# РОЗРАХУНОК РЕКУРСИВНИХ (БІХ) ФІЛЬТРІВ

1. **Синтез РФ методом білінійного перетворення. Просте білінійне перетворення**
2. **Узагальнені білінійні перетворення**
3. **Задача синтезу аналогового ФНЧ-прототипу**
4. **Перехід від АФПНЧ до ДФ заданого типу**
5. **Методика синтезу РФ по аналоговому прототипу**

# Синтез РФ методом білінійного перетворення

Взаємозв’язок між передавальною функцією аналогового фільтра та системною функцією дискретного фільтра

$$H(p) \underset{z=f^{-1}(p)}{\overset{p=f(z)}{\rightleftarrows}} H(z)$$

Взаємозв’язок між частотними характеристиками аналогового та дискретного фільтрів

$$H(j\Omega) \underset{\omega=f^{-1}(\Omega)}{\overset{\Omega=f(\omega)}{\rightleftarrows}} H(j\omega)$$

# Просте білінійне перетворення

Прямий та зворотній зв’язок між змінними передавальної функції аналогового фільтра та системної функції дискретного фільтра при простому білінійному перетворенні

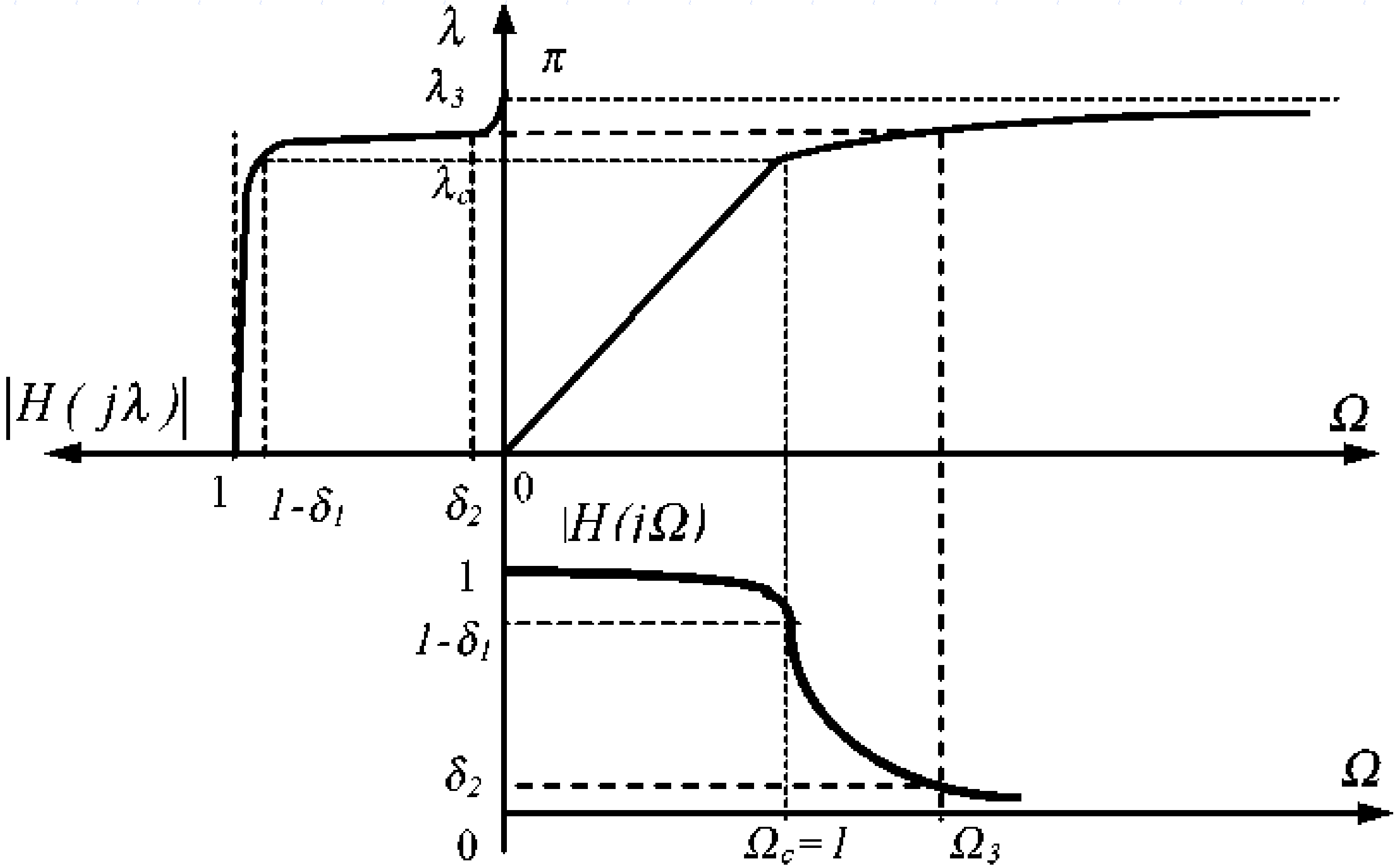
$$p = f(z) = \alpha \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \qquad z = f^{-1}(p) = \frac{\alpha + p}{\alpha - p}$$

Зв’язок між частотами аналогового та дискретного фільтрів

$$\Omega = \alpha \cdot tg \frac{\omega T_Д}{2} \qquad \omega = \left(2 / T_Д\right) arctg(\Omega / \alpha)$$

нормуючий коефіцієнт $\alpha = ctg \dfrac{\omega_c T_Д}{2}$ забезпечує одиничне значення частоти зрізу нормалізованого АФП $\Omega_c = \alpha \cdot tg \dfrac{\omega_c T_Д}{2} = 1$

# Просте білінійне перетворення

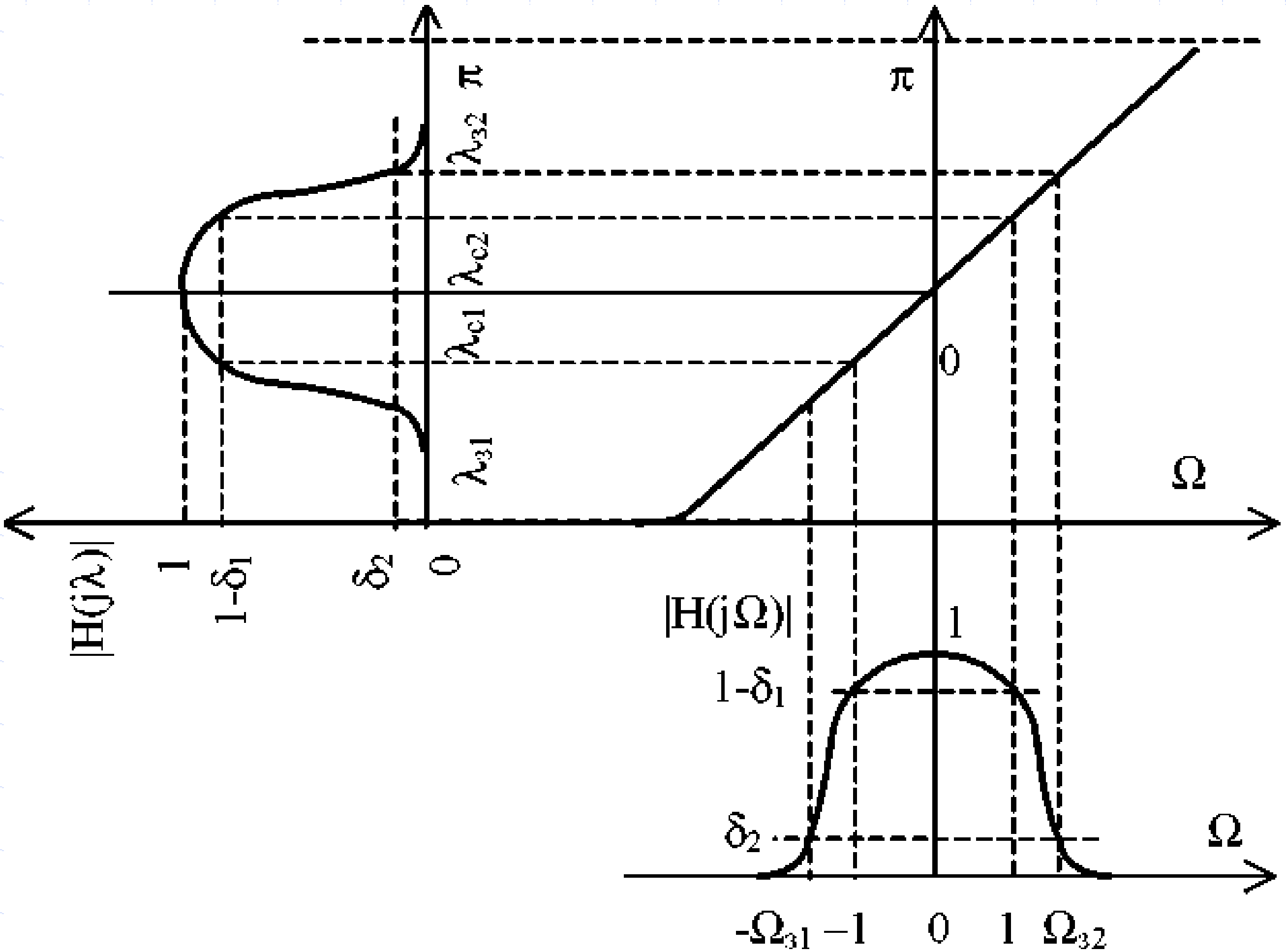



***Перетворення ЧХ аналогового ФНЧ в ЧХ дискретного ФНЧ***

# Узагальнені білінійні перетворення

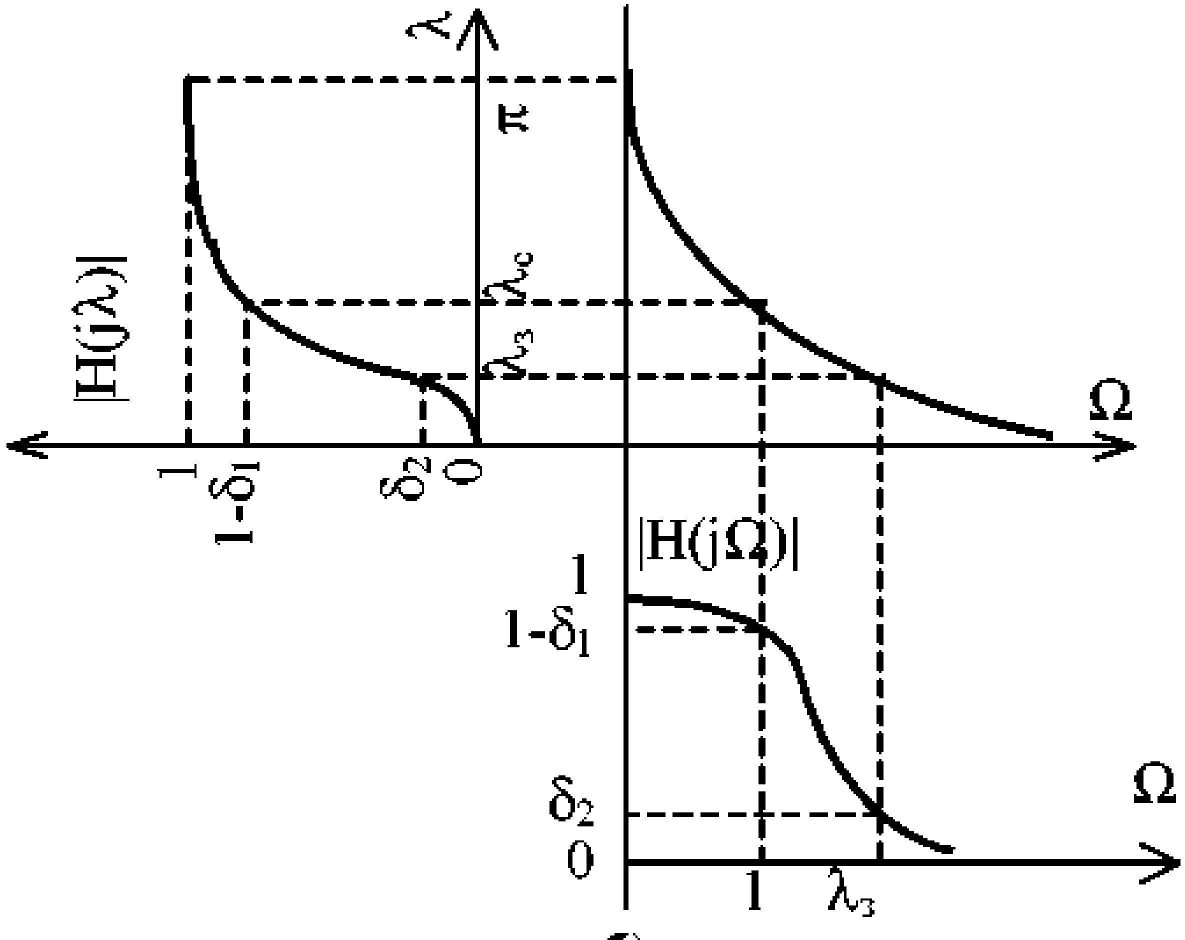
| Тип ЦФ | Преобразование $p \to z$ | Преобразование $\Omega \to \lambda$ |
|---|---|---|
| ФНЧ | $p = \alpha(z-1)/(z+1)$<br>$\alpha = ctg(\lambda_c/2)$ | $\Omega_з = \alpha \cdot tg(\lambda_з/2)$<br>$\Omega_c = 1$ |
| ФВЧ | $p = \alpha(z+1)/(z-1)$<br>$\alpha = tg(\lambda_c/2)$ | $\Omega_з = \alpha \cdot ctg(\lambda_з/2)$<br>$\Omega_c = 1$ |
| ППФ | $p = \alpha(z^2-2\beta z+1)/(z^2-1)$<br>$\alpha = ctg[(\lambda_{c2} - \lambda_{c1})/2]$<br>$\beta = cos[(\lambda_{c2}+\lambda_{c1})/2]/cos[(\lambda_{c2}-$<br>$- \lambda_{c1})/2]$ | $\Omega_{з1,2} = \lvert\alpha(\beta - cos\lambda_{з1,2})/sin\lambda_{з1,2}\rvert$<br>$\Omega_{c1,2} = \pm 1$ |
| ПЗФ | $p = \alpha(z^2-1)/(z^2-2\beta z+1)$<br>$\alpha = tg[(\lambda_{c2} - \lambda_{c1})/2]$<br>$\beta = cos[(\lambda_{c2}+\lambda_{c1})/2]/cos[(\lambda_{c2} -$<br>$- \lambda_{c1})/2]$ | $\Omega_{з1,2} = \alpha\ sin\lambda_{з1,2}/(\beta - cos\lambda_{з1,2})\rvert$<br>$\Omega_{c1,2} = \pm 1$ |

# Графіки узагальнених частотних перетворень для СФ



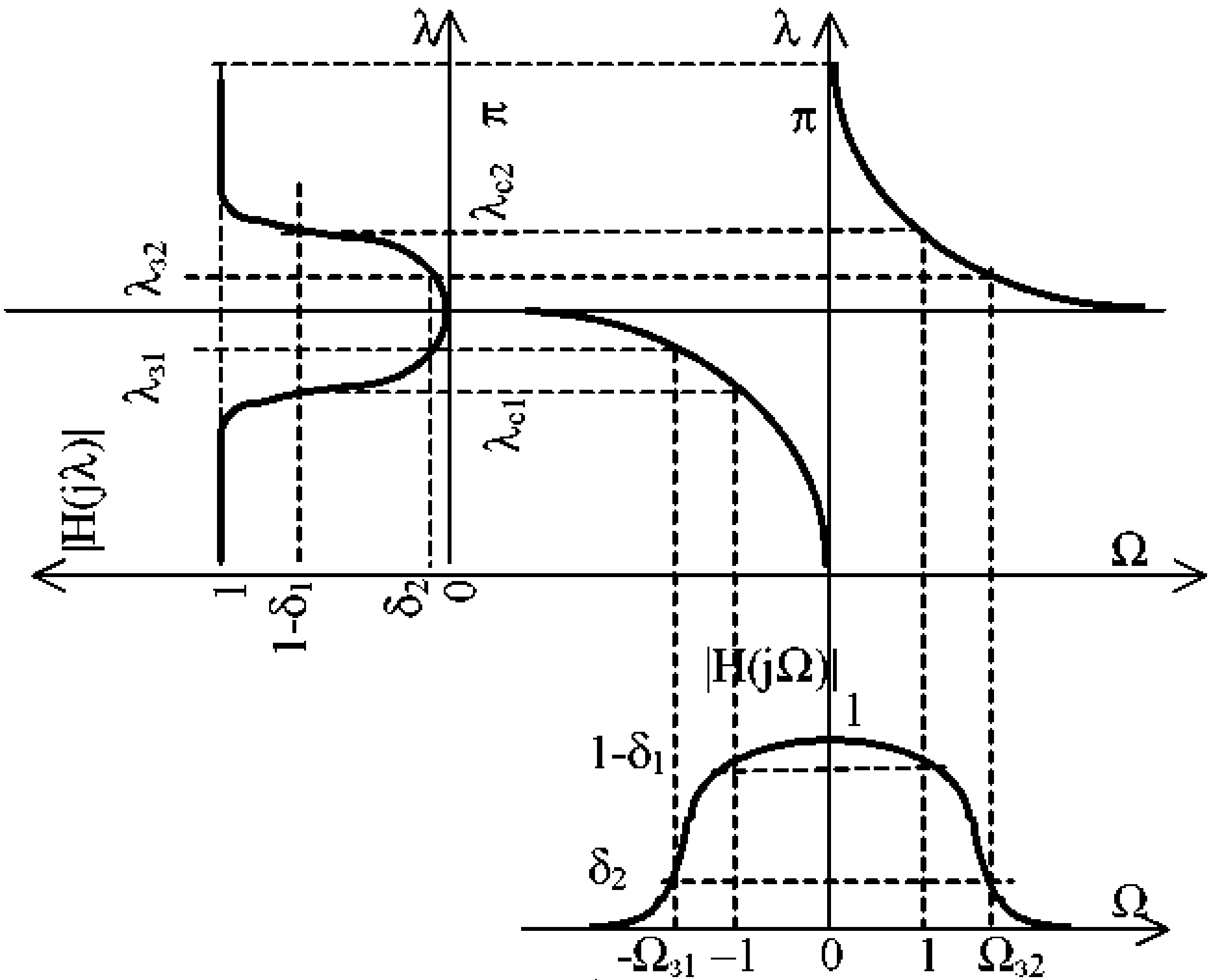

а)

# Графіки узагальнених частотних перетворень для ФВЧ




б)

# Графіки узагальнених частотних перетворень для РФ



в)

# Задача синтезу аналогового ФНЧ-прототипу

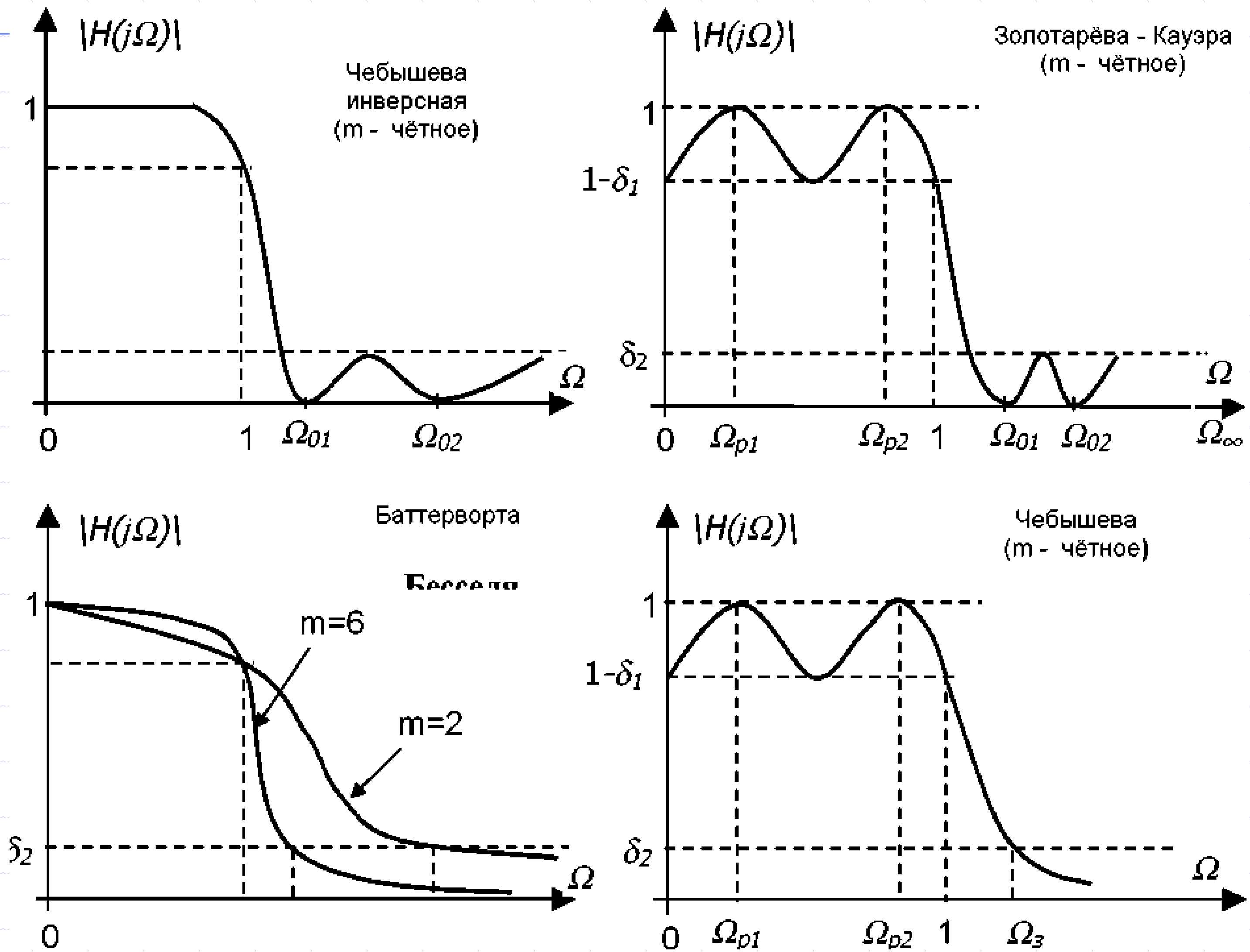
Нулі і полюси синтезованого АФПНЧ повністю визначають його передавальну функцію *H(p)*

$$H(p) = C\prod_{i=1}^{m_1}(p - p_{0i}) / \prod_{i=1}^{m}(p - p_{pi})$$

Квадрат модуля ЧХ *H(jΩ)*, що апроксимується, при синтезі нормалізованого АФПНЧ задається виразом

$$|H(j\Omega)|^2 = 1/\left[1 + \varepsilon^2 f^2(\Omega)\right]$$

# Задача синтезу аналогового ФНЧ-прототипу



# Перехід від АФПНЧ до ДФ заданого типу

| Тип фильтра | Преобразование | Примечания |
|---|---|---|
| ФНЧ | $z_{p(0)i} = (\alpha + p_{p(0)i})/(\alpha - p_{p(0)i}), \quad i = 1, 2, \ldots m$ | При $p_{0i} = \infty$ $z_{0i} = -1$ |
| ФВЧ | $z_{p(0)i} = -(\alpha + p_{p(0)i})/(\alpha - p_{p(0)i}), \quad i = 1, 2, \ldots m$ | При $p_{0i} = \infty$ $z_{0i} = 1$ |
| ППФ | $z_{p(0)(2i-1,2i)} = \dfrac{\alpha\beta}{\alpha - p_{p(0)i}} \pm \left( \dfrac{(\alpha\beta)^2}{(\alpha - p_{p(0)i})^2} - \dfrac{\alpha + p_{p(0)i}}{\alpha - p_{p(0)i}} \right)^{1/2}$ <br> $i = 1, 2, \ldots, m$ | При $p_{0i} = \infty$ $z_{0(2i-1,2i)} = \pm 1$ |
| ПЗФ | $z_{p(0)(2i-1,2i)} = -\dfrac{\alpha\beta}{\alpha - p_{p(0)i}} \pm \left( \dfrac{(\alpha\beta)^2}{(\alpha - p_{p(0)i})^2} - \dfrac{\alpha + p_{p(0)i}}{\alpha - p_{p(0)i}} \right)^{1/2}$ <br> $i = 1, 2, \ldots, m$ | При $p_{0i} = \infty$ $z_{0(2i-1,2i)} = \beta \pm (\beta^2 - 1)^{1/2}$ |