Додаток А
ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЦИФРОВОГО ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ В СЕРЕДОВИЩІ MATHCAD

Лабораторна робота №1
ДОСЛІДЖЕНЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АНАЛОГОВИХ, ДИСКРЕТНИХ, ТА ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ І ЇХ СПЕКТРІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Аналітичний запис аналогового сигналу, що досліджується

$$ya(t) := \begin{cases} 0.5\cdot\left(1+\cos\left(2\cdot\pi\cdot\dfrac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau}\right)\right) & \text{if } (t \ge 0)\cdot(t \le \tau) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Параметри сигналу:

$\tau \equiv 3$ - тривалість сигналу

Дискретизація і квантування сигналу

$N \equiv 9$ - кількість дискретних відліків $L \equiv 8$ - кількість рівнів квантування

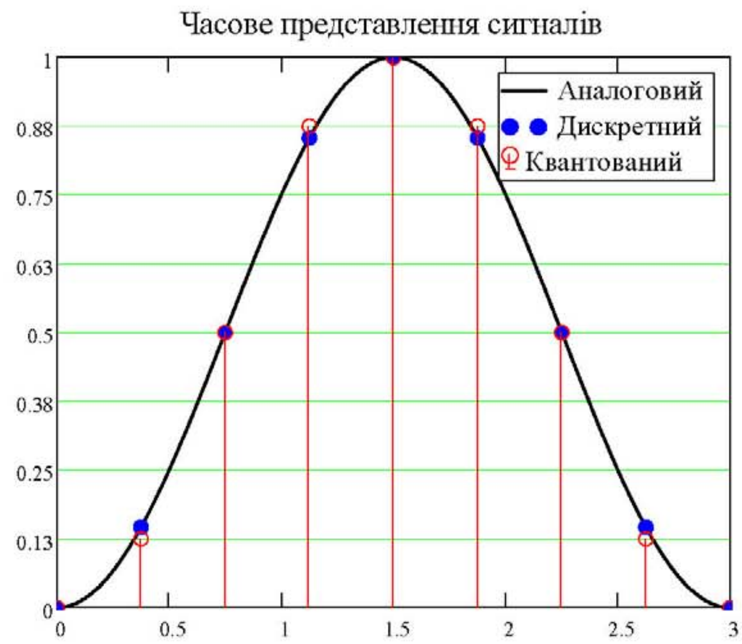
$T := \dfrac{\tau}{N-1}$ - період дискретизації

$Wd := \dfrac{2\cdot\pi}{T}$ - кругова частота дискретизації

$n := 0..N-1$

$yd_n := ya(n\cdot T)$ - формування вектору відліків дискретного сигналу

$yk_n := \dfrac{1}{L}\cdot \mathrm{floor}(L\cdot ya(n\cdot T) + 0.5)$ - формування вектору відліків квантованого (цифрового) сигналу

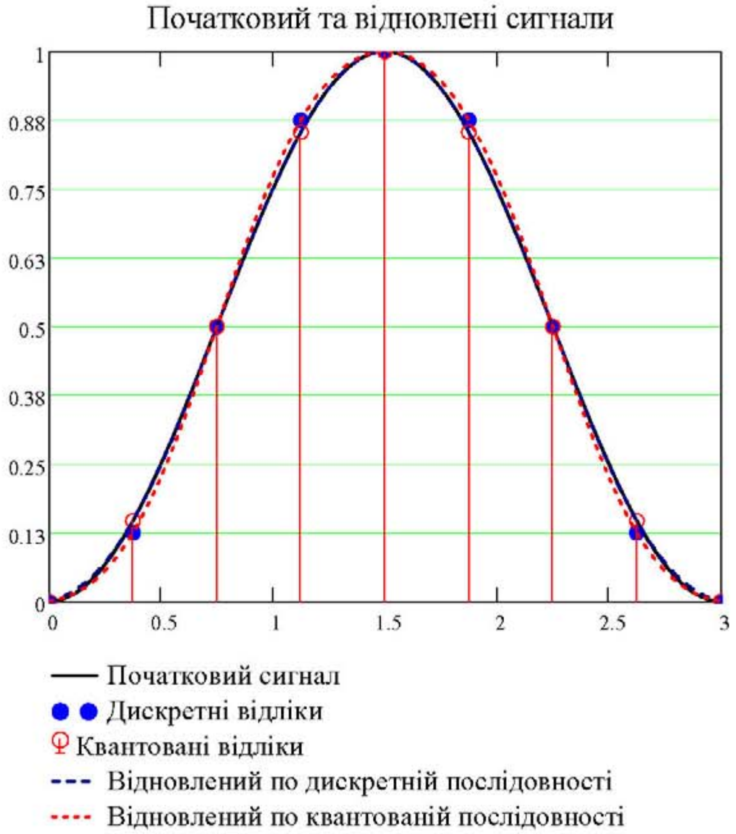


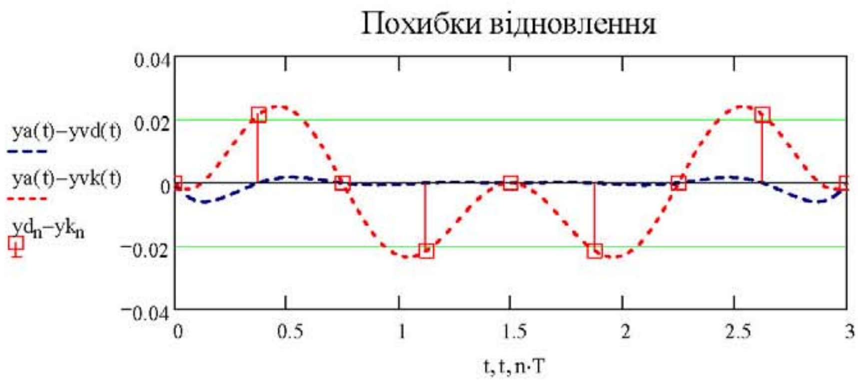
Відновленя неперервної (аналогової) форми сигналу по відлікам (ряди Котельникова)

$\mathrm{sinc}(t) := \mathrm{if}\left(t = 0, 1, \dfrac{\sin(t)}{t}\right)$ - функція виду sin(x)/x

$yvd(t) := \sum_{n} \left[yd_n \cdot \mathrm{sinc}\left[\dfrac{\pi}{T} \cdot (t - n \cdot T) \right] \right]$ - відновленя по дискретним відлікам

$yvk(t) := \sum_{n} \left[yk_n \cdot \mathrm{sinc}\left[\dfrac{\pi}{T} \cdot (t - n \cdot T) \right] \right]$ - відновленя по квантованим відлікам





Спектральне представлення аналогових і дискретних сигналів
Дискретне перетворення Фур'є дискретного і квантованого сигналів

$$Ya(w) := \frac{1}{\tau}\left(\int_0^{\tau} ya(t)\cdot e^{-i\cdot w\cdot t}\,dt\right)$$ - обчислення спектру аналогового сигналу (пряме інтегральне перетворення Фур'є)

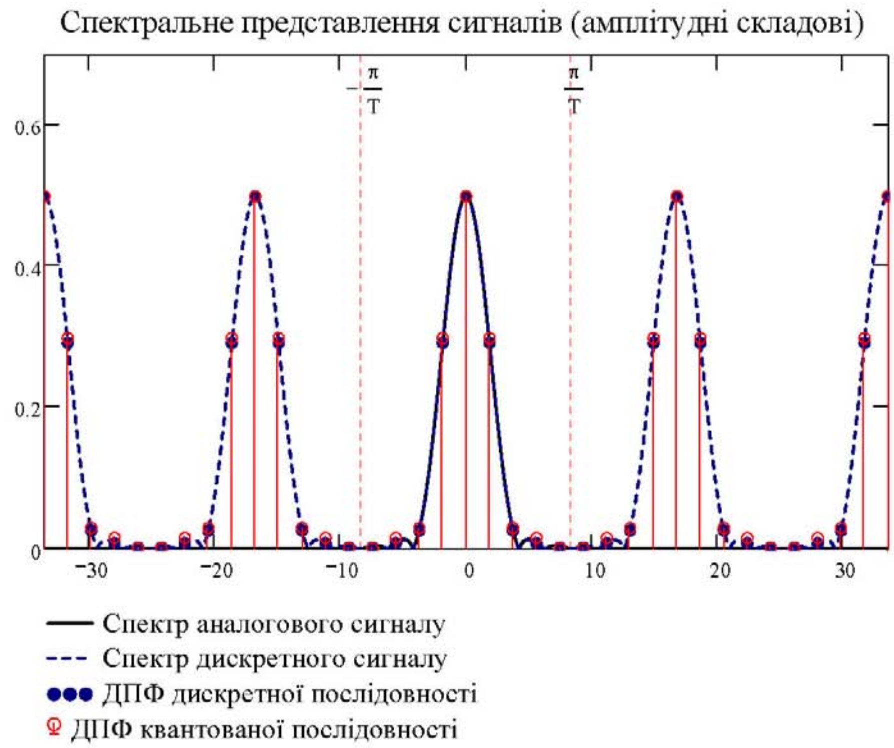
$$Yd(w) := \frac{1}{N-1}\cdot\left[\sum_{n=0}^{N-1}\left(yd_n\cdot e^{-i\cdot w\cdot n\cdot T}\right)\right]$$ - обчислення спектру дискретного сигналу (пряме перетворення Фур'є дискретної функції)

$$k := -3\cdot(N-1)\,..\,3\cdot(N-1)$$

$$Ydd(k) := \frac{1}{N-1}\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\left(yd_n\cdot e^{-i\cdot k\cdot n\cdot\frac{Wd}{N}\cdot T}\right)$$ - обчислення прямого дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)

$$Ykd(k) := \frac{1}{N-1}\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\left(yk_n\cdot e^{-i\cdot k\cdot n\cdot\frac{Wd}{N}\cdot T}\right)$$ - обчислення прямого дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)

$$w := -2\cdot Wd, -2\cdot Wd + \frac{Wd}{100}\,..\,2\cdot Wd$$



Лабораторна робота №2

МОДЕЛЮВАННЯ НЕРЕКУРСИВНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Частина 1. Нерекурсивний дискретний фільтр

Часові і частотні характеристики нерекурсивного дискретного фільтра

$N \equiv 15$ - порядок нерекурсивного дискретного фільтра

$\tau \equiv 6$ - тривалість імпульсної характеристики

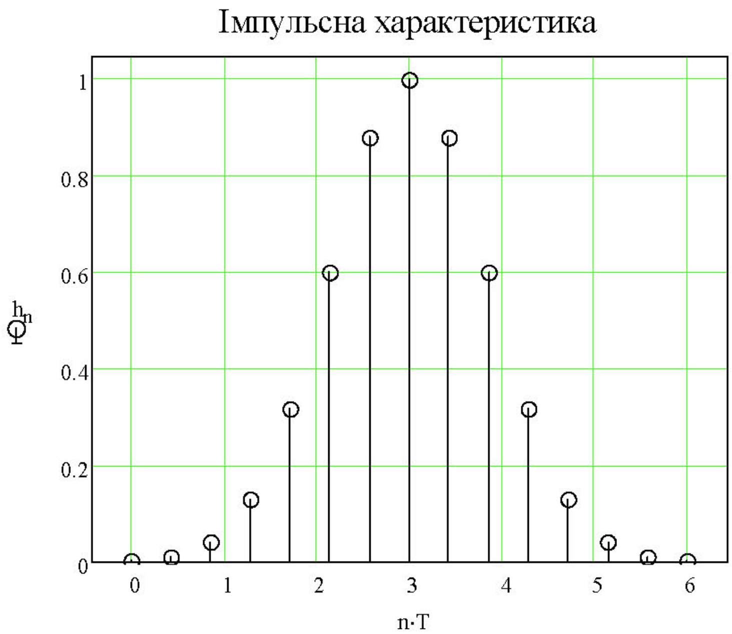
$T := \dfrac{\tau}{N-1}$ - період дискретизації

$Fd := \dfrac{1}{T}$ - лінійна частота дискретизації

$n := 0 .. N-1$

$h_n := e^{-\left(\beta \cdot \frac{n \cdot T - \frac{\tau}{2}}{\tau}\right)^2}$ - формування вектору відліків імпульсної характрeристики

$\beta := 5$ - параметр імпульсної характрeристики

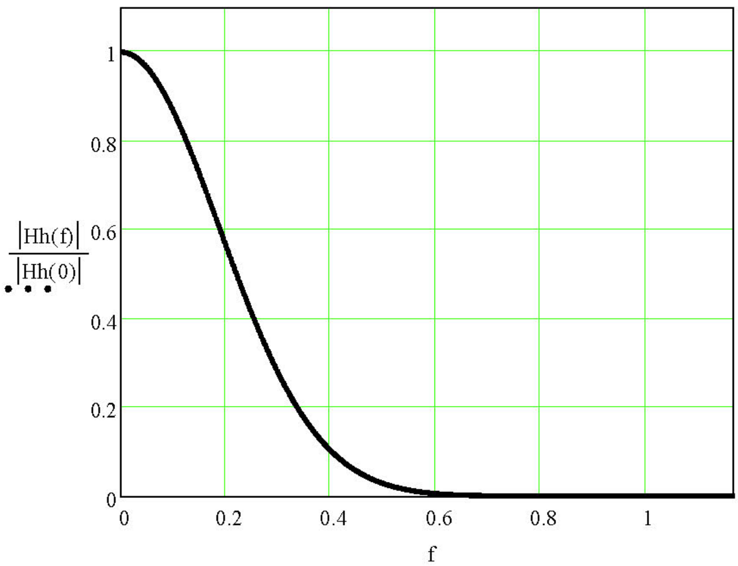


$H(z) := \sum_{k=0}^{N-1} \left(h_k \cdot z^{-k}\right)$ - системна функція нерекурсивного дискретного фільтра

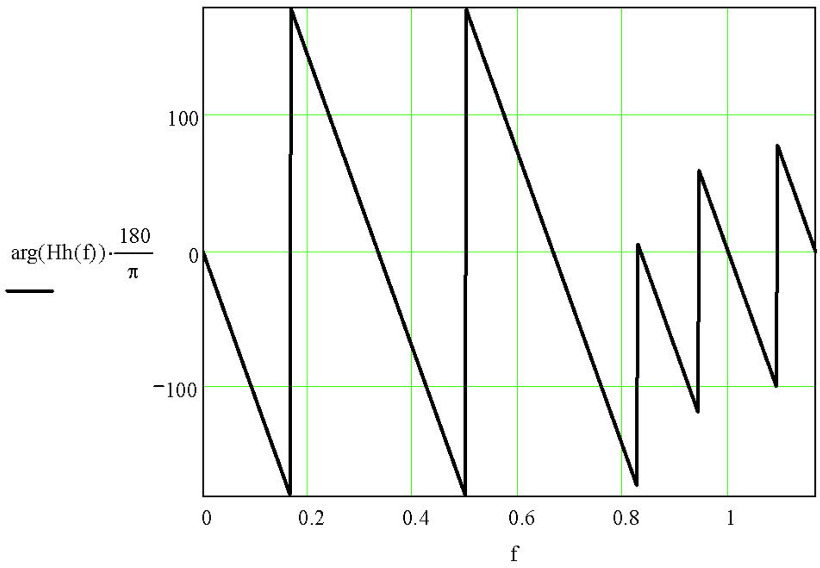
$$Hh(f) := \sum_{k=0}^{N-1} \left(h_k \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot k \cdot T} \right)$$ - частотна характеристика нерекурсивного дискретного фільтра

$$f := 0, \frac{Fd}{1000} .. \frac{Fd}{2}$$ - діапазон побудови частотних характеристик [0; Fd/2]

Амплітудно-частотна характеристика



Фазо-частотна характеристика



Моделювання реакції нерекурсивного фільтра на вхідний сигнал із застосуванням дискретної згортки

Формування вхідного сигналу нерекурсивного дискретного фільтра

$Nin := 10$ - кількість відліків вхідного сигналу

$j := 0 .. Nin - 1$

$x_j := j \cdot T \cdot \alpha^{-j \cdot T}$ - формування відліків вхідного сигналу $\alpha \equiv 1.5$ - параметр вхідного сигналу

$$Norm(a,b) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in length(a) .. length(b) - 1 \text{ if } length(b) > length(a) \\ \quad a_i \leftarrow 0 \\ a \end{array} \right.$$

- функція, що застосовується для вирівнювання довжини вектора вхідного сигналу і імпульсної характеристики

$xN := Norm(x,h)$ $hN := Norm(h,x)$ - вхідний сигнал і імпульсна характеристика однакової довжини

Обчислення згортки між вхідним сигналом і імпульсною характеристикою нерекурсивного фільтра

$$zgortka(k,x,h) := \sum_{m=0}^{k} \left(if\left(m - length(x) < 0, h_m, 0\right) \cdot if\left(k - m - length(h) < 0, x_{k-m}, 0\right) \right)$$

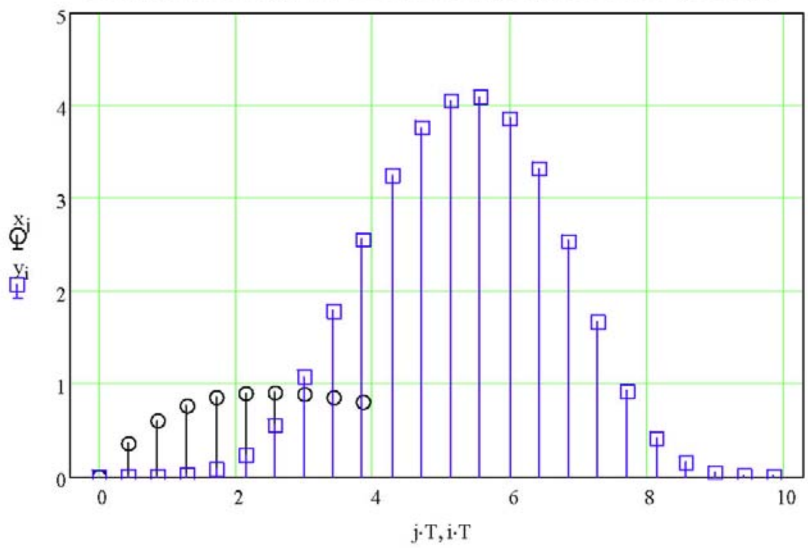
- функція дискретної згортки

$Nout := length(h) + length(x) - 1$ - обчислення тривалості вихідного сигналу

$i := 0 .. Nout - 1$

$y_i := zgortka(i, xN, hN)$ - обчислення значення відліків вихідного сигналу

Вхідний і вихідний сигнали нерекурсивного фільтра



Вхідний сигнал
Вихідний сигнал

Лабораторна робота №2
МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ MATHCAD

Частина 2. Рекурсивний дискретний фільтр

$$H(z) := \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left(b_k \cdot z^{-k}\right)}{1 + \sum_{m=1}^{M-1} \left(a_m \cdot z^{-m}\right)}$$

- системна функція рекурсивного дискретного фільтра в загальному вигляді

$N \equiv 3$ - порядок нерекурсивної частини дискретного фільтра

$M \equiv 3$ - порядок нерекурсивної частини дискретного фільтра

$b \equiv \begin{pmatrix} 0.5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ - коефіцієнти нерекурсивної частини фільтра

$a \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ -0.3 \\ -0.5 \end{pmatrix}$ - коефіцієнти рекурсивної частини фільтра

$$H(z) \rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2}}{1 - \frac{3}{10 \cdot z} - \frac{1}{2 \cdot z^2}}$$

- системна функція рекурсивного дискретного фільтра, що моделюється

Часова (імпульсна) характеристика рекурсивного фільтра

$T := 1$ - період дискретизації

$\Delta(n) := \delta(n \cdot T, 0)$ - дискретна дельта функція

$Fd := \frac{1}{T}$ - лінійна частота дискретизації

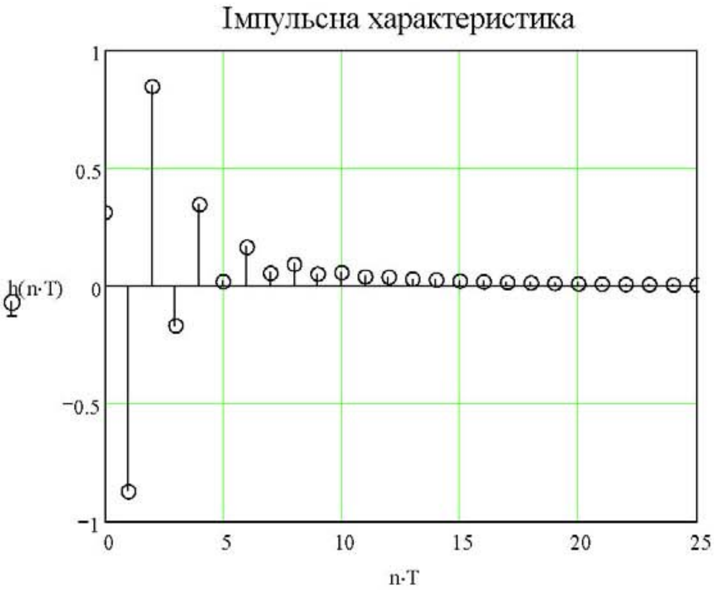
Обчислення імпульсної характеристики на основі зворотнього Z-перетворення системної функції рекурсивного фільтра

Символьне зворотнє Z-перетворення (із округленням) системної функції дискретного фільтра:

$$H(z) \left| \begin{array}{l} \text{invztrans}, z \\ \text{float}, 2 \end{array} \right. \rightarrow .12e\text{-}2 \cdot \frac{(-.17e4) \cdot \Delta(n) \cdot 12.^n \cdot 18.^n + .26e3 \cdot 10.^n \cdot 18.^n + .17e4 \cdot (-10.)^n \cdot 12.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

Визначення функції, що задає імпульсну характреристику рекурсивного дискретного фільтра (на основі раніше розрахованої формули):

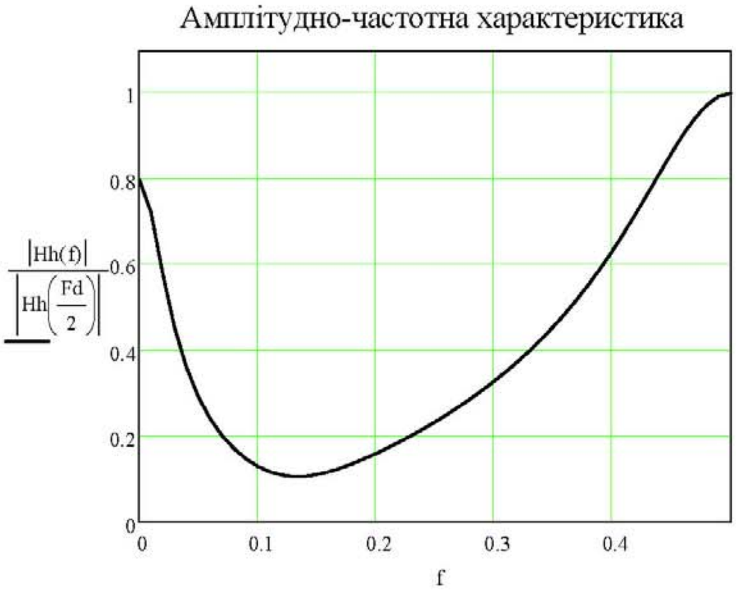
$$h(n) := .12e\text{-}2 \cdot \frac{(-.17e4) \cdot \Delta(n) \cdot 12.^n \cdot 18.^n + .26e3 \cdot 10.^n \cdot 18.^n + .17e4 \cdot (-10.)^n \cdot 12.^n}{12.^n \cdot 18.^n}$$

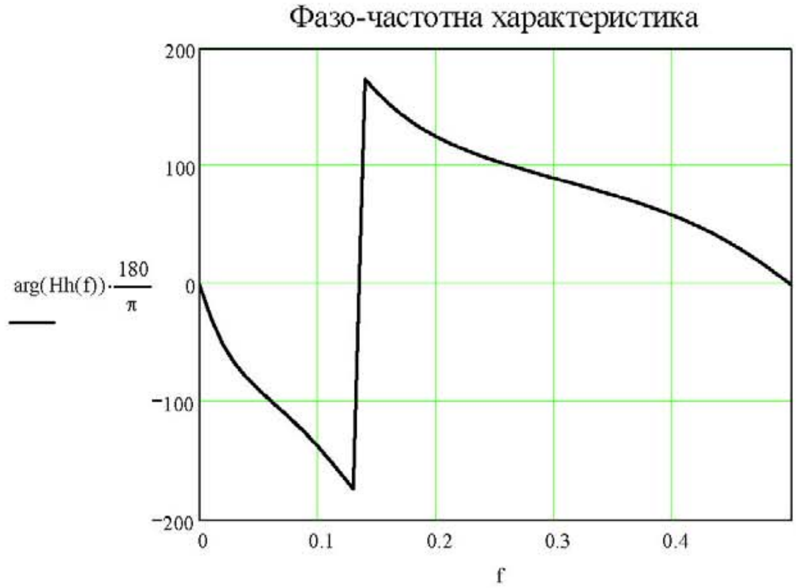


Частотні характеристики рекурсивного фільтра

$$Hh(f) := \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left(b_k \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot k \cdot T}\right)}{1 + \sum_{m=1}^{M-1} \left(a_m \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot m \cdot T}\right)}$$ - частотна характеристика рекурсивного дискретного фільтра

$f := 0, \frac{Fd}{100} .. \frac{Fd}{2}$ - діапазон побудови частотних характеристик [0; Fd/2]





Моделювання реакції рекурсивного фільтра на вхідний сигнал із застосуванням Z-перетворення

$x(n) := n\cdot T\cdot\alpha^{-n\cdot T}$ - аналітичний запис вхідного дискретного сигналу рекурсивного фільтра $\alpha \equiv 3$ - параметр сигналу

$x(n)$ ztrans, n $\rightarrow 3\cdot\dfrac{z}{(3\cdot z-1)^2}$ - символьне Z-перетворення вхідного сигналу

$X(z) := 3\cdot\dfrac{z}{(3\cdot z-1)^2}$ - Z-образ вхідного сигналу

$Y(z) := H(z)\cdot X(z)$ - обчислення Z-образу вихідного сигналу як добутка системної функції і Z-образу вхідного сигналу

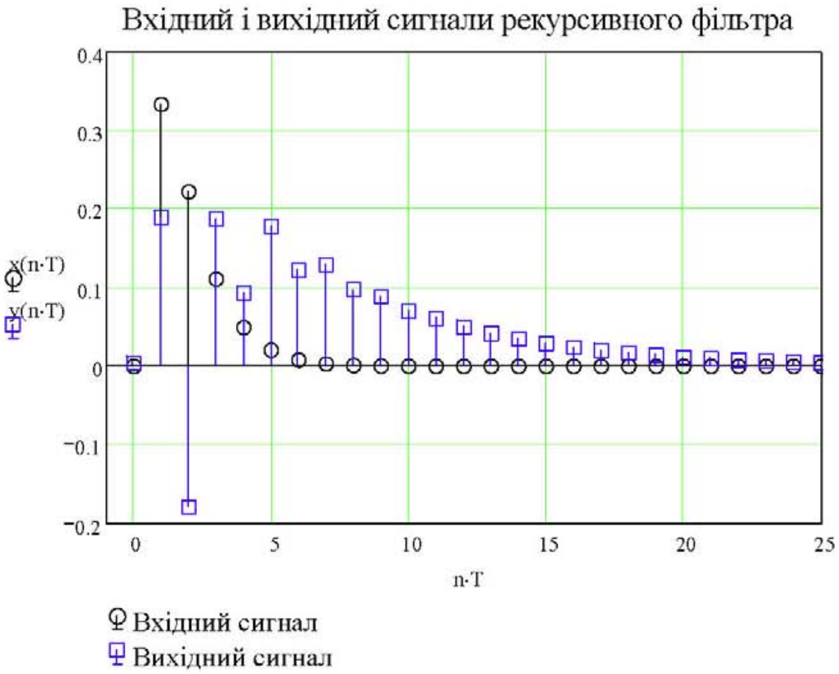
Символьне обернене Z-перетворення вихідного сигналу (із округленням):

$$Y(z)\ \left|\begin{array}{l}\text{invztrans}, z\\ \text{float}, 2\end{array}\right. \rightarrow .14e\text{-}4\cdot\frac{.32e5\cdot 10.^{n}\cdot 18.^{n} - .38e5\cdot(-10.)^{n}\cdot 12.^{n} + .63e4\cdot .33^{n}\cdot 12.^{n}\cdot 18.^{n} - .11e6\cdot .33^{n}\cdot n\cdot 12.^{n}\cdot 18.^{n}}{12.^{n}\cdot 18.^{n}}$$

Часове представлення вихідного дискретноо сигналу рекурсивного фільтра:

$$y(n) := .14e\text{-}4\cdot\frac{.32e5\cdot 10.^{n}\cdot 18.^{n} - .38e5\cdot(-10.)^{n}\cdot 12.^{n} + .63e4\cdot .33^{n}\cdot 12.^{n}\cdot 18.^{n} - .11e6\cdot .33^{n}\cdot n\cdot 12.^{n}\cdot 18.^{n}}{12.^{n}\cdot 18.^{n}}$$

$n := 0 .. 30$


Вхідний і вихідний сигнали рекурсивного фільтра
x(n·T)
y(n·T)
n·T
0.4
0.3
0.2
0.1
0
−0.1
−0.2
0
5
10
15
20
25
Вхідний сигнал
Вихідний сигнал