১. $A = (1+2x)^7, B = (1-2x)^8$

[যশোর বোর্ড-২০২৪]

(ক) $2^{x-4} = 4a^{x-6} (a > 0, a \neq 2)$ এর সমাধান কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত করে $(0.99)^8$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

(গ) AB এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $2^{x-4} = 2^2 a^{x-6}$

বা, $a^{x-6} = \frac{2^{x-4}}{2^2}$

বা, $a^{x-6} = 2^{x-4-2} = 2^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-4}}{a^{x-6}} = 1 = \left(\frac{2}{a}\right)^0$

$\therefore x - 6 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 6$ (**Ans.**)

(খ) **বিশেষ দ্রষ্টব্য:** এখানে $A = (1+2x)^7$ এর ঘাত 7 এবং $(0.99)^8$ এর ঘাত 8. কিন্তু উভয় রাশির ঘাত সমান নয়। তাই $(0.99)^8$ এর পরিবর্তে $(0.99)^7$ ব্যবহার করে সমাধান দেওয়া হলো।

দেওয়া আছে, $A = (1+2x)^7$

$= 1 + \binom{7}{1}(2x)^1 + \binom{7}{2}(2x)^2 + \binom{7}{3}(2x)^3 + \ldots\ldots$

$= 1 + 14x + 84x^2 + 280x^3 + \ldots\ldots$

এখন $(1+2x)^7$ কে $(0.99)^7$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$1 + 2x = 0.99$ বা, $2x = -0.01 \therefore x = -0.005$

এখন, $x = -0.005$ বিস্তৃতিতে বসিয়ে পাই,

$(0.99)^7 = 1 + 14(-0.005) + 84(-0.005)^2 + 280(-0.005)^3 + \ldots..$

$= 0.9321$ (প্রায়) (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত) **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $A = (1+2x)^7$ এবং $B = (1-2x)^8$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= AB = (1+2x)^7(1-2x)^8$

$= (1+2x)^7(1-2x)^7(1-2x)$

$= (1-4x^2)^7(1-2x)$

$= (1-2x)\{1 + {}^7C_1(-4x^2)^1 + {}^7C_2(-4x^2)^2 + {}^7C_3(-4x^2)^3 + {}^7C_4(-4x^2)^4 + \cdots\ldots\ldots\}$

$\therefore$ প্রদত্ত বিস্তৃতি থেকে পাই, x^7 এর সহগ $= -2 \times {}^7C_3 \times (-4)^3$

$= 4482$ (**Ans.**)

২. $p = \left(3 + \frac{x}{2}\right)^n$ এবং $q = (2-x)(3+ax)^3$ দুইটি দ্বিপদী বিস্তৃতি।

[ঢাকা বোর্ড-২০২৩]

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে $(3-y)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

(খ) যদি p এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ সমান হয়, তাহলে n এর মান নির্ণয় কর।

(গ) q এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগের মান যদি 45 হয়, তাহলে a এর মান নির্ণয় কর।

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ অনুসারে,

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

$\therefore (3-y)^5 = 1.3^5 + 5.3^4.(-y)^1 + 10.3^3.(-y)^2 + 10.3^2.(-y)^3 + 5.3^1.(-y)^4 + 1.(-y)^5$

$= 243 - 405y + 270y^2 - 90y^3 + 15y^4 - y^5$ (**Ans.**)

(খ) দেওয়া আছে, $p = \left(3 + \frac{x}{2}\right)^n$

প্রদত্ত বিস্তৃতির সাধারণ পদ, $T_{r+1} = {}^nC_r.3^{n-r}.\left(\frac{x}{2}\right)^r$

$= {}^nC_r.3^{n-r}.2^{-r}.x^r$

এখানে, $x^r = x^7$ হলে $r = 7$, অর্থাৎ $(7+1)$ তম পদে x^7 আছে।

$\therefore x^7$ এর সহগ $= {}^nC_7.3^{n-r}.2^{-7}$

এবং $x^r = x^8$ হলে, $r = 8$, অর্থাৎ $(8+1)$ তম পদে x^8 আছে।

$\therefore x^8$ এর সহগ $= {}^nC_8.3^{n-8}.2^{-8}$

প্রশ্নমতে, ${}^nC_7.3^{n-7}.2^{-7} = {}^nC_8.3^{n-8}.2^{-8}$

বা, $\frac{n!}{(n-7)!\,7!} \times 3^{n-7} \times 2^{-7} = \frac{n!}{(n-8)!\,8!} \times 3^{n-8} \times 2^{-8}$

বা, $\frac{n!}{(n-7)(n-8)!\,7!} \times 3^{n-7-n+8} = \frac{n!}{(n-8)!\,8 \times 7!} \times 2^{-8+7}$

বা, $\frac{3}{(n-7)} = \frac{2^{-1}}{8}$ বা, $n - 7 = 3 \times 16 = 48 \therefore n = 55$

$\therefore$ নির্ণেয় n এর মান 55 **(Ans.)**

(গ) উদ্দীপক হতে পাই,

$q = (2-x)(3+ax)^3$

$= (2-x)\{3^3 + 3.3^2.ax + 3.3.(ax)^2 + (ax)^3\}$

$= (2-x)(27 + 27ax + 9a^2x^2 + a^3x^3)$

এখন, q এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ $= 2 \times 9a^2 - 27a$

প্রশ্নমতে, $2 \times 9a^2 - 27a = 45$

বা, $2a^2 - 3a = 5$

বা, $2a^2 - 3a - 5 = 0$

বা, $2a^2 - 5a + 2a - 5 = 0$

বা, $a(2a-5) + 1(2a-5) = 0$

$\therefore (a+1)(2a-5) = 0$

হয়, $a + 1 = 0$ অথবা, $2a - 5 = 0$

$\therefore a = -1$ বা, $2a = 5 \therefore a = \frac{5}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় a এর মান $= -1, \frac{5}{2}$ (**Ans.**)

৩. $M = (1+x)^8$ এবং $N = (1-x)^7$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

(ক) $(1-2x)^4$ এর দ্বিপদী বিস্তৃতিতে সহগগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

(খ) MN এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

(গ) $(3-x)M$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করে উহার সাহায্যে $2.99 \times (1.01)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $(1-2x)^4 = (1)^5 + \binom{4}{1}(-2x)\binom{4}{2}(-2x)^2 + \binom{4}{3}(-2x)^3 + \binom{4}{4}(-2x)^4$

$= 1 + 4(-2x) + 6.4x^2 + 4(-8x^3) + 1.(16x^4)$

$= 1 - 8x + 24x^2 - 32x^3 + 16x^4$

$\therefore$ দ্বিপদী বিস্তৃতিতে সহগগুলির সমষ্টি $= 1 - 8 + 24 - 32 + 16$

$= 1$ (**Ans.**)

(খ) দেওয়া আছে, $M = (1+x)^8$ এবং $N = (1-x)^7$

$MN = (1+x)^8.(1-x)^7$

$= (1+x)\{(1+x)(1-x)\}^7$

$= (1+x)(1-x^2)^7$

$= (1+x)\{1 + {}^7C_1(-x^2) + {}^7C_2(-x^2)^2 + {}^7C_3(-x^2)^3 + {}^7C_4(-x^2)^4 + \cdots\}$

$= (1+x)(1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 - \cdots)$

$= 1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + x - 7x^3 + 21x^5 - 35x^7 + 35x^9 - \ldots\ldots..$

$= 1 + x - 7x^2 - 7x^3 + 21x^4 + 21x^5 - 35x^6 - 35x^7 + 35x^8 + \ldots..$

$\therefore x^7$ এর সহগ -35 (**Ans.**)

(গ) দেওয়া আছে, $M = (1+x)^8$

$= 1 + {}^8C_1x + {}^8C_2.x^2 + {}^8C_3.x^3 + \dots\dots$

$= 1 + 8x + 28x^2 + 56x^3 + \dots\dots$

$\therefore (3-x).M = (3-x)(1 + 8x + 28x^2 + 56x^3 + \cdots)$

$= 3 + 24x + 84x^2 + 168x^3 - x - 8x^2 - 28x^3 - 56x^4 + \dots..$

$= 3 + 23x + 76x^2 + 140x^3 + \dots..$

এখন, $3 - x = 2.99$

$\therefore x = 3 - 2.99 = 0.01$

$\therefore 1 + x = 1 + 0.01 = 1.01$

এখন, $(3-x)M = 3 + 23x + 76x^2 + 140x^3 + \dots\dots$

বা, $(3-x)(1+x)^8 = 3 + 23x + 76x^2 + 140x^3 + \dots\dots$

$\therefore 2.99 \times (1.01)^8 = 3 + 23x \times 0.01 + 76(0.01)^2 + 140 \times (0.01)^3 + \dots..$ [x = 0.01 বসিয়ে]

$= 3 + 0.23 + 0.0076 + 0.00014$

$= 3.23774$ (প্রায়) **(Ans.)**

8. $P = a + bx^2$ একটি দ্বিপদী বিস্তৃতি।

[যশোর বোর্ড-২০২৩]

(ক) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2^3}, \frac{1}{4} \dots\dots\dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর।

(খ) যদি $a = \frac{1}{x}$ এবং $b = -2$ হয় তবে, P^5 কে বিস্তৃত কর।

(গ) $a = 2x^2, b = \frac{k}{x^3}$ এর জন্য P^8 এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ ও পঞ্চম পদের সহগ সমান হলে, k এর মান নির্ণয় কর।

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত অনুক্রম, $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2^3}, \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{1}{2^1}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^4}, \dots\dots\dots$

$\therefore$ অনুক্রমের সাধারণ পদ $= \frac{n}{2^n}$, যেখানে, $n \in \mathbb{N}$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, $P = a + bx^2$

$a = \frac{1}{x}$ এবং $b = -2$ হলে $p^5 = \left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^5$

দ্বিপদী বিস্তৃতির উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^5 = \left(\frac{1}{x}\right)^5 + \binom{5}{1}\left(\frac{1}{x}\right)^{5-1}(-2x^2)^1 + \binom{5}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^{5-2}(-2x^2)^2 + \binom{5}{3}\left(\frac{1}{x}\right)^{5-3}(-2x^2)^3 + \binom{5}{4}\left(\frac{1}{x}\right)^{5-4}(-2x^2)^4 + (-2x^2)^5$

$= \frac{1}{x^5} + \frac{5}{x^4}(-2x^2) + \frac{10}{x^3}(4x^4) + \frac{10}{x^2}(-8x^6) + \frac{5}{x}(16x^8) + (-32x^{10})$

$= \frac{1}{x^5} - \frac{10}{x^2} + 40x - 80x^4 + 80x^7 - 32x^{10}$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $P = a + bx^2$

$a = 2x^2, b = \frac{k}{x^3}$ হলে, $P^8 = \left(2x^2 + \frac{k}{x^3}.x^2\right)^8 = \left(2x^2 + \frac{k}{x}\right)^8$

$\therefore P^8$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ, $T_{3+1} = {}^8C_3(2x^2)^{8-3}\left(\frac{k}{x}\right)^3$

$= 56 \times 32 \times \frac{x^{10}k^3}{x^3}$

$= 1792k^3\,x^7$

এবং পঞ্চম পদ, $T_{4+1} = {}^8C_4(2x^2)^{8-4}\left(\frac{k}{x}\right)^4$

$= 70 \times 16 \times \frac{x^8k^4}{x^4} = 1120k^4\,x^4$

পদ দুইটির সহগ সমান হলে, $1792k^3 = 1120k^4$

বা, $k = \frac{1792}{1120} \therefore k = \frac{8}{5}$ **(Ans.)**

৫. $A = \left(2 + \frac{x}{3}\right)^n$ এবং $B = (1-x)(1+ax)^5$

[বরিশাল বোর্ড-২০২৩]

(ক) $(1 - 2y + y^2)^7$ বিস্তৃতির পদসংখ্যা নির্ণয় কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে পঞ্চম পদের সহগ ৬ষ্ঠ পদের সহগের 5 গুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

(গ) $B = 1 + bx^2 + cx^3 + \dots\dots\dots$ হলে a, b ও c এর মান নির্ণয় কর।

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি $= (1 - 2y + y^2)^7 = \{(1-y)^2\}^7 = (1-y)^{14}$

$\therefore$ রাশিটির বিস্তৃতির পদসংখ্যা $= 14 + 1 = 15$টি **(Ans.)**

(খ) $\left(2 + \frac{x}{3}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ $= {}^nC_r2^{n-r}.\left(\frac{x}{3}\right)^r$

$\therefore (r+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_r2^{n-r}.\left(\frac{1}{3}\right)^r$

$\therefore$ পঞ্চম পদ বা, $(4+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_42^{n-4}.\left(\frac{1}{3}\right)^4$

এবং ৬ষ্ঠ পদ বা, $(5+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_52^{n-5}.\left(\frac{1}{3}\right)^5$

শর্তমতে,

${}^nC_42^{n-4}.\left(\frac{1}{3}\right)^4 = 5.\,{}^nC_52^{n-5}.\left(\frac{1}{3}\right)^5$

$\frac{n!}{4!(n-4)!}.\frac{2^n}{2^4.3^4} = 5.\frac{n!}{5!(n-5)!}.\frac{2^n}{2^5.3^5}$

বা, $\frac{n!}{4!(n-4)(n-5)!}.6 = 5.\frac{n!}{5.4!(n-5)!}$

বা, $\frac{6}{n-4} = 1$ বা, $n - 4 = 6 \therefore n = 10$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $B = 1 + bx^2 + cx^3 + \dots\dots\dots$ (i)

এখন, $B = (1-x)(1+ax)^5$

$= (1-x)(1 + {}^5C_1ax + {}^5C_2a^2x^2 + {}^5C_3a^3x^3 + \cdots)$

$= (1-x)(1 + 5ax + 10a^2x^2 + 10a^3x^3 + \cdots)$

$= 1 + 5ax + 10a^2x^2 + 10a^3x^3 - x - 5ax^2 - 10a^2x^3 - 10a^3x^4 - \dots..$

$= 1 + x(5a - 1) + x^2(10a^3 - 5a) + x^3(10a^3 - 10a^2) + ..$

এখন,

B এর উভয়পক্ষে সহগ সমীকৃত করে,

$5a - 1 = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{5}$ **(Ans.)**

এবং $10a^2 - 5a = b$

$\therefore b = 10.\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 5.\frac{1}{5} = -\frac{3}{5}$ **(Ans.)**

আবার, $10a^3 - 10a^2 = c$

$\therefore c = 10\left(\frac{1}{5}\right)^3 - 10.\frac{1}{5^5} = -\frac{8}{25}$ **(Ans.)**

৬. $A = \left(P - \frac{x}{2}\right)^n$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

(ক) $\log_x \sqrt[4]{256} = 2$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ – 20 হলে P এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $n = 6$।

(গ) $P = 1$ এবং $n = 8$ হলে $(2 - x)A$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (0.95)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $\log_x \sqrt[4]{256} = 2$ বা, $\log_x \sqrt[4]{4^4} = 2$

বা, $\log_x 4 = 2$ বা, $4 = x^2 \;\therefore x = 2$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, $A = \left(P - \frac{x}{2}\right)^n$

$n = 6$ হলে, $A = \left(P - \frac{x}{2}\right)^n$

এখন, $(r+1)$ তম পদ $= \binom{6}{r}.P^{6-r}.\left(-\frac{x}{2}\right)^r$

$= \binom{6}{r}.P^{6-r}.\left(-\frac{1}{2}\right)^r.x^r$

$r = 3$ হলে x^3 এর সহগ $= \binom{6}{3}.P^{6-3}.\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

$= 20.P^3.\left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{5}{2}P^3$

প্রশ্নমতে, $-\frac{5}{2}P^3 = -20$

বা, $P^3 = 8 = 2^3$

$\therefore P = 2$ (**Ans.**)

(গ) $P = 1$ এবং $n = 8$ হলে,

$(2-x)A = 2\left(1-\frac{x}{2}\right)\left(1-\frac{x}{2}\right)^8$

$= 2\left(1-\frac{x}{2}\right)^9$

$= 2\left[1 + \binom{9}{1}\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{9}{2}\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{9}{3}\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \cdots\right]$

$= 2\left[1 - \frac{9x}{2} + \frac{9\times8}{2}.\frac{x^2}{4} - \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}.\frac{x^3}{8} + \cdots\right]$

$= 2 - 9x + 18x^2 - 21x^3 + \cdots$

$x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$(2-0.1)\left(1-\frac{0.1}{2}\right)^8 = 2 - 9\times0.1 + 18(0.1)^2 - 21(0.1)^3 + \cdots$

বা, $1.9\times(1-0.05)^8 = 2 - 0.9 + 18\times0.01 - 21\times0.001$

বা, $1.9\times(0.95)^8 = 2 - 0.9 + 0.18 - 0.021$

$\therefore 1.9\times(0.95)^8 = 1.259$ (প্রায়) (**Ans.**)

৭. $P = \left(1-\frac{x}{2}\right)^4, Q = \left(1+\frac{x}{2}\right)^5$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে P এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

(খ) PQ কে দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে বিস্তৃতি করে x^6 এর সহগ নির্ণয় কর।

(গ) x এর ঘাতের ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে Q কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করে, $(1.05)^5$ এর মান নির্ণয় কর।

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)

$$\begin{array}{ccccccccc} &&&&1&&&& \\ &&&1&&1&&& \\ &&1&&2&&1&& \\ &1&&3&&3&&1& \\ 1&&4&&6&&4&&1 \end{array}$$

$\therefore\ P = \left(1-\frac{x}{2}\right)^4 = 1 + 4\left(-\frac{x}{2}\right) + 6\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \left(-\frac{x}{2}\right)^4$

$= 1 - 2x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{x^4}{16}$ (**Ans.**)

(খ) দেওয়া আছে, $P = \left(1-\frac{x}{2}\right)^4$ এবং $Q = \left(1+\frac{x}{2}\right)^5$

এখন, $PQ = \left(1-\frac{x}{2}\right)^4\left(1+\frac{x}{2}\right)^5$

$= \left(1-\frac{x}{2}\right)^4\left(1+\frac{x}{2}\right)^4\left(1+\frac{x}{2}\right)$

$= \left(1-\frac{x^2}{4}\right)^4\left(1+\frac{x}{2}\right) = \left(1+\frac{x}{2}\right)\times\left\{\binom{4}{0}.1 + \binom{4}{1}\left(-\frac{x^2}{4}\right) + \binom{4}{2}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^2 + \binom{4}{3}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^3 + \binom{4}{4}\left(-\frac{x^2}{4}\right)^4\right\}$

$= \left(1+\frac{x}{2}\right)\left\{1 + 4\left(\frac{-x^2}{4}\right) + 6\left(\frac{-x^2}{4}\right)^2 + 4\left(\frac{-x^2}{4}\right)^3 + 1\left(\frac{-x^2}{4}\right)^4\right\}$

$= \left(1+\frac{x}{2}\right)\left(1 - x^2 + \frac{6x^4}{16} - \frac{4x^6}{64} + \frac{x^8}{256}\right)$

$= 1 - x^2 + \frac{3x^4}{8} - \frac{x^6}{16} + \frac{x^8}{256} + \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + \frac{3x^5}{16} - \frac{x^7}{32} + \frac{x^9}{512}$

$\therefore x^6$ এর সহগ $= \frac{-1}{16}$ (**Ans.**)

(গ) দেওয়া আছে, $Q = \left(1+\frac{x}{2}\right)^5$

দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$\left(1+\frac{x}{2}\right)^5 = 1 + \binom{5}{1}\left(\frac{x}{2}\right) + \binom{5}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{5}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \cdots$

$= 1 + \frac{5x}{2} + \frac{10x^2}{4} + \frac{10x^3}{8} + ...$

$= 1 + \frac{5x}{2} + \frac{5x^2}{2} + \frac{5x^3}{4} + ...$

$x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^5 = 1 + \frac{5\,(0.1)}{2} + \frac{5\,(0.1)^2}{2} + \frac{5(0.1)^3}{4}$

$\therefore (1.05)^2 = 1.27625$ (প্রায়) (**Ans.**)

৮. $\left(a-\frac{x}{3}\right)^7$ বিস্তৃতির a^3 এর সহগ 560

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২২]

(ক) $a = 1$ হলে, তৃতীয় পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

(খ) x এর মান নির্ণয় কর।

(গ) রাশিটির বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ x^5 এর সহগের 135 গুণ হলে, a এর মান নির্ণয় কর।

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $a = 1$ হলে দ্বিপদীটি $\left(1-\frac{x}{3}\right)^7$

এখন, $\left(1-\frac{x}{3}\right)^7 = 1 + {}^7C_1\left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + ...$

$= 1 + 7.\left(-\frac{x}{3}\right) + 21.\frac{x^2}{9} + ...$

$= 1 - \frac{7}{3}x + \frac{7}{3}x^2 - ....$ (**Ans.**)

(খ) প্রদত্ত রাশি $= \left(a-\frac{1}{3}x\right)^7$

$= a^7 + \binom{7}{1}a^6\left(-\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2}a^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}a^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 + \binom{7}{4}a^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + ...$

$\therefore a^3$ এর সহগ $= \binom{7}{4}\left(-\frac{x}{3}\right)^4 = 35.\frac{x^4}{81} = \frac{35}{81}x^4$

শর্তমতে, $\frac{35}{81}x^4 = 560$

বা, $x^4 = \frac{560\times81}{35}$ বা, $x^4 = 1296$

বা, $x^2 = 36\ \therefore x = \pm6$ (**Ans.**)

(গ) প্রদত্ত রাশি $= \left(a-\frac{x}{3}\right)^7$

$= a^7 + {}^7C_1.a^6.\left(-\frac{x}{3}\right) + {}^7C_2.a^5.\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + {}^7C_3.a^4.\left(-\frac{x}{3}\right)^3 + {}^7C_4.a^3.\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + {}^7C_5.a^2.\left(-\frac{x}{3}\right)^5 + ...$

$= a^7 - \frac{7}{3}a^6x + \frac{7}{3}a^5.x^2 - \frac{35}{27}a^4x^3 + \frac{35}{81}a^3x^4 - \frac{7}{81}a^2x^5 + ...$

$\therefore x^3$ এর সহগ $\frac{35}{27}a^4$ এবং x^5 এর সহগ $-\frac{7}{81}a^2$

প্রশ্নমতে, $-\frac{35}{27}a^4 = 135\times -\frac{7}{81}a^2$

বা, $a^2 = \frac{135}{3\times5}$ বা, $a^2 = 9\ \therefore a = \pm3$ (**Ans.**)

৯. $A = \left(2k+\frac{x}{3}\right)^6$

$B = \left(1-\frac{x}{2}\right)^7$

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে $(1-3x)^5$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 160 হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

(গ) B এর বিস্তৃতির প্রথম পাঁচটি পদ নির্ণয় করে উক্ত বিস্তৃতির সাহায্যে $(0.995)^7$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $(1-3x)^5$ প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে-

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$\therefore (1-3x)^5 = 1 + 5(-3x) + 10(-3x)^2 + 10(-3x)^3 + 5(-3x)^4 + 1(-3x)^5$

$= 1 - 15x + 90x^2 - 270x^3 + 405x^4 - 243x^5$ (**Ans.**)

(খ) $A = \left(2k + \frac{x}{3}\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$A = \left(2k + \frac{x}{3}\right)^6 = (2k)^6 + {}^6C_1(2k)^5.\left(\frac{x}{3}\right) + {}^6C_2(2k)^4.\left(\frac{x}{3}\right)^2 + {}^6C_3(2k)^3.\left(\frac{x}{3}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= 64k^6 + 6.32k^5.\frac{x}{3} + 15.16k^4.\frac{x^2}{9} + 20.8k^3.\frac{x^3}{27} + \ldots\ldots$

$64k^6 + 64k^5x + \frac{80}{3}k^4x^2 + \frac{160}{27}k^3x^3 + \ldots\ldots$

বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ, $\frac{160}{27}x^3$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{160}{27}x^3 = 160$ বা, $x^3 = \frac{27\times160}{160}$

বা, $x^3 = 27$ $\therefore x = 3$ (**Ans.**)

(গ) $B = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^7$

দ্বিপদী বিস্তৃতির উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$\left(1-\frac{x}{2}\right)^7 = 1 + \binom{7}{1}.1^6.\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}.1^5.\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3}.1^4.\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{7}{4}.1^3.\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \ldots\ldots$

$= 1 - \frac{7}{2}x + \frac{21}{4}x^2 - \frac{35}{8}x^3 + \frac{35}{16}x^4 - \ldots\ldots$

$\therefore \left(1-\frac{x}{2}\right)^7 = 1 - \left(\frac{7}{2}\right)x + \frac{21}{4}x^2 - \frac{35}{8}x^3 + \frac{35}{16}x^4 - \ldots\ldots$

এখন, $x = 0.01$ বসিয়ে পাই,

$\left(1 - \frac{0.01}{2}\right)^2 = 1 - \frac{7}{2}\times(0.01) + \frac{21}{4}\times(0.01)^2 - \frac{35}{8}(0.01)^3 + \frac{35}{16}(0.01)^4 - \ldots\ldots$

বা, $(1-0.005)^2 = 1 - 0.035 + 0.000525 - \ldots\ldots$

$\therefore (0.995)^2 = 0.9655$ (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত) (**Ans.**)

১০. $A = \left(k - \frac{x}{4}\right)^7$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২০]

(ক) $k = 1$ হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে রাশিটির প্রথম চারটি পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 35 হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

(গ) $A = p - 112x + qx^2 - rx^3 + \ldots\ldots$ হলে k, p, q এবং r এর মান নির্ণয় কর।

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $k = 1$ হলে, $A = \left(1 - \frac{x}{4}\right)^7$

প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

$\therefore \left(1+\frac{x}{4}\right)^7 = 1 + 7\left(-\frac{x}{4}\right) + 21\left(-\frac{x}{4}\right)^2 + 35\left(-\frac{x}{4}\right)^3 + \ldots$

$= 1 - \frac{7}{4}x + \frac{21}{16}x^2 - \frac{35}{64}x^3 + \ldots\ldots$ (**Ans.**)

(খ) দেওয়া আছে, $A = \left(k - \frac{x}{4}\right)^7$

$= k^7 + \binom{7}{1}k^6.\left(-\frac{x}{4}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(-\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(-\frac{x}{4}\right)^3 + \binom{7}{4}k^3\left(-\frac{x}{4}\right)^4 + \ldots\ldots$

$\therefore k^3$ এর সহগ $= \binom{7}{4}\left(-\frac{x}{4}\right)^4$

$= 35 \times \frac{1}{4^4} \times x^4 = 35.\frac{x^4}{256}$

শর্তানুসারে, $35.\frac{x^4}{256} = 35$

বা, $x^4 = 256$ বা, $x^2 = 16$

$\therefore x = \pm4$ (**Ans.**)

(গ) দেওয়া আছে, $A = \left(k - \frac{x}{4}\right)^7$

$= k^7 + \binom{7}{1}k^6.\left(-\frac{x}{4}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(-\frac{x}{4}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(-\frac{x}{4}\right)^3 + \ldots$

$= k^7 - \frac{7}{4}k^6.x + \frac{21}{16}k^5x^2 - \frac{35}{64}k^4.x^3 + \ldots\ldots$

এখন, $A = p - 112x + qx^2 - rx^3 + \ldots\ldots$

$\therefore p = k^7 \ldots\ldots$ (i)

$\frac{7}{4}k^6 = 112 \ldots\ldots$ (ii)

$\frac{21}{16}k^5 = q \ldots\ldots$ (iii)

$\frac{35}{64}k^4 = r \ldots\ldots$ (iv)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\frac{7}{4}k^6 = 112$ বা, $k^6 = 64$ বা, $k^3 = \pm8$ $\therefore k = \pm2$

কিন্তু $k = -2$ হলে রাশিটির সকল পদই ঋণাত্মক হবে যা অসত্য।

$\therefore k = 2$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $p = k^7 = 2^7$ $\therefore p = 128$

(iii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $q = \frac{21}{16}k^5 = \frac{21}{16}\times2^5 = \frac{21}{16}\times32 = 42$

(iv) নং সমীকরণ থেকে পাই, $r = \frac{35}{64}k^4 = \frac{35}{64}\times2^4 = \frac{35}{64}\times16 = \frac{35}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় মান: $k = 2, p = 128, q = 42$ এবং $r = \frac{35}{4}$ (**Ans.**)

১১. $A = \left(m - \frac{y}{3}\right)^7$, $B = (3-y)(1+ay)^8$.

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে $(1+y)^4$ কে বিস্তৃত কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে y এর সহগ, y^3 সহগের সমান হলে m এর মান নির্ণয় কর।

(গ) যদি $a = \frac{1}{2}$ হয়, তাহলে B রাশিকে y^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি করে $2.9\times(1.05)^8$ এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

$\therefore (1+y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$ (**Ans.**)

(খ) দেওয়া আছে, $A = \left(m - \frac{y}{3}\right)^7$

$= m^7 + \binom{7}{1}.m^{7-1}\left(-\frac{y}{3}\right) + \binom{7}{2}.m^{7-2}\left(-\frac{y}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}.m^{7-3}\left(-\frac{y}{3}\right)^3 + \ldots\ldots$

$= m^7 + 7.m^6.\left(-\frac{y}{3}\right) + 21.m^5.\frac{y^2}{9} + 35.m^4.\left(\frac{-y^3}{27}\right) + ...$

$= m^7 - \frac{7}{3}m^6.y + \frac{7}{3}m^5y^2 - \frac{35}{27}m^4y^3 + ...$

y এর সহগ $= \frac{7}{3}m^6$ এবং y^3 এর সহগ $= -\frac{35}{27}m^4$

শর্তমতে, $-\frac{7}{3}m^6 = -\frac{35}{27}m^4$

বা, $\frac{m^6}{m^4} = \left(-\frac{35}{27}\right) \times \left(-\frac{3}{7}\right)$

বা, $m^2 = \frac{5}{9}$

$\therefore m = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$ [বর্গমূল করে] **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $B = (3-y)(1+ay)^8$

$a = \frac{1}{2}$ হলে, $B = (3-y)\left(1+\frac{y}{2}\right)^8$

এখন, $\left(1+\frac{y}{2}\right)^8 = 1 + \binom{8}{1}.\frac{y}{2} + \binom{8}{2}\frac{y^2}{4} + \binom{8}{3}\frac{y^3}{8} + ...$

$= 1 + 8.\frac{y}{2} + 28.\frac{y^2}{4} + 56.\frac{y^3}{8} + ...$

$= 1 + 4y + 7y^2 + 7y^3 + ...$

$\therefore B = (3-y)(1+4y+7y^2+7y^3+\cdots)$

$= 3 + 12y + 21y^2 + 21y^3 - y - 4y^2 - 7y^3 - .....$

$= 3 + 11y + 17y^2 + 14y^3 \ldots\ldots\ldots (i)$

(i) নং এ $y = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$B = 3 + 11(0.1) + 17(0.1)^2 + 14(0.1)^3 + ...$

বা, $(3-0.1)\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^8 = 3 + 1.1 + 0.17 + 0.014$

$\therefore 2.9 \times (1.05)^8 = 4.284$ (প্রায়) **(Ans.)**

১২. $A = \left(1-\frac{x}{5}\right)^6, B = \left(1+\frac{x}{5}\right)^7$

[যশোর বোর্ড-২০২০]

(ক) A কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে প্রথম চারপদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

(খ) $(5-x)$ কে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $4.9 \times (1.02)^7$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) AB কে দ্বিপদী উপপাদ্য অনুসারে বিস্তৃত করে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর।

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে

```
                  1
               1     1
            1     2     1
         1     3     3     1
      1     4     6     4     1
   1     5    10    10     5     1
1     6    15    20    15     6     1
```

$A = \left(1-\frac{x}{5}\right)^6 = 1 + 6\left(-\frac{x}{5}\right) + 15\left(-\frac{x}{5}\right)^2 + 20\left(-\frac{x}{5}\right)^3 + ...$

$= 1 - \frac{6x}{5} + \frac{3x^2}{5} - \frac{4x^3}{25} + ...$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, $B = \left(1+\frac{x}{5}\right)^7$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$B = \left(1+\frac{x}{5}\right)^7 = 1 + \binom{7}{1}.\left(\frac{x}{5}\right) + \binom{7}{2}\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \binom{7}{3}\left(\frac{x}{5}\right)^3 + \binom{7}{4}\left(\frac{x}{5}\right)^4 + \ldots\ldots$

$= 1 + \frac{7}{5}x + \frac{21}{25}x^2 + \frac{7}{25}x^3 + \frac{7}{125}x^4 + \ldots\ldots$

$\therefore (5-x)B = (5-x)\left(1 + \frac{7}{5}x + \frac{21}{25}x^2 + \frac{7}{25}x^3 + \frac{7}{125}x^4 + \cdots\right)$

$= \left(5 + 7x + \frac{21}{5}x^2 + \frac{7}{5}x^3 + \frac{7}{25}x^4 + \cdots\ldots\right)\left(-x + \frac{7}{5}x^2 + \frac{21}{25}x^3 + \frac{7}{25}x^4 + \cdots\ldots\right)$

$= 5 + 6x + \frac{14x^2}{5} + \frac{14x^3}{25} - \ldots$ **(Ans.)**

$x = 0.1$ বসিয়ে পাই, $(5-0.1) \times \left(1+\frac{0.1}{5}\right)^7$

$= 5 + 6 \times 0.1 + \frac{14}{5}(0.1)^2 + \frac{14}{25}(0.1)^3 + \ldots\ldots$

$\therefore 4.9 \times (1.02)^2 = 5 + 0.6 + 0.028 + 0.00056$

$= 5.62856$ (প্রায়) **(Ans.)**

(গ) $AB = \left(1-\frac{x}{5}\right)^6\left(1+\frac{x}{5}\right)^7$

$= \left(1-\frac{x}{5}\right)^6\left(1+\frac{x}{5}\right)^6\left(1+\frac{x}{5}\right)$

$= \left\{\left(1-\frac{x}{5}\right)\left(1+\frac{x}{5}\right)\right\}^6\left(1+\frac{x}{5}\right)$

$= \left(1+\frac{x}{5}\right)\left(1-\frac{x^2}{25}\right)^6$

$= \left(1+\frac{x}{5}\right)\left[1 + \binom{6}{1}\left(\frac{-x^2}{25}\right) + \binom{6}{2}\left(\frac{-x^2}{25}\right)^2 + \binom{6}{3}\left(\frac{-x^2}{25}\right)^3 + \cdots\right]$

$= \left(1+\frac{x}{5}\right)\left(1 - \frac{6}{25}x^2 + \frac{3}{125}x^4 - \frac{4}{3125}x^6 + \cdots\right)$

$\therefore$ বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ $= \frac{1}{5} \times \left(-\frac{4}{3125}\right) = \frac{-4}{15625}$ **(Ans.)**

১৩. (i) $(3-x)(1+px)^7$ (ii) $\left(2+\frac{y}{4}\right)^n$

[বরিশাল বোর্ড-২০২০]

(ক) $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত হলে r এর মান কত?

(খ) (i) নং এর x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতির মান $3 + 41x + 238x^2 + qx^3$ হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর।

(গ) (ii) নং এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ ৪র্থ পদের সহগের 4 গুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ $= {}^6C_r(x^2)^{6-r}.\left(\frac{2}{x}\right)^r$

$= {}^6C_rx^{12-2r}.2^r.x^{-r} = {}^6C_rx^{12-3r}.2^r$

x বর্জিত পদের জন্য, $x^{12-2r} = x^0$

বা, $12 - 3r = 0$ বা, $12 = 3r$ $\therefore r = 4$ **(Ans.)**

(খ) $(3-x)(1+px)^7 = (3-x)\left(1 + {}^7C_1px + {}^7C_2p^2x^2 + {}^7C_3p^3x^3 + \cdots\right)$

$= (3-x)(1 + 7\,px + 21p^2x^2 + 35p^3x^3 + \cdots)$

$= 3 + 21\,px + 63p^2x^2 + 105p^3x^3 - x - 7px^2 - 21p^2x^3 - 35p^3x^4 + \cdots$

$= 3 + (21p-1)x + (63p^2-7p)x^2 + (105p^3 - 21p^2)x^3 + \cdots$

শর্তমতে,

$3 + 41x + 238x^2 + qx^3 = 3 + (21p-1)x + (63p^2 - 7p)x^2 + (105p^3 - 21p^2)x^3$

উভয়পাশের x ও x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$\therefore 21p - 1 = 41$ এবং $105p^3 - 21p^2 = q$

বা, $21p = 42$ বা, $105 \times 2^3 - 21 \times 2^2 = q$

$\therefore p = 2$ বা, $105 \times 8 - 21 \times 4 = q$

বা, $840 - 84 = q$ $\therefore q = 756$

$\therefore p = 2$ এবং $q = 756$ **(Ans.)**

(গ) $\left(2+\frac{y}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ $= {}^nC_r2^{n-r}.\left(\frac{y}{4}\right)^r$

$= {}^nC_r2^{n-r}.y^r(2^{-2})^r = {}^nC_r2^{n-3r}.y^r$

$(r+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_r2^{n-3r}$

$\therefore$ তৃতীয় পদের তথা $(2+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_22^{n-6}$

এবং ৪র্থ পদের তথা $(3+1)$ তম পদের সহগ $= {}^nC_32^{n-9}$

শর্তমতে, ${}^nC_22^{n-6} = 4 \times {}^nC_32^{n-9}$

বা, $\frac{n!}{2!(n-2)!}.2^n.2^{-6} = 2^2.2^n.2^{-9}.\frac{n!}{3!(n-3)!}$

বা, $\frac{1}{2!(n-2)!} = 2^{-7+6}.\frac{1}{3!(n-3)!}$

বা, $\frac{(n-3)!}{(n-2)!} = 2^{-1}.\frac{2!}{3!}$

বা, $\frac{(n-3)!}{(n-2).\ (n-3)!} = \frac{2}{2.6}$

বা, $\frac{1}{n-2} = \frac{1}{6}$ বা, $n-2=6$

$\therefore n = 8$ **(Ans.)**

১৪. $A = \left(a-\frac{1}{3}x\right)^7$ এবং $B = \left(3-\frac{1}{2}x\right)^6$ দুটি দ্বিপদী রাশি।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯]

(ক) $(1-3x^2)^4$ কে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃত কর।

(খ) A এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ x^4 এর সহগের 135 গুণ হলে a এর মান নির্ণয় কর।

(গ) B কে বিস্তৃতি করে উহার সাহায্যে $(2.995)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

$$\begin{array}{ccccccccc} &&&&1&&&& \\ &&&1&&1&&& \\ &&1&&2&&1&& \\ &1&&3&&3&&1& \\ 1&&4&&6&&4&&1 \end{array}$$

$\therefore (1-3x^2)^4 = 1+4(-3x^2)+6(-3x^2)^2+4(-3x^2)^3+(-3x^2)^4$

$= 1-12x^2+6.9x^4+4.(-27x^6)+81x^8$

$= 1-12x^2+54x^4-108x^6+81x^8$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, $A = \left(a-\frac{1}{3}x\right)^7 = \left(a-\frac{x}{3}\right)^7$

$= a^7+\binom{7}{1}.a^6.\left(-\frac{x}{3}\right)+\binom{7}{2}.a^5.\left(-\frac{x}{3}\right)^2+\binom{7}{3}.a^4.\left(-\frac{x}{3}\right)^3+\binom{7}{4}.a^3.\left(-\frac{x}{3}\right)^4+\ldots\ldots$

$= a^7-\frac{7}{3}a^6x+21a^5.\frac{x^2}{9}+35.a^4.\left(-\frac{x^3}{27}\right)+35.a^3.\frac{x^4}{81}+\ldots.$

$= a^7-\frac{7}{3}a^6x+\frac{7}{3}a^5x^2-\frac{35}{27}a^4x^3+\frac{35}{81}a^3x^4+\ldots\ldots$

প্রশ্নমতে, $\frac{7}{3}a^5 = \frac{35}{81}a^3\times 135$

বা, $\frac{a^5}{a^3} = \frac{35\times135\times3}{81\times7}$

বা, $a^2 = 25$

$\therefore a = \pm5$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $B = \left(3-\frac{1}{2}x\right)^6$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(3-\frac{1}{2}x\right)^6 = 3^6+\binom{6}{1}.3^5.\left(-\frac{x}{2}\right)+\binom{6}{2}.3^4.\left(-\frac{x}{2}\right)^2+\binom{6}{3}.3^3.\left(-\frac{x}{2}\right)^3+\binom{6}{4}.3^2.\left(-\frac{x}{2}\right)^4+\binom{6}{5}.3.\left(-\frac{x}{2}\right)^5+\binom{6}{6}.\left(-\frac{x}{2}\right)^6$

$= 729+6.243.\left(-\frac{x}{2}\right)+15.81.\frac{x^2}{4}+20.27.\left(-\frac{x^3}{8}\right)+15.9.\frac{x^4}{16}+6.3.\left(-\frac{x^5}{32}\right)+\frac{x^6}{64}$

$729-729x+\frac{1515}{4}x^2-\frac{135}{2}x^3+\frac{135}{16}x^4-\frac{9}{16}x^5+\frac{x^6}{64}$

এখানে, $3-\frac{x}{2} = 2.995$

বা, $\frac{x}{2} = 3-2.995$ বা, $x = 0.01$

এখন, $x = 0.01$ বসিয়ে পাই,

$\left(3-\frac{1}{2}x\right)^6 = \left(3-\frac{0.01}{2}\right)^6$

$= 729-729(0.01)+\frac{1215}{4}(0.01)^2-\frac{135}{2}(0.01)^3+\ldots\ldots$

বা, $(2.995)^6 = 729-7.29+\frac{0.1215}{4}-\frac{0.000135}{2}+\ldots\ldots$

$\therefore (2.995)^6 = 721.7403$ (প্রায়) **(Ans.)**

১৫. যদি $P = (1-2x+x^2)^2, Q = \left(2y^2-\frac{1}{2y}\right)^8$ এবং $R = \left(y+\frac{k}{y}\right)^5$

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

(ক) প্যাসকেলের ত্রিভুজ ব্যবহার করে P এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

(খ) Q এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

(গ) R এর বিস্তৃতিতে k^4 এর সহগ 135 হলে y এর মান নির্ণয় কর।

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত দ্বিপদী রাশি $= (1-2x+x^2)^2 = ((1-x)^2)^2 = (1-x)^4$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে পাই,

$$\begin{array}{ccccccccc} &&&&1&&&& \\ &&&1&&1&&& \\ &&1&&2&&1&& \\ &1&&3&&3&&1& \\ 1&&4&&6&&4&&1 \end{array}$$

$\therefore (1-x)^4 = 1+4.(-x)+6(-x)^2+4.(-x)^3+(-x)^4$

$= 1-4x+6x^2-4x^3+x^4$ **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, $Q = \left(2y^2-\frac{1}{2y}\right)^8$

বিস্তৃতিতে $n = 8$ জোড় সংখ্যা।

$\therefore$ বিস্তৃতির মধ্যপদ 1টি এবং তা $\left(\frac{8}{2}+1\right)$ তম পদ।

$\therefore T_{4+1} = {}^8C_4(2y^2)^{8-4}\left(-\frac{1}{2y}\right)^4 = {}^8C_4.16y^8.\frac{1}{16y^4} = 70y^4$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $R = \left(y+\frac{k}{y}\right)^5$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$\left(y+\frac{k}{y}\right)^5 = y^5+{}^5C_1y^4.\left(\frac{k}{y}\right)+{}^5C_2y^3.\frac{k^2}{y^2}+{}^5C_3y^2.\frac{k^3}{y^3}+{}^5C_4y.\frac{k^4}{y^4}+\frac{k^5}{y^5}$

$= y^5+5ky^3+10k^2y+10k^3\frac{1}{y}+5k^4\frac{1}{y^3}+\frac{k^5}{y^5}$

প্রশ্নমতে, $\frac{5}{y^3} = 135$ বা, $y^3 = \frac{5}{135}$ বা, $y^3 = \frac{1}{27}$ $\therefore y = \frac{1}{3}$ **(Ans.)**