Punto 4

La sustitución hacia adelante se puede expresar como una matriz triangular inferior

$$\begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

Cuando $j = i$, $\cancel{A_{ii} = 1}$

$A_{ij} = 1$

1 $A_{11} \cdot X_1 = b_1$

① $X_1 = b_1$

② $X_2 + A_{21} X_1 = b_2$

$X_2 = b_2 - A_{21} X_1$

③ $X_3 + A_{32} X_2 + A_{31} X_1 = b_3$

$X_3 = b_3 - (A_{32} X_2 + A_{31} X_1)$

④ $X_4 + A_{43} X_3 + A_{42} X_2 + A_{41} X_1 = b_4$

$X_4 = b_4 - (A_{43} X_3 + A_{42} X_2 + A_{41} X_1)$

Al ser consecutivo, esta parte de la ecuación puede expresarse como:

$$\sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} X_j$$

Escaneado con CamScanner

Entonces la ecuación general puede escribirse de la siguiente forma

$$x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j$$

y el anterior ejemplo cumple con la ecuación.