

式の計算

近藤 総太

April 21, 2020

問題 1

以下の 4 式を計算せよ.

$$\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{6} \right) \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{6} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}y - 2 \right) \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y + 2 \right) \quad (2)$$

$$\left(4x - \frac{1}{2}y \right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}y \right)^2 \quad (3)$$

$$\left(x + \frac{2}{3}y \right) \left(x - \frac{2}{3}y \right) + \frac{1}{3}(2x + y)^2 \quad (4)$$

公式

今日使う公式

- 二乗公式
- 和と差の積

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

うまく a, b に式を当てはめる.

解答 1-1

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{6}\right) &= \left\{\frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}\right)\right\} \left\{\frac{1}{3}x - \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}\right)\right\} \\ &= \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{6}\right)^2 \\ &= \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{6}y - \frac{1}{36} \end{aligned}$$

カッコの中に共通点 $\frac{1}{2}y + \frac{1}{6}$ を見つけることができたら、それをまとめて和と差の積の計算にする。見つけたあとに別の文字に置き換えてよい。

解答 1-2

さっきと同じ. 共通点を見つけることができたら和と差の積にして計算.

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}y - 2\right)\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y + 2\right) &= \left\{\frac{3}{4}x + \left(\frac{1}{3}y - 2\right)\right\} \left\{\frac{3}{4}x - \left(\frac{1}{3}y - 2\right)\right\} \\ &= \left(\frac{3}{4}x\right)^2 - \left(\frac{1}{3}y - 2\right)^2 \\ &= \frac{9}{16}x^2 - \frac{1}{9}y^2 + \frac{4}{3}y - 4\end{aligned}$$

解答 1-3

これは普通に計算.

$$\begin{aligned}\left(4x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}y\right)^2 &= \left(16x^2 - 4xy + \frac{1}{4}y^2\right) + \left(x^2 + 3xy + \frac{9}{4}y^2\right) \\ &= (16 + 1)x^2 + (-4 + 3)xy + \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{4}\right)y^2 \\ &= 17x^2 - xy + \frac{5}{2}y^2\end{aligned}$$

展開, 同類項でまとめる, 答えの 3 行が基本.

解答 1-4

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{2}{3}y\right)\left(x - \frac{2}{3}y\right) + \frac{1}{3}(2x + y)^2 &= \left(x^2 - \frac{4}{9}y^2\right) + \frac{1}{3}(4x^2 + 4xy + y^2) \\ &= \left(1 + \frac{4}{3}\right)x^2 + \frac{4}{3}xy + \left(-\frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right)y^2 \\ &= \frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}xy - \frac{1}{9}y^2 \end{aligned}$$

問題 2

x の値を求めよ。

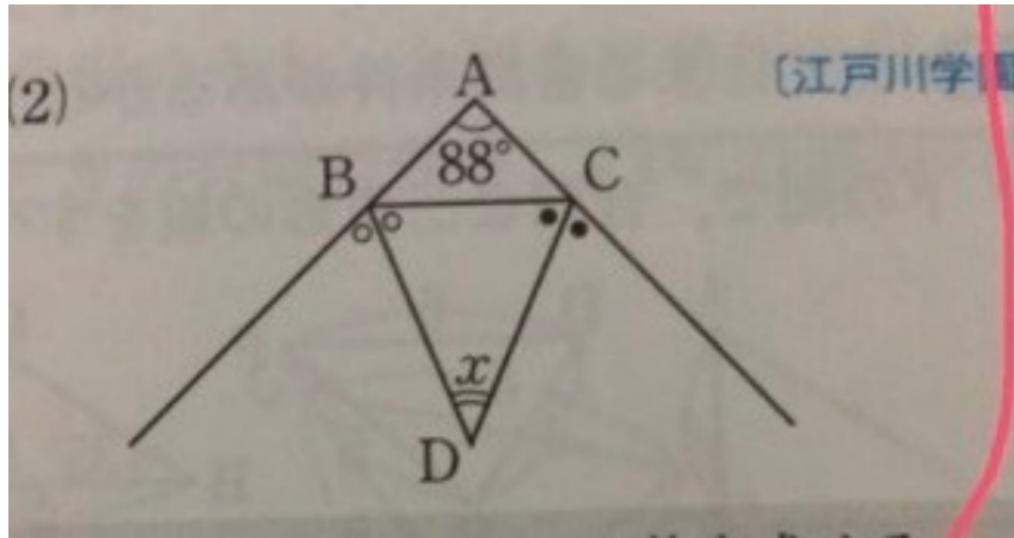


Figure: 問題

解答 2

白丸を a , 黒丸を b とする.

$\triangle ABC$ の外角の和は 360 度であることより,

$$(180 - 88) + 2a + 2b = 360$$

$(180 - 88) = 92$ は $\angle A$ の外角である. 式を計算すると,

$$a + b = 134$$

が計算される. $\triangle DBC$ の内角の和が 180 度であることより,

$$a + b + x = 180$$

$$\therefore x = 46$$

問題3

A駅とB駅を結ぶ鉄道があり、そのちょうど中間地点にC駅がある。A駅を出発した列車はC駅に1分間停車し、A駅を出発してから9分後にB駅に到着する。B駅を出発した列車はC駅には停車せずに、B駅を出発してから8分後にA駅に到着する。ただし、どの列車も速さは一定であり、列車の長さは考えないものとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) A駅を8時5分に出発した列車と、B駅を8時10分に出発した列車がすれちがう時刻を求めなさい。
- (2) 市川君は自転車でA駅からB駅まで線路に沿った道路を40分で走ることができる。市川君はある時刻にA駅をB駅に向かって出発し、A駅を8時5分に出発した列車にC駅とB駅の間で追い抜かれた。さらに、その100秒後にB駅を8時10分に出発した列車とすれちがった。市川君がA駅を出発した時刻を求めなさい。ただし、市川君は一定の速さで走るものとする。 (千葉・市川高)

Figure: 問題

以降の解答は手書きです。

解答 3-1

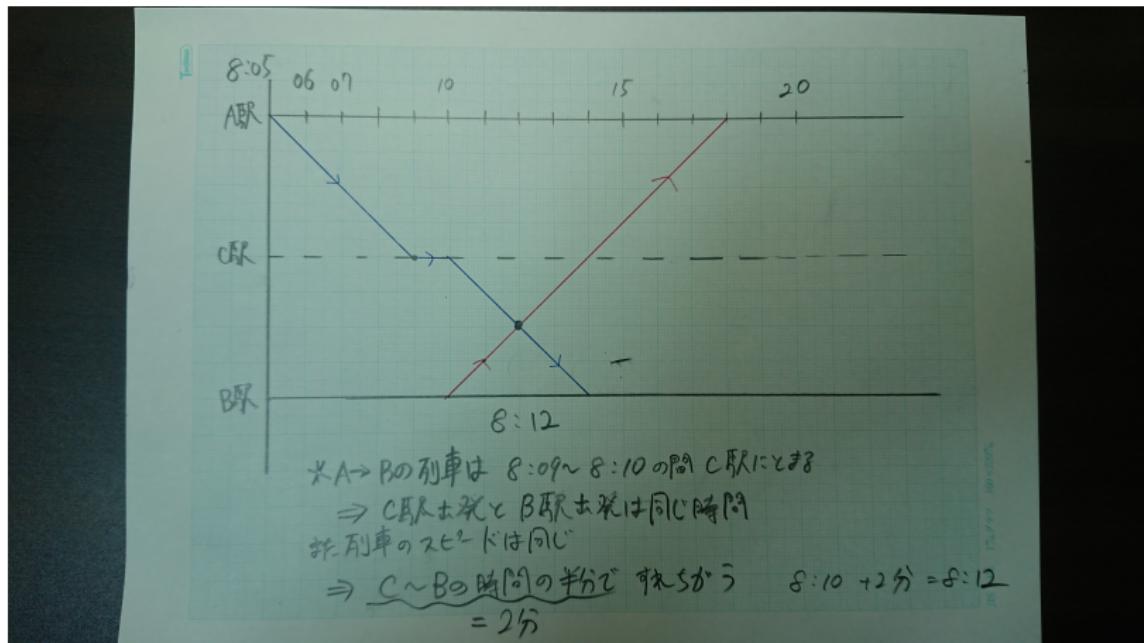
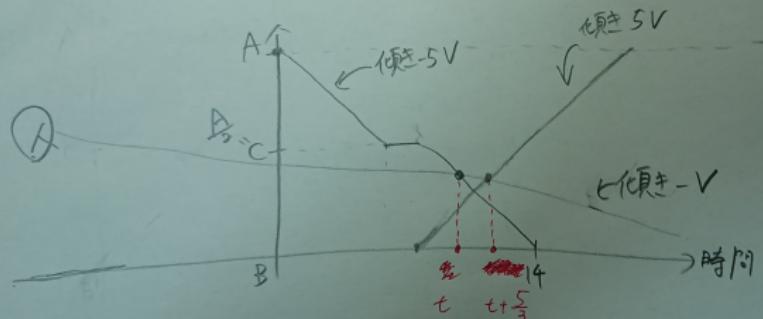


Figure: 解答

解答 3-2

- $A \rightarrow B$ に人は 40 分かかる \Rightarrow 列車の 5 倍遅い \Rightarrow 人の速さ $= V$ とすると
列車は $5V$.
- 8:05 の計算はめぬぞう $\Rightarrow A$ が 0 分で到着、 B が 5 分。
 A と B は 5 分ですれ違います。



さしこのグラフに人を入れてこんな感じ。

Figure: 解答

解答 3-3

⑦が A \rightarrow B で T 分にまたがる (T は負数)

→ そこ A \rightarrow B の列車にかかるのは (t-T) 分後 ものがく時は

B \rightarrow A の列車にかかるのは $(t + \frac{5}{3} - T)$ 分後 \Rightarrow 同じ所にいるので、ここで式をくわす

* A \rightarrow B の列車

$$\frac{A}{2} - 5V(t-5) = A - V(t-T) \quad \text{--- ①}$$

C駅発

* B \rightarrow A の列車

$$5V(t + \frac{5}{3} - 5) = A - V(t + \frac{5}{3} - T) \quad \text{--- ②}$$

B駅出発

①②を
車両方程式とし
解く

* t, T は負数

$$\begin{cases} VT + 4Vt = -\frac{A}{2} + 25V \\ VT - 6Vt = -A - 15V \end{cases}$$

$\frac{A}{2}$ は人が A \rightarrow B に
かかる時間 = 40.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} T + 4t = -\frac{1}{2} \times \frac{A}{V} + 25 = 5 \\ T - 6t = -\frac{A}{V} - 15 = -55 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} T + 4t = 5 \\ T - 6t = -55 \end{cases}$$

$$\therefore T = -19$$

$$65 + 5 \text{ で}$$

$$7 = 46$$

Figure: 解答

問題 4

容器Aには10%の食塩水300g、容器Bには18%の食塩水500gが入っている。Aから x g、Bから y gの食塩水を取り出し、Aから取り出した食塩水をBに、Bから取り出した食塩水をAに入れると、Aの食塩水の濃度は14.5%になる。また、Aから y g、Bから x gの食塩水を取り出し、Aから取り出した食塩水をBに、Bから取り出した食塩水をAに入れると、AとBの濃度が一致した。このときの x 、 y の値を求めなさい。

(愛媛・愛光高)

Figure: 問題

解答 4

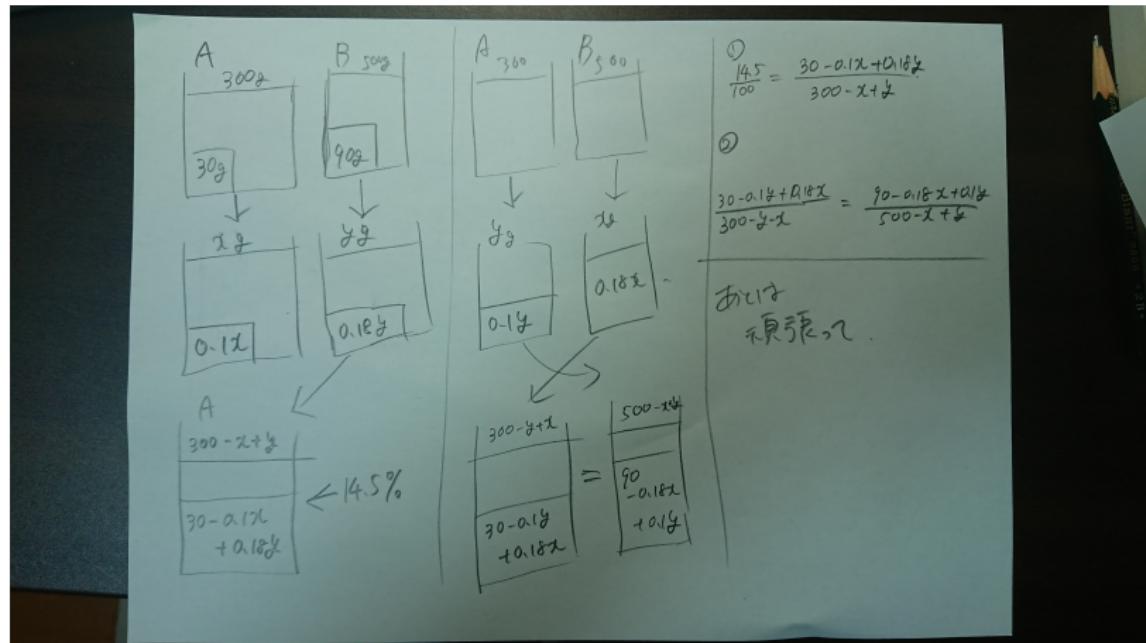


Figure: 解答

所感

前回の資料にある通り，一度に扱う問題の数は少しだけです。問題を送る数を考えてください。

次回は未定ですが，扱う問題は1，2題までです。