ЛІНІЙНІ ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ (ДИСКРЕТНІ ФІЛЬТРИ)

1. **Алгоритми та структурні схеми дискретних фільтрів .**
2. **Системні (передавальні) функції та форми реалізації дискретних фільтрів**
3. **Часові характеристики дискретних фільтрів**
4. **Стійкість і фізична реалізованість дискретних фільтрів**
5. **Частотні характеристики дискретних фільтрів**

Алгоритми дискретних фільтрів

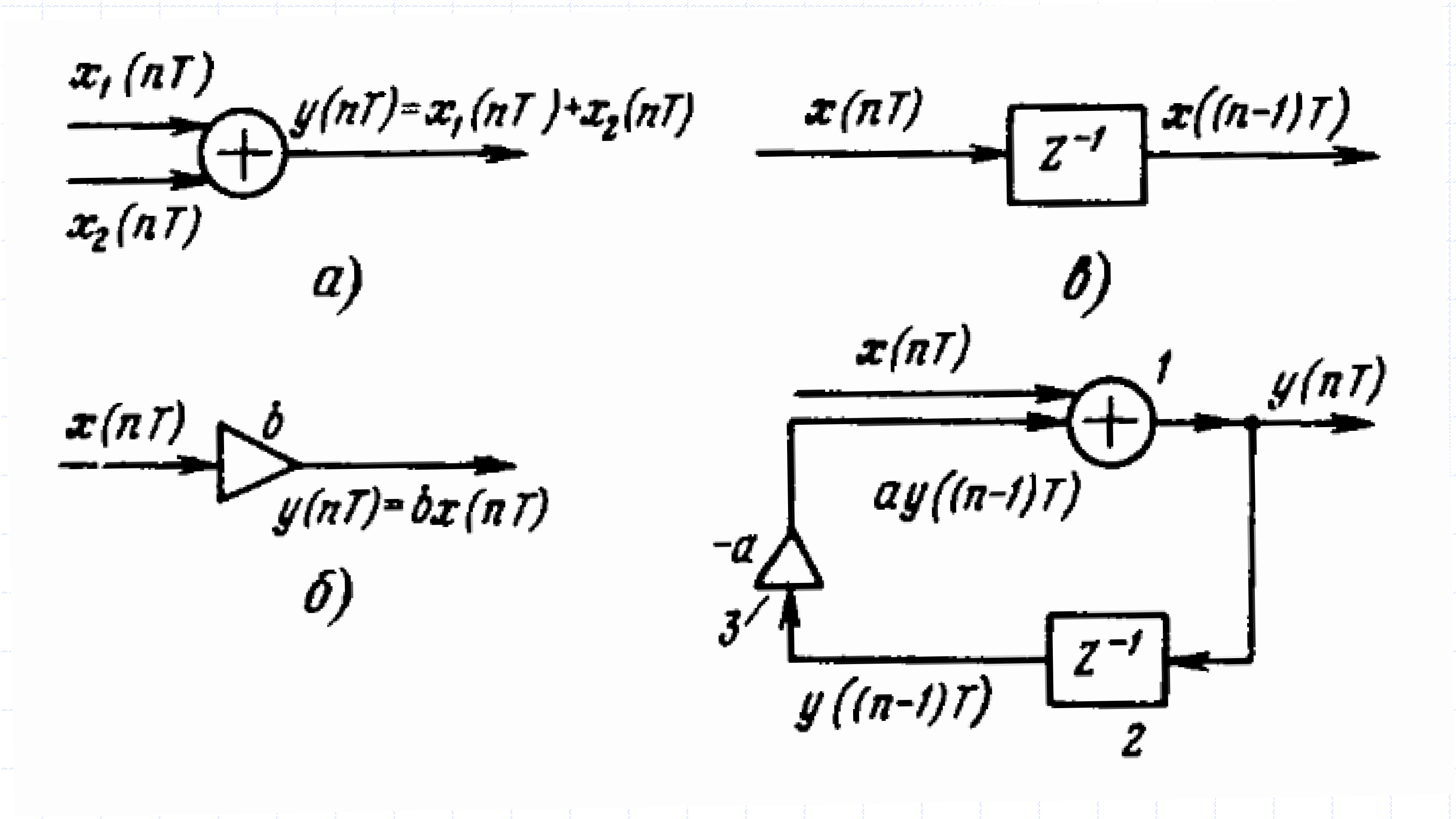
Різницеве рівняння загального виду:

$$\sum_{m=0}^{M-1} a_m y(nT - mT) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(nT - kT)$$

Різницеве рівняння для опису алгоритму роботи ЛДФ:

$$y(nT) = -\sum_{m=1}^{M-1} a_m y(nT - mT) + \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(nT - kT)$$

Структурні схеми дискретних фільтрів



Системні (передавальні) функції дискретних фільтрів

Системна функція ДФ загального виду:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$$

Системна функція рекурсивного ДФ:

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}}{1+\sum_{m=1}^{M-1} a_m z^{-m}}$$

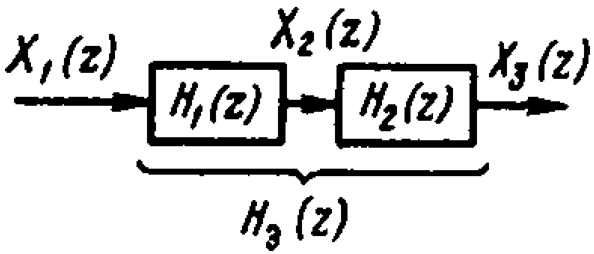
Системна функція нерекурсивного ДФ:

$$H(z)=\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}.$$

З'єднання дискретних фільтрів

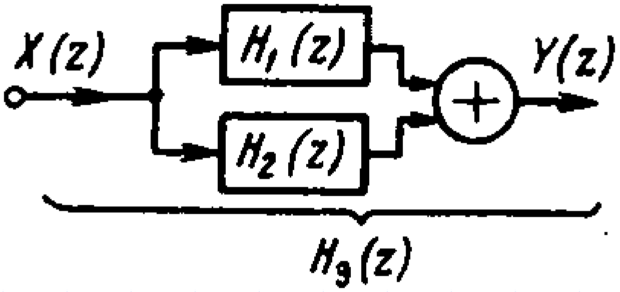
Послідовне з'єднання:

$$H_э(z) = H_1(z)H_2(z)$$



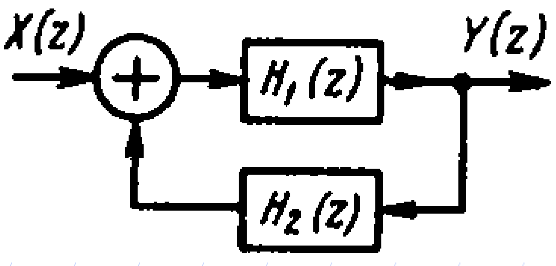
Паралельне з'єднання:

$$H_э(z) = H_1(z) + H_2(z)$$



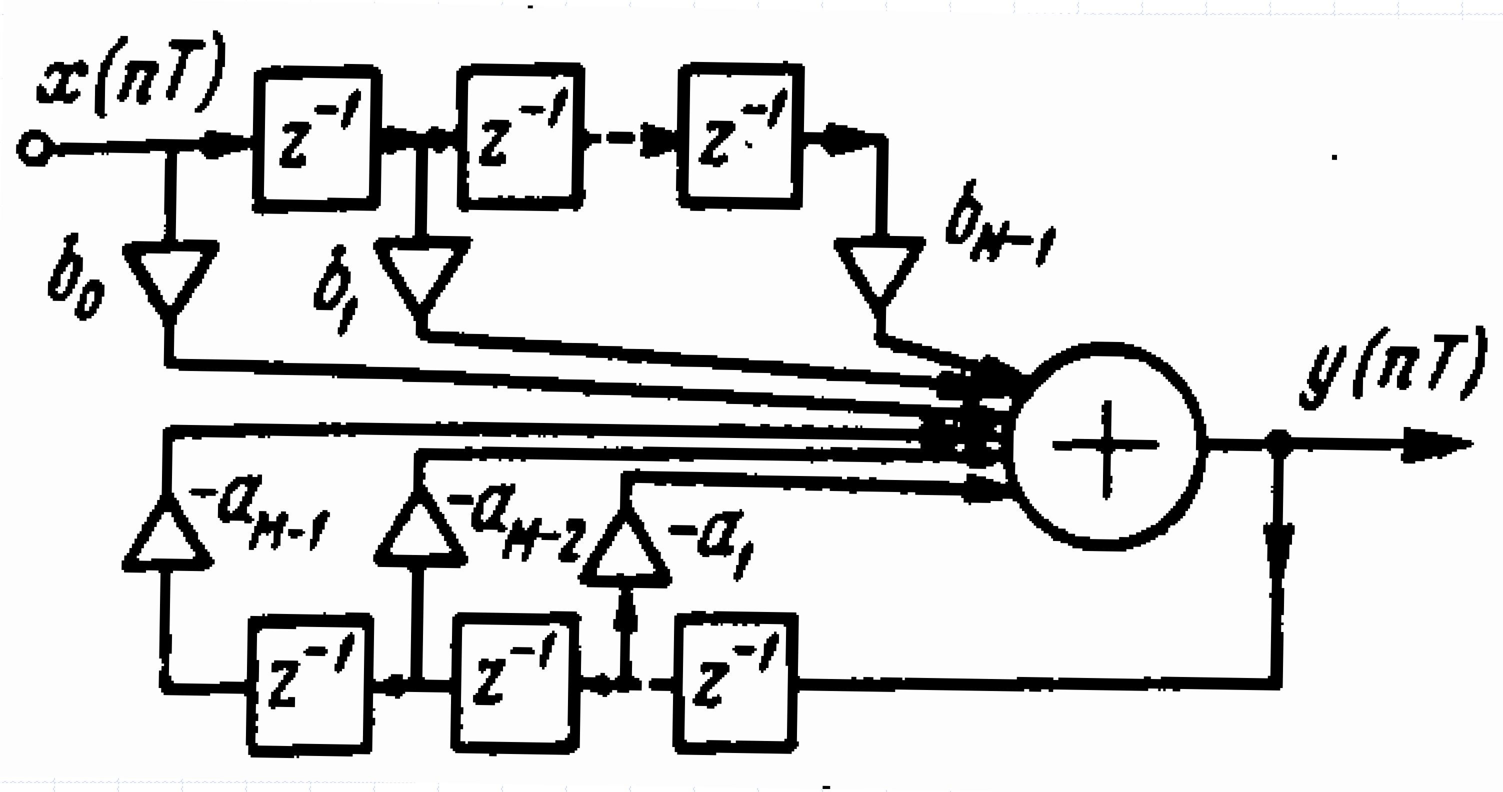
З'єднання зворотного зв'язку:

$$H_э(z) = \frac{H_1(z)}{1 - H_1(z)H_2(z)}$$



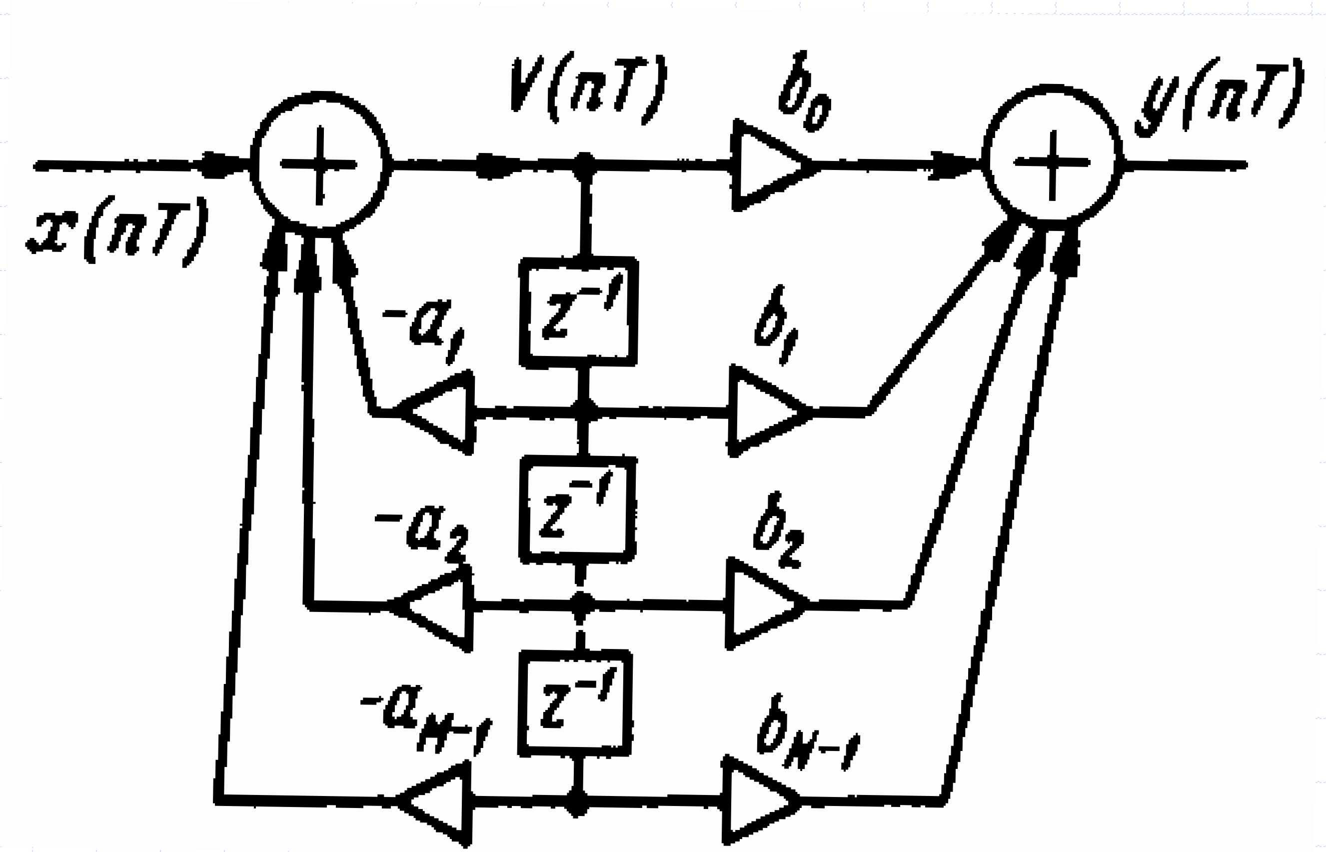
Форми реалізації структурних схем дискретних фільтрів

Пряма форма



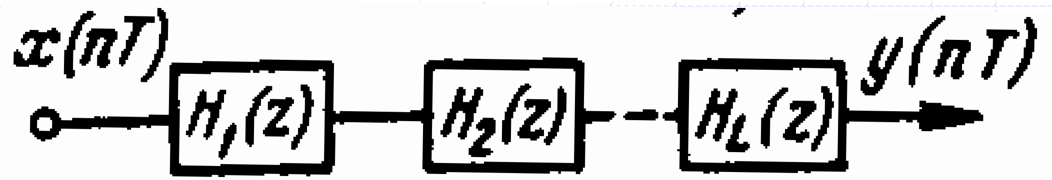
Форми реалізації структурних схем дискретних фільтрів

Пряма канонічна форма



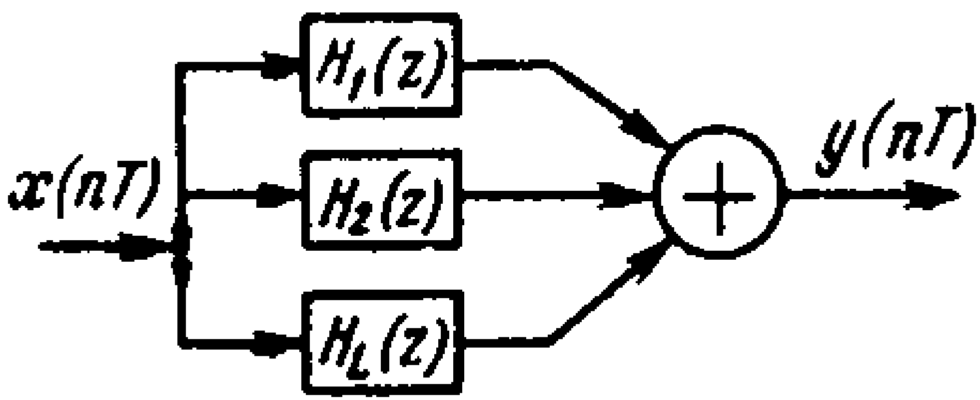
Форми реалізації структурних схем дискретних фільтрів

Каскадна (послідовна) форма



$$H_l(z)=(b_{0l}+b_{1l}z^{-1}+b_{2l}z^{-2})/(1+a_{1l}z^{-1}+a_{2l}z^{-2}),$$

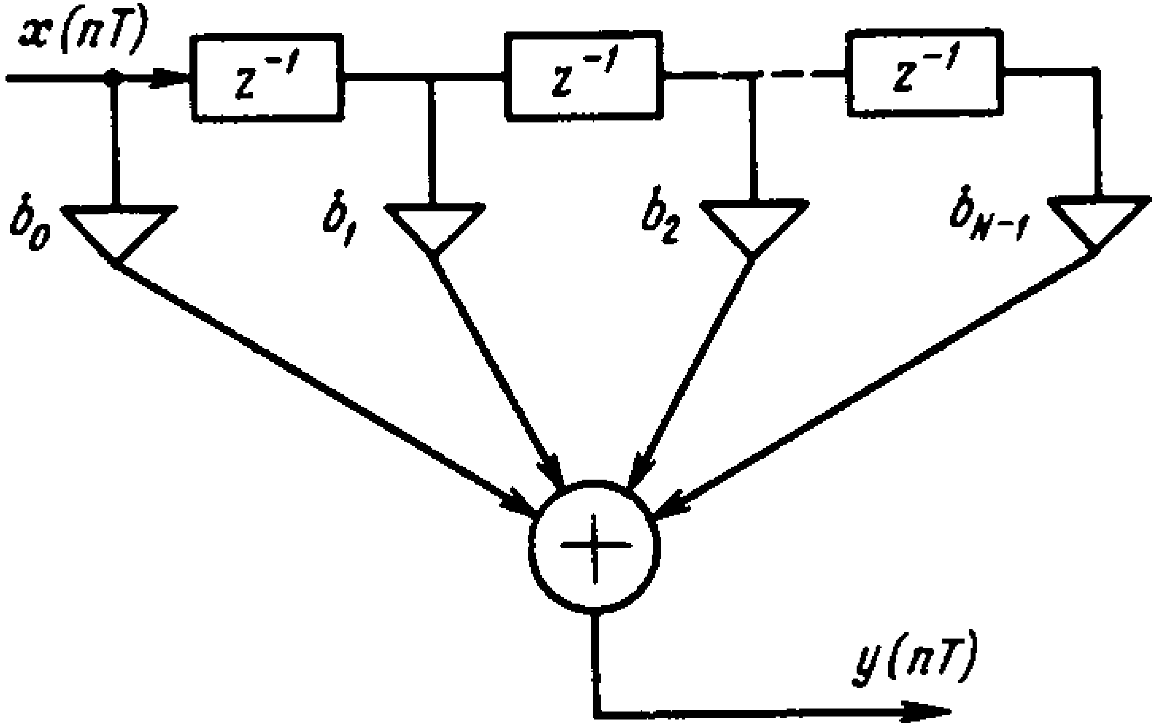
Паралельна форма



$$H_l(z)=(b_{0l}+b_{1l}z^{-1})/(1+a_{1l}z^{-1}+a_{2l}z^{-2})$$

Форми реалізації структурних схем дискретних фільтрів

Трансверсальна форма нерекурсивного фільтру



Часові характеристики дискретних фільтрів

Реакція ДФ на вхідний сигнал при відомій ІХ

$$y(nT)=\sum_{m=0}^{\infty}x(nT-mT)h(mT)=\sum_{m=0}^{\infty}x(mT)h(nT-mT)$$

$$y(nT)=\sum_{m=0}^{n}x(nT-mT)h(mT)=\sum_{m=0}^{n}x(mT)h(nT-mT)$$

$$y(nT)=\sum_{m=0}^{N-1}x(nT-mT)h(mT)=\sum_{m=0}^{N-1}x(mT)h(nT-mT)$$

Часові характеристики дискретних фільтрів

$$Z\{h(nT)\} = H(z)$$

Зв'язок між системною функцією та ІХ

$$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h(kT) z^{-k}$$

Системна функція ДФ в загальному вигляді

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) z^{-k}$$

Системна функція нерекурсивного ДФ

Стійкість і фізична реалізованість дискретних фільтрів

Критерій фізичної реалізованості

$$h(nT) = \begin{cases} h(nT), n \geq 0 \\ 0, \qquad n < 0 \end{cases}$$

Критерій стійкості

$$|y(nT)| \leq \sum_{m=0}^{\infty} |h(mT)||x(nT - mT)| \leq M_x \sum_{m=0}^{\infty} |h(mT)|$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} |h(mT)| < \infty \qquad H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k} \Big/ (1 + \sum_{m=1}^{M-1} a_m z^{-m}) < \infty$$

Частотні характеристики дискретних фільтрів

$$\left.\begin{aligned} X(e^{j\omega T}) &= \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)e^{-j\omega nT}, \\ Y(e^{j\omega T}) &= \sum_{n=0}^{\infty} y(nT)e^{-j\omega nT} \end{aligned}\right\}$$

Перетворення Фур'є (спектри) вхідних і вихідних сигналів ДФ

$$H(e^{j\omega T}) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{Y(e^{j\omega T})}{X(e^{j\omega T})}$$

Частотна характеристика

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{-j\omega kT} \Big/ \left(1 + \sum_{m=1}^{M-1} a_m e^{-j\omega mT}\right)$$

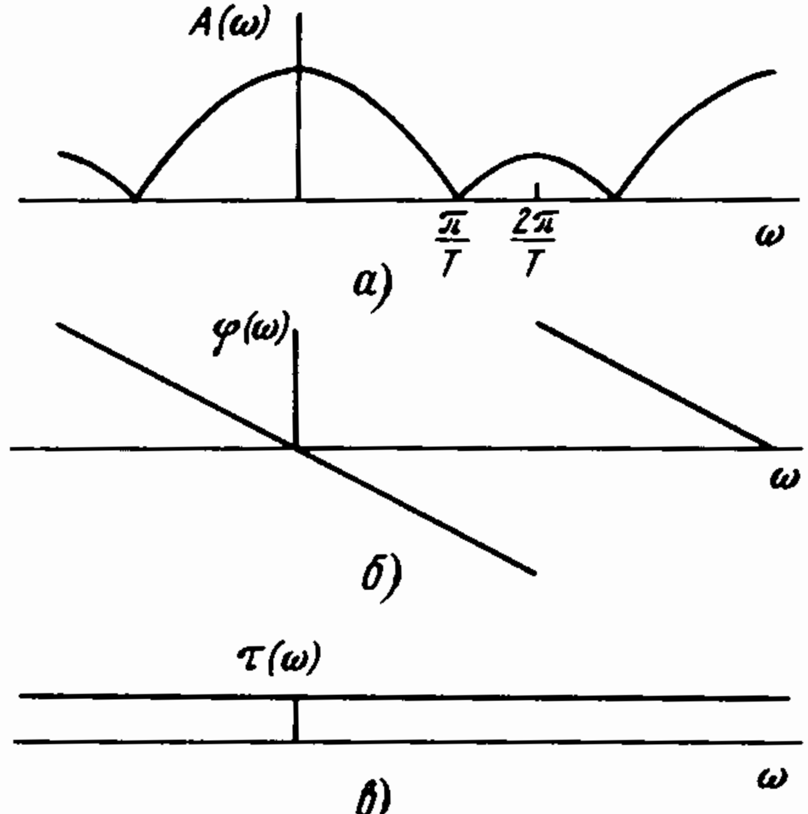
- рекурсивного ДФ

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{-j\omega kT} = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)e^{-j\omega kT}$$

- нерекурсивного ДФ

Частотні характеристики дискретних фільтрів

$$H(e^{j\omega T}) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = R(\omega) + jJ(\omega)$$



Амплітудно-частотна характеристика

$$A(\omega) = \left|H(e^{j\omega T})\right| = \sqrt{R^2(\omega) + J^2(\omega)}$$

Фазо-частотна характеристика

$$\varphi(\omega) = arg\left\{H(e^{j\omega T})\right\} = -arctg\,\frac{J(\omega)}{R(\omega)}$$

Груповий час затримки

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$