به نام خدا

پروژه تحقیق در عملیات فاز دوم

نگارش

علی ابراهیمی ۴۰۱۱۰۳۸۶۹

بیتا باقر ۴۰۱۱۰۳۹۱۱

رها سجادی فر ۴۰۱۱۰۴۱۶۸

صبا عبدی ۴۰۱۱۰۴۲۷۶

استاد

دکتر کوروش عشقی

نیم‌سال تحصیلی

نیم‌سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۳

فهرست مطالب

فهرست مطالب..... ۲
مقدمه..... ۳
کدنویسی با استفاده از نرم‌افزار..... ۴
تحلیل حساسیت با تغییر سطح کیفیت سوم تا ششم شرکت..... ۷
اثر تغییرات سه پارامتر..... ۹
بازه‌ی تغییرات برای عدم تغییر جواب بهینه..... ۱۲
اثر کیفیت و حقوق مشخص بر مدل..... ۱۴
خطی سازی مدل و روش‌های آن..... ۱۶
افزودن هزینه و بررسی اثرات تغییر آن..... ۱۸

مقدمه

در این تحقیق، ما به بررسی و تحلیل مدل‌های تصمیم‌گیری در شرکت‌های خدماتی می‌پردازیم. با توجه به اهمیت برنامه‌ریزی و مدیریت منابع انسانی، ارائه راهکارهای بهینه جهت بهبود کیفیت برنامه‌های کاری و کاهش هزینه‌ها، از اولویت‌های اساسی در فرآیند تصمیم‌گیری شرکت‌ها محسوب می‌شود.

در بخش اول، کدنویسی مدل‌ها با استفاده از یکی از نرم‌افزارهای حل کننده مناسب انجام شده است. سپس تحلیل حساسیت دو مدل تک سطحی با تغییر سطح کیفیت برنامه کاری سوم تا ششم شرکت در بازه ۲۰ درصد کمتر تا ۲۰ درصد بیشتر صورت گرفته و نتایج آن بررسی شده‌اند.

در ادامه، سه پارامتر کلیدی درآمد انتظاری ماهانه، هزینه ثابت ماهانه و حقوق درخواستی هر متقاضی در نظر گرفته شده و اثر تغییرات این پارامترها بر توابع هدف هر دو مدل تک سطحی با رسم نمودار بررسی شده است

با استفاده از قابلیت تحلیل حساسیت نرم‌افزار مورد استفاده، بازه تغییرات پارامترهای هزینه ثابت هر برنامه برای شرکت و نسبت کار تمام وقت مورد نظر هر متقاضی به گونه‌ای یافته شده که جواب بهینه مدل تغییر نکند. همچنین، تاثیر مقادیر مختلف کیفیت و حقوق مشخص برنامه کاری جدید شرکت رقیب بر سود شرکت و انتخاب متقاضیان با رسم نمودار نشان داده شده است.

در نهایت، دو مدل تک سطحی ارائه شده بررسی شده و تکنیک‌های مختلف خطی‌سازی مدل‌های غیرخطی توضیح داده شده است. همچنین، مدل‌ها برای لحاظ هزینه آموزش کارمندان تغییر یافته و نتایج گزارش شده‌اند. این تحقیق با ارائه بینش‌های مدیریتی و راهکارهای بهینه، می‌تواند به بهبود فرآیند تصمیم‌گیری در شرکت‌های خدماتی کمک شایانی نماید.

کدنویسی با استفاده از نرم‌افزار

در فرآیند کدنویسی و پیاده‌سازی مدل‌های بهینه‌سازی، ابتدا تصمیم گرفتیم از نرم‌افزار گمز (GAMS) استفاده کنیم. گمز به دلیل قابلیت‌های پیشرفته‌اش در حل مسائل بهینه‌سازی، انتخاب اولیه ما بود. اما مشکلات مربوط به لایسنس و محدودیت‌های دسترسی باعث شد که به دنبال راه‌حل‌های جایگزین باشیم.

در این راستا، به سراغ پایتون رفتیم و با استفاده از کتابخانه‌هایی مانند PULP تلاش کردیم مدل‌ها را پیاده‌سازی کنیم. یکی از چالش‌های اصلی ما، غیرخطی بودن مدل‌ها بود. به همین دلیل، ابتدا نیاز داشتیم تا مدل‌ها را خطی‌سازی کنیم تا بتوانیم از قابلیت‌های PULP به درستی بهره‌مند شویم. این فرآیند خطی‌سازی، یکی از مراحل حیاتی در پیاده‌سازی مدل‌های بهینه‌سازی بود.

علاوه بر این، با کتابخانه PYOMO نیز کار کردیم تا بتوانیم مدل‌ها را به صورت مؤثرتری مدیریت کنیم. PYOMO با ارائه ابزارهای متعدد برای مدل‌سازی، به ما کمک کرد تا جوانب مختلف مسئله را به خوبی تحلیل کنیم.

با این حال، در نهایت به این نتیجه رسیدیم که گمز و پایتون با توجه به قابلیت‌های جامع و متنوع خود، به ویژه در زمینه حل مدل‌های غیرخطی و امکان استفاده از سالورهای مختلف، بهترین گزینه‌ها برای ماست. گمز و پایتون توانستند نیازهای ما را به خوبی برآورده کند و امکان انجام تغییرات لازم در مدل‌ها را فراهم سازند. به همین دلیل، تصمیم گرفتیم که اجرای نهایی مدل‌ها را در دو برنامه گمز و پایتون انجام دهیم. تمامی فایل‌های نهایی و گزارشات تهیه شده نیز با استفاده از این دو برنامه ایجاد شده‌اند. این انتخاب به ما اجازه داد تا به نتایج دقیق‌تر و بهینه‌تری دست یابیم و تحلیل‌های جامع‌تری از مسئله ارائه دهیم.

در اولین مرحله از پیاده‌سازی مدل در برنامه، فرض را بر این اساس گرفتیم که تمامی کارکنان به صورت تمام‌وقت فعالیت می‌کنند، یعنی هر فرد یا به طور کامل در شرکت مشغول به کار است یا اصلاً کار نمی‌کند و این وضعیت به صورت متغیرهای صفر و یک در نظر گرفته شد. در واقع متغیر آلفا مقدار یک دارد. سایر روش‌های خطی‌سازی در قسمت‌های بعدی به طور کامل توضیح داده شده‌اند. این یکی از مفروضاتی بود که در توضیحات اولیه‌ی ارائه شده توسط دستیار محترمی آموزشی نیز مطرح شد اما چون در فاز اول در برنامه پیاده‌سازی نشده بود نیازی به در نظر گرفته آن دیده نشد. در این بخش اما برای سهولت کار این فرض وارد مدل ما شد.

نکته دیگری که باید به آن اشاره کرد این است که درآمد حاصل از هر متقاضی باید ضرب در یک ضریب باشد. حالا که آلفا یعنی متغیر نسبت کاری در شرکت ما و رقیب یک در نظر گرفته شده است، نمی‌توانیم درآمد همه

را حساب کنیم. برای این منظور، متغیر گاما به صورت صفر و یک داشتیم که تعیین می‌کرد آیا متقاضی i در برنامه j استخدام می‌شود یاخیر. این متغیر را ضربدر پارامتر l کردیم تا در صورتی که متقاضی را نداشتیم و در برنامه حضور نداشت، درآمد حاصل از آن متقاضی را نیز حساب نکنیم.

مسئله دیگری که با آن مواجه شدیم مربوط به حقوق پرداختی در شرکت بود. در فرضیات فاز اول پروژه، حقوق شرکت را به صورت رقابتی در نظر نگرفته بودیم. زمانی که مدل اولیه را وارد GAMS کردیم، مشاهده کردیم که شرکت در این شرایط حقوقی به متقاضیان اختصاص نمی‌دهدا. پس از بررسی‌های لازم، متوجه شدیم که علت این مسئله عدم رقابتی بودن حقوق پرداختی است. بنابراین، تصمیم گرفتیم تا حقوقی مناسب و رقابتی برای کارکنان تعریف کنیم تا بتوانیم به نتایج مطلوب دست یابیم و از بروز مشکلات جلوگیری کنیم. این تغییرات باعث شد که مدل بهینه‌تری داشته باشیم که منجر به سودآوری شرکت نیز شود.

از آنجایی که حقوق پرداختی به متقاضی‌ها به عنوان هزینه محسوب می‌شود، یک کف حقوق در نظر گرفتیم. اگر کف حقوق در نظر نمی‌گرفتیم، مدل تمامی حقوق‌ها را صفر می‌گذاشت. کف حقوق را برابر با میانگین حقوقی که شرکت رقیب به متقاضی‌ها پرداخت می‌کند، در نظر گرفتیم. تابع هدف همچنان به دنبال بیشینه کردن سود بود و همین کف حقوق را به عنوان حقوق در نظر می‌گرفت. این مقدار ۲۳.۶ میلیون بود. مدل به ما نشان داد که برنامه شماره هشت برای متقاضی‌هایمان باز شده و همین حقوق ۲۳.۶ میلیون را ارائه می‌دهد.

محدودیت کف حقوق ۲۳.۶ میلیون باید در متغیر گاما نیز ضرب شود، چون اگر متقاضی حتی انتخاب نشده باشد که در شرکت ما کار کند، دیگر حقوقی نباید به او تعلق بگیرد و باید صفر باشد. تابع هدف همچنان بیشینه است و خود تابع هدف نیز حقوق را صفر در نظر می‌گیرد. ولی متقاضی‌هایی که مقدار گامای یک دارند، یعنی انتخاب می‌شوند، حقوق ۲۳.۶ میلیون دارند که همان کف‌ترین مقدار است.

برای مدل دوم، تمامی پارامترها را گذاشتیم و تغییری که نسبت به فاز یک ایجاد کردیم این بود که در فاز یک نسبت کاری هم در شرکت ما و هم در شرکت رقیب با آلفا نمایش داده می‌شد. در اینجا برای شرکت خودمان آلفا و برای شرکت رقیب بتا در نظر گرفتیم تا قابل تمایز باشد. نکته دیگری که در تابع هدف فاز یک به اشتباه نوشته نشده بود، مزایای WLB بود که در این قسمت اصلاح شده و در مدل دخیل کردیم. در واقع از متغیر گاما اینجا نیز استفاده کردیم. گاما به عنوان پارامتری است که مشخص می‌کند کدام متقاضی کار می‌کند و کدام کار نمی‌کند. طبق نتیجه‌ای که از مدل قبل به دست آوردیم، متقاضی‌های ۱ تا ۱۲ در برنامه هشت کار می‌کنند و مقدار گامای آنها یک می‌شود. تغییر ایجاد شده بیان می‌کند که اگر متقاضی انتخاب شود، علاوه بر هزینه ثابت، هزینه WLB نیز در کیفیت کاری برنامه باید ضرب شود و اگر انتخاب نشود، مانند حقوق صفر باشد.

تفاوت دیگر این بود که متغیر x_{ij} چه در شرکت ما و چه در شرکت رقیب یک متغیر در نظر گرفته شده بود و اینجا برای سهولت کار آنها را جدا کردیم و برای شرکت خودمان x_{ij} و برای شرکت رقیب y_{ik} در نظر گرفتیم. J اندیس هر برنامه شرکت ما و k اندیس هر برنامه شرکت رقیب است. دلیل تغییر اسم نیز معادل نبودن عینی برنامه‌ها بود. نتایج دو مدل در این فایل و هم در فایل زیپ ارائه شده قابل مشاهده است.

```
Compilation
  Equation Listing   SOLVE bi_level Using MIP From line 93
Equation
  Column Listing     SOLVE bi_level Using MIP From line 93
Column
  Model Statistics   SOLVE bi_level Using MIP From line 93
  Solution Report    SOLVE bi_level Using MIP From line 93
SolEQU
SolVAR
Execution
Display
  Sp
  z
  gamma
```

```
----     95 VARIABLE Sp.L  salary provided by our company

            p8

v1       23.600
v2       23.600
v3       23.600
v4       23.600
v5       23.600
v6       23.600
v7       23.600
v8       23.600
v10      23.600
v11      23.600
v12      23.600


----     95 VARIABLE z.L                    =      123.400  total profit gained b
                                                            y our company

----     95 VARIABLE gamma.L  employing candidate i for plan j in our company

            p8

v1        1.000
v2        1.000
v3        1.000
v4        1.000
v5        1.000
v6        1.000
v7        1.000
v8        1.000
v10       1.000
v11       1.000
v12       1.000
```

بررسی مدل اول در گمز

```
Compilation
  Equation Listing   SOLVE bi_level Using LP From line 153
Equation
  Column Listing     SOLVE bi_level Using LP From line 153
Column
  Model Statistics   SOLVE bi_level Using LP From line 153
  Solution Report    SOLVE bi_level Using LP From line 153
SolEQU
SolVAR
Execution
Display
  z
  alpha
  beta
```

```
GAMS 24.1.2  r40979 Released Jun 16, 2013 WEX-WEI x86_64/MS Windows 06/07/24 22:36:33 Page 6
G e n e r a l   A l g e b r a i c   M o d e l i n g   S y s t e m
E x e c u t i o n


----    155 VARIABLE z.L                    =       23.560  gap between salary re
                                                            cieved and advantages
                                                            provided

----    155 VARIABLE alpha.L  candidates' desired employment ratio in our compan
                              y

            p8

v5        0.900


----    155 VARIABLE beta.L  candidates' desired employment ratio in rival's com
                             pany

            r5          r7          r9

v1                   0.800
v2                   0.800
v3                   0.800
v4        1.000
v6        0.700
v7                             1.000
v8                   0.600
v9        0.900
v10       0.900
v11       0.600
v12       0.900
```

بررسی مدل دوم در گمز

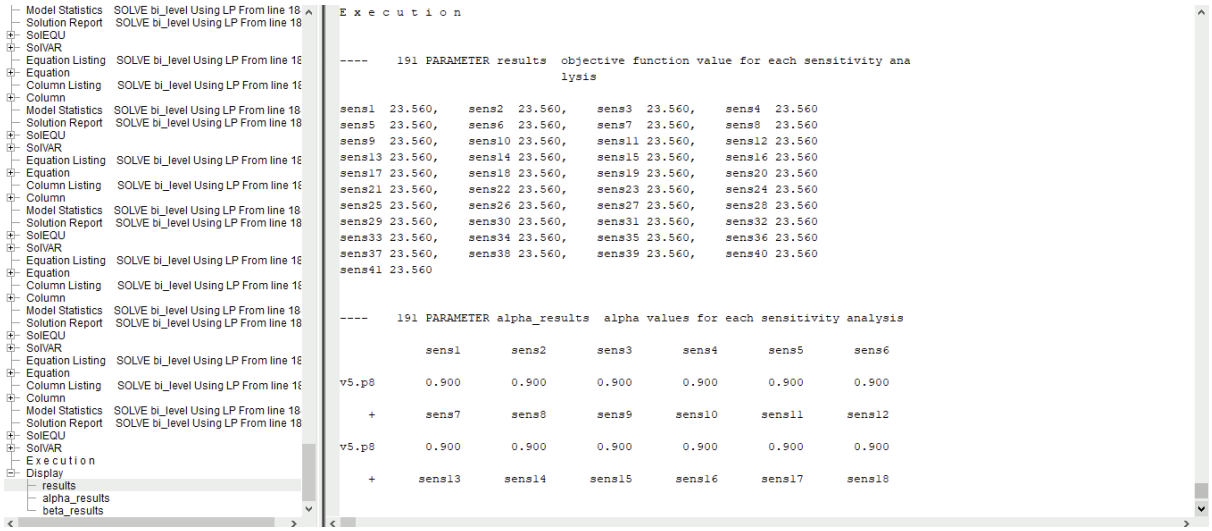
تحلیل حساسیت با تغییر سطح کیفیت سوم تا ششم شرکت

در این بخش از یکی از کدهای GAMS که قابلیت تحلیل حساسیت داشت استفاده کردیم. عملکرد کد به این صورت بود که چون می‌خواستیم تحلیل حساسیت را در بازه ۲۰ درصد بیشتر و ۲۰ درصد کمتر بررسی کنیم، با یک گام انتخابی (به عنوان مثال، گام‌های یک درصدی)، از منفی ۲۰ تا مثبت ۲۰ درصد تغییرات را اعمال کردیم. این تغییرات در ۴۱ گام انجام شد و در هر گام تابع هدف مجدداً محاسبه شد، مانند یک حلقه و لوپ.

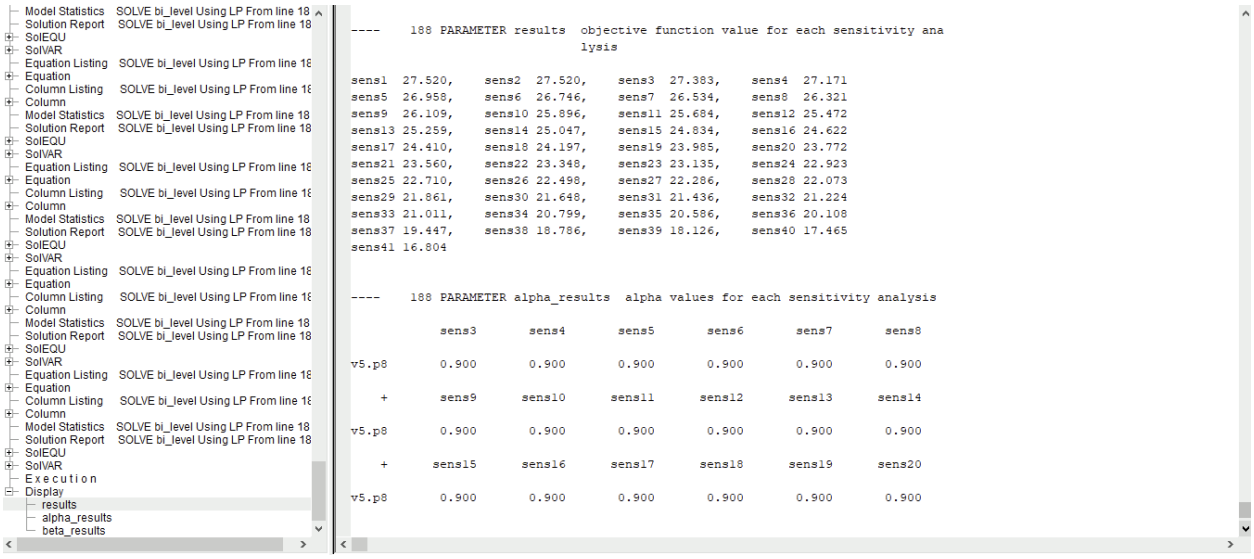
با توجه به اینکه برنامه‌های سه تا شش ما اصلاً باز نشده بودند و تنها برنامه هشت برای متقاضیان ارائه شده بود، تغییر در برنامه‌های سه تا شش هیچ تأثیری در جواب نهایی نداشت و همه چیز به همان شکل باقی ماند.

برای بررسی بیشتر، تغییر کیفیت را برای برنامه هشت اعمال کردیم و طبق نتایج به دست آمده، مشاهده کردیم که تعدادی از متقاضیان تغییر کردند. برخی از گام‌ها تفاوت‌ها و بازه‌های شکاف بیشتر و در برخی موارد کمتر شده بود. ضریب‌های آلفا و بتا که نسبت‌های کاری در شرکت ما و در شرکت رقیب را نشان می‌دادند، نیز تغییر کردند.

این تحلیل حساسیت نشان داد که چگونه تغییرات کوچک در پارامترهای کیفیت می‌تواند تأثیرات بزرگی بر نتایج نهایی داشته باشد و همچنین اهمیت دقت در تعیین این پارامترها را برای دستیابی به نتایج بهینه روشن کرد. نتایج این تغییرات هم در زیر و هم در فایل زیپ ارسال شده به طور کامل آمده است.



بررسی کیفیت کاری سوم تا ششم



بررسی کیفیت کاری هشتم

اثر تغییرات سه پارامتر

در این تحلیل، اثر تغییرات سه پارامتر درآمد انتظاری ماهانه (E_i)، هزینه ثابت ماهانه(F_i)و حقوق درخواستی هر متقاضی (که در اینجا X و Y در نظر گرفتیم) را بر توابع هدف هر دو مدل تک‌سطحی بررسی کردیم. دو پارامتر اول مربوط به مدل اول و پارامتر سوم مربوط به مدل دوم هستند.

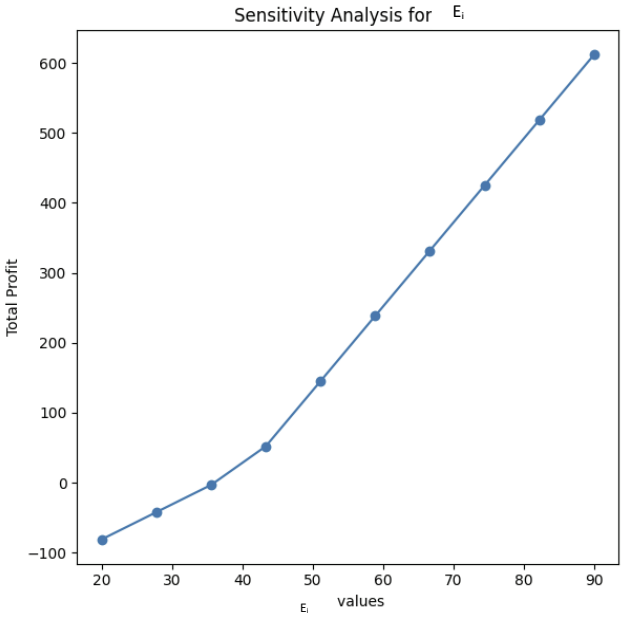
تحلیل حساسیت مدل اول شامل بررسی تأثیر تغییرات در متغیرهای و بر سود کل است. این تحلیل نشان می‌دهد که چگونه تغییرات در درآمد مورد انتظار و هزینه‌های ثابت هر کاندیدا می‌تواند بر تصمیم‌گیری‌های بهینه شرکت تأثیر بگذارد. اهمیت این تحلیل در این است که به شرکت کمک می‌کند تا نقاط حساس و بحرانی را در مدل خود شناسایی کند و بفهمد کدام متغیرها بیشترین تأثیر را بر سود نهایی دارند. نتایج این تحلیل نشان می‌دهد که افزایش درآمد مورد انتظار یا کاهش هزینه‌های ثابت به طور مستقیم منجر به افزایش سود می‌شود. بنابراین، شرکت می‌تواند استراتژی‌هایی برای بهبود این متغیرها پیاده‌سازی کند تا سود خود را بهینه‌سازی نماید.

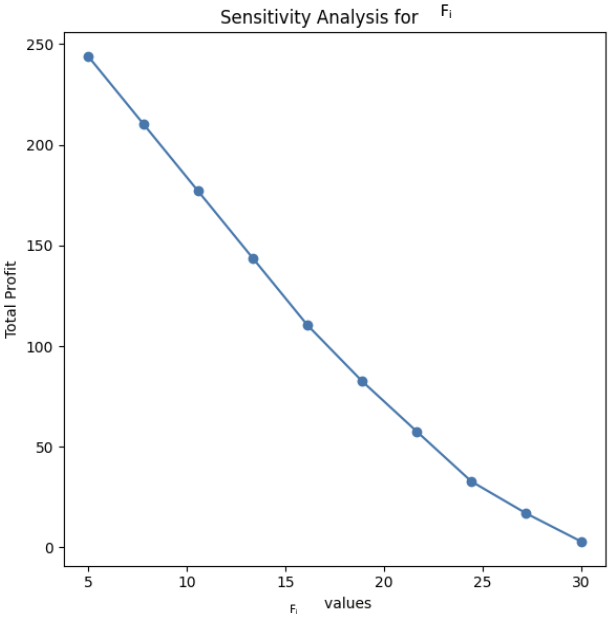
در تحلیل حساسیت مدل دوم، به بررسی تأثیر تغییرات در متغیرهای مرتبط با حقوق درخواستی هر متقاضی پرداخته‌ایم. این تحلیل نشان می‌دهد که چگونه تغییر در حقوق مورد نیاز کاندیداها در شرکت خودی و شرکت رقیب بر مقدار z (اختلاف بین حقوق دریافتی و مزایای ارائه شده) تأثیر می‌گذارد. این تحلیل نشان می‌دهد که تغییرات در این متغیرها می‌تواند به شدت بر جذابیت پیشنهادات شغلی و در نتیجه انتخاب‌های کاندیداها تأثیرگذار باشد. اهمیت این تحلیل در این است که به شرکت کمک می‌کند بفهمد چگونه باید حقوق و مزایا را تنظیم کند تا بهترین کاندیداها را جذب و حفظ نماید.

نتایج این تحلیل نشان می‌دهد که بهبود حقوق و مزایا نسبت به شرکت رقیب می‌تواند بهبود قابل توجهی در جذب کاندیداها و افزایش تمایل آنها به پیوستن به شرکت به دنبال داشته باشد. این به شرکت این امکان را می‌دهد که با ارائه حقوق و مزایای رقابتی، جذب نیروی کار ماهر را افزایش دهد و در نتیجه، عملکرد و بهره‌وری خود را بهبود بخشد.

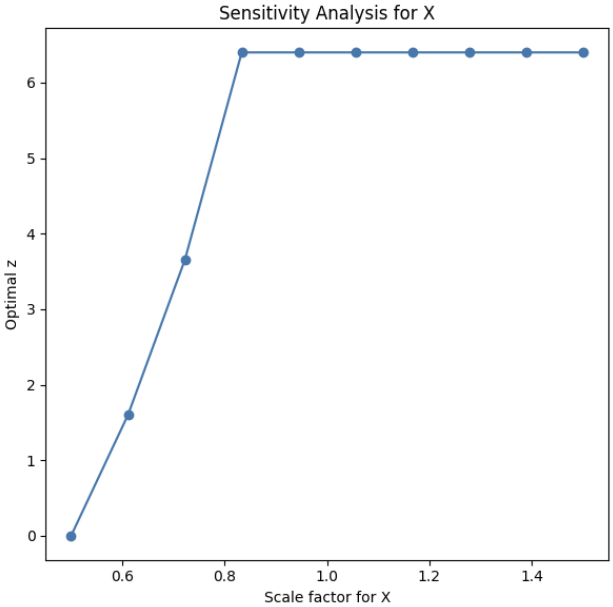
این تحلیل‌ها نشان می‌دهند که چگونه تغییرات در پارامترهای کلیدی می‌توانند تأثیرات بزرگی بر نتایج نهایی مدل‌های تک‌سطحی داشته باشند. از نتایج این تحلیل‌ها می‌توان استراتژی‌های بهبود عملکرد و جذب نیروی کار را تدوین کرد. به عنوان مثال، در مدل اول، افزایش درآمد مورد انتظار و کاهش هزینه‌های ثابت می‌تواند به بهبود سود شرکت منجر شود. در مدل دوم نیز، ارائه حقوق و مزایای رقابتی نسبت به شرکت‌های رقیب می‌تواند جذابیت پیشنهادات شغلی را افزایش داده و کاندیداهای بیشتری را جذب کند.

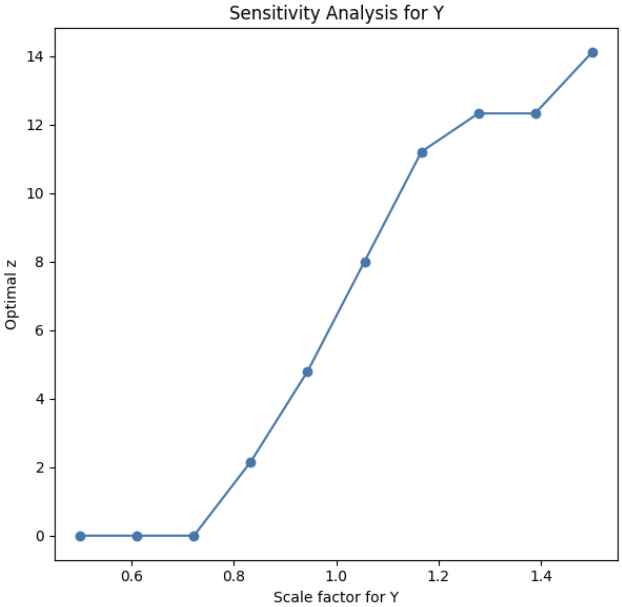
نمودارهای تغییری و تحلیلی مربوط به این تحلیل‌ها در فایل زیر قرار داده شده‌اند و می‌توانند برای بررسی‌های دقیق‌تر مورد استفاده قرار گیرند.





تحلیل حساسیت مربوط به مدل اول نمودار سمت چپ مربوط تغییرات درآمد انتظاری ماهانه و نمودار سمت راست مربوط به تغییرات هزینه ثابت ماهانه است.





تحلیل حساسیت مربوط به مدل دوم

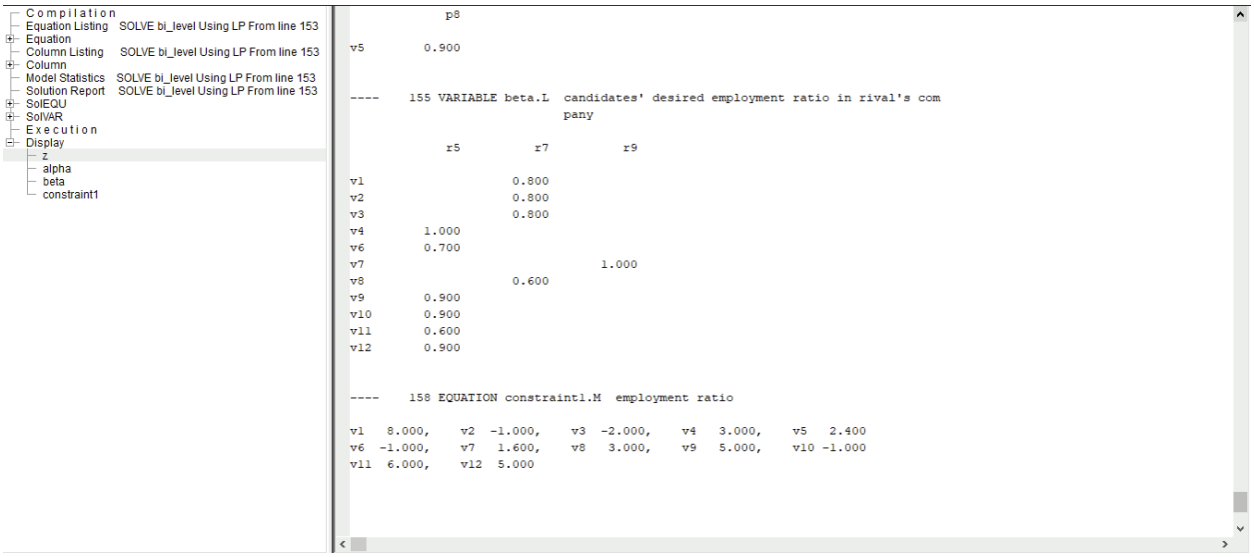
با توجه به نمودارهای موجود هر چقدر درآمد انتظاری بیشتر باشد، سود ماهانه شرکت نیز بیشتر است. از طرفی با افزایش هزینه، سود شرکت کاهش پیدا می‌کند. تحلیل حساسیت‌های دوم نیز نشان دهنده تغییرات در متغیرهای مرتبط با حقوق درخواستی هر متقاضی است که تغییرات X مربوط به شرکت ما و Y مربوط به شرکت رقیب است.

بازه‌ی تغییرات برای عدم تغییر جواب بهینه

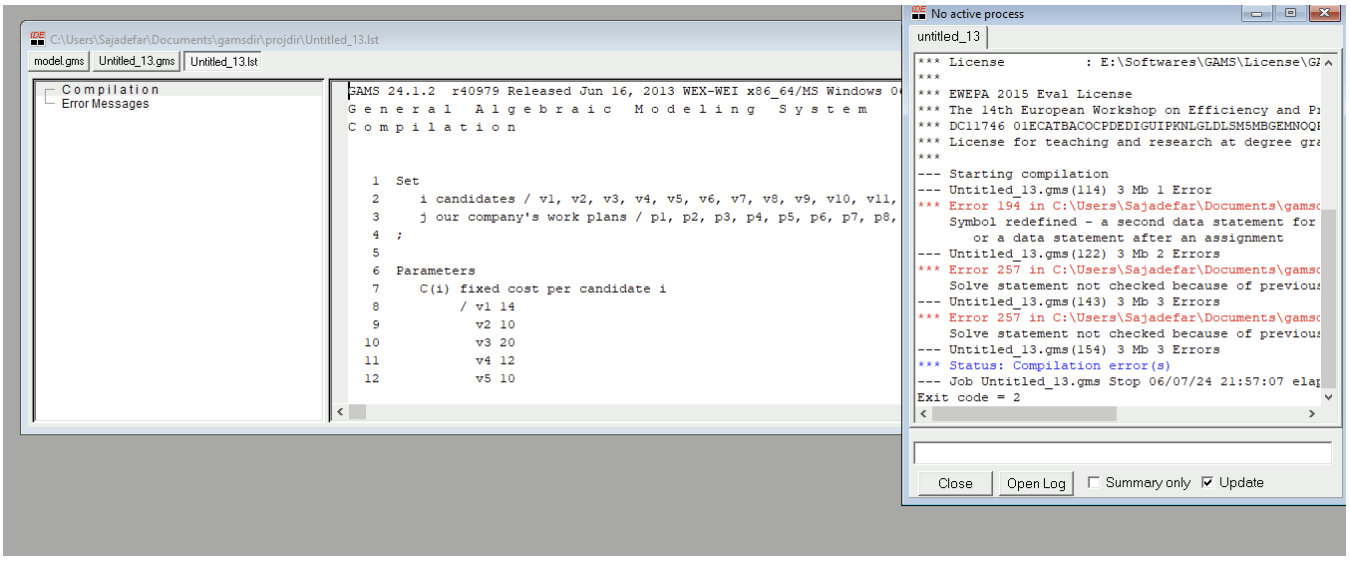
در این قسمت، نیاز بود تا بررسی کنیم بازه‌ی تغییرات پارامترها چقدر باید باشد که جواب بهینه تغییر نکند. نسبت کار متقاضی که مربوط به مدل دوم بود، به دلیل خطی بودن این مدل، به راحتی با استفاده از متغیرهای دوگان محاسبه شد و بازه تغییرات به خوبی نشان داده شد که تا چه حد این پارامتر قابل تغییر است. این تغییرات به طور کامل در فایل ارائه شده مستند شده‌اند.

اما برای هزینه ثابت، نیاز بود بررسی کنیم که تغییرات هزینه ثابت چقدر باید باشد تا جواب بهینه تغییر نکند. این موضوع مربوط به مدل اول بود که با استفاده از برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح (Mixed Integer Programming) انجام شد، به این معنا که مدل خطی نیست و استفاده از سیمپلکس دوگان برای آن بی‌معنی است. این بررسی نیز مشابه سوالات قبلی، با استفاده از یک لوپ و حلقه تکرارشونده انجام شد که در هر مرحله با تغییرات کوچک در مقدار هزینه ثابت، تأثیرات این تغییرات بررسی می‌شد و سپس به مقدار بعدی می‌پرداخت. در نهایت، این روش یک بازه برای تغییرات هزینه ثابت ارائه داد که در آن جواب بهینه تغییر نمی‌کند.

این تحلیل نشان داد که بازه‌های پایداری برای پارامترهای مختلف به چه صورت است و چقدر تغییرات در این پارامترها می‌تواند بدون تأثیر بر جواب بهینه باقی بماند. این اطلاعات به‌صورت جامع در فایل ارائه شده مستند شده و قابل بررسی است.



تحلیل حساسیت نسبت کار متقاضی



هزینه ثابت برنامه‌ها

اثر کیفیت و حقوق مشخص بر مدل

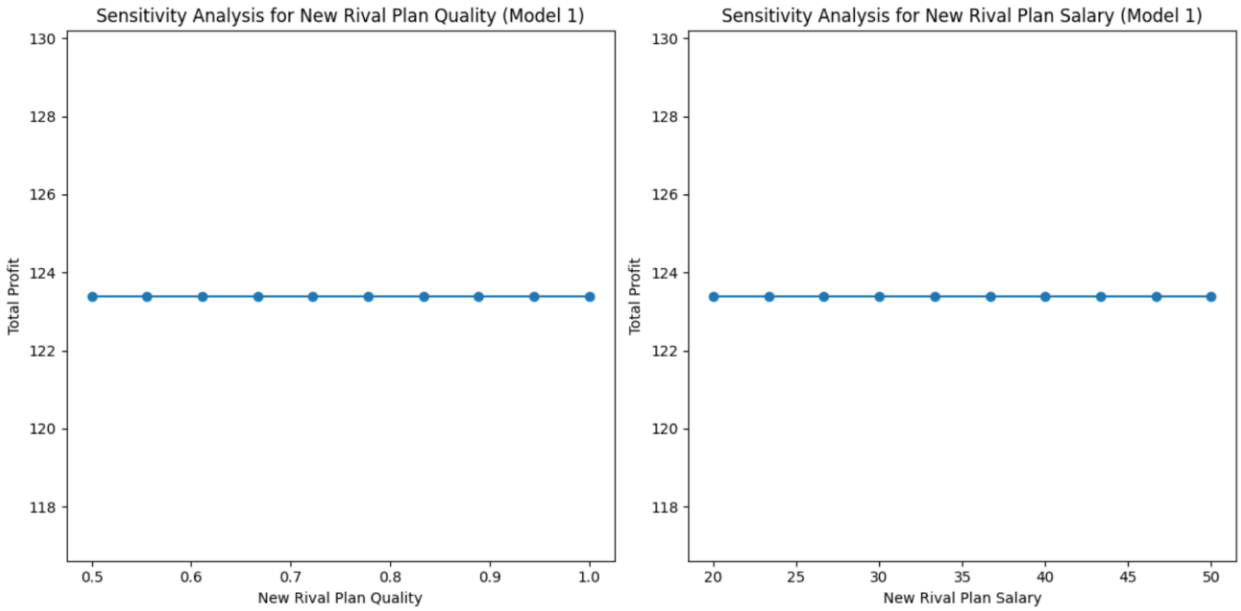
برای تحلیل تأثیر یک برنامه کاری جدید که توسط شرکت رقیب با کیفیت و حقوق مشخص ارائه می‌شود، بر سود شرکت و انتخاب متقاضیان، به بررسی متغیرهای مختلفی پرداخته‌ایم. در این تحلیل، تأثیرات تغییر کیفیت و حقوق برنامه کاری جدید بر دو جنبه مهم یعنی سود شرکت و جذب متقاضیان، مورد بررسی قرار گرفته است

با توجه به اینکه ما یک برنامه جدید با حقوق ایده‌آل و کیفیت کامل برای شرکت رقیب در نظر گرفتیم، نتایج نشان داد که این برنامه تأثیری بر سود ما نداشته است و نمودارهای رسم شده نیز همین مسئله را تأیید می‌کنند.

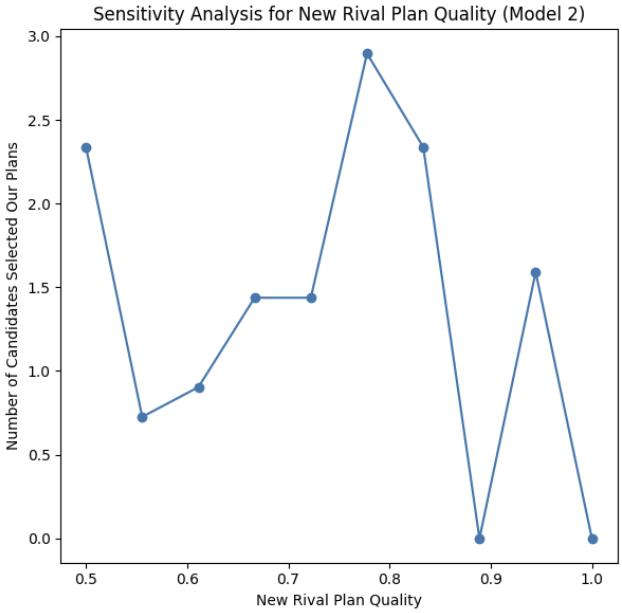
در نمودار دوم که مربوط به مدل دوم است، ما حقوق برنامه جدید شرکت رقیب را در محدوده ۲۰ میلیون تا ۳۰ میلیون تغییر دادیم و بررسی کردیم که این تغییر چقدر بر انتخاب متقاضیان تأثیر می‌گذارد. نتایج این تحلیل نیز در نمودار دوم به وضوح نمایش داده شده است.

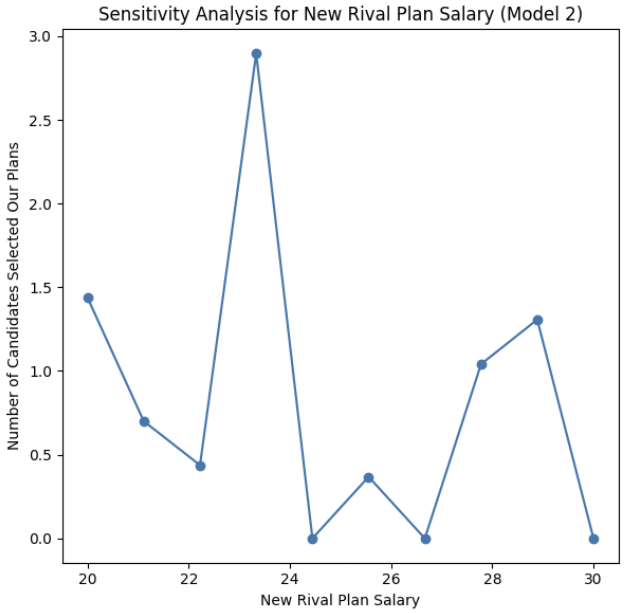
این قسمت از تحلیل حساسیت با پایتون زده شده و فایل‌های مربوط به آن در فایل ارائه شده ضمیمه شده است.

این مدل نیز با پایتون زده شده است.



تحلیل حساسیت مدل اول





تحلیل حساسیت مدل دوم

خطی سازی مدل و روش‌های آن

در مباحث تحقیق در عملیات روش‌های متعددی برای خطی‌سازی وجود دارد؛ از حمله این روش‌ها به سه مورد آن‌ها اشاره کرده و توضیح می‌دهیم؛ در نهایت مدل‌های غیرخطی خود را با استفاده از یکی از روش‌ها، خطی‌سازی می‌کنیم.

تقریب خطی قطعه‌ای: تقریب یا تابع قطعه‌ای یکی از روش‌های خطی‌سازی است. ایده اصلی این روش آن است که می‌توان هر تابع غیرخطی را با استفاده از تقریب قطعه قطعه، خطی کرد؛ به تفصیل، تابع خطی قطعه قطعه، روی بازه‌ای محدود از اعداد حقیقی تعریف می‌شود که تابع موردنظر در آن محدوده، خطی است. یعنی به حالتی برای هر بازه، تابعی تعریف می‌شود که آن تابع شکل خاصی از تابع غیرخطی اصلی ما به حساب می‌آید. از ویژگی‌های این روش می‌توان به داشتن نقاط شکست اشاره کرد؛ نقاط شکست، نقاط انتهایی بازه به شمار می‌آیند که پس از آن‌ها، قطعه‌ای دیگر از تابع در دستور کار قرار می‌گیرد. دیگر ویژگی این روش توانایی تخمین خطا است که به ما بازه اطمینانی ارائه می‌کند تا از مناسب بودن جواب مطمئن شویم. نکته قابل توجه اما این است که تقریب خطی قطعه قطعه، با وجود قدرتمند بودن، همیشه گزینه مناسب برای ما نخواهد بود؛ زیرا ممکن است نتواند برخی از توابع را به خوبی تقریب زند و همین باعث به وجود آمدن ناهماهنگی‌های پیش‌بینی نشده شود.

استفاده از روش‌های تکراری: روش‌های تکراری یا همان iterative methods، روش‌هایی مانند شیب نزول یا روش نیوتن هستند که با تقریب‌های پی در پی سعی در پیدا کردن جواب برای مدل غیرخطی دارند. در این روش‌ها تقریب‌ها تا جایی ادامه یافته که جوابی بهینه پیدا شده باشد. روش‌های تکراری به طور کلی روشی ریاضی برای خطی‌سازی و حل مدل‌های غیرخطی هستند که در آن‌ها از حدس اولیه‌ای برای شروع و بهبود استفاده می‌کنیم. روش‌های تکرارشونده از این جهت حائز اهمیت‌اند که در اکثر مواقع تنها راه ممکن برای حل مسائل غیرخطی به شمار می‌آیند. اما نکته روش قبل، مبنی بر دقیق نبودن و زمان‌بر بودن در مواقعی، اینجا هم صادق است.

تبدیل به مدل خطی: ایده اصلی این روش، شناسایی تمامی ارکان غیرخطی در مدل است؛ پس از آن، در راستای خطی‌سازی آن موارد باید قدم برداشت. یعنی ابتدا تمامی روابط نوشته شده، اعم از تابع هدف و محدودیت‌ها بررسی شده و در صورت وجود المان غیرخطی‌ای، با استفاده از فرمول‌ها یا تعریف متغیر جدید، المان موردنظر را خطی می‌کنیم. به طور کلی، این روش از بهترین استراتژی‌ها در قبال مدل‌های غیرخطی است و تنها نکته منفی آن عدم توانایی خطی‌سازی برخی مدل‌ها است.

در رابطه با خطی‌سازی مدل‌های تعریف شده، ما از روش سوم استفاده می‌کنیم. در مدل یک، ضرب میزان کار کردن هر متقاضی در هر شغل در حقوق آن شغل، عبارتی غیرخطی به ما تحویل می‌دهد. برای حل این مشکل و دست یافتن به یک مدل خطی، متناسب با فرضیات ذکر شده، میزان کار کردن هر متقاضی در هر شغل را متغیری صفر و یک در نظر گرفته و مطابق با آن در حل مدل‌ها پیش می‌رویم.

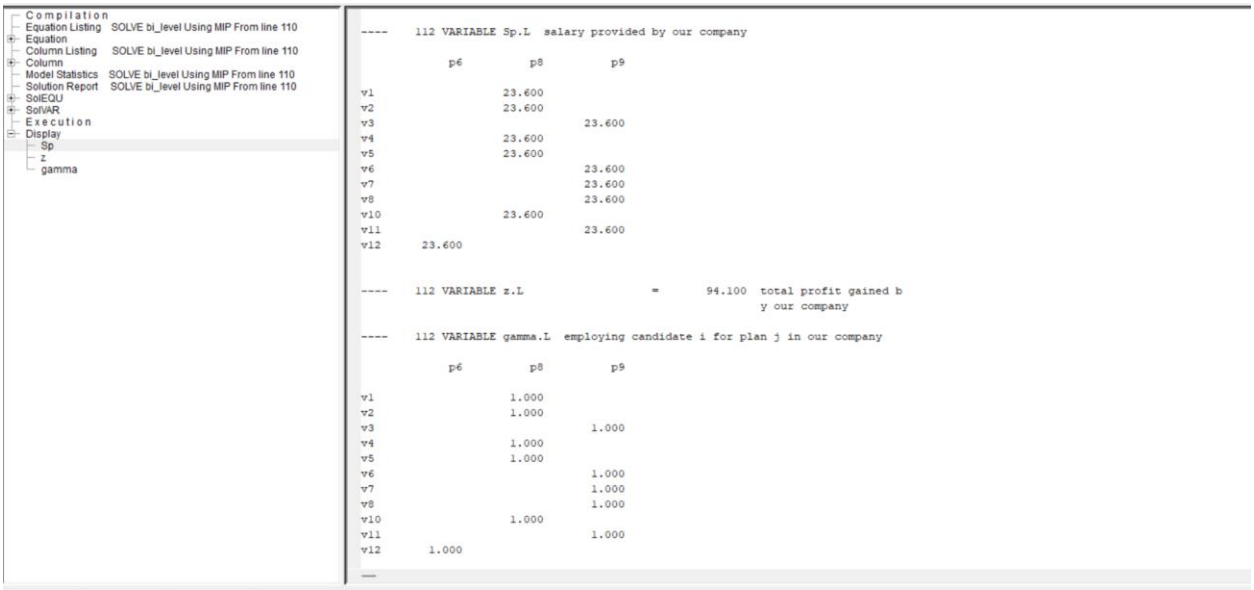
افزودن هزینه و بررسی اثرات تغییر آن

در این مدل، بررسی کردیم که در دو مدل تک سطحی فعلی، هزینه‌های ثابت و متغیر برای اجرای هر برنامه کاری در نظر گرفته شده است. اما ممکن است سایر هزینه‌ها نیز وجود داشته باشد. به عنوان مثال، هزینه آموزش کارمندان برای هر برنامه کاری نیز باید در نظر گرفته شود.

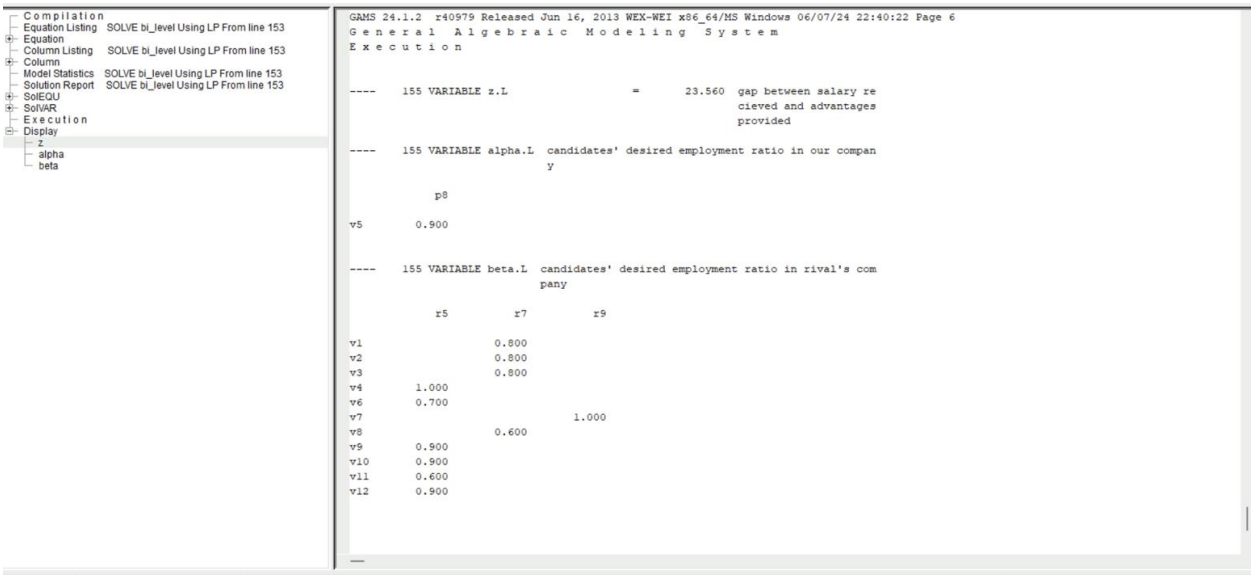
با اضافه کردن هزینه آموزش، در برخی موارد به جای برنامه هشت، برنامه ۹ ارائه می‌شود و تقریباً به صورت نصف نصف تقسیم می‌شود. این تغییرات به طور کامل در جدول رسم شده قابل مشاهده است. به این معنا که دو برنامه به صورت همزمان باز می‌شوند. این مسئله در جواب نهایی و مدل دوم تغییری ایجاد نمی‌کند، چراکه متقاضیانی که شغل را گرفته‌اند، همان برنامه را مجدداً انتخاب می‌کنند.

در مدل اول، برنامه‌های ۸ و ۹ به صورت ترکیبی ارائه می‌شوند، اما در مدل دوم تغییری ایجاد نمی‌شود. این به این دلیل است که متقاضیان همان برنامه‌ای را که در ابتدا انتخاب کرده‌اند، حفظ می‌کنند و تغییرات هزینه آموزش تأثیری بر انتخاب آنها ندارد.

این تحلیل نشان می‌دهد که افزودن هزینه‌های جدید مانند هزینه آموزش می‌تواند بر توزیع برنامه‌های کاری تأثیر بگذارد، اما در نهایت انتخاب متقاضیان در مدل دوم ثابت باقی می‌ماند. این نتایج به‌طور کامل در جدول‌های ارائه شده مستند شده‌اند و می‌توانند برای بررسی‌های بیشتر استفاده شوند.



تحلیل حساسیت مدل اول



تحلیل حساسیت مدل دوم