

1. Demuestre la fórmula:

$$\frac{d^2 f(x_i)}{dx^2} = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2}))}{4h^2}$$

Considerando que la segunda derivada es la derivada de la derivada, podemos aproximarla mediante la derivada central como:

$$f''(x_i) = \frac{f'(x_{i+1}) - f'(x_{i-1}))}{2h}$$

Ahora reemplazamos los términos de derivada por la definición de derivada central nuevamente:

$$f''(x_i) = \frac{\frac{f(x_{i+1+1}) - f(x_{i+1-1}))}{2h} - \frac{f(x_{i-1+1}) - f(x_{i-1-1}))}{2h}}{2h}$$

$$= \frac{f(x_{i+2}) - f(x_i) - f(x_i) + f(x_{i-2}))}{2h \cdot 2h}$$

$$= \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2}))}{4h^2}$$