一条从顶点 $u$ 到 $v$ 的回边，则有向图中肯定存在环。
- DFS: 0, 1, 2, 4, 3



# 4 第六章 图

## 第六节 有向无环图

- 二、拓扑排序

- 1.偏序（序理论中的概念）

- 若集合 $X$ 上的二元关系 $R$ 满足

- (1) 自反性：任意 $x \in X$ ，有 $xRx$

- (2) 反对称性：对任意 $x, y \in X$ ，若 $xRy$ ，且 $yRx$ ，则 $x=y$

- (3) 传递性：对任意 $x, y, z \in A$ ，若 $xRy$ ，且 $yRz$ ，则 $xRz$ 。

**则称 $R$ 是集合 $X$ 上的偏序关系**

# 5 第六章 图

## 第六节 有向无环图

- 二、拓扑排序

- 2.非严格偏序

- 给定集合 $S$ ，“ $\leq$ ”是 $S$ 上的二元关系，若“ $\leq$ ”满足：

- (1) 自反性：任意 $x \in X$ ，有 $x \leq x$

- (2) 反对称性：对任意 $x, y \in X$ ，若 $x \leq y$ ，且 $y \leq x$ ，则 $x=y$

- (3) 传递性：对任意 $x, y, z \in A$ ，若 $x \leq y$ ，且 $y \leq z$ ，则 $x \leq z$ 。

则称“ $\leq$ ”是 $X$ 上的非严格偏序

注意：这里的“ $\leq$ ”并不是传统意义上的小于等于，只表示次序关系。



# 6 第六章 图

## 第六节 有向无环图

- 二、拓扑排序

- 3. 严格偏序

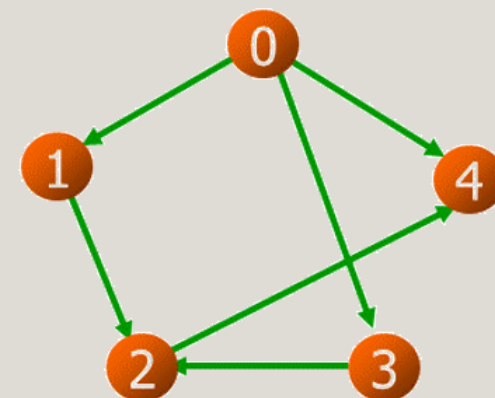
- 给定集合 $S$ ，“ $<$ ”是 $S$ 上的二元关系，若“ $<$ ”满足：

- (1) 反自反性：任意 $x \in X$ ，有 $x \not< x$

- (2) 非对称性：对任意 $x, y \in X$ ，若 $x < y$ ，则 $y \not< x$

- (3) 传递性：对任意 $x, y, z \in A$ ，若 $x < y$ ，且 $y < z$ ，则 $x < z$ 。

则称“ $<$ ”是 $X$ 上的严格偏序



在讨论有向无环图时所指的偏序，一般指严格偏序。

# 7 第六章 图

## 第六节 有向无环图

- 二、拓扑排序

- 4.全序

设关系 $R$ 是集合 $X$ 上的偏序，如果对每个 $x, y \in X$ ，必有 $xRy$ 或者 $yRx$ ，则称 $R$ 是 $X$ 上的全序关系

- 偏序指集合中仅有部分成员之间可比较
- 全序指集合中全体成员之间均可比较

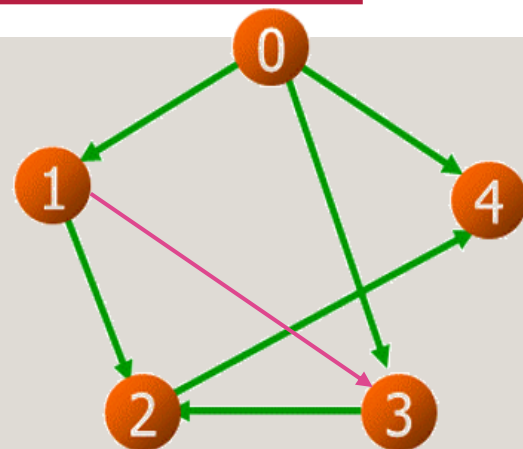
# 8 第六章 图

## 第六节 有向无环图

- 二、拓扑排序

- 4.拓扑有序

- 右图中顶点的关系是一个偏序关系，但并不是全序。
      - 1和3之间没有可以比较的次序。
    - 如果在1和3之间加上一条弧 $\langle 1, 3 \rangle$ 
      - 表示1先于3
      - 右图变为全序，也称拓扑有序。





# 9 第六章 图

## 第六节 有向无环图

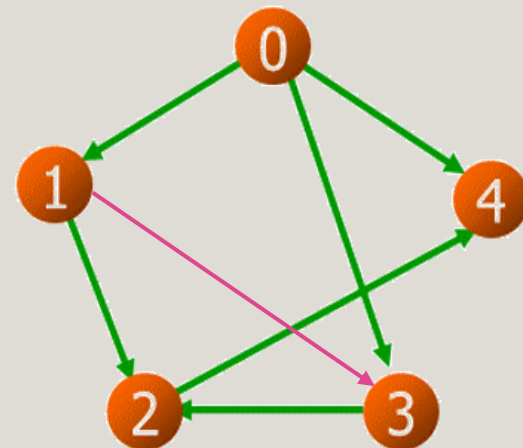
- 二、拓扑排序

- 5. 拓扑排序

- 由偏序得到拓扑有序（或全序）的操作被称为**拓扑排序**。

- 算法：

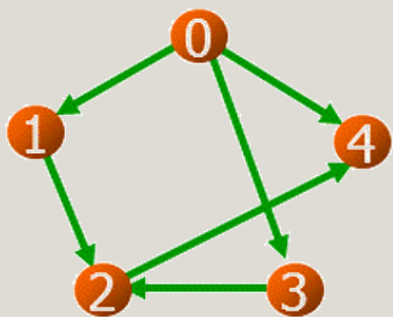
- （1）找到一个入度为0的顶点，输出该顶点；
    - （2）删除依托该顶点的弧；
    - （3）重复（1） - （2）步，直到所有顶点输出为止。



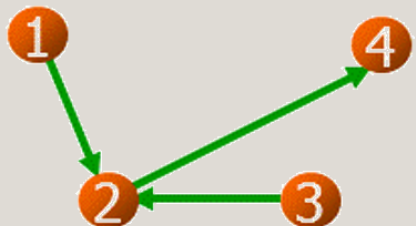
# 10 第六章 图

## 第六节 有向无环图

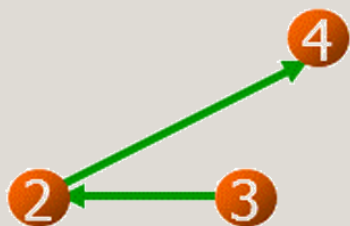
- 二、拓扑排序
  - 5. 拓扑排序（举例）



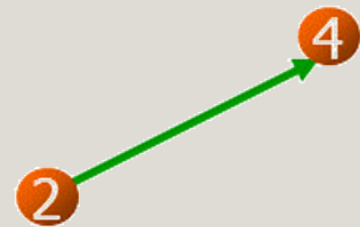
原图



输出0之后



输出0,1之后



输出0,1,3之后



输出0,1,3,2之后

最后输出拓扑排序结果: 0,1,3,2,4