

১.  $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$ ,  $x^2 + xy + y^2 = 9$   
এবং  $l = 3^m + 3^{1-m}$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $p^4 + p^2 - 2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $3xy(x^2 + y^2) = 54$ .

৪

(গ)  $l = 4$  হলে,  $m$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $p^4 + p^2 - 2 = p^4 - 1 + p^2 - 1$   
 $= (p^2)^2 - 1^2 + p^2 - 1$   
 $= (p^2 - 1)(p^2 + 1) + (p^2 - 1)$   
 $= (p^2 - 1)(p^2 + 1 + 1)$   
 $= (p^2 - 1)(p^2 + 2)$   
 $= (p + 1)(p - 1)(p^2 + 2)$

(খ) দেওয়া আছে,  $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27 \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $x^2 + xy + y^2 = 9 \dots \dots \dots$  (ii)

(i) নং হতে পাই,  $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 27$

বা,  $(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2 = 27$

বা,  $(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = 27$

বা,  $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) = 27$

বা,  $9(x^2 - xy + y^2) = 27$

বা,  $x^2 - xy + y^2 = 3 \dots \dots \dots$  (iii)

এখন, (ii) ও (iii) নং যোগ করে পাই,  $2x^2 + 2y^2 = 9 + 3 = 12$

বা,  $x^2 + y^2 = \frac{12}{2} = 6 \dots \dots \dots$  (iv)

$x^2 + y^2$  এর মান (ii) নং এর বসিয়ে পাই,  $6 + xy = 9$

বা,  $xy = 9 - 6 = 3 \dots \dots \dots$  (v)

বামপক্ষ =  $3xy(x^2 + y^2)$

=  $3 \cdot 3 \cdot 6$  [(iv) ও (v) নং হতে]

=  $54 =$  ডানপক্ষ

$\therefore 3xy(x^2 + y^2) = 54$ . (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $l = 3^m + 3^{1-m}$

এখন,  $l = 4$  হলে,  $3^m + 3^{1-m} = 4$

বা,  $3^m + \frac{3}{3^m} = 4$

বা,  $a + \frac{3}{a} = 4$  [ $3^m = a$  ধরে]

বা,  $a^2 + 3 = 4a$

বা,  $a^2 - 4a + 3 = 0$

বা,  $a^2 - 3a - a + 3 = 0$

বা,  $a(a - 3) - 1(a - 3) = 0$

বা,  $(a - 3)(a - 1) = 0$

হয়,  $a - 3 = 0$  অথবা,  $a - 1 = 0$

বা,  $a = 3$  বা,  $a = 1$

বা,  $3^m = 3^1$  বা,  $3^m = 3^0$

$\therefore m = 1$   $\therefore m = 0$

নির্ণেয় মান:  $m = 1, 0$

২.  $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ ,  $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ .

[যশোর বোর্ড-২০২৪]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$ .

২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^6-1}{x^3} - \sqrt{2} \left( \frac{x^4+1}{x^2} \right) = 12\sqrt{2}$ .

৪

(গ)  $p^3 - \frac{8}{p^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $16a^2 + \frac{1}{16a^2} - 2 + 16a - \frac{1}{a}$

=  $(4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot \frac{1}{4a} + \left(\frac{1}{4a}\right)^2 + 4 \left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

=  $\left(4a - \frac{1}{4a}\right)^2 + 4 \left(4a - \frac{1}{4a}\right)$

=  $\left(4a - \frac{1}{4a}\right) \left(4a - \frac{1}{4a} + 4\right)$

(খ) দেওয়া আছে,  $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

বা,  $x^2 = 3 + 2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

বা,  $x^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

বা,  $x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

বা,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  [বর্গমূল করে]

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

এখন,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

এবং,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ =  $\frac{x^6-1}{x^3} - \sqrt{2} \left( \frac{x^4+1}{x^2} \right)$

=  $\frac{x^6}{x^3} - \frac{1}{x^3} - \sqrt{2} \left( \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)$

=  $x^3 - \frac{1}{x^3} - \sqrt{2} \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$

=  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) - \sqrt{2} \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}$

=  $(2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \{ (2\sqrt{3})^2 - 2 \}$

=  $16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - \sqrt{2}(12 - 2)$

=  $22\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2} =$  ডানপক্ষ

$\therefore \frac{x^6-1}{x^3} - \sqrt{2} \left( \frac{x^4+1}{x^2} \right) = 12\sqrt{2}$ . (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $p = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

বা,  $\frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

বা,  $\frac{1}{p} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

বা,  $\frac{1}{p} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

বা,  $\frac{1}{p} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}$

বা,  $\frac{1}{p} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{2}{p} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি =  $p^3 - \frac{8}{p^3} = p^3 - \left(\frac{2}{p}\right)^3$

=  $\left(p - \frac{2}{p}\right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{2}{p} \left(p - \frac{2}{p}\right)$

=  $(\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3})^3 + 6(\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3})$

=  $(-2\sqrt{3})^3 + 6(-2\sqrt{3}) = -24\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$

=  $-36\sqrt{3}$

নির্ণেয় মান:  $-36\sqrt{3}$

৩.  $P^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$ ,  $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$  এবং  $(x - y)^2 = \sqrt[3]{8}$   
[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $p^{-2}$  এর মান নির্ণয় কর।

২

(খ)  $p^3 + p^{-3}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$ .

8

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $P^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা,  $P^2 - 15 + 2\sqrt{56}$

বা,  $\frac{1}{P^2} = \frac{1}{15+2\sqrt{56}}$  [ব্যস্তানুপাত করে]

বা,  $P^{-2} = \frac{15-2\sqrt{56}}{(15+2\sqrt{56})(15-2\sqrt{56})}$

বা,  $P^{-2} = \frac{15-2\sqrt{56}}{(15)^2 - (2\sqrt{56})^2} = \frac{15-2\sqrt{56}}{225-224}$

$\therefore P^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$

নির্ণয় মান:  $P^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$

(খ) দেওয়া আছে,  $P^2 - 2\sqrt{56} - 15 = 0$

বা,  $P^2 = 15 + 2\sqrt{56}$

'ক' হতে পাই,  $P^{-2} = 15 - 2\sqrt{56}$

বা,  $\frac{1}{P^2} = 15 - 2\sqrt{56}$

এখন,  $P^2 + \frac{1}{P^2} = 15 + 2\sqrt{56} + 15 - 2\sqrt{56} = 30$

বা,  $\left(P + \frac{1}{P}\right)^2 - 2 \cdot P \cdot \frac{1}{P} = 30$

বা,  $\left(P + \frac{1}{P}\right)^2 = 30 + 2$

বা,  $\sqrt{\left(P + \frac{1}{P}\right)^2} = \sqrt{32}$

$\therefore P + \frac{1}{P} = 4\sqrt{2}$

প্রদত্ত রাশি =  $P^3 + P^{-3}$

=  $P^3 + \frac{1}{P^3}$

=  $\left(P + \frac{1}{P}\right)^3 - 3 \cdot P \cdot \frac{1}{P} \left(P + \frac{1}{P}\right)$

=  $(4\sqrt{2})^3 - 3 \cdot 4\sqrt{2} = 128\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 116\sqrt{2}$

নির্ণয় মান:  $116\sqrt{2}$

(গ) দেওয়া আছে,  $(x+y)^2 = \sqrt[3]{27}$

বা,  $(x+y)^2 = (3^3)^{\frac{1}{3}}$

বা,  $(x+y)^2 = 3$

$\therefore x+y = \sqrt{3}$  [বর্গমূল করে] .....(i)

এবং  $(x-y)^2 = \sqrt[3]{8} = (2^3)^{\frac{1}{3}}$

বা,  $(x-y)^2 = 2$

$\therefore x-y = \sqrt{2}$  [বর্গমূল করে] .....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$2x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

বা,  $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$  .....(iii)

আবার, (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$2y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

বা,  $y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$  .....(iv)

বামপক্ষ =  $5(x^3y + xy^3)$

=  $5xy(x^2 + y^2)$

=  $5xy\{(x+y)^2 - 2xy\}$

=  $5 \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} \left\{ (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2} \right\}$

=  $\frac{5}{4} \left\{ (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \right\} \left\{ 3 - \frac{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}{2} \right\}$

=  $\frac{5}{4} (3-2) \left( 3 - \frac{3-2}{2} \right)$

=  $\frac{5}{4} \cdot 1 \cdot \frac{6-1}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{8} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $5(x^3y + xy^3) = \frac{25}{8}$ . (প্রমাণিত)

8.  $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 4\}$

$M = \{x \in \mathbb{Z} : -3 < x < 3\}$

$N = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 3\}$  এবং  $y^6 - 42\sqrt{6}y^3 + 1 = 0$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $A \times A$  নির্ণয় কর।

২

(খ)  $C = M \setminus N$  হলে দেখাও যে,  $C$  এর উপাদান সংখ্যা  $n$  হলে  $P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  সমর্থন করে।

৪

(গ) দেখাও যে,  $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ .

৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $A = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 4\}$

অর্থাৎ, যেসব মৌলিক সংখ্যা 4 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট  $A$ ।

4 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3

$\therefore A = \{2, 3\}$

$\therefore A \times A = \{2, 3\} \times \{2, 3\} = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

নির্ণয়  $A \times A = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ .

(খ) দেওয়া আছে,  $M = \{x \in \mathbb{Z} : -3 < x < 3\}$

অর্থাৎ, যেসব পূর্ণসংখ্যা -3 অপেক্ষা বড় এবং 3 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট  $M$ ।

এখন, -3 অপেক্ষা বড় এবং 3 অপেক্ষা ছোট পূর্ণসংখ্যাসমূহ হলো:

-2, -1, 0, 1, 2

$\therefore M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$N = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 3\}$

অর্থাৎ, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 3 এর ছোট অথবা 3 এর সমান তাদের সেট  $N$ ।

এখন, 3 এর ছোট অথবা 3 এর সমান স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ হলো: 1, 2, 3

$\therefore N = \{1, 2, 3\}$

এখন,  $C = M \setminus N$  হলে,

$C = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \setminus \{1, 2, 3\} = \{-2, -1, 0\}$

$\therefore P(C) = \{\emptyset, \{-2\}, \{-1\}, \{0\}, \{-2, -1\}, \{-2, 0\}, \{-1, 0\}, \{-2, -1, 0\}\}$

এখানে,  $C$  সেটের উপাদান সংখ্যা,  $n = 3$

$P(C)$  সেটের উপাদান সংখ্যা =  $8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$  কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে,  $y^6 - 42\sqrt{6}y^3 + 1 = 0$

বা,  $(y^3)^2 - 2 \cdot y^3 \cdot 21\sqrt{6} + (21\sqrt{6})^2 - (21\sqrt{6})^2 + 1 = 0$

বা,  $(y^3 - 21\sqrt{6})^2 - 2646 + 1 = 0$

বা,  $(y^3 - 21\sqrt{6})^2 - 2645 = 0$

বা,  $(y^3 - 21\sqrt{6})^2 = 2645$

বা,  $y^3 - 21\sqrt{6} = \sqrt{2645}$  [বর্গমূল করে]

বা,  $y^3 - 21\sqrt{6} = 23\sqrt{5}$

বা,  $y^3 = 21\sqrt{6} + 23\sqrt{5}$

বা,  $y^3 = 6\sqrt{6} + 18\sqrt{5} + 15\sqrt{6} + 5\sqrt{5}$

বা,  $y^3 = (\sqrt{6})^3 + 3 \cdot (\sqrt{6})^2 \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{6} \cdot (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3$

বা,  $y^3 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^3$

$\therefore y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  (দেখানো হলো)

৫.  $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$ .

[সিলেট বোর্ড-২০২৪]

(ক) প্রমাণ কর যে,  $p = \sqrt{5} + 2$ .

২

(খ)  $p^4 - \frac{1}{p^4}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$ .

৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

বা,  $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

বা,  $p^2 = 5 + 4\sqrt{5} + 4$

বা,  $p^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 + 2^2$

বা,  $p^2 = (\sqrt{5} + 2)^2$

বা,  $p = 5 + 2$  [বর্গমূল করে]

$\therefore p = \sqrt{5} + 2$  (প্রমাণিত)

(খ) দেওয়া আছে,  $p^2 - 9 = 4\sqrt{5}$

বা,  $p^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

বা,  $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{9+4\sqrt{5}}$

বা,  $\frac{1}{p^2} = \frac{1(9-4\sqrt{5})}{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})} = \frac{9-4\sqrt{5}}{9^2-(4\sqrt{5})^2} = \frac{9-4\sqrt{5}}{81-80}$

$\therefore \frac{1}{p^2} = 9 - 4\sqrt{5}$

এখন,  $p^2 + \frac{1}{p^2} = 9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5} = 18 \dots \dots (i)$

$p^2 - \frac{1}{p^2} = 9 + 4\sqrt{5} - 9 + 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \dots \dots (ii)$

প্রদত্ত রাশি =  $p^4 - \frac{1}{p^4}$

=  $(p^2)^2 - \left(\frac{1}{p^2}\right)^2$

=  $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^2 - \frac{1}{p^2}\right)$

=  $18 \cdot 8\sqrt{5}$  [(i) ও (ii) নং হতে পাই]

=  $144\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান:  $144\sqrt{5}$ .

(গ) 'ক' হতে পাই,  $p = \sqrt{5} + 2$

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$

=  $\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \sqrt{5}-2$

$\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

$p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p}$

=  $(2\sqrt{5})^2 - 2 = 20 - 2 = 18$

$p^3 + \frac{1}{p^3} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p + \frac{1}{p}\right)$

=  $(2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$

বামপক্ষ =  $p^5 + \frac{1}{p^5}$

=  $\left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) - \left(p + \frac{1}{p}\right)$

=  $34\sqrt{5} \times 18 - 2\sqrt{5}$  [মান বসিয়ে]

=  $612\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 610\sqrt{5} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore p^5 + \frac{1}{p^5} = 610\sqrt{5}$ . (প্রমাণিত)

৬. (i)  $a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$  এবং (ii)  $x - 5 = 2\sqrt{6}$ .

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$ .

৪

(গ) দেখাও যে,  $\frac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ .

৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি =  $4b^2 + \frac{1}{4b^2} - 2 + 4b - \frac{1}{b}$

=  $(2b)^2 - 2 \cdot 2b \cdot \frac{1}{2b} + \left(\frac{1}{2b}\right)^2 + 2\left(2b - \frac{1}{2b}\right)$

=  $\left(2b - \frac{1}{2b}\right)^2 + 2\left(2b - \frac{1}{2b}\right)$

=  $\left(2b - \frac{1}{2b}\right)\left(2b - \frac{1}{2b} + 2\right)$

(খ) দেওয়া আছে,  $x - 5 = 2\sqrt{6}$

বা,  $x = 5 + 2\sqrt{6}$

বা,  $x = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

বা,  $x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  [বর্গমূল করে]

$\therefore \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

=  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

=  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ =  $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$

=  $(\sqrt{x})^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

=  $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 + 3 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

=  $(2\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{2}$

=  $16\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 22\sqrt{2} = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ,  $x\sqrt{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 22\sqrt{2}$ . (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $a^2 - 2\sqrt{6}a + 1 = 0$

বা,  $a^2 + 1 = 2\sqrt{6}a$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{6} \dots \dots (i)$  [a দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2\sqrt{6})^2$  [বর্গ করে]

বা,  $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 24$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 24 - 2 = 22 \dots \dots (ii)$

আবার,  $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{6}$

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = (2\sqrt{6})^3$  [ঘন করে]

বা,  $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = 48\sqrt{6}$

বা,  $a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \cdot 2\sqrt{6} = 48\sqrt{6}$  [(i) নং হতে]

বা,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6} \dots \dots (iii)$

বামপক্ষ =  $\frac{a^{10}+1}{a^5}$

=  $\frac{a^{10}}{a^5} + \frac{1}{a^5} = a^5 + \frac{1}{a^5}$

=  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right)$

=  $22 \times 42\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$  [(i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই]

=  $924\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

=  $922\sqrt{6} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \frac{a^{10}+1}{a^5} = 922\sqrt{6}$ . (দেখানো হলো)



৭.  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$  এবং  $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ .

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $7\sqrt{7}$  এর ৭ ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

২

(খ) দেখাও যে,  $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(1-x)$ .

৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $a^3 + \frac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$ .

৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $7\sqrt{7}$  এর ৭ ভিত্তিক লগ  $= \log_7 7\sqrt{7}$   
 $= \log_7 7 \cdot 7^{\frac{1}{2}}$   
 $= \log_7 7^{1+\frac{1}{2}}$   
 $= \log_7 7^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_7 7$   
 $= \frac{3}{2} \cdot 1 \quad [\because \log_a a = 1]$   
 $= \frac{3}{2}$

(খ) দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{x(1-x)}$   
 $\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1}{\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)} = \frac{\frac{1}{x^3} - 3\frac{1}{x^2} + 1}{\frac{1}{x} \cdot \frac{x-1}{x}} = \frac{\frac{1-3x+x^3}{x^3}}{\frac{x-1}{x^2}} = \frac{1-3x+x^3}{x^3} \times \frac{x^2}{x-1} = \frac{1-3x+x^3}{x(x-1)}$

আবার,  $f(1-x) = \frac{(1-x)^3 - 3(1-x)^2 + 1}{(1-x)(1-x)}$   
 $= \frac{1-3x+3x^2-x^3-3(1-2x+x^2)+1}{(1-x)(1-x)}$   
 $= \frac{1-3x+3x^2-x^3-3+6x-3x^2+1}{(1-x)(1-x)}$   
 $= \frac{-1+3x-x^3}{(1-x)(1-x)}$   
 $= \frac{-1+3x-x^3}{x(1-x)}$   
 $= \frac{-(1-3x+x^3)}{-x(x-1)} = \frac{1-3x+x^3}{x(x-1)}$

$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = f(1-x)$  (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

বা,  $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$   
 $\therefore \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}$

বা,  $\frac{1}{a} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$   
 $\therefore \frac{2}{a} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$   
 $\therefore a + \frac{2}{a} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{5}$

বামপক্ষ  $= a^3 + \frac{8}{a^3} = (a + \frac{2}{a})^3$   
 $= \left(a + \frac{2}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{2}{a} \left(a + \frac{2}{a}\right)$   
 $= (2\sqrt{5})^3 - 6 \cdot 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$   
 $= 28\sqrt{5} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore a^3 + \frac{8}{a^3} = 28\sqrt{5}$  (প্রমাণিত)

৮. (i)  $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$  [যখন  $x > 0$ ]

(ii)  $a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$  [যখন  $a > 0$ ]

[ঢাকা বোর্ড-২০২৩]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $4P^2 - 1 + 2R - R^2$ .

২

(খ) (i) এর সাহায্যে  $\frac{x^8-1}{x^4}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ) (ii) এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726$ .

৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= 4P^2 - 1 + 2R - R^2$   
 $= 4P^2 - (R^2 - 2R + 1)$   
 $= 4P^2 - (R - 1)^2$   
 $= (2P)^2 - (R - 1)^2 = (2P + R - 1)(2P - R + 1)$

(খ) (i) নং হতে পাই,  $x^4 - 38x^2 + 1 = 0$ ;  $x > 0$

বা,  $x^4 + 1 = 38x^2$

বা,  $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{38x^2}{x^2}$  [উভয়পক্ষকে  $x^2$  দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38 \dots \dots \dots$  (i)

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 38$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 38$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 36$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 6^2$

$\therefore x - \frac{1}{x} = 6 \dots \dots \dots$  (ii)

আমরা জানি,

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 6^2 + 4 = 36 + 4 = 40$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \dots \dots \dots$  (iii)

প্রদত্ত রাশি  $= \frac{x^8-1}{x^4}$

$= \frac{x^8}{x^4} - \frac{1}{x^4} = x^4 - \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= 38 \times 2\sqrt{10} \times 6$  [(i), (ii) ও (iii) নং হতে মান বসিয়ে]  
 $= 456\sqrt{10}$

নির্ণেয় মান:  $456\sqrt{10}$ .

(গ) (ii) নং পতে পাই,

$a^2 = 17 + 12\sqrt{2}$ ;  $a > 0$

বা,  $a^2 = 9 + 12\sqrt{2} + 8$

বা,  $a^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$

বা,  $a^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2$

$\therefore a = 3 + 2\sqrt{2}$  [বর্গমূল করে]

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$  [লব ও হরকে  $(3 - 2\sqrt{2})$  দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{3-2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$

আবার,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$   
 $= 6^3 - 3 \times 6 = 216 - 18 = 198$

বামপক্ষ  $= a^5 + \frac{1}{a^5}$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= 34 \times 198 - 6$

$$= 6732 - 6 = 6726 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^5 + \frac{1}{a^5} = 6726 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৯. (i)  $a^4 = 527 - \frac{1}{a^4}$ , যেখানে,  $a > 0$ ; (ii)  $x + \frac{1}{x} = 4$ , যেখানে  $x > 0$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) (i) নং হতে প্রমাণ কর যে,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$ . 8

(গ) (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^8-1}{x^4} = 112\sqrt{3}$ . 8

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^2 + 10x + 16 - y^2 + 6y$   
 $= x^2 + 10x + 25 - y^2 + 6y - 9$   
 $= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 - (y^2 - 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2)$   
 $= (x + 5)^2 - (y - 3)^2$   
 $= (x + 5 + y - 3)(x + 5 - y + 3)$   
 $= (x + y + 2)(x - y + 8)$

(খ) (i) নং হতে, দেওয়া আছে,  
 $a^4 = 527 - \frac{1}{a^4}$ , যেখানে,  $a > 0$

বা,  $a^4 + \frac{1}{a^4} = 527$

বা,  $(a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 527$

বা,  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = 527$

বা,  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 527 + 2$

বা,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \sqrt{529}$

বা,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 23$

বা,  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 23 + 2$

বা,  $a + \frac{1}{a} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 5$

বামপক্ষ  $= a^3 + \frac{1}{a^3}$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

$= (5)^3 - 3 \cdot 5 = 125 - 15 = 110 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 110 \text{ (দেখানো হলো)}$

(গ) (ii) নং হতে, দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 4$ , যেখানে  $x > 0$

আমরা জানি,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$

বা,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

এখন,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$= (4)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$

বামপক্ষ  $= \frac{x^8-1}{x^4} = \frac{x^8}{x^4} - \frac{1}{x^4} = x^4 - \frac{1}{x^4}$

$= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= 14 \times 4 \times 2\sqrt{3} = 112\sqrt{3} = \text{ডানপক্ষ}$

$$\therefore \frac{x^8-1}{x^4} = 112\sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

১০. (i)  $p^2 + q^2 = \sqrt[4]{64}$

(ii)  $p^2 - q^2 = \sqrt[4]{81}$

(iii)  $(a + 2) + \frac{1}{(a+2)} = 5$

[যশোর বোর্ড-২০২৩]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $x^4 + 64$ . ২

(খ)  $8p^2q^2(p^4 + q^4)$  এর মান নির্ণয় কর। 8

(গ) (iii) নং উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে,

$(a + 2)^5 + \frac{1}{(a+2)^5} = 2525$ . 8

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^4 + 64 = (x^2)^2 + (8)^2$   
 $= (x^2 + 8)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 8$   
 $= (x^2 + 8)^2 - 16x^2$   
 $= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2$   
 $= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x)$   
 $= (x^2 + 4x + 8)(x^2 - 4x + 8)$

(খ) (i) নং হতে পাই,  $p^2 + q^2 = \sqrt[4]{64}$

বা,  $p^2 + q^2 = (64)^{\frac{1}{4}}$

বা,  $p^2 + q^2 = \{(2\sqrt{2})^4\}^{\frac{1}{4}}$

$\therefore p^2 + q^2 = 2\sqrt{2}$

(ii) নং হতে পাই,  $p^2 - q^2 = \sqrt[4]{81}$

বা,  $p^2 - q^2 = (81)^{\frac{1}{4}}$

বা,  $p^2 - q^2 = (3^4)^{\frac{1}{4}}$

$\therefore p^2 - q^2 = 3$

প্রদত্ত রাশি  $= 8p^2q^2(p^4 + q^4)$

$= 4p^2q^2 \times 2(p^4 + q^4)$

$= 4p^2q^2 \times 2\{(p^2)^2 + (q^2)^2\}$

$= \{(p^2 + q^2)^2 - (p^2 - q^2)^2\} \{(p^2 + q^2)^2 + (p^2 - q^2)^2\}$

$= \{(2\sqrt{2})^2 - 3^2\} \{(2\sqrt{2})^2 + 3^2\}$

$= (8 - 9)(8 + 9) = -1 \times 17 = -17$

নির্ণেয় মান: -17.

(গ) (iii) নং হতে পাই,  $(a + 2) + \frac{1}{(a+2)} = 5$

$(a + 2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3} = \left\{(a + 2) + \frac{1}{(a+2)}\right\}^3$

$- 3 \cdot (a + 2) \cdot \frac{1}{(a+2)} \left\{(a + 2) + \frac{1}{(a+2)}\right\}$

$= 5^3 - 3 \times 5 = 125 - 15 = 110$

$(a + 2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2} = \left\{(a + 2) + \frac{1}{(a+2)}\right\}^2 - 2 \cdot (a + 2) \cdot \frac{1}{(a+2)}$

$= 5^2 - 2 = 23$

বামপক্ষ  $= (a + 2)^5 + \frac{1}{(a+2)^5}$

$= \left\{(a + 2)^2 + \frac{1}{(a+2)^2}\right\} \left\{(a + 2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3}\right\}$

$- \left\{(a + 2) + \frac{1}{(a+2)}\right\}$

$= 23 \times 110 - 5 = 2530 - 5 = 2525 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore (a + 2)^5 + \frac{1}{(a+2)^5} = 2525 \text{ (দেখানো হলো)}$

১১.  $a + b + c = m$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = n$ .

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $x^4 - 3x^2 + 1$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ)  $a = 0, m = 4$  এবং  $n = 10$  হলে,  $b^5 + c^5$  এর মান নির্ণয় কর।

(গ)  $m = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\frac{(b+c)^2}{12bc} + \frac{(c+a)^2}{12ca} + \frac{(a+b)^2}{12ab} = \frac{1}{4}$ .

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^4 - 3x^2 + 1$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x)$$

$$= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$$

(খ) দেওয়া আছে,  $a + b + c = m$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = n$

$a = 0, m = 4$  এবং  $n = 10$  হলে,  $0 + b + c = 4$

$$\therefore b + c = 4$$

$$\text{এবং } 0 + b^2 + c^2 = 10$$

$$\text{বা, } b^2 + c^2 = 10$$

$$\text{বা, } (b + c)^2 - 2bc = 10$$

$$\text{বা, } 4^2 - 2bc = 10$$

$$\text{বা, } 2bc = 16 - 10$$

$$\text{বা, } bc = \frac{6}{2}$$

$$\therefore bc = 3$$

$$\text{এখানে, } b^3 + c^3 = (b + c)^3 - 3bc(b + c)$$

$$= 4^3 - 3 \times 3 \times 4 = 64 - 36 = 28$$

$$\text{এখন, } b^5 + c^5 = (b^3 + c^3)(b^2 + c^2) - b^2c^2(b + c)$$

$$= 28 \times 10 - 3^2 \times 4 = 280 - 36 = 244$$

নির্ণেয় মান: 244

(গ) দেওয়া আছে,  $a + b + c = m$

$m = 0$  হলে,  $a + b + c = 0$

$$\text{বা, } a + b = -c$$

$$\text{বা, } (a + b)^3 = (-c)^3 \text{ [ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{(b+c)^2}{12bc} + \frac{(c+a)^2}{12ca} + \frac{(a+b)^2}{12ab}$$

$$= \frac{(a+b+c-a)^2}{12bc} + \frac{(a+b+c-b)^2}{12ca} + \frac{(a+b+c-c)^2}{12ab}$$

$$= \frac{(0-a)^2}{12bc} + \frac{(0-b)^2}{12ca} + \frac{(0-c)^2}{12ab}$$

$$= \frac{a^2}{12bc} + \frac{b^2}{12ca} + \frac{c^2}{12ab}$$

$$= \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{12abc}$$

$$= \frac{12abc}{12abc} = \frac{1}{4} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{(b+c)^2}{12bc} + \frac{(c+a)^2}{12ca} + \frac{(a+b)^2}{12ab} = \frac{1}{4} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$১২. x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}, y = \sqrt{5} - \sqrt{2}.$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $(2a - b)^3 - 27$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(খ)  $3xy(9x^2 + y^2)$  এর মান নির্ণয় কর।

(গ) প্রমাণ কর যে,  $\frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2}$ .

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= (2a - b)^3 - 27$

$$= (2a - b)^3 - (3)^3$$

$$= (2a - b - 3)\{(2a - b)^2 + (2a - b) \cdot 3 + 3^2\}$$

$$= (2a - b - 3)(4a^2 - 4ab + b^2 + 6a - 3b + 9)$$

$$= (2a - b - 3)(4a^2 + b^2 - 4ab + 6a - 3b + 9)$$

(খ) দেওয়া আছে,  $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$

$$\text{বা, } 3x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\text{এবং } y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$\therefore 3x + y = \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{এবং } 3x - y = \sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = 3xy(9x^2 + y^2)$$

$$= \frac{1}{8} \cdot 4 \cdot 3x \cdot y \cdot 2(9x^2 + y^2)$$

$$= \frac{1}{8} \{(3x + y)^2 - (3x - y)^2\} \{(3x + y)^2 + (3x - y)^2\}$$

$$= \frac{1}{8} \{(2\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2\} \{(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{2})^2\}$$

$$= \frac{1}{8} (20 - 8)(20 + 8) = \frac{1}{8} \times 12 \times 28 = 42$$

নির্ণেয় মান: 42.

(গ) দেওয়া আছে,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{y} = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2} = \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{3}{y} - y = \sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{27}{y^3} - y^3$$

$$= \left(\frac{3}{y}\right)^3 - y^3$$

$$= \left(\frac{3}{y} - y\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{y} \cdot y \left(\frac{3}{y} - y\right)$$

$$= (2\sqrt{2})^3 + 9 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2} = 34\sqrt{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{27}{y^3} - y^3 = 34\sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

১৩.  $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 3x + 2 = 0\} \text{ এবং } f(y) = \frac{7y-1}{y^2}.$$

[সিলেট বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $b^2 - 1 + 2c - c^2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(খ)  $P(A')$  নির্ণয় কর।

(গ)  $f(a) = 1$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^4 = 2207 - \frac{1}{a^4}$

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= b^2 - 1 + 2c - c^2$

$$= b^2 - (1 - 2c + c^2) = b^2 - (1 - c)^2$$

$$= \{b + (1 - c)\}\{b - (1 - c)\}$$

$$= (b + 1 - c)(b - 1 + c)$$

$$= (b - c + 1)(b + c - 1)$$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(b - c + 1)(b + c - 1)$ .

(খ) দেওয়া আছে,  $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

অর্থাৎ, যেসব স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 7 অপেক্ষা ছোট বা সমান তাদের সেট।

7 এর ছোট বা সমান স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহ: 2, 3, 5, 7

$$\therefore U = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{এবং } A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

$$\text{এখানে, } x^2 - 2x - x + 2 = 0$$



$$\text{বা, } x(x-2) - 1(x-2) = 0$$

$$\text{বা, } (x-2)(x-1) = 0$$

$$\text{হয়, } x-2 = 0$$

$$\text{অথবা, } x-1 = 0$$

$$\text{বা, } x = 2$$

$$\text{বা, } x = 1$$

যেহেতু  $1 \notin U$  সেহেতু  $1 \notin A$

$$\therefore A = \{2\}$$

$$\text{এখন, } A' = U - A = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\therefore P(A') = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$$

$$\text{নির্ণেয় } P(A') = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } f(y) = \frac{7y-1}{y^2}$$

$$\therefore f(a) = \frac{7a-1}{a^2}$$

$$\text{এখন, } f(a) = 1 \text{ হলে, } 1 = \frac{7a-1}{a^2}$$

$$\text{বা, } a^2 = 7a - 1$$

$$\text{বা, } a^2 + 1 = 7a$$

$$\text{বা, } \frac{a^2+1}{a} = 7$$

$$\text{বা, } a + \frac{1}{a} = 7$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 7^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 49$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 49 - 2$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 47$$

$$\text{বা, } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = (47)^2 \text{ [আবার উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 2209$$

$$\text{বা, } a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 2209$$

$$\text{বা, } a^4 = 2209 - 2 - \frac{1}{a^4}$$

$$\therefore a^4 = 2207 - \frac{1}{a^4} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$১৪. x^8 - 2x^4 + 1 = 0, x > 0$$

$$A = p + q \text{ এবং } B = p^2 - q^2$$

[বরিশাল বোর্ড-২০২৩]

$$(ক) \text{ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: } y^4 - 79y^2 + 1$$

২

$$(খ) \frac{3}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

৪

$$(গ) A = \sqrt{7}, B = \sqrt{35} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } \frac{1}{3}(p^3q + pq^3) = 18$$

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) y^4 - 79y^2 + 1$$

$$= (y^2)^2 + 2 \cdot y^2 \cdot 1 + 1^2 - 81y^2$$

$$= (y^2 + 1)^2 - (9y)^2$$

$$= (y^2 + 1 + 9y)(y^2 + 1 - 9y)$$

$$= (y^2 + 9y + 1)(y^2 - 9y + 1)$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } x^8 - 2x^4 + 1 = 0, x > 0$$

$$\text{বা, } x^8 + 1 = 2x^4$$

$$\text{বা, } \frac{x^8}{x^4} + \frac{1}{x^4} = \frac{2x^4}{x^4} \text{ [উভয়পক্ষে } x^4 \text{ দ্বারা বাগ করে]}$$

$$\text{বা, } x^4 + \frac{1}{x^4} = 2$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 2$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 2$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 2 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 4$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2 + 2 = 4$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{3}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \right\}$$

$$= \frac{3}{2} (2^3 - 3 \times 2) = \frac{3}{2} (8 - 6) = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

নির্ণেয় মান: 3

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } A = p + q \text{ এবং } B = p^2 - q^2$$

$$A = \sqrt{7} \text{ হলে, } p + q = \sqrt{7}$$

$$\text{এবং } B = \sqrt{35} \text{ হলে, } p^2 - q^2 = \sqrt{35}$$

$$\text{বা, } (p + q)(p - q) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } \sqrt{7}(p - q) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } p - q = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore p - q = \sqrt{5}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{3}(p^3q + pq^3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot pq(p^2 + q^2)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4pq \cdot 2(p^2 + q^2)$$

$$= \frac{1}{24} \{(p + q)^2 - (p - q)^2\} \{(p + q)^2 + (p - q)^2\}$$

$$= \frac{1}{24} \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$$

$$= \frac{1}{24} (7 - 5)(7 + 5)$$

$$= \frac{1}{24} \times 2 \times 12 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{1}{3}(p^3q + pq^3) = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$১৫. y = \sqrt{5} - 2 \text{ এবং } x + y = 2\sqrt{5}$$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩]

$$(ক) \text{ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: } 2 - 5x - 12x^2$$

২

$$(খ) \frac{1}{y^3} - y^3 \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

৪

$$(গ) \text{ প্রমাণ কর যে, } xy(x^2 + y^2) = 18$$

৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ প্রদত্ত রাশি} = 2 - 5x - 12x^2$$

$$= 2 + 3x - 8x - 12x^2$$

$$= 1(2 + 3x) - 4x(2 + 3x)$$

$$= (2 + 3x)(1 - 4x)$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } y = \sqrt{5} - 2$$

$$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5} + 2$$

$$\therefore \frac{1}{y} - y = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 2 = 4$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{y^3} - y^3 = \left(\frac{1}{y} - y\right)^3 + 3 \cdot \frac{1}{y} \cdot y \left(\frac{1}{y} - y\right)$$

$$= 4^3 + 3 \times 4 = 64 + 12 = 76$$

নির্ণেয় মান: 76

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } y = \sqrt{5} - 2$$

$$\text{এবং } x + y = 2\sqrt{5}$$

বা,  $x + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$  [ $\because y = \sqrt{5} - 2$ ]

বা,  $x = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2$

$\therefore x = \sqrt{5} + 2$

$\therefore x - y = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 2 = 4$

বামপক্ষ =  $xy(x^2 + y^2)$

$= \frac{1}{8} \cdot 4xy \cdot 2(x^2 + y^2)$

$= \frac{1}{8} \{(x+y)^2 - (x-y)^2\} \{(x+y)^2 + (x-y)^2\}$

$= \frac{1}{8} \{(2\sqrt{5})^2 - 4^2\} \{(2\sqrt{5})^2 + 4^2\}$

$= \frac{1}{8} (20 - 16)(20 + 16)$

$= \frac{1}{8} \times 4 \times 36 = 18 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore xy(x^2 + y^2) = 18$  (প্রমাণিত)

১৬.  $m + n = \sqrt{6}$ ,  $m - n = \sqrt{5}$  এবং  $x = \sqrt{5} + 2$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $p^3 + 3p + 36$ .

২

(খ)  $24mn(m^2 + n^2)$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 610\sqrt{5}$ .

৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি =  $p^3 + 3p + 36$

ধরি,  $f(p) = p^3 + 3p + 36$

$\therefore f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36 = -27 - 9 + 36 = 0$

$\therefore p - (-3) = p + 3$

অর্থাৎ  $(p + 3)$ ,  $f(p)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $p^3 + 3p + 36 = p^3 + 3p^2 - 3p^2 - 9p + 12p + 36$   
 $= p^2(p + 3) - 3p(p + 3) + 12(p + 3)$   
 $= (p + 3)(p^2 - 3p + 12)$

(খ) দেওয়া আছে,  $m + n = \sqrt{6}$  এবং  $m - n = \sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি =  $24mn(m^2 + n^2)$

$= 3.4mn \cdot 2(m^2 + n^2)$

$= 3\{(m+n)^2 - (m-n)^2\} \{(m+n)^2 + (m-n)^2\}$

$= 3\{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2\}$

$= 3(6 - 5)(6 + 5) = 3 \times 1 \times 11 = 33$

নির্ণেয় মান: 33

(গ) দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{5} + 2$

$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

$= \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \sqrt{5} - 2$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$= (2\sqrt{5})^2 - 2 = 20 - 2 = 18$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$

বামপক্ষ =  $x^5 + \frac{1}{x^5}$

$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 34\sqrt{5} \times 18 - 2\sqrt{5}$  [মান বসিয়ে]

$= 612\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 610\sqrt{5} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 610\sqrt{5}$ . (প্রমাণিত)

১৭. দুইটি বীজগাণিতীয় সমীকরণ  $x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$  এবং  $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$   
 [ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক)  $y^2 + 2z - 1 - z^2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

৪

(গ)  $\frac{p^6-1}{p^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি =  $y^2 + 2z - 1 - z^2$

$= y^2 - (z^2 - 2z + 1) = y^2 - (z^2 - 2 \cdot z \cdot 1 + 1^2)$

$= y^2 - (z - 1)^2 = (y + z - 1)(y - z + 1)$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(y + z - 1)(y - z + 1)$

(খ) দেওয়া আছে,  $x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$

বা,  $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

বা,  $(x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$

বা,  $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = (9\sqrt{3})^2 - 1$

বা,  $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 243 - 1$

বা,  $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা,  $(x^3 - 9\sqrt{3}) = \sqrt{242}$

বা,  $x^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{121 \times 2}$

বা,  $x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা,  $x^3 = 11\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$

বা,  $x^3 = 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

বা,  $x^3 = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

বা,  $x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

বা,  $x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

বা,  $p^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3$

বা,  $p^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

বা,  $p^2 = (2 + \sqrt{3})^2$

বা,  $p = 2 + \sqrt{3}$

$\therefore \frac{1}{p} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

$= \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$  [লব ও হরকে  $(2 - \sqrt{3})$  দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1}$

$\therefore \frac{1}{p} = 2 - \sqrt{3}$

এখানে,  $\left(p - \frac{1}{p}\right) = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3})$

$= 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

এখন, প্রদত্ত রাশি =  $\frac{p^6-1}{p^3}$

$= \frac{p^6}{p^3} - \frac{1}{p^3}$

$= p^3 - \frac{1}{p^3} = \left(p - \frac{1}{p}\right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p - \frac{1}{p}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$

$= 8 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

নির্ণেয় মান:  $30\sqrt{3}$



১৮.  $(l + m)^2 = \sqrt[3]{125}$ ,  $(l - m)^2 = \sqrt[3]{64}$  এবং  $k^2 + \frac{1}{k^2} = \frac{85}{4}$ ; যেখানে  $k > 0$ .

[রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

(ক)  $9c^2 + \frac{1}{9c^2} - 2 + 9c - \frac{1}{c}$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $4(l^3m + lm^3) = \frac{9}{2}$ . ৪

(গ) দেখাও যে,  $8\left(k^3 - \frac{1}{k^3}\right) = 89\sqrt{77}$ . ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= 9c^2 + \frac{1}{9c^2} - 2 + 9c - \frac{1}{c}$   
 $= (3c)^2 - 2.3c.\frac{1}{3c} + \left(\frac{1}{3c}\right)^2 + 3\left(3c - \frac{1}{3c}\right)$   
 $= \left(3c - \frac{1}{3c}\right)^2 + 3\left(3c - \frac{1}{3c}\right)$   
 $= \left(3c - \frac{1}{3c}\right)\left(3c - \frac{1}{3c} + 3\right)$   
 নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $\left(3c - \frac{1}{3c}\right)\left(3c - \frac{1}{3c} + 3\right)$

(খ) দেওয়া আছে,  $(l + m)^2 = \sqrt[3]{125}$   
 বা,  $(l + m)^2 = (5^3)^{\frac{1}{3}} = 5 \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $(l - m)^2 = \sqrt[3]{64}$   
 বা,  $(l - m)^2 = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4 \dots \dots \dots$  (ii)

(i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,  
 $(l + m)^2 - (l - m)^2 = 5 - 4$   
 বা,  $4lm = 1$  [ $\because (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$ ]

আবার, (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,  
 $(l + m)^2 + (l - m)^2 = 5 + 4$   
 বা,  $2(l^2 + m^2) = 9$  [ $\because (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ ]

বা,  $l^2 + m^2 = \frac{9}{2}$   
 বামপক্ষ  $= 4(l^3m + lm^3)$   
 $= 4lm(l^2 + m^2) = 1 \times \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore 4(l^3m + lm^3) = \frac{9}{2}$  (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $k^2 + \frac{1}{k^2} = \frac{85}{4}$ ; যেখানে,  $k > 0$

বা,  $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 + 2.k.\frac{1}{k} = \frac{85}{4}$

বা,  $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 + 2 = \frac{85}{4}$

বা,  $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{85}{4} - 2$

বা,  $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{85-8}{4}$

বা,  $\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{77}{4}$

$\therefore k - \frac{1}{k} = \frac{\sqrt{77}}{2}$

বামপক্ষ  $= 8\left(k^3 - \frac{1}{k^3}\right) = 8\left\{\left(k - \frac{1}{k}\right)^3 + 3.k.\frac{1}{k}\left(k - \frac{1}{k}\right)\right\}$

$= 8\left\{\left(\frac{\sqrt{77}}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{\sqrt{77}}{2}\right\} = 8\left(\frac{77\sqrt{77}}{8} + \frac{3\sqrt{77}}{2}\right)$

$= 8\left(\frac{77\sqrt{77} + 12\sqrt{77}}{8}\right) = 89\sqrt{77} = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore 8\left(k^3 - \frac{1}{k^3}\right) = 89\sqrt{77}$  (দেখানো হলো)

১৯.  $a + b + c = m$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = n$  এবং  $y^2 = 11 + \sqrt{120}$ .

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(ক)  $4p^2 - 4q^2 + 4q - 1$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ)  $c = 0$ ,  $m = 3$ ,  $n = 5$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ)  $y^2\left(y^3 + \frac{1}{y^7}\right)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= 4p^2 - 4q^2 + 4q - 1$   
 $= 4p^2 - (4q^2 - 4q + 1)$   
 $= 4p^2 - \{(2q)^2 - 2.2q.1 + 1^2\}$   
 $= (2p)^2 - (2q - 1)^2$   
 $= (2p + 2q - 1)(2p - 2q + 1)$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(2p + 2q - 1)(2p - 2q + 1)$

(খ) দেওয়া আছে,

$$a + b + c = m$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = n$$

$$c = 0, m = 3, n = 5$$

$$\therefore a + b + 0 = 3$$

$$\text{বা, } a + b = 3$$

$$\text{এবং } a^2 + b^2 + 0 = 5$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = 5$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 - 2ab = 5$$

$$\text{বা, } 3^2 - 2ab = 5$$

$$\text{বা, } 9 - 5 = 2ab$$

$$\text{বা, } 2ab = 4$$

$$\therefore ab = 2$$

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$= 3^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9$$

নির্ণেয় মান: 9

(গ) দেওয়া আছে,  $y^2 = 11 + \sqrt{120}$

$$\text{বা, } y^2 = 11 + \sqrt{4 \times 30}$$

$$\text{বা, } y^2 = 11 + 2\sqrt{30}$$

$$\text{বা, } y^2 = 5 + 2\sqrt{30} + 6$$

$$\text{বা, } y^2 = (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{5}.\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$$

$$\text{বা, } y^2 = (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2$$

$$\text{বা, } y = \sqrt{5} + \sqrt{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{5} + \sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} \text{ [লব ও হরকে } (\sqrt{6} - \sqrt{5}) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{এখানে, } y^2 + \frac{1}{y^2} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2.y.\frac{1}{y}$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 2 = (4 \times 6) - 2 = 24 - 2 = 22$$

$$\text{আবার, } y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3.y.\frac{1}{y}\left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= (2\sqrt{6})^3 - 3 \times 2\sqrt{6}$$

$$= 8 \times 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6}$$

$$\text{এখন, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right) = 22 \times 42\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } y^5 + \frac{1}{y} + y + \frac{1}{y^5} = 924\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } y^5 + \frac{1}{y^5} + \left(y + \frac{1}{y}\right) = 924\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } y^5 + \frac{1}{y^5} + 2\sqrt{6} = 924\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } y^2\left(y^3 + \frac{1}{y^7}\right) = 924\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$$

$$\therefore y^2 \left( y^3 + \frac{1}{y^7} \right) = 922\sqrt{6}$$

নির্ণেয় মান:  $922\sqrt{6}$ .

$$২০. A = p^4 + \frac{1}{p^4} \text{ এবং } B = 3 + 2\sqrt{2}.$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২২]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $ax^2 + (ab - 1)x - b$ . ২

(খ) যদি  $A = 119$  হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $p = 3 + \frac{1}{p}$ . ৪

(গ) যদি  $B = x$  হয়, তবে  $\frac{x^6+1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ প্রদত্ত রাশি } = ax^2 + (ab - 1)x - b$$

$$= ax^2 + abx - x - b$$

$$= ax(x + b) - 1(x + b)$$

$$= (x + b)(ax - 1)$$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(x + b)(ax - 1)$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } A = p^4 + \frac{1}{p^4} \text{ এবং } A = 119$$

$$\therefore p^4 + \frac{1}{p^4} = 119$$

$$\text{বা, } (p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = 119$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2 \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p^2} = 119$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2 = 119$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = 119 + 2 = 121$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = \sqrt{121} = \sqrt{(11)^2}$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = 11$$

$$\text{বা, } p^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = 11$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p} = 11$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2 = 11$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 11 - 2 = 9$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{p}\right) = \sqrt{9}$$

$$\text{বা, } p - \frac{1}{p} = 3$$

$$\therefore p = 3 + \frac{1}{p} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } B = 3 + 2\sqrt{2} \text{ এবং } B = x$$

$$\therefore x = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} \text{ [লব ও হরকে } (3 - 2\sqrt{2}) \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} = \frac{3-2\sqrt{2}}{1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$$

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশি } = \frac{x^6+1}{x^3}$$

$$= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (6)^3 - 3 \times 6 = 216 - 18 = 198$$

নির্ণেয় মান: 198

$$২১. (i) a - 2 = \frac{1}{a}; (ii) x^4 = 4(4x^2 - 1)$$

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $x^2 + 4x - 21$ . ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ . ৪

(গ)  $a^5 + \frac{1}{a^5}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ প্রদত্ত রাশি } = x^2 + 4x - 21$$

$$= x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$= x(x + 7) - 3(x + 7) = (x + 7)(x - 3)$$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(x + 7)(x - 3)$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } x^4 = 4(4x^2 - 1)$$

$$\text{বা, } x^4 = 16x^2 - 4$$

$$\text{বা, } x^4 - 16x^2 + 4 = 0$$

$$\text{বা, } (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 8 + 8^2 - 8^2 + 4 = 0$$

$$\text{বা, } (x^2 - 8)^2 = 60$$

$$\text{বা, } x^2 - 8 = \sqrt{60}$$

$$\text{বা, } x^2 - 8 = \sqrt{4 \times 15}$$

$$\text{বা, } x^2 = 2\sqrt{15} + 8$$

$$\text{বা, } x^2 = 5 + 2\sqrt{15} + 3$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } a - 2 = \frac{1}{a}$$

$$\text{বা, } a - \frac{1}{a} = 2 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এখন, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{8}$$

$$\text{এখানে, } a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = (\sqrt{8})^2 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$\text{আবার, } a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (\sqrt{8})^3 - 3 \times \sqrt{8} = 8\sqrt{8} - 3\sqrt{8} = 5\sqrt{8}$$

$$\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 6 \times 5\sqrt{8}$$

$$\text{বা, } a^5 + \frac{1}{a} + a + \frac{1}{a^5} = 30\sqrt{8}$$

$$\text{বা, } \left(a^5 + \frac{1}{a^5}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) = 30\sqrt{8}$$

$$\text{বা, } a^5 + \frac{1}{a^5} + \sqrt{8} = 30\sqrt{8}$$

$$\text{বা, } a^5 + \frac{1}{a^5} = 30\sqrt{8} - \sqrt{8}$$

$$\text{বা, } a^5 + \frac{1}{a^5} = 29\sqrt{8} = 29 \times 2\sqrt{2} = 58\sqrt{2}$$

নির্ণেয় মান:  $58\sqrt{2}$ .

$$২২. a + b = x, a^2 + b^2 = y$$

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

(ক)  $y^2 - 2yz - 4z - 4$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) যদি  $a^3 + b^3 = z$  হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^3+2z}{xy} = 3$ . ৪

(গ) যদি  $x = 2, y = 4$  হয় তবে  $a^3 + b^3 - 7(a + b)^2$  এর মান বের কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ প্রদত্ত রাশি } = y^2 - 2yz - 4z - 4$$

$$\begin{aligned}
 &= y^2 - 4 - 2yz - 4z \\
 &= (y^2 - 2^2) - 2z(y + 2) \\
 &= (y + 2)(y - 2) - 2z(y + 2) \\
 &= (y + 2)(y - 2 - 2z)
 \end{aligned}$$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(y + 2)(y - 2 - 2z)$

(খ) দেওয়া আছে,  $a + b = x$ ,  $a^2 + b^2 = y$

$$\text{এবং } a^3 + b^3 = z$$

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \frac{x^3 + 2z}{xy} \\
 &= \frac{(a+b)^3 + 2(a^3 + b^3)}{(a+b)(a^2 + b^2)} \\
 &= \frac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3}{3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3} \\
 &= \frac{3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3}{3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3} \\
 &= \frac{3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)}{3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)} \\
 &= \frac{(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)}{(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)} \\
 &= 3 = \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^3 + 2z}{xy} = 3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $a + b = x$ ,  $a^2 + b^2 = y$

$$x = 2 \text{ হলে,}$$

$$\therefore a + b = 2$$

$$\text{আবার, } y = 4 \text{ হলে,}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 - 2ab = 4$$

$$\text{বা, } 2^2 - 2ab = 4$$

$$\text{বা, } 4 - 4 = 2ab$$

$$\text{বা, } 2ab = 0$$

$$\text{বা, } ab = 0$$

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 - 7(a + b)^2$$

$$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 7(a + b)^2$$

$$= 2^3 - 3 \times 0 \times 2 - 7 \times 2^2$$

$$= 8 - 0 - 7 \times 4$$

$$= 8 - 28 = -20$$

নির্ণেয় মান: 20.

২৩. যে কোন ধনাত্মক সংখ্যা  $x$  এর বর্গ ও তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 10।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক)  $x^2 + 14x + 48$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $x^4 - \frac{1}{x^4} = 40\sqrt{6}$ . 8

(গ) প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^6 - 1}{x^3} = 22\sqrt{2}$ . 8

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^2 + 14x + 48$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 - 7^2 + 48$$

$$= (x + 7)^2 - 1 = (x + 7)^2 - 1^2$$

$$= (x + 7 + 1)(x + 7 - 1) = (x + 8)(x + 6)$$

ধরি,  $x + 8 = a$  এবং  $x + 6 = b$

$$\therefore (x + 8)(x + 6) = ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{x+8+x+6}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+8-x-6}{2}\right)^2$$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$$= \left(\frac{2x+14}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{2(x+7)}{2}\right\}^2 - 1^2 = (x + 7)^2 - 1^2$$

$$\therefore x^2 + 14x + 48 = (x + 7)^2 - 1^2$$

(খ) দেওয়া আছে, কোনো ধনাত্মক সংখ্যা  $x$  এর বর্গ ও তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 10.

$$\text{অর্থাৎ } (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 10$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 10$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 10$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 10 - 2 \text{ বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 8$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{8}$$

$$\text{আবার, } (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 10$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 10$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 10$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 10 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 12$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{12}$$

$$\text{বামপক্ষ} = x^4 - \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= 10 \times \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 10 \times \sqrt{12} \times \sqrt{8}$$

$$= 10\sqrt{96} = 10\sqrt{16 \times 6} = 10 \times 4\sqrt{6}$$

$$= 40\sqrt{6} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^4 - \frac{1}{x^4} = 40\sqrt{6} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) 'খ' হতে পাই,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{8}$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{x^6 - 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{8})^3 + 3 \times \sqrt{8} = 8\sqrt{8} + 3\sqrt{8}$$

$$= 11\sqrt{8} = 11\sqrt{4 \times 2} = 11 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 22\sqrt{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{x^6 - 1}{x^3} = 22\sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

২৪.  $m^4 - m^2 + 1 = 0$  এবং  $x = \sqrt{2} + 1$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $a^4 - 51a^2 + 1$ . ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $m^3 + \frac{1}{m^3} = 0$ . 8

(গ)  $x^5 - \frac{1}{x^5}$  এর মান নির্ণয় কর। 8

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= a^4 - 51a^2 + 1$

$$= a^4 - 2a^2 + 1 - 49a^2$$

$$= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1^2 - (7a^2)$$

$$= (a^2 - 1)^2 - (7a^2)$$

$$= (a^2 - 1 + 7a)(a^2 - 1 - 7a)$$

$$= (a^2 + 7a - 1)(a^2 - 7a - 1)$$

নির্ণেয় উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ:  $(a^2 + 7a - 1)(a^2 - 7a - 1)$

(খ) দেওয়া আছে,  $m^4 - m^2 + 1 = 0$

$$\text{বা, } m^4 + 1 = m^2$$

$$\text{বা, } \frac{m^4 + 1}{m^2} = \frac{m^2}{m^2} \text{ [উভয়পক্ষকে } m^2 \text{ দ্বারা বাগ করে]}$$



$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{m^4}{m^2} + \frac{1}{m^2} &= 1 \\ \text{বা, } m^2 + \frac{1}{m^2} &= 1 \\ \text{বা, } \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{1}{m} &= 1 \\ \text{বা, } \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 &= 1 \\ \text{বা, } \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 &= 1 + 2 = 3 \\ \text{বা, } \left(m + \frac{1}{m}\right) &= \sqrt{3} \\ \text{বামপক্ষ} &= m^3 + \frac{1}{m^3} \\ &= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3 \cdot m \cdot \frac{1}{m} \left(m + \frac{1}{m}\right) \\ &= (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore m^3 + \frac{1}{m^3} &= 0 \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{2} + 1$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ \text{বা, } \frac{1}{x} &= \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \quad [\text{লব ও হরকে } (\sqrt{2}-1) \text{ দ্বারা গুণ করে}] \\ \text{বা, } \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1^2} \\ \text{বা, } \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} \\ \text{বা, } \frac{1}{x} &= \sqrt{2}-1 \\ \therefore x + \frac{1}{x} &= \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \\ \text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (2\sqrt{2})^2 - 2 \\ &= 8 - 2 = 6 \\ \text{আবার, } x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (2)^3 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14 \\ \therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) &= 6 \times 14 \\ \text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} + x - \frac{1}{x^5} &= 84 \\ \text{বা, } \left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) &= 84 \\ \text{বা, } \left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right) + 2 &= 84 \\ \text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} &= 84 - 2 \\ \text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} &= 82. \\ \text{নির্ণেয় মান: } 82 \end{aligned}$$

২৫.  $p + q = \sqrt{3}$ ,  $p^2 - q^2 = \sqrt{6}$  এবং  $A = y^4 + \frac{1}{y^4}$

[ঢাকা বোর্ড-২০২০]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 16z^2$ . ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $p^3 + q^3 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ . ৪

(গ)  $A = m^4 + 4m^2 + 2$  হলে, দেখাও যে,  $y^2 - 1 = my$ . ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $4x^2 - 12xy + 9y^2 - 16z^2$   
 $= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 - (4z)^2$   
 $= (2x - 3y)^2 - (4z)^2$   
 $= (2x - 3y + 4z)(2x - 3y - 4z)$

(খ) দেওয়া আছে,  $p + q = \sqrt{3}$   
 এবং  $p^2 - q^2 = \sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \text{বা, } (p + q)(p - q) &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \\ \text{বা, } \sqrt{3}(p - q) &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \quad [\because p + q = \sqrt{3}] \\ \therefore p - q &= \sqrt{2} \\ \text{আমরা জানি, } (p + q)^2 &= (p - q)^2 + 4pq \\ \text{বা, } (\sqrt{3})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 4pq \\ \text{বা, } 3 &= 2 + 4pq \\ \text{বা, } 4pq &= 3 - 2 = 1 \\ \therefore pq &= \frac{1}{4} \\ \text{বামপক্ষ} &= p^3 + q^3 = (p + q)^3 - 3pq(p + q) \\ &= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4} = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore p^3 + q^3 &= \frac{9\sqrt{3}}{4} \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $A = y^4 + \frac{1}{y^4}$  এবং  $A = m^4 + 4m^2 + 2$

এখন,  $y^4 + \frac{1}{y^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2 \cdot y^2 \cdot \frac{1}{y^2} &= m^4 + 4m^2 + 2 \\ \text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 &= m^4 + 4m^2 + 2 + 2 \\ \text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 &= m^4 + 4m^2 + 4 \\ \text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 &= (m^2)^2 + 2 \cdot m^2 \cdot 2 + 2^2 \\ \text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 &= (m^2 + 2)^2 \\ \text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} &= m^2 + 2 \\ \text{বা, } \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} &= m^2 + 2 \\ \text{বা, } \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 2 &= m^2 + 2 \\ \text{বা, } \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 &= m^2 + 2 - 2 = m^2 \\ \text{বা, } y - \frac{1}{y} &= m \\ \text{বা, } \frac{y^2 - 1}{y} &= m \\ \therefore y^2 - 1 &= my \quad (\text{দেখানো হলো}) \end{aligned}$$

২৬.  $a^4 - 27a^2 + 1 = 0$  এবং  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 34\sqrt{5}$ , যেখানে  $a, x > 0$ .

[রাজশাহী বোর্ড-২০২০]

(ক)  $B = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 < 4\}$  সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ)  $a^4 - \frac{1}{a^4}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $x = 2 + \sqrt{5}$ . ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $B = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } x^2 < 4\}$   
 অর্থাৎ যেসব পূর্ণসংখ্যার বর্গ ৪ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।  
 $x = 0$  হলে,  $x^2 = 0^2 = 0 < 4$   
 $x = \pm 1$  হলে,  $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 4$   
 $x = \pm 2$  হলে,  $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 \nless 4$   
 নির্ণেয় সেট,  $B = \{-1, 0, 1\}$

(খ) দেওয়া আছে,  $a^4 - 27a^2 + 1 = 0$  যেখানে,  $a > 0$   
 বা,  $a^4 + 1 = 27a^2$   
 বা,  $\frac{a^4 + 1}{a^2} = \frac{27a^2}{a^2}$  [উভয়পক্ষে  $a^2$  দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } \frac{a^4}{a^2} + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 27$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 27$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 27 + 2$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 29$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$$

$$\text{আবার, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 27$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 27$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 27 - 2$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 25 = 5^2$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^4 - \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 - \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 = 135\sqrt{29} \end{aligned}$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } 135\sqrt{29}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = 34\sqrt{5}, \text{ যেখানে, } x > 0$$

$$\text{বা, } \frac{x^6+1}{x^3} = 34\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^6 + 1 = 34\sqrt{5}x^3$$

$$\text{বা, } x^6 - 34\sqrt{5}x^3 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 17\sqrt{5} + (17\sqrt{5})^2 - (17\sqrt{5})^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 17\sqrt{5})^2 - 1445 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 17\sqrt{5})^2 - 1444 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 17\sqrt{5})^2 = 1444$$

$$\text{বা, } x^3 - 17\sqrt{5} = \sqrt{1444} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 - 17\sqrt{5} = 38$$

$$\text{বা, } x^3 = 38 + 17\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^3 = 8 + 12\sqrt{5} + 30 + 5\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3$$

$$\text{বা, } x^3 = (2 + \sqrt{5})^3$$

$$\text{বা, } x = 2 + \sqrt{5} \text{ [ঘনমূল করে]}$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{5} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$২৭. x^4 - x^2 + 1 = 0 \text{ এবং } p = 18.$$

[যশোর বোর্ড-২০২০]

$$(ক) \text{ উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর: } 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}.$$

$$(খ) x^5 + \frac{1}{x^5} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$(গ) p = a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ প্রদত্ত রাশি} = 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)\left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} \text{ [উভয়পক্ষকে } x^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{এখন, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 1 \times 0$$

$$\text{বা, } x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + \sqrt{3} = 0$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3}$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } p = 18$$

$$p = a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ হলে,}$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$$

$$\text{বা, } \frac{a^6+1}{a^3} = 18$$

$$\text{বা, } a^6 + 1 = 18a^3$$

$$\text{বা, } (a^3)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot 9 + 9^2 - (9)^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3 - 9)^2 - 81 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (a^3 - 9)^2 = 80$$

$$\text{বা, } a^3 - 9 = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5}$$

$$\text{বা, } a^3 - 9 = 4\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } a^3 = \frac{27}{8} + \frac{27\sqrt{5}}{8} + \frac{45}{8} + \frac{5\sqrt{5}}{8}$$

$$\text{বা, } a^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3$$

$$\text{বা, } a^3 = \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3$$

$$\text{বা, } a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ [ঘনমূল করে]}$$

$$\therefore a = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$২৮. (i) y^4 = 527 - \frac{1}{y^4}, \text{ যেখানে } y > 0.$$

$$(ii) a + \frac{1}{a} = 4, \text{ যেখানে } a > 0.$$

[বরিশাল বোর্ড-২০২০]

# সৃজনশীল (সিকিউ) নোট

গণিত

৩য় অধ্যায়

বীজগাণিতিক রাশি

Prepared by: ISRAFIL SHARDER AVEEK

(ক)  $x^4 - 38x^2 + 1$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

(খ) (i) নং হতে দেখাও যে,  $y^3 + \frac{1}{y^3} = 110$ .

৪

(গ) (ii) নং হতে প্রমাণ কর যে,  $\frac{a^8-1}{a^4} = 112\sqrt{3}$ .

৪

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^4 - 38x^2 + 1$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - 36x^2$$

$$= (x^2 - 1)^2 - (6x)^2$$

$$= (x^2 - 1 + 6x)(x^2 - 1 - 6x)$$

$$= (x^2 + 6x - 1)(x^2 - 6x - 1)$$

(খ) (i)  $y^4 = 527 - \frac{1}{y^4}$ , যেখানে  $y > 0$

$$\text{বা, } y^4 + \frac{1}{y^4} = 527$$

$$\text{বা, } (y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 = 527$$

$$\text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2 \cdot y^2 \cdot \frac{1}{y^2} = 527$$

$$\text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = 527 + 2$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} = \sqrt{529}$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} = 23$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} = 23$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 = 23$$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 23 + 2$$

$$\text{বা, } y + \frac{1}{y} = \sqrt{25}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 5$$

$$\text{বামপক্ষ} = y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3 \cdot y \cdot \frac{1}{y} \left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= (5)^3 - 3 \times 5 = 125 - 15 = 110 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore y^3 + \frac{1}{y^3} = 110. \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) (ii) নং হতে, দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 4$ , যেখানে  $a > 0$

$$\text{আমরা জানি, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = (4)^2 - 4 = 16 - 4$$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 12$$

$$\text{বা, } a - \frac{1}{a} = \sqrt{12}$$

$$\text{বা, } a - \frac{1}{a} = \sqrt{4 \times 3}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^8-1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} - \frac{1}{a^4} = a^4 - \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 - \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= 14 \times 4 \times 2\sqrt{3} = 112\sqrt{3} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{a^8-1}{a^4} = 112\sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

২৯.  $P = 9 + 4\sqrt{5}$  এবং  $Q = m^2 - \sqrt{5}m + 1$ ;  $m > 0$ .

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২০]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $y^2 - 2yz - 4z - 4$ .

২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $P\sqrt{P} + \frac{1}{P\sqrt{P}} = 34\sqrt{5}$ .

৪

(গ)  $Q = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $m^5 - \frac{1}{m^5} = 11$ .

৪

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $y^2 - 2yz - 4z - 4$

$$= y^2 - 4 - 2yz - 4z$$

$$= y^2 - 2^2 - 2yz - 4z$$

$$= (y + 2)(y - 2) - 2z(y + 2)$$

$$= (y + 2)(y - 2 - 2z) = (y + 2)(y - 2z - 2).$$

(খ) দেওয়া আছে,  $P = 9 + 4\sqrt{5}$

$$\text{বা, } P = 5 + 4\sqrt{5} + 4$$

$$\text{বা, } P = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 + 2^2$$

$$\text{বা, } P = (\sqrt{5} + 2)^2$$

$$\text{বা, } \sqrt{P} = \sqrt{5} + 2 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } P\sqrt{P} = P(\sqrt{5} + 2) \text{ [উভয়পক্ষকে } P \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } P\sqrt{P} = (9 + 4\sqrt{5})(\sqrt{5} + 2) \text{ [}\because P = 9 + 4\sqrt{5}\text{]}$$

$$\text{বা, } P\sqrt{P} = 9\sqrt{5} + 18 + 4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} \cdot 2$$

$$\text{বা, } P\sqrt{P} = 9\sqrt{5} + 18 + 20 + 8\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } P\sqrt{P} = 17\sqrt{5} + 38$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{P\sqrt{P}} = \frac{1}{17\sqrt{5} + 38}$$

$$= \frac{1(17\sqrt{5} - 38)}{(17\sqrt{5} + 38)(17\sqrt{5} - 38)} = \frac{17\sqrt{5} - 38}{(17\sqrt{5})^2 - (38)^2}$$

$$= \frac{17\sqrt{5} - 38}{1445 - 1444} = \frac{17\sqrt{5} - 38}{1} = 17\sqrt{5} - 38$$

$$\text{বামপক্ষ} = P\sqrt{P} + \frac{1}{P\sqrt{P}}$$

$$= 17\sqrt{5} + 38 + 17\sqrt{5} - 38 = 34\sqrt{5} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore P\sqrt{P} + \frac{1}{P\sqrt{P}} = 34\sqrt{5}. \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $Q = m^2 - \sqrt{5}m + 1$ ;  $m > 0$

$$Q = 0 \text{ হলে,}$$

$$\therefore m^2 - \sqrt{5}m + 1 = 0$$

$$\text{বা, } m^2 + 1 = \sqrt{5}m$$

$$\text{বা, } \frac{m^2+1}{m} = \frac{\sqrt{5}m}{m} \text{ [উভয়পক্ষকে } m \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2}{m} + \frac{1}{m} = \sqrt{5}$$

$$\therefore m + \frac{1}{m} = \sqrt{5}$$

$$\text{এখন, } \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 4 \cdot m \cdot \frac{1}{m}$$

$$\therefore m - \frac{1}{m} = \sqrt{1} = 1$$

$$m^2 + \frac{1}{m^2} = \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{1}{m} = (\sqrt{5})^2 - 2$$

$$= 5 - 2 = 3$$

$$\text{এবং, } m^3 - \frac{1}{m^3} = \left(m - \frac{1}{m}\right)^3 + 3 \cdot m \cdot \frac{1}{m} \left(m - \frac{1}{m}\right)$$

$$\text{এখন, } \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right) \left(m^3 - \frac{1}{m^3}\right) = 3 \times 4$$

$$\text{বা, } m^5 + m - \frac{1}{m} - \frac{1}{m^5} = 12$$

$$\text{বা, } m^5 - \frac{1}{m^5} + \left(m - \frac{1}{m}\right) = 12$$

$$\text{বা, } m^5 - \frac{1}{m^5} + 1 = 12$$

$$\text{বা, } m^5 - \frac{1}{m^5} = 12 - 1$$

$$\therefore m^5 - \frac{1}{m^5} = 11. \text{ (প্রমাণিত)}$$



৩০.  $y = 5 + 2\sqrt{6}$  এবং  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{82}{9}$ .

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:  $m^3 - 3m^2 + 3m - 2$ . ২

(খ)  $y^4 + \frac{1}{y^4}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $27\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 728$ . ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= m^3 - 3m^2 + 3m - 2$   
 $= m^3 - 3m^2 \cdot 1 + 3m \cdot 1^2 - 1^3 - 1$   
 $= (m - 1)^3 - 1$   
 $= (m - 1 - 1)\{(m - 1)^2 + (m - 1) + 1\}$   
 $= (m - 2)(m^2 - 2m + 1 + m - 1 + 1)$   
 $= (m - 2)(m^2 - m + 1)$

(খ) দেওয়া আছে,  $y = 5 + 2\sqrt{6}$

বা,  $\frac{1}{y} = \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}}$

বা,  $\frac{1}{y} = \frac{1(5 - 2\sqrt{6})}{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})}$

বা,  $\frac{1}{y} = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{25 - 24} = 5 - 2\sqrt{6}$

$\therefore y + \frac{1}{y} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10$

প্রদত্ত রাশি  $= y^4 + \frac{1}{y^4}$   
 $= (y^2)^2 + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 = \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 - 2 \cdot y^2 \cdot \frac{1}{y^2}$   
 $= \left\{\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y}\right\}^2 - 2$   
 $= \{(10)^2 - 2\}^2 - 2$   
 $= (100 - 2)^2 - 2 = (98)^2 - 2$   
 $= 9604 - 2 = 9602$

নির্ণেয় মান: 9602.

(গ) দেওয়া আছে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{82}{9}$

বা,  $9\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 82$

বা,  $9x^2 + \frac{9}{x^2} = 82$

বা,  $(3x)^2 + \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 82$

বা,  $\left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 2 \cdot 3x \cdot \frac{3}{x} = 82$

বা,  $\left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 + 18 = 82$

বা,  $\left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 = 82 - 18$

বা,  $\left(3x - \frac{3}{x}\right)^2 = 64$

বা,  $3x - \frac{3}{x} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore 3x - \frac{3}{x} = 8$

বামপক্ষ  $= 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

$= 27x^3 - \frac{27}{x^3} = (3x)^3 - \left(\frac{3}{x}\right)^3$

$= \left(3x - \frac{3}{x}\right)^3 + 3 \cdot 3x \cdot \frac{3}{x} \left(3x - \frac{3}{x}\right)$

$= (8)^3 + 27 \times 8 = 512 + 216 = 728 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 728$  (প্রমাণিত)

৩১. (i)  $y^2 - 2\sqrt{30} = 11$ , যখন  $y > 0$ . (ii)  $p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $x^3 + 9y^3 + (x + y)^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) (i) এর সাহায্যে  $\frac{y^8 - 1}{y^4}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ)  $p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$  হলে, (iii) নং সম্পর্কটি প্রমাণ কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^3 + 9y^3 + (x + y)^3$   
 $= x^3 + 8y^3 + (x + y)^3 + y^3$   
 $= x^3 + (2y)^3 + (x + y)^3 + y^3$   
 $= (x + 2y)(x^2 - x \cdot 2y + 4y^2) + (x + y + y)\{(x + y)^2 - (x + y)y + y^2\}$   
 $= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) + (x + 2y)(x^2 + xy + y^2 - xy - y^2 + y^2)$   
 $= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) + (x + 2y)(x^2 + xy + y^2)$   
 $= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2 + x^2 + xy + y^2)$   
 $= (x + 2y)(2x^2 - xy + 5y^2)$

(খ) দেওয়া আছে,  $y^2 - 2\sqrt{30} = 11$

বা,  $y^2 = 11 + 2\sqrt{30}$

বা,  $y^2 = 6 + 2\sqrt{30} + 5$

বা,  $y^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$

আবার,  $y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

বা,  $\frac{1}{y} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{1(\sqrt{6} - \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

এখন,  $y + \frac{1}{y} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$

এবং  $y - \frac{1}{y} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি  $= \frac{y^8 - 1}{y^4} = \frac{y^8}{y^4} - \frac{1}{y^4}$

$= y^4 - \frac{1}{y^4} = (y^2)^2 - \left(\frac{1}{y^2}\right)^2$

$= \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)\left(y^2 - \frac{1}{y^2}\right)$

$= \left\{\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y}\right\} \left\{\left(y + \frac{1}{y}\right)\left(y - \frac{1}{y}\right)\right\}$

$= \{(2\sqrt{6})^2 - 2\} (2\sqrt{6} \times 2\sqrt{5})$

$= (24 - 2) \times 4\sqrt{30} = 22 \times 4\sqrt{30} = 88\sqrt{30}$

নির্ণেয় মান:  $88\sqrt{30}$

(গ) দেওয়া আছে,  $p^3 + \frac{1}{p^3} = 18\sqrt{3}$

বা,  $\frac{p^6 + 1}{p^3} = 18\sqrt{3}$

বা,  $p^6 + 1 = 18\sqrt{3}p^3$

বা,  $p^6 - 18\sqrt{3}p^3 + 1 = 0$

বা,  $(p^3)^2 - 2p^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$

বা,  $(p^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$

বা,  $(p^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা,  $p^3 - 9\sqrt{3} = \sqrt{242}$  [বর্গমূল করে]

বা,  $p^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$

বা,  $p^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

বা,  $p^3 = (\sqrt{3})^3 + 3(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

বা,  $p^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$

$\therefore p = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  (প্রমাণিত)

৩২.  $b + \frac{1}{b} = 5$ ,  $p^4 = 119 - \frac{1}{p^4}$ .

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $m^4 - 7m^2 + 1$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $\frac{b^8-1}{b^4} = 115\sqrt{21}$ . ৪

(গ) প্রমাণ কর যে,  $p^6 - 1 - 36p^3 = 0$ . ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= m^4 - 7m^2 + 1$

$$= (m^2)^2 + 2m^2 \cdot 1 + 1^2 - 9m^2$$

$$= (m^2 + 1)^2 - (3m)^2$$

$$= (m^2 + 1 + 3m)(m^2 + 1 - 3m)$$

$$= (m^2 + 3m + 1)(m^2 - 3m + 1)$$

(খ) দেওয়া আছে,  $b + \frac{1}{b} = 5$

আমরা জানি,  $\left(b - \frac{1}{b}\right)^2 = \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 4b \cdot \frac{1}{b}$   
 $= 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

$$\therefore b - \frac{1}{b} = \sqrt{21}$$

এখন,  $b^2 + \frac{1}{b^2} = \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 2b \cdot \frac{1}{b} = 5^2 - 2 = 25 - 2 = 23$

$$\therefore b^2 - \frac{1}{b^2} = \left(b + \frac{1}{b}\right)\left(b - \frac{1}{b}\right) = 5 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}$$

বামপক্ষ  $= \frac{b^8-1}{b^4} = \frac{b^8}{b^4} - \frac{1}{b^4} = b^4 - \frac{1}{b^4} = (b^2)^2 - \left(\frac{1}{b^2}\right)^2$   
 $= \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^2 - \frac{1}{b^2}\right) = 23 \times 5\sqrt{21}$   
 $= 115\sqrt{21} = \text{ডানপক্ষ}$

$$\therefore \frac{b^8-1}{b^4} = 115\sqrt{21} \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) দেওয়া আছে  $p^4 = 119 - \frac{1}{p^4}$

বা,  $p^4 + \frac{1}{p^4} = 119$

বা,  $(p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = 119$

বা,  $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2p^2 \cdot \frac{1}{p^2} = 119$

বা,  $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = 119 + 2$

বা,  $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = 121$

বা,  $p^2 + \frac{1}{p^2} = \sqrt{121}$

বা,  $p^2 + \frac{1}{p^2} = 11$

বা,  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 2p \cdot \frac{1}{p} = 11$

বা,  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 11 - 2$

বা,  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 9$

বা,  $p - \frac{1}{p} = \sqrt{9}$

বা,  $p - \frac{1}{p} = 3$

বা,  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^3 = 3^3$

বা,  $p^3 - 3p^2 \cdot \frac{1}{p} + 3p \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^3} = 27$

বা,  $p^3 - \frac{1}{p^3} - 3\left(p - \frac{1}{p}\right) = 27$

বা,  $p^3 - \frac{1}{p^3} - 3 \times 3 = 27 = 27 + 9$

বা,  $\frac{p^6-1}{p^3} = 36$

বা,  $p^6 - 1 = 36p^3$

$\therefore p^6 - 1 - 36p^3 = 0$  (প্রমাণিত)

৩৩.  $(p^2 + q^2)^2 = \sqrt[3]{125}$ ,  $(p^2 - q^2)^2 = \sqrt[3]{64}$

এবং  $x^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

[বরিশাল বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $x^2 - 2\left(a + \frac{1}{a}\right)x + 4$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে,  $16(p^4 + q^4)p^2q^2 = 18$ . ৪

(গ)  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত রাশি  $= x^2 - 2\left(a + \frac{1}{a}\right)x + 4 = x^2 - 2ax - \frac{2x}{a} + 4$   
 $= x(x - 2a) - \frac{2}{a}(x - 2a) = (x - 2a)\left(x - \frac{2}{a}\right)$

(খ) দেওয়া আছে,  $(p^2 + q^2)^2 = \sqrt[3]{125}$

বা,  $(p^2 + q^2)^2 = (5^3)^{\frac{1}{3}}$

বা,  $(p^2 + q^2)^2 = 5$

বা,  $p^2 + q^2 = \sqrt{5}$

এবং  $(p^2 - q^2)^2 = \sqrt[3]{64}$

বা,  $(p^2 - q^2)^2 = (4^3)^{\frac{1}{3}}$

বা,  $(p^2 - q^2)^2 = 4$

বা,  $p^2 - q^2 = \sqrt{4}$

$\therefore p^2 - q^2 = 2$

বামপক্ষ  $= 16(p^4 + q^4)p^2q^2$

$= 2 \times 4p^2q^2 \times 2(p^4 + q^4)$

$= 2 \times 4p^2q^2 \times 2\{(p^2)^2 + (q^2)^2\}$

$= 2\{(p^2 + q^2)^2 - (p^2 - q^2)^2\}\{(p^2 + q^2)^2 + (p^2 - q^2)^2\}$

$= 2\{(\sqrt{5})^2 - 2^2\}\{(\sqrt{5})^2 + 2^2\}$

$= 2(5 - 4)(5 + 4) = 2 \times 1 \times 9 = 18 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore 16(p^4 + q^4)p^2q^2 = 18$ . (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $x^2 = 9 + 4\sqrt{5}$

বা,  $x^2 = 5 + 4\sqrt{5} + 4$

বা,  $x^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 + 2^2$

বা,  $x^2 = (\sqrt{5} + 2)^2$

$\therefore x = \sqrt{5} + 2$

আবার,  $x = \sqrt{5} + 2$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

বা,  $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2 - (2)^2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} = \sqrt{5} - 2$

এখন,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} = (2\sqrt{5})^2 - 2$   
 $= 20 - 2 = 18$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 - 3 \times 2\sqrt{5} = 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি  $= x^5 + \frac{1}{x^5}$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 18 \times 34\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 612\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 610\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান:  $610\sqrt{5}$

৩৪.  $x = \sqrt{2} + 1$  এবং  $y^2 + \frac{1}{y^2} = 14, y > 0$ .

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $f(z) = \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z} - 12$  হলে  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  নির্ণয় কর। ২

(খ) দেখাও যে,  $\left(1 - \frac{1}{x^{10}}\right)x^5 = 82$ . ৪

(গ) উদ্দীপকের তথ্য হতে  $\left(1 - \frac{1}{y}\right)\left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $f(z) = \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z} - 12$   
 $\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)} - 12 = \frac{1}{\frac{1}{4}} + \frac{1}{\frac{1}{2}} - 12$   
 $= (1 \times 4) + (1 \times 2) - 12$   
 $= 4 + 2 - 12 = 6 - 12 = -6$

নির্ণেয় মান:  $-6$ .

(খ) দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{2} + 1$   
 বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$   
 বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$

এখন,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}$   
 এবং  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$   
 $\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$   
 $\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$   
 $= (2\sqrt{2})^3 - 3 \times 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

বামপক্ষ  $= \left(1 - \frac{1}{x^{10}}\right)x^5 = x^5 - \frac{1}{x^5}$   
 $= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)$   
 $= (10\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}) + 2 = 80 + 2 = 82 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \left(1 - \frac{1}{x^{10}}\right)x^5 = 82$ . (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে,  $y^2 + \frac{1}{y^2} = 14$

বা,  $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2y \cdot \frac{1}{y} = 14$

বা,  $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 14 + 2$

বা,  $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = 16$

বা,  $y + \frac{1}{y} = \sqrt{16} = 4 \dots \dots \dots (1)$

আবার,  $y^2 + \frac{1}{y^2} = 14$

বা,  $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 2y \cdot \frac{1}{y} = 14$

বা,  $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = 14 - 2 = 12$

বা,  $y - \frac{1}{y} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \dots \dots \dots (2)$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$y + \frac{1}{y} + y - \frac{1}{y} = 4 + 2\sqrt{3}$

বা,  $2y = 4 + 2\sqrt{3}$

বা,  $y = \frac{4+2\sqrt{3}}{2}$

বা,  $y = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2}$

$\therefore y = 2 + \sqrt{3}$

প্রদত্ত রাশি  $= \left(1 - \frac{1}{y}\right)\left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right)$   
 $= \left(1 - \frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)\left\{\left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3 \cdot y \cdot \frac{1}{y} \left(y + \frac{1}{y}\right)\right\}$   
 $= \left\{1 - \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}\right\}\{(4)^3 - 3 \times 4\}$   
 $= \left\{1 - \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}\right\}(64 - 12)$   
 $= \{1 - (2 - \sqrt{3})\} \times 52 = (1 - 2 + \sqrt{3}) \times 52$   
 $= (\sqrt{3} - 1) \times 52 = 52(\sqrt{3} - 1)$

নির্ণেয় মান:  $52(\sqrt{3} - 1)$ .