

به نام خدا



فاز اول پروژه درس تحقیق در عملیات

نگارش

علی ابراهیمی ۴۰۱۱۰۳۸۶۹

بیتا باقر ۴۰۱۱۰۳۹۱۱

رها سجادی فر ۴۰۱۱۰۴۱۶۸

صبا عبدی ۴۰۱۱۰۴۲۷۶

استاد

دکتر کوروش عشقی

نیم سال تحصیلی

نیم سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

مقدمه

در جریان کرونا، یکی از چالش‌برانگیزترین فرآیندهای مربوط به مدیریت منابع انسانی، استخدام کارآمد، جبران خسارت و حفظ یک نیروی کار مناسب بود. ایجاد فضای دورکاری و ارائه‌ی برنامه‌های کاری متعدد از سوی شرکت‌ها باعث شد که تصمیم‌گیری از هم سوی متقاضی و هم از سوی شرکت‌ها جهت ارائه‌ی برنامه کاری با حقوق و مزایای مناسب یک چالش جدی باشد. علاوه بر این، مولفه‌ی WLB که باعث تعادل بیشتر کار و زندگی می‌شود نیز عامل مهم دیگری در تصمیم‌گیری است.

ما در این مدل‌سازی، رویکرد بهینه در دنیای واقعی ارائه می‌دهیم که شرکت‌ها می‌توانند برای طراحی برنامه‌های کاری انعطاف‌پذیر از آن استفاده کنند. رویکرد بهینه‌سازی پیشنهادی شامل محدودیت‌ها و نیازهای شرکت است که با توجه به شرکت، هدف مدل ما حداکثر کردن سود است. در حالی که یک برنامه کاری مناسب به کارکنان نیز کمک می‌کند تعادل کار و زندگی خود را بهبود ببخشند همچنین کارمند را قادر می‌سازد بین یک برنامه کاری پیشنهادی و مزایای برنامه کاری انعطاف‌پذیر به طور مؤثر انتخاب کند.

پس در واقع در این مدل‌سازی ما دو مدل‌سازی بهینه‌ی تک سطحی داریم. اولین مدل مربوط به شرکت است که می‌خواهد سود خود را حداکثر کند و در مدل دوم که از منظر متقاضی است می‌خواهیم اختلاف بین دستمزد درخواستی و مزایای درک شده با توجه به شرایط ارائه شده توسط هر شرکت کمینه شود.

پیش از نوشتن مدل‌ها، ابتدا فرضیات استفاده شده در این مدل را می‌نویسیم و متغیرهای تصمیم‌گیری آن را تعریف می‌کنیم.

۱- کیفیت‌های کاری ارائه شده به شرکت اصلی ارتباطی ندارد و تنها مربوط به متقاضی است و در این مدل استفاده نشده.

۲- حقوق ارائه شده توسط شرکت اصلی رقابتی در نظر گرفته نشده! با توجه به این که تنها معیار ما برای انتخاب متقاضی و جذب آن پول و از جنس هزینه است و با توجه به توضیحات گفته شده و ابهامات موجود، حقوق‌های ارائه شده رقابتی نیست. چراکه معیار دیگری برای جذب متقاضی وجود ندارد و بدین ترتیب حقوق رقابتی نیز معنایی ندارد.

۳- ابتدا مدل از دید شرکت نوشته شده و با توجه به خروجی‌هایی که از مدل اول داریم اعم از مقادیر بهینه‌ی دستمزدها و برنامه‌های کاری، مدل دوم را مدلسازی می‌کنیم.

۴- در این مدل تمام کیفیت‌ها بر ۱۰۰ تقسیم شده و به شکل ضرایب بین صفر و یک به دست آمده است.

با توجه به توضیحات داده شده، ابتدا متغیرهای تصمیم‌گیری را تعریف می‌کنیم. دو نوع متغیر تصمیم‌گیری داریم. دسته‌اول شامل متغیرهایی است که اطلاعات آن‌ها در مسئله داده شده و دسته‌ی دوم به عنوان خروجی مدل است.

۱- هزینه‌ی ثابت به ازای هر کاندید i که آن را با C_i نمایش می‌دهیم. (Fixed Cost)

-می‌دانیم که دوازده متقاضی داریم بنابراین $i \in \{1,2,3, \dots, 12\}$

۲- درآمد انتظاری هر متقاضی i که آن را با I_i نمایش می‌دهیم. (Expected Income)

-می‌دانیم که دوازده متقاضی داریم بنابراین $i \in \{1,2,3, \dots, 12\}$

۳- هزینه‌ی ثابت هر برنامه برای شرکت اصلی را با M_p نشان می‌دهیم. (Main Company Cost) و می‌دانیم برنامه‌های شرکت از یک تا ده متغیر است.

۴- تعداد کارهای تمام وقتی که شرکت احتیاج دارد را با J نمایش می‌دهیم (Full-Time Job) این عدد طبق فرضیات مسئله ۵ تاست.

۵- هزینه‌ی متغیر به ازای هر برنامه‌ی WLB را با V_p نمایش می‌دهیم. (Variable Cost per WLB)

در مسئله اینکه به ازای هر برنامه چه WLB هایی استفاده شده در جدول داده شده است، بنابراین با استفاده از این جدول مقدار آن را به ازای هر برنامه‌ی $p \in \{1,2,3, \dots, 10\}$ به دست می‌آوریم.

۶- کیفیت برنامه‌های شرکت اصلی با Q_p نمایش می‌دهیم. (Quality)

-میدانیم برنامه‌های شرکت اصلی شامل ده برنامه است بنابراین $p \in \{1,2,3, \dots, 10\}$

۷- کیفیت برنامه‌های شرکت رقیب را با $R_{p'}$ نمایش می‌دهیم. (Rival Quality)

-همچنین میدانیم برنامه‌های شرکت رقیب نیز شامل ده برنامه است بنابراین $p' \in \{1,2,3, \dots, 10\}$

۸- حقوقی که شرکت رقیب ارائه می‌دهد را با $P_{p'}$ نمایش می‌دهیم. (Payment)

-همچنین میدانیم برنامه‌های شرکت رقیب نیز شامل ده برنامه است بنابراین $p' \in \{1,2,3, \dots, 10\}$

۹- حقوق خواسته شده برای برنامه‌های ۱ تا ۱۰ توسط متقاضی برای برنامه‌های شرکت اصلی و رقیب را با X_{ij} نشان می‌دهیم.

-می‌دانیم $j \in p \cup p'$

۱۰- برای اینکه نشان دهیم متقاضی چقدر کار می کند از d_i استفاده می کنیم که i نشان دهنده ۱۲ متقاضی است.

حال نیاز به تعریف دو متغیر به شکل صفر و یکی هستیم.

۱۱- O_p به ما نشان می دهد آیا شرکت برنامه را به ما ارائه می دهد یا خیر. اگر ارائه بدهد ۱ و در غیراینصورت صفر است. برنامه های کاری نیز طبق تعریف از برنامه ی یک تا ده است.

۱۲- γ_{ip} نشان می دهند که آیا شرکت متقاضی i را برای برنامه p جذب می کند یا خیر. اگر جذب کند برابر با یک و در غیراینصورت برابر ۰ قرار میگیرد.

دو متغیر بعدی به عنوان خروجی های مدل هایمان خواهد بود. مدل اول جفت متغیرها به عنوان خروجی است و در مدل دوم متغیر ۱۳ ام به عنوان ورودی به مدل داده می شود و متغیر ۱۴ ام خروجی است.

۱۳- حقوقی که شرکت ما ارائه می دهد را با S_p نمایش می دهیم (*Salary*)

-میدانیم برنامه های شرکت اصلی شامل ده برنامه است بنابراین $p \in \{1,2,3, \dots, 10\}$

۱۴- a_{ij} به طوری که $j \in p \cup p'$ نشان می دهد متقاضی i چقدر در هر برنامه می تواند کار کند.

حال برای هر متغیر، متغیرهایی که توسط فرضیات مسئله مشخص شده‌اند را می‌نویسیم.

-۱

ردیف	عنوان مؤلفه WLB	هزینه متغیر هر مؤلفه WLB به ازای هر متقاضی (میلیون تومان) (مستقل از شرکت)
1	حق اضافه کاری و پاداش‌های عملکردی	2.5
2	بن‌های رفاهی (رستوران، سینما و غیره)	1
3	مرخصی‌های اضافی (مرخصی زایمان طولانی تر و غیره)	1.5
4	آموزش‌های رایگان و بودجه توسعه شغلی	0.5

این جدول نشان دهنده‌ی هزینه‌ی متغیر به ازای هر برنامه‌ی WLB است که با V_w نمایش می‌دهیم.
(Variable Cost per WLB) و طبق فرض می‌دانیم $w \in \{1,2,3,4\}$

-۲

ردیف	برنامه کاری	سطح کیفیت	هزینه ثابت هر برنامه برای شرکت مذکور (میلیون تومان)
1	کار از راه دور تمام وقت	80%	2
2	کار حضوری تمام وقت	90%	2.5
3	کار حضوری در ساعات اداری با امکان کار از راه دور در ساعات غیراداری	80%	2
4	کار از راه دور در روزهای مشخص هفته	100%	3
5	کار حضوری در دفتر شرکت و کار از راه دور در شعب واقع در سایر شهرها	80%	2
6	کار از راه دور با حضور در دفتر شرکت در هفته‌های مشخص	70%	1.5
7	کار حضوری تا چند روز در هفته و کار از راه دور در روزهای دیگر	60%	1
8	کار از راه دور با حضور در دفتر شرکت برای جلسات و تیم‌های کاری	100%	3
9	کار حضوری تا ظهر و کار از راه دور در بعدازظهر	60%	1
10	کار از راه دور تا ظهر و کار حضوری در بعدازظهر	70%	1.5

این جدول هزینه‌ی ثابت هر برنامه برای شرکت اصلی را نشان می‌دهد. (M_p)

همچنین کیفیت برنامه‌ها نیز نمایش داده شده است (Q_p) همچنین حواسمان هست که اعداد به شکل ضرایب بین صفر و یک است.

ردیف	برنامه کاری	سطح کیفیت	حقوق ماهانه یک کارمند تمام وقت در شرکت رقیب (میلیون تومان)
1	کار از راه دور با حضور در دفتر شرکت در روزهای خاص هفته	80%	24
2	کار حضوری در هفته‌های مشخص و کار از راه دور در هفته‌های دیگر	50%	20
3	کار از راه دور در روزهای جمعه و تعطیلات رسمی	80%	24
4	کار حضوری تا چند روز در هفته و کار از راه دور در روزهای دیگر با تعطیلات طولانی	80%	24
5	کار از راه دور تا ساعتی مشخص و کار حضوری بعد از آن	100%	28
6	کار از راه دور در شعب شهری و کار حضوری در دفتر مرکزی	60%	20
7	کار حضوری با روزهای کاری از دوشنبه تا چهارشنبه و کار از راه دور در روزهای پنجشنبه و جمعه	100%	28
8	کار از راه دور در محل‌هایی که شرکت دارای نمایندگی است و کار حضوری در دفتر مرکزی	60%	20
9	کار از راه دور با حضور در دفتر شرکت برای تیم‌های پروژه‌ای	90%	26
10	کار حضوری تا ساعتی مشخص و کار از راه دور بعد از آن با تمرکز بر پروژه‌های فردی	70%	22

این جدول نشان دهنده‌ی حقوقی است که شرکت رقیب ارائه می‌دهد و آن را با P_p' نمایش دادیم.
(Payment)

همچنین ضرایب سطح کیفیت حقوق نیز نمایش داده شده. (R_p')

برنامه کاری	برنامه ۱	برنامه ۲	برنامه ۳	برنامه ۴	برنامه ۵	برنامه ۶	برنامه ۷	برنامه ۸	برنامه ۹	برنامه ۱۰
مؤلفه WLB	مؤلفه ۱	1	1	1	1	0	1	0	0	0
مؤلفه ۲	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
مؤلفه ۳	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
مؤلفه ۴	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1

در این جدول مولفه‌هایی از WLB که در هر برنامه برای جفت شرکت‌ها استفاده شده نمایش داده شده است.
این جدول با جدول شماره‌ی یک باهم ترکیب شده و هزینه‌ی متغیر هر مولفه‌ی WLB به ازای هر متقاضی در هر برنامه به دست می‌آید.

متقاضی ۱۲	متقاضی ۱۱	متقاضی ۱۰	متقاضی ۹	متقاضی ۸	متقاضی ۷	متقاضی ۶	متقاضی ۵	متقاضی ۴	متقاضی ۳	متقاضی ۲	متقاضی ۱	
58	60	50	40	50	48	42	48	48	50	56	40	درآمد انتظاری ماهانه (میلیون تومان)
18	14	18	18	18	16	14	10	12	20	10	14	هزینه ثابت ماهانه (میلیون تومان)

این جدول نشان دهنده درآمد انتظاری هر متقاضی (I_i) و همچنین هزینهی ثابت هر متقاضی (C_i) است و همچنین می‌دانیم $i \in \{1,2,3, \dots, 12\}$

-۵

متقاضی ۱۲	متقاضی ۱۱	متقاضی ۱۰	متقاضی ۹	متقاضی ۸	متقاضی ۷	متقاضی ۶	متقاضی ۵	متقاضی ۴	متقاضی ۳	متقاضی ۲	متقاضی ۱	
0.9	0.6	0.9	0.9	0.6	1	0.7	0.9	1	0.8	0.8	0.8	نسبت کار تمام وقت مورد نظر هر متقاضی

این جدول نیز d_i را به ما نشان می‌دهد.

-۶

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	متقاضی برنامه کاری	
28	40	36	29	39	25	30	37	38	39	25	34	1	شرکت ۱
40	34	32	39	36	34	42	30	37	44	43	45	2	
29	34	37	38	44	34	39	38	30	35	31	25	3	
39	25	37	27	36	38	32	29	34	39	45	39	4	
45	28	27	37	33	29	41	40	39	38	29	40	5	
31	29	30	34	27	44	35	33	33	27	33	35	6	
34	40	25	43	27	26	42	32	35	36	38	45	7	
35	36	35	32	39	42	31	26	30	34	30	39	8	
33	43	43	28	25	42	35	39	29	25	43	26	9	
35	40	32	27	40	43	36	38	42	35	40	34	10	
42	45	30	45	37	44	38	26	35	40	43	33	1	شرکت ۲
34	31	43	40	34	34	36	34	26	32	28	33	2	
29	42	29	30	39	25	36	31	40	39	32	38	3	
26	36	41	43	31	34	30	40	33	26	34	42	4	
33	34	27	33	43	42	27	39	31	33	33	45	5	
31	30	38	41	37	41	44	29	44	32	37	31	6	
44	45	44	43	31	34	45	44	42	26	27	36	7	
32	35	35	25	29	29	36	34	36	38	45	39	8	
30	41	44	34	43	25	41	41	28	40	39	39	9	
36	39	30	40	32	37	39	38	25	26	26	28	10	

حقوق خواسته شده برای برنامه‌های ۱ تا ۱۰ توسط متقاضی برای برنامه‌های شرکت اصلی و رقیب را با X_{ij} نشان می‌دهیم.

-می‌دانیم $j \in p \cup p'$

حال با توجه به داده‌های سوال، مدل‌های خواسته شده را می‌نویسیم.

مدل اول

مدل اول از دید شرکت اصلی نوشته می‌شود. به این صورت که یک شرکت تمایل دارد هزینه‌های خود را حداقل امکان کاهش دهد. پس تابع هدف از جنس هزینه نوشته می‌شود. تابع هدف را می‌نویسیم.

$$\text{Max } Z = \sum_{p \in j=1}^{10} \sum_{i=1}^{12} a_{ij} I_i - (\sum_{p=1}^{10} \sum_{i=1}^{12} a_{ij} S_p + \gamma_{ip} (V_p + C_i) + \sum_{p=1}^{10} O_p M_p)$$

حال تابع هدف را بررسی می‌کنیم.

در ابتدا در آمد حاصل از هر متقاضی را داریم که آن را با I_i نمایش داده‌ایم. حال هر متقاضی می‌تواند با یک نسبتی کار را انجام دهد که این نسبت‌ها را با a_{ij} نمایش داده‌ایم. حال باید هزینه‌ها را از درآمدمان کم کنیم. ابتدا هزینه‌ی حقوق هر متقاضی را که در برنامه p کار کرده است را کم می‌کنیم. توجه داریم که این فرد نیز می‌تواند با نسبت متفاوتی در این برنامه کار کند و با ضرب مولفه این مسئله را نیز در نظر گرفته‌ایم. هزینه‌ی دومی که باید کم کنیم، هزینه‌ی ثابت هر متقاضی است. هر متقاضی به ازای کاری که برای ما انجام می‌دهد یک هزینه ثابت دارد که باید از درآمد حاصل کم شود. علاوه بر این هزینه‌ی متغیر هر مولفه‌ی WLB به ازای هر متقاضی نیز وجود دارد. با توجه به اینکه هر متقاضی می‌تواند در برنامه‌های مذکور کار کند یا نه، بنابراین این بودن یا نبودن این هزینه بستگی به حضور یا عدم حضور این متقاضی است که با یک متغیر صفر و یک نمایش داده می‌شود. هزینه‌ی آخری که کم می‌شود، هزینه‌ی ثابت هر برنامه است. با توجه به مفروضات سوال هر برنامه یک هزینه ثابت دارد که این برنامه ممکن است ارائه شود یا نشود. ارائه شدن یا نشدن برنامه‌ها نیز توسط یک متغیر صفر و یک O_p مشخص شده است.

-متغیر I_i از جدول شماره پنج و ردیف درآمد انتظاری ماهانه به دست می‌آید. برای مثال

$$40(a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots) + 56(a_{21} + a_{22} + a_{23} + \dots) + \dots$$

-متغیر S_p برای ما مجهول است. همچنین a_{ij} مجهول است با توجه به اینکه می‌خواهیم با توجه به مدل موجود به دست بیاوریم که حقوق پیشنهادی شرکت اصلی چقدر است، همچنین می‌خواهیم بدانیم هر فرد چه مقدار در برنامه ما کار می‌کند جفت متغیرهای تصمیم‌گیری مجهول است. این مسئله باعث غیرخطی شدن مسئله ما می‌شود که در فازهای بعدی به آن خواهیم پرداخت.

متغیر V_p نمایش‌دهنده‌ی جدول اول برای ماست. همچنین برای تکمیل این متغیر تصمیم‌گیری از جدول شماره‌ی ۴ نیز استفاده کرده‌ایم. به طوریکه می‌دانیم به طور مثال متقاضی اول برای شرکت در برنامه‌ی اول شامل همه‌ی مزایای WLB می‌شود بنابراین هزینه‌ی آن ۵.۵ میلیون تومان خواهد بود.

متغیر C_i بیانگر هزینه‌ی ثابت هر متقاضی است که این اطلاعات نیز از جدول شماره‌ی ۵ به دست آمده است. نمایش این اطلاعات به شکل زیر خواهد بود:

$$(\gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14} + \dots) \times 14 + (\gamma_{21} + \gamma_{22} + \gamma_{23} + \gamma_{24} + \dots) \times 10 + \dots$$

$$+$$

$$(\gamma_{11} + \gamma_{21} + \gamma_{31} + \gamma_{41} + \dots) \times 5.5 + (\gamma_{12} + \gamma_{22} + \gamma_{32} + \gamma_{42} + \dots) \times 5.5 + \dots$$

متغیر M_p نشان دهنده جدول دوم است. هزینه‌های ثابت هر برنامه برای شرکت اصلی در این جدول نمایش داده شده است.

$$O_1 \times 2 + O_2 \times 2.5 + O_3 \times 2 + \dots$$

از ترکیب تمام این موارد شکل کوچکی از تابع هدف به صورت زیر خواهد بود:

$$Max Z = 40(a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots) + 56(a_{21} + a_{22} + a_{23} + \dots) + \dots$$

$$- \left(\sum_{p=1}^{10} \sum_{i=1}^{12} a_{ij} S_p + \right.$$

$$(\gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14} + \dots) \times 14 + (\gamma_{21} + \gamma_{22} + \gamma_{23} + \gamma_{24} + \dots) \times 10 + \dots$$

$$+$$

$$(\gamma_{11} + \gamma_{21} + \gamma_{31} + \gamma_{41} + \dots) \times 5.5 + (\gamma_{12} + \gamma_{22} + \gamma_{32} + \gamma_{42} + \dots) \times 5.5 + \dots$$

$$+ O_1 \times 2 + O_2 \times 2.5 + O_3 \times 2 + \dots)$$

حال به نوشتن محدودیت‌های مسئله می‌پردازیم.

۱- در اولین محدودیت داریم که به هر فرد نهایتاً تنها یک برنامه قرار است که پیشنهاد شود. این محدودیت را می‌توان به شکل زیر نوشت.

$$\sum_{p=1}^{10} \gamma_{ip} \leq 1$$

۲- این محدودیت، بیان می‌کند که یک شرکت برای برنامه‌های خود حداقل پنج متقاضی استخدام می‌کند. این ساعت کاری قرار است به اندازه‌ی پنج متقاضی تمام وقت کار کنند که در متغیرهای تصمیم‌گیری به شکل J نمایش داده شده است.

$$\sum_{p=1 \in j}^{10} \sum_{i=1}^{12} \alpha_{ij} \geq 5$$

۳- در محدودیت سوم، بیان می‌کنیم که مجموع کاری که متقاضی انجام می‌دهد نباید از مقداری که در جدول ۶ نمایش داده شده است بیشتر شود.

$$\alpha_{ij} \leq d_i \gamma_{ip}$$

۴- در محدودیت چهارم رابطه بین باز شدن برنامه و ارائه دادن آن به متقاضیان مطرح است. به صورتی که اگر برنامه‌ای باز شود می‌توان آن را به تعداد متقاضیان پیشنهاد داد. اگر برنامه باز نشود، هیچ متقاضی در آن برنامه استخدام نخواهد شد.

$$\sum_{i=1}^{12} \gamma_{ip} \leq 12Z_p$$

۵- محدودیت‌های آخر مربوط به علامت است.

$$S_p, \alpha_{ij} \geq 0$$

$$\gamma_{ip}, Z_p = \{0,1\}$$

توجه داریم که در تمامی موارد :

$$p \in \{1,2,3, \dots, 10\}-$$

$$p' \in \{1,2,3, \dots, 10\}-$$

$$j \in p \cup p'-$$

$$i \in \{1,2,3, \dots, 12\}-$$

مدل دوم

در مدل دوم مقادیر بهینه‌ی دستمزدها و برنامه‌های کاری به عنوان پارامترهای ورودی به این مدل داده می‌شود و سپس متقاضی با در نظر گرفتن حقوق و مزایای هر شرکت و برنامه‌های کاری مختلف، انتخاب می‌کند که در هر شرکت چه مقداری کار کند به طوریکه شکاف بین دستمزد درخواستی و مزایای درک شده کمینه شود. ابتدا تابع هدف این مدل را می‌نویسیم و سپس به توضیح آن می‌پردازیم. پس در واقع S_p در این مدل برای ما معلوم است اما α_{ij} خروجی مدل ماست که هر متقاضی تصمیم می‌گیرد چقدر در هر برنامه کار کند.

$$\text{Min } Z = \sum_{p=1 \in j}^{10} \alpha_{ij} \times (X_{ij} - (Q_p \times S_p)) + \sum_{p'=1 \in j}^{10} \alpha_{ij} \times (X_{ij} - (R_{p'} \times P_{p'}))$$

در این مدل ابتدا α_{ij} مقدار کاری است که متقاضی در هر شرکت اصلی و رقیب می‌خواهد که انجام دهد. این مقدار در اختلاف حقوق درخواستی او و حقوق پیشنهاد شده توسط شرکت ضرب می‌شود. حقوق خواسته شده توسط هر متقاضی برای هر برنامه در هر شرکت X_{ij} است. با توجه به اینکه در مدل دوم کیفیت هر برنامه دارای اهمیت می‌شود، کیفیت هر برنامه (ضریب آن که در فرض‌ها گفته شده ضریبی بین صفر و یک در نظر گرفته شده است) در حقوق پیشنهادی برای هر برنامه‌ی آن شرکت ضرب می‌شود. در واقع ما فرض کرده‌ایم که شرکت‌ها بر اساس کیفیت ارائه شده‌ی برنامه‌ی کاری که دارند حقوق ارائه شده‌شان به شکل یک ضریب خطی از کیفیت می‌تواند باشد. حال بهترین حالت برای ما این است که $X_{ij} = Q_p \times S_p$

این حالت برای ما حالت مطلوب و بهینه‌ی ماست. حال هر چقدر اختلاف این مقادیر کمتر شود متقاضی تمایل بیشتری برای کار کردن در آن شرکت دارد. به زبان ساده هر چه حقوق و کیفیت کاری نزدیک‌تر به مقدار حقوق درخواستی متقاضی باشد، متقاضی زمان بیشتری در آن شرکت کار خواهد کرد.

X_{ij} نشان دهنده جدول آخر ماست. Q_p نیز جدول دوم ما است. برای مثال داریم :

$$X_{11} - (Q_1 \times S_1) + X_{21} - (Q_1 \times S_1) + \dots$$

$$34 - 0.8 \times S_p + 25 - 0.8 \times S_p + \dots$$

و می‌دانیم S_p از مدل قبلی حاصل می‌شود.

همین روند را برای شرکت رقیب نیز داریم. با این تفاوت که $P_{p'}$ یعنی حقوق برنامه‌های شرکت ۲ نیز در فرضیات مسئله داده شده است. برای مثال داریم :

$$X_{11} - (R_1 \times P_1) + X_{21} - (R_1 \times P_1) + \dots$$

$$34 - (0.8 \times 24) + 40 - (0.8 \times 24) + \dots$$

نمونه‌ی آن را می‌نویسیم :

$$\text{Min } Z =$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{ij} \times (\\ & 34 - 0.8 \times S_p + 25 - 0.8 \times S_p + \dots) \\ & + \\ & \alpha_{ij} \times \\ & (\\ & 34 - (0.8 \times 24) + 40 - (0.8 \times 24) + \dots \\ &) \end{aligned}$$

حال محدودیت‌های آن را می‌نویسیم.

۱- از آنجایی که در این مدل تنها یک متغیر تصمیم‌گیری برای ما خروجی است و سایر متغیرهای تصمیم‌گیری در مدل بالایی به نحو صحیحی محدودیت‌گذاری شده و خروجی آن متناسب با محدودیت است، تنها یک محدودیت برای این مدل وجود دارد که آن هم بیان می‌کند مجموع نسبت‌هایی که هر متقاضی در شرکت کار می‌کند باید با نسبت داده شده در جدول ۶ام به ازای هر متقاضی برابر باشد. این محدودیت به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$\sum_{p \cup p' \in j}^{10} \alpha_{ij} = d_i$$

۲- در انتها نیز محدودیت‌های علامت را داریم.

$$\alpha_{ij} \geq 0$$

توجه داریم که در تمامی موارد :

$$p \in \{1,2,3, \dots, 10\} -$$

$$p' \in \{1,2,3, \dots, 10\} -$$

$$j \in p \cup p' -$$

$$i \in \{1,2,3, \dots, 12\} -$$

