

১. সার্বিক সেট $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

এবং, $A = \{x \in \mathbb{N} : 7 < x < 15\}$

$B = \{5, 7, 11, 13\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} : x, 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x < 15\}$

[ঢাকা বোর্ড-২০২৪]

(ক) $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$ হলে b এর মান নির্ণয় কর, যখন $f(-1) = 0$. ২

(খ) $A' \cup (B \setminus C)$ নির্ণয় কর। ৪

(গ) $P(B)$ নির্ণয় কর। দেখাও যে, $P(B)$ এর উপাদান 2^n কে সমর্থন করে।
যেখানে, n , B এর উপাদান সংখ্যা। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 4a^2 + 5a + 2b$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 5(-1) + 2b \\ = -1 - 4 - 5 + 2b = -10 + 2b$$

প্রশ্নমতে, $f(-1) = 0$

$$\text{বা, } -10 + 2b = 0$$

$$\text{বা, } 2b = 10$$

$$\text{বা, } b = \frac{10}{2}$$

$$\therefore b = 5$$

নির্ণেয় মান, $b = 5$.

(খ) দেওয়া আছে, $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$,
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট
স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যাগুলো হলো: ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩.

\therefore সার্বিক সেট, $U = \{5, 7, 9, 11, 13\}$

এবং, $A = \{x \in \mathbb{N} : 7 < x < 15\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

৭ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪.

যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা সেট।

$$\therefore A = \{9, 11, 13\} [\because 8, 10, 12, 14 \notin U]$$

$$B = \{5, 7, 11, 13\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : x, 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x < 15\}$$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৩ এর গুণিতক এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।

এখানে, ১৫ অপেক্ষা ছোট ৩ এর গুণিতক স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো: ৩, ৬, ৯, ১২

যেহেতু সার্বিক সেট U হচ্ছে ৩ অপেক্ষা বড় এবং ১৫ অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা সেট।

$$\therefore C = \{9\} [\because 3, 6, 12 \notin U]$$

$$A' = U \setminus A = \{5, 7, 9, 11, 13\} \setminus \{9, 11, 13\} = \{5, 7\}$$

$$B \setminus C = \{5, 7, 11, 13\} \setminus \{9\} = \{5, 7, 11, 13\}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7\} \cup \{5, 7, 11, 13\} = \{5, 7, 11, 13\}$$

নির্ণেয় $A' \cup (B \setminus C) = \{5, 7, 11, 13\}$.

(গ) দেওয়া আছে, $B = \{5, 7, 11, 13\}$

$$\therefore P(B) = \{\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{11\}, \{13\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{5, 13\}, \\ \{7, 11\}, \{7, 13\}, \{11, 13\}, \{5, 7, 11\}, \{5, 7, 13\}, \{5, 11, 13\}, \\ \{7, 11, 13\}, \{5, 7, 11, 13\}\}$$

এখানে, B এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$P(B) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 16 = 2^4 = 2^n$$

$\therefore P(B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

২. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}$,

$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$

এবং $C = \{\sqrt{7}\}$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৪]

(ক) ৩৫ এবং ৪৫ এর সকল গুণনীয়কের ছেদ সেট নির্ণয় কর। ২

(খ) দেখাও যে, $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$. ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, C এর উপাদানটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) মনে করি, ৩৫ এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট A

$$\text{এখানে, } 35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$$

৩৫ এর গুণনীয়কসমূহ হলো: ১, ৫, ৭, ৩৫

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\}$$

আবার, মনে করি, ৪৫ এর সকল গুণনীয়কসমূহের সেট B

$$\text{এখানে, } 45 = 1 \times 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9$$

৪৫ এর গুণনীয়কসমূহ হলো: ১, ৩, ৫, ৯, ১৫, ৪৫

$$\therefore B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\} \\ = \{1, 5\}$$

নির্ণেয় সেট $\{1, 5\}$.

(খ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 200\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৮ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ২০০ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট।

$$\text{এখানে, } N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots \dots \dots\}$$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 \not> 8 \text{ এবং } x^3 = 1^3 = 1 < 200$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 \not> 8 \text{ এবং } x^3 = 2^3 = 8 < 200$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 8 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 200$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 > 8 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 200$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 8 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 200$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 6^2 = 36 > 8 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 \not< 200$$

$$\therefore A = \{3, 4, 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা ৬ অপেক্ষা ছোট অথবা ৬ এর সমান তাদের সেট।

এখন, ৬ অপেক্ষা ছোট অথবা ৬ এর সমান স্বাভাবিক জোড় সংখ্যাসমূহ হলো: ২, ৪, ৬।

$$\therefore B = \{2, 4, 6\}$$

$$\text{এখন, } A \setminus B = \{3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$$

$$B \setminus A = \{2, 4, 6\} \setminus \{3, 4, 5\} = \{2, 6\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = A \cup B$$

$$= \{3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$$

$$= \{3, 5\} \cup \{2, 6\} \cup \{4\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$. (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $C = \{\sqrt{7}\}$

অর্থাৎ, C এর উপাদান হলো : $\sqrt{7}$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

ধরি, $\sqrt{7}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা $p, q > 1$

$$\text{থাকবে যে, } \sqrt{7} = \frac{p}{q}$$

$$\text{বা, } 7 = \frac{p^2}{q^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

অর্থাৎ, $7q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $7q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ নং, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$.

$\therefore 7q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{7}$ কে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, অর্থাৎ $\sqrt{7} \neq \frac{p}{q}$

তাই, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

সুতরাং C এর উপাদান $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

৩. (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y + 2 = 0\}$;

যেখানে $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$; (ii) $f(x) = \frac{1+x^3+x^6}{x^3}$.

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪]

(ক) A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) R অংশটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোর R নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, $f(x^2) = f(x^{-2})$. ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

এখানে, A একটি পূর্ণ সংখ্যার সেট যেখানে এর উপাদানগুলো -3 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর নয় এবং 1 অপেক্ষা বৃহত্তর নয়।

অর্থাৎ এর উপাদানগুলো -3 এর সমান অথবা -3 এর বড় এবং 1 এর সমান অথবা 1 এর ছোট।

\therefore সেট গঠন পদ্ধতিতে $A = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 1\}$

অথবা, $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \text{ এবং } -3 \leq x \leq 1\}$

লক্ষ কর: সেট গঠন পদ্ধতিতে $A = \{x \in \mathbb{Z} : -4 < x < 2\}$ আকারেও প্রকাশ করা যায়।

(খ) দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y + 2 = 0\}$

যেখানে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x - y + 2 = 0$

$\therefore y = x + 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-3	-2	-1	0	1
$y = x + 2$	-1	0	1	2	3

যেহেতু $2, 3 \notin A$; সেহেতু $(0, 2), (1, 3) \notin R$

$\therefore R = \{(-3, -1), (-2, 0), (-1, 1)\}$

\therefore ডোমেন $R = \{-3, -2, -1\}$

(গ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1+x^3+x^6}{x^3}$

$\therefore f(x^2) = \frac{1+(x^2)^3+(x^2)^6}{(x^2)^3} = \frac{1+x^6+x^{12}}{x^6}$

আবার, $f(x^{-2}) = \frac{1+(x^{-2})^3+(x^{-2})^6}{(x^{-2})^3}$

$$= \frac{1+x^{-6}+x^{-12}}{x^{-6}} = \frac{1+\frac{1}{x^6}+\frac{1}{x^{12}}}{\frac{1}{x^6}} = \frac{x^{12}+x^6+1}{\frac{1}{x^6}}$$

$$= \frac{1+x^6+x^{12}}{x^{12}} \times \frac{x^6}{1} = \frac{1+x^6+x^{12}}{x^6}$$

$\therefore f(x^2) = f(x^{-2})$ (দেখানো হলো)

৪. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \leq 64\}$, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$,

$B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$ এবং

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 2\}$

[ঢাকা বোর্ড-২০২৪]

(ক) সমাধান সেট নির্ণয় কর: $y^2 = \sqrt{5}y$. ২

(খ) $R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

(গ) S অংশটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $y^2 = \sqrt{5}y$

বা, $y^2 - \sqrt{5}y = 0$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y(y - \sqrt{5}) = 0$

$\therefore y = 0$ অথবা, $y - \sqrt{5} = 0$

আবার, $y - \sqrt{5} = 0$ হলে, $y = \sqrt{5}$

নির্ণেয় সমাধান সেট: $\{0, \sqrt{5}\}$

(খ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4x - 5 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 4x - 5 = 0$

বা, $x^2 - 5x + x - 5 = 0$

বা, $x(x - 5) + 1(x - 5) = 0$

বা, $(x - 5)(x + 1) = 0$

হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $x + 1 = 0$

$\therefore x = 5$ $\therefore B = \{x = -1$

$\{-1, 5\}$

এবং, $C = \{-1, 3, 5, 7\}$

এখন, $R = C \setminus B = \{-1, 3, 5, 7\} \setminus \{-1, 5\} = \{3, 7\}$

$\therefore R = \{3, 7\}$

$\therefore P(R) = \{\emptyset, \{3\}, \{7\}, \{3, 7\}\}$

R এর উপাদান সংখ্যা, $n = 2$

$P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা $4 = 2^2 = 2^n$

$\therefore R = C \setminus B$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^3 \leq 64\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন 64 অপেক্ষা ছোট অথবা 64 এর সমান তাদের সেট A ।

এখানে, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots \dots \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^3 = 1^3 = 1 < 64$

$x = 2$ হলে, $x^3 = 2^3 = 8 < 64$

$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 < 64$

$x = 4$ হলে, $x^3 = 4^3 = 64 < 64$

$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 > 64$

$\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 2\}$

যেখানে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$$2x - y = 2$$

$\therefore y = 2x - 2$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	1	2	3	4
$y = 2x - 2$	0	2	4	6

যেহেতু $0, 6 \notin A$; সেহেতু $(1, 0), (4, 6) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 2), (3, 4)\}$

\therefore ডোমেন, $S = \{2, 3\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{2, 4\}$.

৫. $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$,

$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 11\}$,

$C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ এবং $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪]

(ক) A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

(গ) $\frac{f(\frac{1}{x^2})+1}{f(\frac{1}{x^2})-2}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 - 5x + 6 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 5x + 6 = 0$

বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x-3) - 2(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-2) = 0$

হয়, $x-3 = 0$ অথবা, $x-2 = 0$

বা, $x = 3$ বা, $x = 2$

$\therefore x = 2, 3$

\therefore তালিকা পদ্ধতিতে, $A = \{2, 3\}$

(খ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 11\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 11 অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট B।

এখানে, 11 অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5, 7

$\therefore B = \{2, 3, 5, 7\}$

এবং $C = \{3, 4, 5, 7, 9\}$

এখন, $B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 7, 9\} = \{3, 5, 7\}$

$\therefore B \cap C = \{3, 5, 7\}$

$\therefore P(B \cap C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$

এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

$P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\frac{3}{x^2}+1}{\frac{3}{x^2}-1}$$

$$= \frac{\frac{3}{x^2}+1}{\frac{3}{x^2}-1} = \frac{\frac{3+x^2}{x^2}}{\frac{3-x^2}{x^2}} = \frac{3+x^2}{3-x^2} \times \frac{x^2}{x^2} = \frac{3+x^2}{3-x^2}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)-2}$$

$$= \frac{\frac{3+x^2}{3-x^2}+1}{\frac{3+x^2}{3-x^2}-2} = \frac{\frac{3+x^2+3-x^2}{3-x^2}}{\frac{3+x^2-6+2x^2}{3-x^2}} = \frac{\frac{6}{3-x^2}}{\frac{-3+3x^2}{3-x^2}}$$

$$= \frac{6}{3-x^2} \times \frac{3-x^2}{-3+3x^2} = \frac{6}{3x^2-3} = \frac{6}{3(x^2-1)} = \frac{2}{x^2-1}$$

নির্ণেয় মান: $\frac{2}{x^2-1}$

৬. $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 2 \leq x \leq 7\}$, $f(x) = \frac{4x-5}{3x-2}$

[ঢাকা বোর্ড-২০২৩]

(ক) $f(a) = 2a^3 + ka^2 - 32$ হলে, k এর কোন মানের জন্য $f(2) = 0$ হবে? ২

(খ) $P(A)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, A সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। 8

(গ) $\frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = 2$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। 8

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $f(a) = 2a^3 + ka^2 - 32$

$$\therefore f(2) = 2(2)^3 + k(2)^2 - 32 = 16 + 4k - 32 = 4k - 16$$

প্রশ্নমতে, $f(2) = 0$

$$\text{বা, } 4k - 16 = 0$$

$$\text{বা, } 4k = 16$$

$$\text{বা, } k = \frac{16}{4} = 4$$

$$\therefore k = 4$$

নির্ণেয় মান: $k = 4$.

(খ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 2 \leq x \leq 7\}$

অর্থাৎ, যেসকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 2 এর সমান বা 2 অপেক্ষা বড় এবং 7 এর সমান বা 7 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট A।

2 এর সমান বা 2 অপেক্ষা বড় এবং 7 এর সমান বা 7 অপেক্ষা ছোট এমন স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহ: 2, 3, 5, 7

$$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore P(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$$

এখানে, A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$P(A) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 16 = 2^4 = 2^n$$

$\therefore P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x-5}{3x-2}$

$$\therefore f(x^{-1}) = \frac{4(x^{-1})-5}{3(x^{-1})-2}$$

$$= \frac{\frac{4}{x}-5}{\frac{3}{x}-2} = \frac{\frac{4-5x}{x}}{\frac{3-2x}{x}} = \frac{4-5x}{3-2x} \times \frac{x}{x} = \frac{4-5x}{3-2x}$$

$$\therefore f(x^{-1}) + 1 = \frac{4-5x}{3-2x} + 1 \text{ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]}$$

$$= \frac{4-5x+3-2x}{3-2x} = \frac{7-7x}{3-2x}$$

$$\therefore f(x^{-1}) - 1 = \frac{4-5x}{3-2x} - 1 \text{ [উভয়পক্ষে -1 যোগ করে]}$$

$$= \frac{4-5x-3+2x}{3-2x} = \frac{1-3x}{3-2x}$$

$$\text{এখন, } \frac{f(x^{-1})+1}{f(x^{-1})-1} = 2 \text{ হলে, } \frac{\frac{7-7x}{3-2x}}{\frac{1-3x}{3-2x}} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{7-7x}{3-2x} \times \frac{3-2x}{1-3x} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{7-7x}{1-3x} = 2$$

$$\text{বা, } 7-7x = 2-6x$$

$$\text{বা, } -7x+6x = 2-7$$

$$\text{বা, } -x = -5$$

$$\therefore x = 5$$

নির্ণেয় মান: $x = 5$.

৭. $M = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$, $N = \{2, 4, 6\}$

$$R = \{(x, y) : x \in M, y \in N \text{ এবং } y = 2x\}$$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৩]

(ক) দেখাও যে, M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিষ্পেষিত সেট নয়। ২

(খ) দেখাও যে, $M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$. 8

(গ) R অন্তর্যটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। 8

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $M = \{x : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 6\}$

$$\therefore M = \{2, 3, 5\} \text{ এবং } N = \{2, 4, 6\}$$

M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিষ্পেষিত হলে, $M \cap N = \emptyset$ হবে।

$$\text{এখন, } M \cap N = \{2, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{2\}$$

$$\text{যেহেতু } M \cap N = \{2\} \neq \emptyset$$

সুতরাং M ও N সেটদ্বয় পরস্পর নিষ্পেষিত সেট নয়। (দেখানো হলো)

(খ) 'ক' পতে প্রাপ্ত, $M = \{2, 3, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$ এবং $M \cap N = \{2\}$

$$\text{এখন, } M \setminus N = \{2, 3, 5\} \setminus \{2, 4, 6\} = \{3, 5\}$$

$$N \setminus M = \{2, 4, 6\} \setminus \{2, 3, 5\} = \{4, 6\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = M \cup N$$

$$= \{2, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$$

$$= \{3, 5\} \cup \{4, 6\} \cup \{2\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$. (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in M, y \in N \text{ এবং } y = 2x\}$

যেখানে, $M = \{2, 3, 5\}$, $N = \{2, 4, 6\}$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x$

এখন, প্রত্যেক $x \in M$ এর জন্য $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি:

x	2	3	5
y	4	6	10

যেহেতু $10 \notin N$ সেহেতু $(5, 10) \notin R$

∴ $R = \{(2, 4), (3, 6)\}$

∴ ডোমেন, $R = \{2, 3\}$

৮. $R = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 \leq 50\}$

$S = \{cx - dy, cd\} = (cd, dx - cy)$

[যশোর বোর্ড-২০২৩]

(ক) $F(x) = x^3 - 2x + 3$ হলে, $F(-3)$ নির্ণয় কর। ২

(খ) $P(R)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n , R এর উপাদান সংখ্যা। ৪

(গ) ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে S থেকে (x, y) এর মান নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $F(x) = x^3 - 2x + 3$

$$\therefore F(-3) = (-3)^3 - 2(-3) + 3 = -27 + 6 + 3 = -27 + 9 = -18$$

নির্ণয় $F(-3) = -18$.

(খ) দেওয়া আছে, $R = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x^2 \leq 50\}$

অর্থাৎ, যেসব স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যার বর্গ 50 অপেক্ষা ছোট অথবা সমান তাদের সেট R ।

এখন,

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 < 50$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 < 50$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 < 50$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 < 50$$

$$x = 11 \text{ হলে, } x^2 = 11^2 = 121 > 50$$

$$\therefore R = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore P(R) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}\}$$

এখানে, R সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$P(R) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 16 = 2^4 = 2^n$$

∴ $P(R)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $S = \{cx - dy, cd\} = (cd, dx - cy)$

এখন, ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে পাই,

$$cx - dy = cd \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } cd = dx - cy$$

$$\text{বা, } dx - cy = cd \dots \dots \dots (ii)$$

(i) নং কে c দ্বারা এবং (ii) নং কে d দ্বারা গুণ করে বিয়োগ করি

$$c^2x - cdy = c^2d$$

$$d^2x - cdy = cd^2$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ c^2x - d^2x = c^2d - cd^2 \end{array}$$

$$\text{বা, } (c^2 - d^2)x = cd(c - d)$$

$$\text{বা, } x = \frac{cd(c-d)}{(c^2-d^2)} = \frac{cd(c-d)}{(c+d)(c-d)} = \frac{cd}{c+d}$$

$$\therefore x = \frac{cd}{c+d}$$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$c \cdot \frac{cd}{c+d} - dy = cd$$

$$\text{বা, } \frac{c^2d}{c+d} - dy = cd$$

$$\text{বা, } dy = \frac{c^2d}{c+d} - cd$$

$$\text{বা, } dy = \frac{c^2d - cd(c+d)}{c+d} = \frac{c^2d - c^2d - cd^2}{c+d} = \frac{-cd^2}{c+d}$$

$$\therefore y = \frac{-cd}{c+d}$$

$$\text{নির্ণয় মান: } (x, y) = \left(\frac{cd}{c+d}, \frac{-cd}{c+d} \right).$$

৯. $A = \{x \in Z : x^2 \leq 9\}$

$B = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 13\}$

$C = \{x \in N : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 13\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = 2x + 3\}$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

(ক) $f(a) = \frac{2a-1}{2a+1}$ হলে, $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ) দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে যেখানে, n হচ্ছে $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

(গ) অন্তর্য S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $f(a) = \frac{2a-1}{2a+1}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)-1}{2\left(-\frac{1}{3}\right)+1} = \frac{-\frac{2}{3}-1}{-\frac{2}{3}+1}$$

$$= \frac{-\frac{2-3}{3}}{\frac{-2+3}{3}} = \frac{-\frac{-1}{3}}{\frac{1}{3}} \times \frac{3}{-2+3} = \frac{-5}{1} = -5$$

নির্ণয় মান: -5

(খ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 13\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 13 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট B ।

$$\therefore B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

এবং $C = \{x \in N : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এবং } x < 13\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা 13 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট C ।

$$\therefore C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{2, 3, 5, 7, 11\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$= \{3, 5, 7, 11\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{11\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{3, 11\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{7, 11\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 11\}, \{3, 7, 11\}, \{5, 7, 11\}, \{3, 5, 7, 11\}\}$$

এখানে, $B \cap C$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$P(B \cap C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 16 = 2^4 = 2^n$$

∴ $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in Z : x^2 \leq 9\}$

অর্থাৎ, যে সকল পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 9 অপেক্ষা ছোট অথবা 9 এর সমান তাদের সেট A ।

$$\text{এখানে, } Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \dots \dots\}$$

$$x = 0 \text{ হলে, } x^2 = 0^2 = 0 < 9$$

$$x = \pm 1 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 9$$

$$x = \pm 2 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 9$$

$$x = \pm 3 \text{ হলে, } x^2 = (\pm 3)^2 = 9 = 9$$

$$\therefore A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = 2x + 3\}$

যেখানে, $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x + 3$

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x + 3$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

যেহেতু $5, 7, 9 \in A$ সেহেতু $(1, 5), (2, 7), (3, 9) \in S$

$\therefore S = \{(-3, -3), (-2, -1), (-1, 1), (0, 3)\}$

ডোমেন, $S = \{-3, -2, -1, 0\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{-3, -1, 1, 3\}$.

১০. সার্বিক সেট $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ এর দুটি উপসেট

$A = \{x \in N : 2 < x < 7\}$ ও $B = \{2, 4, 6, 8\}$ এবং

$S = \{(a, b) : a \in B, b \in B \text{ এবং } b = a + 2\}$ একটি অন্তর।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

(ক) $(m + n, n) = (7, 5)$ হলে, (m, n) নির্ণয় কর। ২

(খ) $C = A'$ হলে, $P(C)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

(গ) S অন্তরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $(m + n, n) = (7, 5)$

এখন, ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে পাই, $m + n = 7 \dots \dots (i)$

এবং $n = 5$

n এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $m + 5 = 7$

বা, $m = 7 - 5$

$\therefore m = 2$

নির্ণয় মান: $(m, n) = (2, 5)$

(খ) দেওয়া আছে, $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{x \in N : 2 < x < 7\} = \{3, 4, 5, 6\}$

এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$

এখন, $C = A'$ হলে,

$C = U \setminus A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \setminus \{3, 4, 5, 6\} = \{2, 7, 8\}$

$\therefore P(C) = \{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{8\}, \{2, 7\}, \{2, 8\}, \{7, 8\}, \{2, 7, 8\}\}$

এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা $n = 3$

$P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $S = \{(a, b) : a \in B, b \in B \text{ এবং } b = a + 2\}$

যেখানে, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $b = a + 2$

এখন, প্রত্যেক $a \in B$ এর জন্য $b = a + 2$ এর মান নির্ণয় করি:

a	2	4	6	8
b	4	6	8	10

যেহেতু $10 \notin B$ সেহেতু $(8, 10) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 4), (4, 6), (6, 8)\}$

\therefore ডোমেন, $S = \{2, 4, 6\}$

নির্ণয় ডোমেন: $\{2, 4, 6\}$

১১. $A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

$B = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 1 < x \leq 5\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y - x = 1\}$

$f(x) = \frac{4x+1}{4x-1}$

[বরিশাল বোর্ড-২০২৩]

(ক) $M = \{12, 15\}$, $N = \{15, a\}$ হলে, $P(M \cap N)$ নির্ণয় কর। ২

(খ) S অন্তরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

(গ) $\frac{f(x+2)-1}{f(x-2)-1} = -1$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) এখানে, $M = \{12, 15\}$, $N = \{15, a\}$

এখন, $M \cap N = \{12, 15\} \cap \{15, a\} = \{15\}$

$\therefore P(M \cap N) = \{\emptyset, \{15\}\}$

(খ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in Z : x^2 < 9\}$

অর্থাৎ, যেসব পূর্ণ সংখ্যার বর্গ ৯ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট A ।

এখানে, $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \dots \dots\}$

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 9$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 9$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 9$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 = 9$

$\therefore A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$B = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } 1 < x \leq 5\}$

অর্থাৎ, যেসব স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা ১ অপেক্ষা বড় এবং ৫ অপেক্ষা ছোট বা সমান তাদের সেট B ।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

১ অপেক্ষা বড় এবং ৫ অপেক্ষা ছোট বা সমান স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহ: ২, ৩, ৫

$\therefore B = \{2, 3, 5\}$

এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y - x = 1\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y - x = 1$

বা, $y = x + 1$

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2	3

যেহেতু $-1, 0, 1 \notin B$; সেহেতু $(-2, -1), (-1, 0), (0, 1) \notin S$

$\therefore S = \{(1, 2), (2, 3)\}$

\therefore রেঞ্জ, $S = \{2, 3\}$

(গ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{4x+1}{4x-1}$

$\therefore f(x+2) = \frac{4(x+2)+1}{4(x+2)-1} = \frac{4x+8+1}{4x+8-1} = \frac{4x+9}{4x+7}$

$\therefore f(x-2) = \frac{4(x-2)+1}{4(x-2)-1} = \frac{4x-8+1}{4x-8-1} = \frac{4x-7}{4x-9}$

এখানে, $\frac{f(x+2)-1}{f(x-2)-1} = -1$

বা, $\frac{\frac{4x+9}{4x+7}-1}{\frac{4x-7}{4x-9}-1} = -1$

বা, $\frac{\frac{4x+9-4x-7}{4x+7}}{\frac{4x-7-4x+9}{4x-9}} = -1$

বা, $\frac{\frac{2}{4x+7}}{\frac{2}{4x-9}} = -1$

বা, $\frac{4x-9}{4x+7} \times \frac{4x-9}{2} = -1$

বা, $\frac{4x-9}{4x+7} = -1$

বা, $4x - 9 = -(4x + 7)$

বা, $4x + 4x = 9 - 7$

বা, $8x = 2$

বা, $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\therefore x = \frac{1}{4}$

নির্ণয় মান: $x = \frac{1}{4}$

১২. $A = \{x : x, 3 \text{ এর গুণিতক } x \leq 6\}$,

$B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = \{4, 5, 7\}$ হলো

সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এর তিনটি উপসেট এবং

$S = \{(a, b) : a \in A, b \in B \text{ এবং } b = a - 1\}$ একটি অন্তর।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩]

(ক) $f(y) = 3ky - 6$ হলে, k এর কোন মানের জন্য $f(1) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। ২

- (খ) দেখাও যে, $(B \cup C)' = B' \cap C'$ 8
(গ) S অন্তরকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। 8

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) এখানে, $f(y) = 3ky - 6$
 $\therefore f(1) = 3k \cdot 1 - 6 = 3k - 6$
প্রশ্নমতে, $f(1) = 0$
বা, $3k - 6 = 0$
বা, $3k = 6$ বা, $k = \frac{6}{3} = 2$
 $\therefore k = 2$
নির্ণেয় মান: $k = 2$.

- (খ) দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3\}$
এবং $C = \{4, 5, 7\}$
এখন, $B \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6, 7\}$
 $C' = U - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 6\}$
বামপক্ষ = $(B \cup C)'$
 $= U - (B \cup C)$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} = \{6\}$
ডানপক্ষ = $B' \cap C'$
 $= \{4, 5, 6, 7\} \cap \{1, 2, 3, 6\} = \{6\}$
 \therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ
অর্থাৎ, $(B \cup C)' = B' \cap C'$ (দেখানো হলো)

- (গ) দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{x : x, 3 \text{ এর গুণিতক } x \leq 6\}$
অর্থাৎ, যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যা 3 এর গুণিতক যা 6 অপেক্ষা ছোট অথবা সমান তাদের সেট A। (যেহেতু সার্বিক সেট স্বাভাবিক সংখ্যার সেট)
 \therefore 6 অপেক্ষা ছোট অথবা সমান 3 এর গুণিতকসমূহ 3, 6
 $\therefore A = \{3, 6\}$
 $B = \{1, 2, 3\}$
এবং $S = \{(a, b) : a \in A, b \in B \text{ এবং } b = a - 1\}$
S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $b = a - 1$
এখন, প্রত্যেক $a \in A$ এর জন্য $b = a - 1$ এর মান নির্ণয় করি:
- | | | |
|---|---|---|
| a | 3 | 6 |
| b | 2 | 5 |
- যেহেতু $5 \notin B$ সেহেতু $(6, 5) \notin S$
 $\therefore S = \{(3, 2)\}$
নির্ণেয় S অন্তরকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ: $\{(3, 2)\}$

১৩. $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ এবং
 $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x - 2\}$ [ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]
(ক) যদি $f(x) = x^3 + Px^2 - 5x - 7$ হয়, তবে P এর কোন মানের জন্য $f(-1) = 0$ হবে? ২
(খ) $P(A \cap B)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে, যেখানে n হলো $(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা। 8
(গ) R অন্তরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ডোমেন নির্ণয় কর। 8

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) এখানে, $f(x) = x^3 + Px^2 - 5x - 7$
 $\therefore f(-1) = (-1)^3 + P(-1)^2 - 5(-1) - 7$
 $= -1 + P + 5 - 7 = P - 3$
প্রশ্নমতে, $f(-1) = 0$
বা, $P - 3 = 0 \therefore P = 3$
নির্ণেয় মান: $P = 3$
- (খ) দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$
এখন, $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{0, 1, 2, 3, 5\} = \{2, 3, 5\}$

- $\therefore P(A \cap B) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}\}$
এখানে, $A \cap B$ এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$
 $\therefore P(A \cap B)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

- (গ) দেওয়া আছে, $A = \{2, 3, 5, 7\}$
 $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$
এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x - 2\}$
R এর বর্ণিত শর্ত হতে পাই, $y = x - 2$
এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর $y = x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 2 | 3 | 5 | 7 |
| y | 0 | 1 | 3 | 5 |
- $\therefore R = \{(2, 0), (3, 1), (5, 3), (7, 5)\}$
 \therefore ডোমেন, $R = \{2, 3, 5, 7\}$

১৪. সার্বিক সেটে $U = \{x : x \in N \text{ এবং } 1 \leq x \leq 8\}$
 $A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 9\}$
 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং
 $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } x = y - 1\}$ [ঢাকা বোর্ড-২০২২]
(ক) যদি $f(t) = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}$ হয়, তবে $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২
(খ) R অন্তরটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার রেঞ্জ নির্ণয় কর। 8
(গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। 8

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}$
 $\therefore f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$
 $= \frac{\frac{1}{81} + \frac{1}{9} + 1}{\frac{1}{9}} = \frac{\frac{1+9+81}{81}}{\frac{1}{9}} = \frac{\frac{91}{81}}{\frac{1}{9}} = \frac{91}{81} \times \frac{9}{1} = \frac{91}{9}$
নির্ণেয় মান: $\frac{91}{9}$
- (খ) দেওয়া আছে, $B = \{3, 4, 5, 6\}$
এবং $R = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } x = y - 1\}$
R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,
 $x = y - 1$
বা, $x + 1 = y$
 $\therefore y = x + 1$
এখন প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 4 | 5 | 6 | 7 |
- যেহেতু $7 \notin B$, সেহেতু $(6, 7) \notin R$
 $\therefore R = \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
 \therefore রেঞ্জ, $R = \{4, 5, 6\}$

- (গ) দেওয়া আছে,
 $U = \{x : x \in N \text{ এবং } 1 \leq x \leq 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{x \in N : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 9\} = \{2, 3, 5, 7\}$
এবং $B = \{3, 4, 5, 6\}$
 $\therefore A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$
 $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 7\}$
 $B' - A' = \{1, 2, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 7\}$
 $\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{2, 7\}\}$
নির্ণেয় সেট: $\{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{2, 7\}\}$.

১৫. $S = \{(x, y) : x \in Q, y \in Q \text{ এবং } x - y = 2\}$,
 $Q = \{-2, -1, 0, 1\}$, $f(m) = \frac{1+m^3+m^6}{m^3}$. [রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

(ক) $P = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 72 = 0\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) S অন্তরকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, $f(t^2) = f(t^{-2})$ ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $P = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 72 = 0\}$

এখানে, $x^2 + x - 72 = 0$

বা, $x^2 + 9x - 8x - 72 = 0$

বা, $x(x + 9) - 8(x + 9) = 0$

বা, $(x + 9)(x - 8) = 0$

হয়, $x + 9 = 0$ অথবা, $x - 8 = 0$

$\therefore x = -9$ $\therefore x = 8$

কিন্তু $x = -9$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ $x \in \mathbb{N}$

নির্ণেয় সেট: $P = \{8\}$.

(খ) দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in \mathbb{Q}, y \in \mathbb{Q} \text{ এবং } x - y = 2\}$,

এবং $\mathbb{Q} = \{-2, -1, 0, 1\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$$x - y = 2$$

বা, $x - 2 = y$

$$\therefore y = x - 2$$

এখন প্রত্যেক $x \in \mathbb{Q}$ এর জন্য $y = x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1
y	-4	-3	-2	-1

যেহেতু $-4, -3 \notin \mathbb{Q}$ সেহেতু $(-2, -4), (-1, -3) \notin S$

$$\therefore S = \{(0, -2), (1, -1)\}$$

\therefore ডোমেন, $S = \{0, 1\}$

(গ) দেওয়া আছে, $f(m) = \frac{1+m^3+m^6}{m^3}$

$$\therefore f(t^2) = \frac{1+(t^2)^3+(t^2)^6}{(t^2)^3} = \frac{1+t^6+t^{12}}{t^6}$$

$$\text{আবার, } f(t^{-2}) = \frac{1+(t^{-2})^3+(t^{-2})^6}{(t^{-2})^3} = \frac{1+t^{-6}+t^{-12}}{t^{-6}}$$

$$= \frac{1+\frac{1}{t^6}+\frac{1}{t^{12}}}{\frac{1}{t^6}} = \frac{t^{12}+t^6+1}{t^{12}} = \frac{1+t^6+t^{12}}{t^{12}} \times \frac{t^6}{1} = \frac{1+t^6+t^{12}}{t^6}$$

$$\therefore f(t^2) = f(t^{-2}) \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৬. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x < 7\}$ এবং $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

[যশোর বোর্ড-২০২২]

(ক) B কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$. ৪

(গ) উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $p^5 + \frac{1}{p^5} = 724$. ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x < 7\}$

অর্থাৎ যেসব স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা ৭ অপেক্ষা ছোট, তাদের সেট। ৭ অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক জোড় সংখ্যাসমূহ হচ্ছে ২, ৪, ৬.

$$\therefore B = \{2, 4, 6\}$$

(খ) দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

অর্থাৎ, যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা ৭ এর সমান বা ছোট তাদের সেট। ৭ এর সমান বা ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাসমূহ হচ্ছে ২, ৩, ৫, ৭.

$$\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$$

'ক' হতে প্রাপ্ত, $B = \{2, 4, 6\}$

এখন, $A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$A' = U - A$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$$

$$\text{এবং } B' = U - B$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = A' \cap B'$$

$$= \{1, 4, 6\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{1\}$$

$$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B' \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) দেওয়া আছে, $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

$$\text{বা, } p^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3$$

$$\text{বা, } p^2 = 2^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } p^2 = (2 + \sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } p = 2 + \sqrt{3} \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]}$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{p} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{p} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} \therefore \frac{1}{p} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } p + \frac{1}{p} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2p \cdot \frac{1}{p} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$\text{এবং } p^3 + \frac{1}{p^3} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3p \cdot \frac{1}{p} \left(p + \frac{1}{p}\right) = 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$$

$$\text{বামপক্ষ} = p^5 + \frac{1}{p^5} = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right) - \left(p + \frac{1}{p}\right) = 14 \times 52 - 4 = 728 - 4 = 724 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore p^5 + \frac{1}{p^5} = 724 \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৭. $B = \{x \in \mathbb{N} : x < 11 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 16 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$\text{এবং } g(a) = \frac{1-3a^2+a^3}{a(1-a)}$$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(ক) $f(y) = y^3 + my^2 - 3y - 6$ হলে m এর কোন মানের জন্য $f(-3) = 0$. ২

(খ) $P(B \cap C)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। যেখানে n হলো $(B \cap C)$ এর উপাদান সংখ্যা। ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, $g(1-a) = g\left(\frac{1}{a}\right)$. ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $f(y) = y^3 + my^2 - 3y - 6$

$$\therefore f(-3) = (-3)^3 + m(-3)^2 - 3(-3) - 6 = -27 + 9m + 9 - 6 = 9m - 24$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } f(-3) = 0$$

$$\text{বা, } 9m - 24 = 0$$

$$\text{বা, } 9m = 24 \therefore m = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } m = \frac{8}{3}$$

(খ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x < 11 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$C = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 16 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}\}$$

$$\text{এখানে, } B \cap C \text{ এর উপাদান সংখ্যা, } n = 3$$

$$P(B \cap C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা} = 8 = 2^3 = 2^n$$

$$\therefore P(B \cap C) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } 2^n \text{ কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } g(a) = \frac{1-3a^2+a^3}{a(1-a)}$$

$$\therefore g(1-a) = \frac{1-3(1-a)^2+(1-a)^3}{(1-a)(1-1+a)}$$

$$= \frac{1-3(1-2a+a^2)+1-3a+3a^2-a^3}{(1-a)a}$$

$$= \frac{1-3+6a-3a^2+1-3a+3a^2-a^3}{(1-a)a}$$

$$= \frac{-1+3a-a^3}{(1-a)a} = \frac{-(1-3a+a^3)}{(1-a)a} = \frac{1-3a+a^3}{a(a-1)}$$

$$= \frac{-1+3a-a^3}{(1-a)a} = \frac{-(1-3a+a^3)}{(1-a)a} = \frac{1-3a+a^3}{a(a-1)}$$

$$\text{আবার, } g\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1-3\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{a}\right)^3}{\frac{1}{a}\left(1-\frac{1}{a}\right)} = \frac{1-\frac{3}{a^2}+\frac{1}{a^3}}{\frac{1}{a}\left(\frac{a-1}{a}\right)} = \frac{\frac{a^3-3a+1}{a^3}}{\frac{a-1}{a^2}} = \frac{a^3-3a+1}{a^3} \times \frac{a^2}{a-1} = \frac{1-3a+a^3}{a(a-1)}$$

$$\therefore g(1-a) = g\left(\frac{1}{a}\right) \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$১৮. (i) U = \{a, b, c, d, e, f, g\} \text{ এবং } A = \{a, b, c, d\}, B = \{a, e, f, g\}$$

$$(ii) (x - a, y + 2a) = (y - 2a, 2x + a)$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২২]

$$(ক) \text{ যদি } A = \{x \in N : x < 19 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\} \text{ হয় তবে } A \text{ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।} \quad ২$$

$$(খ) (i) \text{ নং হতে প্রমাণ কর যে, } (A \cap B)' = (A - B) \cup (B - A). \quad ৪$$

$$(গ) (ii) \text{ নং হতে } (x, y) \text{ নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{x \in N : x < 19 \text{ এবং } x, 3 \text{ এর গুণিতক}\} \text{ অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৩ এর গুণিতক যা ১৯ অপেক্ষা ছোট।}$$

$$১৯ অপেক্ষা ছোট ৩ এর গুণিতকসমূহ ৩, ৬, ৯, ১২, ১৫, ১৮।$$

$$\text{নির্ণয়ে সেট: } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{a, e, f, g\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{a, e, f, g\} = \{a\}$$

$$A - B = \{a, b, c, d\} - \{a, e, f, g\} = \{b, c, d\}$$

$$B - A = \{a, e, f, g\} - \{a, b, c, d\} = \{e, f, g\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = (A \cap B)'$$

$$= U - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f, g\} - \{a\} = \{b, c, d, e, f, g\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (A - B) \cup (B - A)$$

$$= \{b, c, d\} \cup \{e, f, g\} = \{b, c, d, e, f, g\}$$

$$\therefore (A \cap B)' = (A - B) \cup (B - A) \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } (x - a, y + 2a) = (y - 2a, 2x + a)$$

$$\text{ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে, } x - a = y - 2a$$

$$\text{বা, } x - y = -2a + a$$

$$\therefore x - y = -a \dots \dots \dots (i)$$

$$y + 2a = 2x + a$$

$$\text{বা, } 2a - a = 2x - y$$

$$\therefore 2x - y = a \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং থেকে } (ii) \text{ নং বিয়োগ করে পাই,}$$

$$(x - y) - (2x - y) = -a - a$$

$$\text{বা, } x - y - 2x + y = -2a$$

$$\text{বা, } -x = -2a$$

$$\therefore x = 2a$$

$$x \text{ এর মান } (i) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$2a - y = -a$$

$$\text{বা, } -y = -a - 2a$$

$$\text{বা, } -y = -3a$$

$$\therefore y = 3a$$

$$\therefore (x, y) = (2a, 3a)$$

$$\text{নির্ণয়ে মান: } (x, y) = (2a, 3a)$$

$$১৯. (i) P = \{5, 6, 7, 8\}; Q = \{6, 7, 8, 9\}$$

$$(ii) S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } 2x - y = 0\}$$

$$\text{যেখানে } A = \{-1, 0, 1\}, B = \{-2, 2, 4\}$$

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

$$(ক) C = \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\} \text{ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।} \quad ২$$

$$(খ) \text{ প্রমাণ কর যে, } P \cup Q = (P - Q) \cup (Q - P) \cup (P \cap Q). \quad ৪$$

$$(গ) S \text{ অন্তর্যকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর রেঞ্জ নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে, } C = \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$$

$$C \text{ সেটের উপাদানসমূহ: } -6, -4, -2, 2, 4, 6$$

$$\text{এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান ২ দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ ২ এর গুণিতক এবং } -6 \text{ এর ছোট নয় ও ৬ বড় নয়।}$$

$$\therefore C = \{x \in Z : (x \neq 0)x, 2 \text{ এর গুণিতক এবং } -6 \leq x \leq 6\}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } P = \{5, 6, 7, 8\}; Q = \{6, 7, 8, 9\}$$

$$\text{এখন, } P - Q = \{5, 6, 7, 8\} - \{6, 7, 8, 9\} = \{5\}$$

$$Q - P = \{6, 7, 8, 9\} - \{5, 6, 7, 8\} = \{9\}$$

$$P \cap Q = \{5, 6, 7, 8\} \cap \{6, 7, 8, 9\} = \{6, 7, 8\}$$

$$\text{বামপক্ষ} = P \cup Q$$

$$= \{5, 6, 7, 8\} \cup \{6, 7, 8, 9\} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (P - Q) \cup (Q - P) \cup (P \cap Q)$$

$$= \{5\} \cup \{9\} \cup \{6, 7, 8\} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\therefore P \cup Q = (P - Q) \cup (Q - P) \cup (P \cap Q) \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } 2x - y = 0\},$$

$$\text{যেখানে } A = \{-1, 0, 1\}, B = \{-2, 2, 4\}$$

$$S \text{ এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,}$$

$$2x - y = 0$$

$$\text{বা, } 2x = y$$

$$\therefore y = 2x$$

$$\text{এখন, প্রত্যেক } x \in A \text{ এর জন্য } y = 2x \text{ এর মান নির্ণয় করি:}$$

x	-1	0	1
y	-2	0	2

$$\text{যেহেতু } 0 \notin B \text{ সেহেতু } (0, 0) \notin S$$

$$\therefore S = \{(-1, -2), (1, 2)\}$$

$$\therefore \text{রেঞ্জ, } S = \{-2, 2\}$$

$$২০. f(y) = (1 + y^2 + y^4) + y^2$$

$$\text{এবং } S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = 2 - x\}$$

$$\text{যেখানে, } A = \{0, 1, 2, 3\}$$

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

$$(ক) \text{ যদি } (x + y, 6) = (0, x - y) \text{ হয় তাহলে } (x, y) \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$(খ) \text{ প্রমাণ কর: } f(p^{-2}) = f(p^2). \quad ৪$$

$$(গ) S \text{ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং তার ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে, } (x + y, 6) = (0, x - y)$$

$$\text{এখন, ক্রমজোড়ের নিয়ম অনুসারে পাই,}$$

$$x + y = 0 \dots \dots \dots (i)$$

এবং $6 = x - y$

বা, $x - y = 6 \dots \dots (ii)$

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$2x = 6$$

বা, $x = \frac{6}{2}$
 $\therefore x = 3$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3 + y = 0$$

$$\therefore y = -3$$

$$\therefore (x, y) = (3, -3)$$

নির্ণেয় মান: $(x, y) = (3, -3)$

(খ) দেওয়া আছে,

$$f(y) = (1 + y^2 + y^4) + y^2 = \frac{1 + y^2 + y^4}{y^2}$$

$$\therefore f(p^{-2}) = \frac{1 + (p^{-2})^2 + (p^{-2})^4}{(p^{-2})^2}$$

$$= \frac{1 + p^{-4} + p^{-8}}{p^{-4}} = \frac{1 + \frac{1}{p^4} + \frac{1}{p^8}}{\frac{1}{p^4}} = \frac{p^8 + p^4 + 1}{p^4}$$

$$= \frac{p^8 + p^4 + 1}{p^8} \times \frac{p^4}{1} = \frac{p^8 + p^4 + 1}{p^4}$$

আবার, $f(p^2) = \frac{1 + (p^2)^2 + (p^2)^4}{(p^2)^2} = \frac{p^8 + p^4 + 1}{p^4}$

$$\therefore f(p^{-2}) = f(p^2) \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = 2 - x\}$

যেখানে, $A = \{0, 1, 2, 3\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2 - x$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2 - x$ এর মান নির্ণয় করি:

x	0	1	2	3
y	2	1	0	-1

যেহেতু $-1 \notin A$ সেহেতু $(3, -1) \notin S$

$$\therefore S = \{(0, 2), (1, 1), (2, 0)\}$$

ভোমেন, $S = \{0, 1, 2\}$ ও রেঞ্জ, $S = \{2, 1, 0\}$

২১. (i) $A = \{x \in N : x \text{ একটি মৌলিক সংখ্যা } 2 \leq x < 7\}$

$$B = \{2, 7\}, R = \{x - 1 < y\}$$

$$(ii) (p + 2, q - 1) = (2q + 1, p - 2)$$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক) A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

(খ) (p, q) এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ) A, B এর উপাদানগুলোর জন্য সংশ্লিষ্ট R অন্বয়টি নির্ণয় কর।

৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x \text{ একটি মৌলিক সংখ্যা } 2 \leq x < 7\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক ও মৌলিক সংখ্যা 2 এর সমান অথবা 2 এর চেয়ে বড় ও 7 এর চেয়ে ছোট তাদের সেট।

এখানে, 2 এর সমান অথবা 2 এর চেয়ে বড় ও 7 এর চেয়ে ছোট স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো: 2, 3, 5

নির্ণেয় সেট, $A = \{2, 3, 5\}$

(খ) দেওয়া আছে, $(p + 2, q - 1) = (2q + 1, p - 2)$

ক্রমজোড়ের নিয়ম অনুসারে,

$$p + 2 = 2q + 1 \dots \dots (i)$$

$$q - 1 = p - 2 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং হতে পাই, $q = p - 2 + 1$

বা, $q = p - 1 \dots \dots (iii)$

এখন, q এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$p + 2 = 2(p - 1) + 1$$

$$\text{বা, } p + 2 = 2p - 2 + 1$$

$$\text{বা, } 2 + 2 - 1 = 2p - p$$

$$\text{বা, } 3 = p$$

$$\therefore p = 3$$

p এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$q = 3 - 1$$

$$\therefore q = 2$$

নির্ণেয় মান, $(p, q) = (3, 2)$

(গ) এখানে, A, B এর উপাদানগুলোর জন্য অন্বয় $R = \{x - 1 < y\}$ নির্ণয় করতে হবে। কিন্তু x ও y কোন সেটে বিদ্যমান তার উল্লেখ নেই। সুতরাই $x \in A, y \in B$ অথবা $x \in B, y \in A$ শর্ত বিবেচনা করে প্রশ্নটি সমাধান দেওয়া হলো:

দেওয়া আছে, $B = \{2, 7\}$

$$R = \{x - 1 < y\}$$

'ক' হতে পাই, $A = \{2, 3, 5\}$

এখন $x \in A, y \in B$ বিবেচনা করে অন্বয়,

$$R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x - 1 < y\}$$

এখানে, $A \times B = \{2, 3, 5\} \times \{2, 7\}$

$$= \{(2, 2), (2, 7), (3, 2), (3, 7), (5, 2), (5, 7)\}$$

\therefore অন্বয়, $R = \{(2, 2), (2, 7), (3, 7), (5, 7)\}$

অথবা, $x \in B, y \in A$ বিবেচনা করে অন্বয়,

$$R = \{(x, y) : x \in B, y \in A \text{ এবং } x - 1 < y\}$$

এখানে, $B \times A = \{2, 7\} \times \{2, 3, 5\}$

$$= \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (7, 2), (7, 3), (7, 5)\}$$

এক্ষেত্রে, অন্বয় $R = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5)\}$

২২. $B = \{x \in N : 3 \leq x \leq 7 \text{ এবং মৌলিক সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা } x \leq 6\}$$

$$F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } x - y = 2\}$$

যেখানে $C = \{-2, 0, 2, 4, 6\}$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

(ক) B কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২

(খ) $P(A)$ নির্ণয় করে "A এর উপাদান সংখ্যা n হলে $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে"- উক্তির সত্যতা যাচাই কর।

৪

(গ) F অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে ভোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $B = \{x \in N : 3 \leq x \leq 7 \text{ এবং মৌলিক সংখ্যা}\}$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 3 এর ছোট নয় এবং 7 এর বড় নয় তাদের সেট।

$$\therefore B = \{3, 5, 7\}$$

(খ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x \text{ জোড় সংখ্যা } x \leq 6\}$

$$\therefore A = \{2, 4, 6\}$$

$$\therefore P(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}\}$$

A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

আবার, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$

অর্থাৎ A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে।

(উক্তির সত্যতা যাচাই করা হলো)

(গ) দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } x - y = 2\}$

যেখানে $C = \{-2, 0, 2, 4, 6\}$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$$x - y = 2$$

$$\text{বা, } x - 2 = y$$

$$\therefore y = x - 2$$

এখন প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = x - 2$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	0	2	4	6
---	----	---	---	---	---

y	-4	-2	0	2	4
---	----	----	---	---	---

যেহেতু $-4 \notin C$ সেহেতু $(-2, -4) \notin F$

$$\therefore F = \{(0, -2), (2, 0), (4, 2), (6, 4)\}$$

\therefore ডোমেন, $F = \{0, 2, 4, 6\}$ এবং রেঞ্জ, $F = \{-2, 0, 2, 4\}$

২৩. (i) $A = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$.

(ii) $B = \{x \in N : x^2 < 10\}$ এবং

$$C = \{x \in N : 2 < x \leq 7 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$$

[যশোর বোর্ড-২০২০]

(ক) $S = \{x \in N : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$ হলে, S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, A এর বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা, যেখানে $x = 3$. ৪

(গ) $S = \{(x, y) : x \in B \text{ এবং } y \in C \text{ এবং } y = x + 1\}$ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $S = \{x \in N : x^2 > 15 \text{ এবং } x^3 < 225\}$

অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা বর্গ 15 অপেক্ষা এবং ঘন 225 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখন,

$$x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 \nless 15 \text{ এবং } x^3 = 1^3 = 1 < 225$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 \nless 15 \text{ এবং } x^3 = 2^3 = 8 < 225$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 \nless 15 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 225$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 > 15 \text{ এবং } x^3 = 4^3 = 64 < 225$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 15 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 225$$

$$x = 6 \text{ হলে, } x^2 = 6^2 = 36 > 15 \text{ এবং } x^3 = 6^3 = 216 < 225$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 > 15 \text{ এবং } x^3 = 7^3 = 343 \nless 225$$

$$\therefore S = \{4, 5, 6\}$$

(খ) $A = 2x - 1$, যেখানে $x \in N$

$$x = 3 \text{ হলে, } A = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$\therefore A \text{ এর বর্গমূল, } \sqrt{A} = \sqrt{5}$$

প্রমাণ করতে হবে $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

ধরি, $\sqrt{5}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

$$\therefore \sqrt{5} = \frac{p}{q}$$

[যেখানে p ও q উভয় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $q > 1$ এবং p, q সহমৌলিক]

$$\text{বা, } 5 = \frac{p^2}{q^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 5q = \frac{p^2}{q}$$

এখানে, স্পষ্টত $5q$ একটি পূর্ণসংখ্যা। অপরপক্ষে p^2 এবং q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$, $5q$ এর সমান হতে পারে না।

অতএব, $\sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ এর আকারে কোনো সংখ্যাই হতে পারে না।

সুতরাং $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore A$ এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in N : x^2 < 10\}$

অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 10 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$$n = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 < 10$$

$$n = 2 \text{ হলে, } x^2 = 2^2 = 4 < 10$$

$$n = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 < 10$$

$$n = 4 \text{ হলে, } x^2 = 4^2 = 16 \nless 10$$

$$\therefore B = \{1, 2, 3\}$$

এবং $C = \{x \in N : 2 < x \leq 7 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 2 অপেক্ষা বড় এবং 7 অপেক্ষা ছোট অথবা সমান তাদের সেট।

$$\therefore C = \{3, 5, 7\}$$

$$\text{এবং } S = \{(x, y) : x \in B \text{ এবং } y \in C \text{ এবং } y = x + 1\}$$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = x + 1$

এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	1	2	3
y	2	3	4

যেহেতু $2, 4 \in C$ সেহেতু $(1, 2), (3, 4) \in S$

$$\therefore S = \{(2, 3)\}$$

ডোমেন, $S = \{2\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{3\}$.

২৪. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 1\}$,

$$A = \{0, 1, 2, 3\}, B = y - 3x.$$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২০]

(ক) যোগ কর: $3.2\bar{5}$ এবং $2.0\bar{9}$. ২

(খ) S অঙ্ককে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে তার রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

(গ) $B = 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে এটি ফাংশন কিনা যাচাই কর, যেখানে $-2 \leq x \leq 2$. ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $3.2\bar{5}$ এবং $2.0\bar{9}$

এখানে, অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 1 এর ল.সা.গু. 2।

$$\begin{array}{r} 3.2\bar{5} = 3.25\bar{2} \quad | 52 \\ 2.0\bar{9} = 2.09\bar{9} \quad | 99 \\ \hline 5.35\bar{2} \quad | 51 \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $5.3\bar{5}2$

(খ) দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } 2x - y = 1\}$

$$\text{এবং } A = \{0, 1, 2, 3\}$$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$$2x - y = 1$$

$$\therefore y = 2x - 1$$

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x - 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	0	1	2	3
y	-1	1	3	5

যেহেতু $-1, 5 \notin A$ সেহেতু $(0, -1), (3, 5) \notin S$

$$\therefore S = \{(1, 1), (2, 3)\}$$

নির্ণেয় রেঞ্জ $S = \{1, 3\}$.

(গ) দেওয়া আছে, $B = y - 3x$ এবং $B = 0$

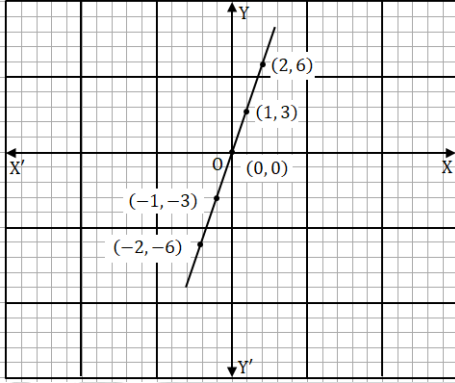
$$\text{বা, } y - 3x = 0$$

$$\therefore y = 3x$$

এখন, $-2 \leq x \leq 2$ ডোমেনের x মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে তালিকা তৈরি করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-3	0	3	6

XOX' কে x -অক্ষ ও YOY' কে y -অক্ষ বিবেচনা করি এবং O মূলবিন্দু। এখন ছক কাগজে প্রতি ক্ষুদ্রবর্গের বাহুকে একক ধরে তালিকার $(-2, -6)$ $(-1, -3)$, $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$ বিন্দুগুলো স্থাপন করি ও মুক্ত হস্তে যোগ করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, y -অক্ষের সমান্তরাল রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু নেই। অর্থাৎ দুইটি সদস্যের প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন।
সুতরাং এটি একটি ফাংশন।

২৫. সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 < 53\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 10\}$
 $B = \{4, 5\}$ এবং $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 7 \text{ এবং } x^3 < 136\}$ [চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]
- (ক) A ও C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
 (খ) প্রমাণ কর যে, $(A \cap B) \cup (B \cup B) = (A \cup B) \cap C$. ৪
 (গ) $P(B' - A')$ নির্ণয় কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } x^2 < 53\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৫৩ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৫৩ অপেক্ষা ছোট সে সংখ্যাগুলো হলো:
 ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৭
 \therefore সার্বিক সেট, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 এবং $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 10\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা ১০ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 $\therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$
 এবং $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 7 \text{ এবং } x^3 < 136\}$
 অর্থাৎ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ৭ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ১৩৬ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।
 এখানে, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$
 $n = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 > 7$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 136$
 $n = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 > 7$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 136$
 $n = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 7$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 136$
 $n = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 7$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 136$
 $n = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 7$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 136$
 $n = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 7$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 136$
 $\therefore C = \{3, 4, 5\}$
 সুতরাং $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$.
 (খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $A = \{2, 3, 5, 7\}$ এবং $C = \{3, 4, 5\}$
 দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$
 এখন, $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$
 $B \cup C = \{4, 5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 7\}$
 বামপক্ষ $= (A \cap B) \cup (B \cup C)$
 $= \{5\} \cup \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 ডানপক্ষ $= (A \cup B) \cap C$
 $= \{2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4, 5\}$
 $\therefore (A \cap B) \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap C$. (প্রমাণিত)
 (গ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

এবং $A = \{2, 3, 5, 7\}$

দেওয়া আছে, $B = \{4, 5\}$

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 7\} = \{1, 4, 6\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 6, 7\}$

$B' - A' = \{1, 2, 3, 6, 7\} - \{1, 4, 6\} = \{2, 3, 7\}$

$\therefore P(B' - A') = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$

নির্ণেয় সেট: $\{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}\}$

২৬. $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 10x + 24 = 0\}$,

$f(x) = x^4 + 3x^3 + px^2 - 3x - 4 + p$, $g(y) = \frac{3y+1}{3y-1}$ [সিলেট বোর্ড-২০২০]

(ক) $P(A)$ নির্ণয় কর। ২

(খ) p এর মান কত হলে, $f(-2) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। ৪

(গ) $\frac{g(y-2)+1}{g(y-2)-1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 10x + 24 = 0\}$

এখানে, $x^2 - 10x + 24 = 0$

বা, $x^2 - 6x - 4x + 24 = 0$

বা, $x(x-6) - 4(x-6) = 0$

বা, $(x-6)(x-4) = 0$

হয়, $x-4 = 0$ অথবা, $x-6 = 0$

$\therefore x = 4$

$\therefore A = \{4, 6\}$

$\therefore P(A) = \{\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{4, 6\}\}$

নির্ণেয় সেট: $\{\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{4, 6\}\}$

(খ) দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 3x^3 + px^2 - 3x - 4 + p$

$\therefore f(-2) = (-2)^4 + 3(-2)^3 + p(-2)^2 - 3(-2) - 4 + p$

$= 16 + 3(-8) + 4p + 6 - 4 + p$

$= 16 - 24 + 4p + 6 - 4 + p = 5p - 6$

প্রশ্নমতে, $f(-2) = 0$

বা, $5p - 6 = 0$

বা, $5p = 6$

$\therefore p = \frac{6}{5}$

নির্ণেয় মান: $p = \frac{6}{5}$

(গ) দেওয়া আছে, $g(y) = \frac{3y+1}{3y-1}$

বা, $g(y-2) = \frac{3(y-2)+1}{3(y-2)-1}$

বা, $g(y-2) = \frac{3y-6+1}{3y-6-1}$

বা, $g(y-2) = \frac{3y-5}{3y-7}$

বা, $\frac{g(y-2)+1}{g(y-2)-1} = \frac{\frac{3y-5}{3y-7}+1}{\frac{3y-5}{3y-7}-1}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$= \frac{6y-12}{2} = \frac{6(y-2)}{2} = 3(y-2)$

নির্ণেয় মান: $3(y-2)$

২৭. $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 10\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 7 \text{ এবং মৌলিক সংখ্যা}\}$

এবং $f(x) = \frac{x^4+x^2+1}{x^2}$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২০]

(ক) B -কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

(খ) $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = 4$ হলে, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) $S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$ -কে তালিকা

পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

8

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 7 \text{ এবং মৌলিক সংখ্যা}\}$
অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক মৌলিক সংখ্যা 2 অপেক্ষা বড় এবং 7 অপেক্ষা ছোট
অথবা সমান তাদের সেট।
 $\therefore B = \{3, 5, 7\}$

(খ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$
 $\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\left(\frac{1}{x^2}\right)^4 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 1}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$
 $= \frac{\frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^4} + 1}{\frac{1}{x^4}} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$
 $= \frac{1 + x^4 + x^8}{x^8} \times x^4 = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$

প্রশ্নমতে, $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = 4$

বা, $\frac{1 + x^4 + x^8}{x^4} = 4$

বা, $\frac{1}{x^4} + \frac{x^4}{x^4} + \frac{x^8}{x^4} = 4$

বা, $\frac{1}{x^4} + 1 + x^4 = 4$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 4 - 1$

বা, $(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 3$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 3$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 3 + 2$

$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 5$

নির্ণেয় মান: 5

(গ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 10\}$
অর্থাৎ যেসব পূর্ণসংখ্যার বর্গ 10 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 10$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 10$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 10$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 < 10$

$x = \pm 4$ হলে, $x^2 = (\pm 4)^2 = 16 < 10$

$\therefore A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$S = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = x + 1$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-2	-1	0	1	2	3	4

যেহেতু $-2, -1, 0, 1, 2, 4 \notin B$

সেহেতু $(-3, -2), (-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2), (3, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(2, 3)\}$

ডোমেন, $S = \{2\}$ এবং রেঞ্জ, $S = \{3\}$

২৮. $L = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 9\}$

$M = \{-2, 0, 2\}; N = \{0, 1, 2\}$

$S = \{(x, y) : x \in L, y \in L \text{ এবং } x - y = 1\}$

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২০]

(ক) যোগ কর: $7.0\dot{5} + 3.2\dot{7}\dot{3}$

২

(খ) প্রমাণ কর যে, $M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$.

8

(গ) S অন্তর্যটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর।

8

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, $7.0\dot{5} + 3.2\dot{7}\dot{3}$

এখানে, অনাকৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 2 এর ল.সা.গু 2.

$$\begin{array}{r} 7.0\dot{5} = 7.0\dot{5}\dot{5} \\ 3.2\dot{7}\dot{3} = 3.2\dot{7}\dot{3} \\ \hline 10.3\dot{2}\dot{9} \end{array} \begin{array}{l} 55 \\ 73 \\ \hline 28 \end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $10.3\dot{2}\dot{9}$

(খ) দেওয়া আছে, $M = \{-2, 0, 2\}$ এবং $N = \{0, 1, 2\}$

এখন, $M \setminus N = \{-2, 0, 2\} \setminus \{0, 1, 2\}$

$= \{-2\}$

$N \setminus M = \{0, 1, 2\} \setminus \{-2, 0, 2\}$

$\{1\}$

এবং $M \cap N = \{-2, 0, 2\} \cap \{0, 1, 2\}$

$= \{0, 2\}$

বামপক্ষ $= M \cup N$

$= \{-2, 0, 2\} \cup \{0, 1, 2\}$

$= \{-2, 0, 1, 2\}$

ডানপক্ষ $= (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$

$= \{-2\} \cup \{1\} \cup \{0, 2\}$

$= \{-2, 0, 1, 2\}$

$\therefore M \cup N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) \cup (M \cap N)$ (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে, $L = \{x : x \text{ পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 9\}$

অর্থাৎ সেসব পূর্ণসংখ্যার বর্গ 9 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

এখন,

$x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 9$

$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 9$

$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 9$

$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 < 9$

$\therefore L = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$S = \{(x, y) : x \in L, y \in L \text{ এবং } x - y = 1\}$

S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$x - y = 1$

বা, $-y = -x + 1$

$\therefore y = x - 1$

প্রত্যেক $x \in L$ এর জন্য $y = x - 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-2	-1	0	1

যেহেতু $-3 \notin L$ সেহেতু $(-2, -3) \notin S$

$\therefore S = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1)\}$

এবং রেঞ্জ $S = \{-2, -1, 0, 1\}$

২৯. $f(x) = \frac{5x^2+3}{5x^2-3}, S = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } 2x + y < 10\},$
 $C = \{1, 3, 5\}$ এবং $D = \{2, 4, 7\}$

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

(ক) $0.\dot{3}$ কে $0.2\dot{2}$ দ্বারা ভাগ কর।

২

(খ) $\frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

(গ) S অন্তর্যটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর।

8

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) $0.\dot{3} \div 0.2\dot{2} = \frac{3}{9} \div \frac{22-2}{90}$
 $= \frac{3}{9} \div \frac{20}{90} = \frac{3}{9} \times \frac{90}{20} = \frac{3}{2} = 1.5$

নির্ণেয় ভাগফল 1.5

(খ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{5x^2+3}{5x^2-3}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5\left(\frac{1}{t^2}\right)^2 + 3}{5\left(\frac{1}{t^2}\right)^2 - 3} = \frac{\frac{5}{t^4} + 3}{\frac{5}{t^4} - 3} = \frac{5 + 3t^4}{5 - 3t^4}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5 + 3t^4}{t^4} \times \frac{t^4}{5 - 3t^4}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5 + 3t^4}{5 - 3t^4}$$

$$\text{বা, } \frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right) - 1} = \frac{5 + 3t^4 + 5 - 3t^4}{5 + 3t^4 - 5 + 3t^4} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right) - 1} = \frac{10}{6t^4} = \frac{5}{3t^4}$$

$$\text{নির্ণয় মান: } \frac{5}{3t^4}$$

- (গ) দেওয়া আছে, $C = \{1, 3, 5\}$ এবং $D = \{2, 4, 7\}$
 প্রশ্নানুসারে, অস্বর $S = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } 2x + y < 10\}$
 এখানে, $C \times D = \{1, 3, 5\} \times \{2, 4, 7\}$
 $= \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2), (3, 4), (3, 7), (5, 2), (5, 4), (5, 7)\}$
 $\therefore S = \{(1, 2), (1, 4), (1, 7), (3, 2)\}$
 S অস্বরের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 1, 1, 1, 3
 \therefore ডোমেন, $S = \{1, 3\}$

৩০. $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 2\}$ এবং
 $S = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } y - 2x = 0\}$

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯]

- (ক) $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0\}$ সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২
 (খ) $P(A)$ নির্ণয় করে “কোনো সেট A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে”- উক্তির সত্যতা যাচাই কর। ৪
 (গ) S অস্বরকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর। ৪

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, $C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0\}$
 এখানে, $x^2 - 9 = 0$
 বা, $x^2 = 9$
 বা, $x = \sqrt{9}$
 বা, $x = 3$ [$\because x \in \mathbb{N}$]
 $\therefore C = \{3\}$
 (খ) দেওয়া আছে, $A = \{2, 4, 7\}$
 $\therefore P(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{7\}, \{2, 4\}, \{2, 7\}, \{4, 7\}, \{2, 4, 7\}\}$
 এখানে, A এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$
 $\therefore P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা $= 8 = 2^3 = 2^n$
 সুতরাং কোনো সেট A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n । (উক্তিটি সত্য)
 (গ) দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 2\}$
 অর্থাৎ, প্রদত্ত সেটটি পূর্ণসংখ্যার সেট যা -2 এর সমান বা -2 থেকে বড় এবং 2 থেকে বড় নয়।
 $\therefore B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 এবং $S = \{(x, y) : x \in B, y \in B \text{ এবং } y - 2x = 0\}$
 S এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y - 2x = 0$
 $\therefore y = 2x$
 এখন, প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

যেহেতু $-4, 4 \notin B$
 $\therefore (-2, 4) \notin S, (2, 4) \notin S \therefore S = \{(-1, -2), (0, 0), (1, 2)\}$
 \therefore ডোমেন, $S = \{-1, 0, 1\}$

৩১. (i) $A = \{x \in \mathbb{Z} : 1 \leq x^2 \leq 7\}$

$$\text{এবং } R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x - 1 = 0\}$$

$$(ii) f(x) = \frac{1}{x-1}$$

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

- (ক) যোগ কর: $2.304 + 2.025$ ২
 (খ) উদ্দীপকের আলোকে (i) নং থেকে R -এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪
 (গ) (ii) নং হতে দেখাও যে, $f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$ ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) প্রদত্ত রাশি $= 2.304 + 2.025$
 এখানে, অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২ এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২.

$$\begin{array}{r} 2.304 = 2.3044 \quad 44 \\ 2.025 = 2.0252 \quad 52 \\ \hline 4.3296 \quad 96 \end{array}$$

নির্ণয় যোগফল 4.3296.

- (খ) দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{Z} : 1 \leq x^2 \leq 7\}$
 এখানে, $x = \pm 1$ হলে, $(\pm 1)^2 = 1$
 $x = \pm 2$ হলে, $(\pm 2)^2 = 4$
 $\therefore A = \{-2, -1, 1, 2\}$
 এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x - 1 = 0\}$
 R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y - 2x - 1 = 0$
 বা, $y = 2x + 1$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 2x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	-2	-1	1	2
y	-3	-1	3	5

যেহেতু $-3, 3, 5 \notin A$

$$\therefore (-2, -3) \notin R, (1, 3) \notin R \text{ এবং } (2, 5) \notin R$$

$$\therefore R = \{(-1, -1)\}$$

$$\therefore \text{রেঞ্জ, } R = \{-1\}$$

- (গ) দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1}{x-1}$
 $\therefore f(m) = \frac{1}{m-1}$ এবং $f(n) = \frac{1}{n-1}$
 $\therefore f(m) - f(n) = \frac{1}{m-1} - \frac{1}{n-1} = \frac{(n-1) - (m-1)}{(m-1)(n-1)}$
 $= \frac{n-1-m+1}{(m-1)(n-1)} = \frac{n-m}{(m-1)(n-1)}$
 আবার, $f\left(\frac{mn}{n-m}\right) = \frac{1}{\frac{mn}{n-m} - 1} = \frac{1}{\frac{mn - (n-m)}{n-m}} = \frac{n-m}{mn - n + m}$
 $= \frac{n-m}{mn - n + m} = \frac{n-m}{mn - n + m}$
 $\therefore f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$ (দেখানো হলো)

$$32. f(x) = x^4 + 3x^2 + ax^2 - 3x - 4 + a$$

$$g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p-1)}$$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯]

- (ক) $g(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 (খ) a এর মান কত হলে $f(-2) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর। ৪
 (গ) প্রমাণ কর যে, $g\left(\frac{1}{p}\right) = g(1-p)$ ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, $g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p-1)}$
 $\therefore g(-1) = \frac{3(-1)^2 - (-1)^3 - 1}{(-1)(-1-1)} = \frac{3 - (-1) - 1}{(-1)(-2)} = \frac{3+1-1}{2} = \frac{3}{2}$
 নির্ণয় মান: $\frac{3}{2}$
 (খ) দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 3x^2 + ax^2 - 3x - 4 + a$
 $\therefore f(-2) = (-2)^4 + 3(-2)^2 + a(-2)^2 - 3(-2) - 4 + a$

$$= 16 - 24 + 4a + 6 - 4 + a = 5a - 6$$

$$\text{যেহেতু, } f(-2) = 0$$

$$\text{সুতরাং } 5a - 6 = 0$$

$$\text{বা, } 5a = 6$$

$$\text{বা, } a = \frac{6}{5}$$

$$\text{নির্ণেয় মান: } \frac{6}{5}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } g(p) = \frac{3p^2 - p^3 - 1}{p(p-1)}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{p}\right)^2 - \left(\frac{1}{p}\right)^3 - 1}{\frac{1}{p}\left(\frac{1}{p} - 1\right)} = \frac{\frac{3}{p^2} - \frac{1}{p^3} - 1}{\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p}} = \frac{\frac{3p-1-p^3}{p^3}}{\frac{1-p}{p^2}} = \frac{3p-1-p^3}{p^3} \times \frac{p^2}{1-p} = \frac{3p-1-p^3}{p(1-p)}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } g(1-p) &= \frac{3(1-p)^2 - (1-p)^3 - 1}{(1-p)(1-p-1)} \\ &= \frac{3(1-2p+p^2) - (1-3p+3p^2-p^3) - 1}{-p(1-p)} \\ &= \frac{3-6p+3p^2-1+3p-3p^2+p^3-1}{-p(1-p)} \\ &= \frac{-3p+p^3+1}{-p(1-p)} = \frac{-(3p-p^3-1)}{-p(1-p)} = \frac{3p-p^3-1}{p(1-p)} \end{aligned}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{p}\right) = g(1-p) \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$৩৩. \text{ সার্বিক সেট } U = \{1, 2, 3, 4, b, c, d\}$$

$$M = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \geq 8 \text{ এবং } x^4 \leq 256\}$$

$$N = \{y : y^2 - (c+d)y + cd = 0\} \text{ এবং } f(x) = \frac{5x-7}{2x-3} \quad [\text{দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯}]$$

$$(ক) A = \{11, 20\}, B = \{20, a\} \text{ হলে } P(A \cap B) \text{ নির্ণয় কর।} \quad 2$$

$$(খ) \text{ উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, } (M \cup N)' = M' \cap N'. \quad 8$$

$$(গ) \text{ উদ্দীপকের আলোকে } \frac{f(x^{-1})+2}{f(x^{-1})-1} = 3 \text{ হলে } x \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad 8$$

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{11, 20\}, B = \{20, a\}$$

$$\therefore A \cap B = \{11, 20\} \cap \{20, a\} = \{20\}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \{\emptyset, \{20\}\}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } U = \{1, 2, 3, 4, b, c, d\}$$

$$M = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \geq 8 \text{ এবং } x^4 \leq 256\}$$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^3 = 1^3 = 1 < 8 \text{ এবং } x^4 = 1^4 = 1 < 256$$

$$x = 2 \text{ হলে, } x^3 = 2^3 = 8 = 8 \text{ এবং } x^4 = 2^4 = 16 < 256$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^3 = 3^3 = 27 > 8 \text{ এবং } x^4 = 3^4 = 81 < 256$$

$$x = 4 \text{ হলে, } x^3 = 4^3 = 64 > 8 \text{ এবং } x^4 = 4^4 = 256 = 256$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^3 = 5^3 = 125 > 8 \text{ এবং } x^4 = 5^4 = 625 > 256$$

$$\therefore M = \{2, 3, 4\}$$

$$N = \{y : y^2 - (c+d)y + cd = 0\}$$

$$\text{এখানে, } y^2 - (c+d)y + cd = 0$$

$$\text{বা, } y^2 - cy - dy + cd = 0$$

$$\text{বা, } y(y-c) - d(y-c) = 0$$

$$\text{বা, } (y-c)(y-d) = 0$$

$$\text{হয়, } y-c=0 \quad \text{অথবা, } y-d=0$$

$$\therefore y=c \quad \therefore y=d$$

$$\therefore N = \{c, d\}$$

$$\text{এখন, } M \cup N = \{2, 3, 4\} \cup \{c, d\}$$

$$= \{2, 3, 4, c, d\}$$

$$\therefore (M \cup N)' = U - (M \cup N)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{2, 3, 4, c, d\}$$

$$= \{1, b\}$$

$$\text{আবার, } M' = U - M$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{2, 3, 4\} = \{1, b, c, d\}$$

$$N' = U - N$$

$$= \{1, 2, 3, 4, b, c, d\} - \{c, d\} = \{1, 2, 3, 4, b\}$$

$$\therefore M' \cap N' = \{1, b, c, d\} \cap \{1, 2, 3, 4, b\}$$

$$= \{1, b\}$$

$$\therefore (M \cup N)' = M' \cap N' \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } f(x) = \frac{5x-7}{2x-3}$$

$$\therefore f(x^{-1}) = \frac{5(x^{-1})-7}{2(x^{-1})-3}$$

$$= \frac{5 \cdot \frac{1}{x} - 7}{2 \cdot \frac{1}{x} - 3} = \frac{\frac{5-7x}{x}}{\frac{2-3x}{x}} = \frac{5-7x}{2-3x} \times \frac{x}{x} = \frac{5-7x}{2-3x}$$

$$\therefore f(x^{-1}) + 2 = \frac{5-7x}{2-3x} + 2 \quad [\text{উভয়পক্ষে 2 যোগ করে}]$$

$$= \frac{5-7x+2(2-3x)}{2-3x} = \frac{5-7x+4-6x}{2-3x} = \frac{9-13x}{2-3x}$$

$$\text{আবার, } f(x^{-1}) = \frac{5-7x}{2-3x}$$

$$\therefore f(x^{-1}) - 1 = \frac{5-7x}{2-3x} - 1 \quad [\text{উভয়পক্ষে হতে 1 বিয়োগ করে}]$$

$$= \frac{5-7x-2+3x}{2-3x} = \frac{3-4x}{2-3x}$$

$$\text{এখন, } \frac{f(x^{-1})+2}{f(x^{-1})-1} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{9-13x}{2-3x}}{\frac{3-4x}{2-3x}} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{9-13x}{2-3x} \times \frac{2-3x}{3-4x} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{9-13x}{3-4x} = 3$$

$$\text{বা, } 9 - 13x = 9 - 12x$$

$$\text{বা, } -13x + 12x = 9 - 9$$

$$\text{বা, } -x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

$$\text{নির্ণেয় মান, } x = 0$$

$$৩৪. A = \{3, 4, 5, 6\}, B = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{এবং } R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = -1\}$$

[সকল বোর্ড-২০১৮]

$$(ক) \text{ দেখাও যে, } A \text{ ও } B \text{ পরস্পর নিষ্পদ সেট।} \quad 2$$

$$(খ) P(A) \text{ নির্ণয় করে দেখায় যে, } A \text{ সেটের উপাদান সংখ্যা } n \text{ হলে } P(A) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } 2^n \text{ কে সমর্থন করে।} \quad 8$$

$$(গ) R \text{ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম } R \text{ ও রেঞ্জ } R \text{ নির্ণয় কর।} \quad 8$$

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{3, 4, 5, 6\} \text{ এবং } B = \{0, 1, 2\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5, 6\} \cap \{0, 1, 2\} = \emptyset$$

$$\text{যেহেতু } A \cap B = \emptyset$$

$$\text{সুতরাং } A \text{ ও } B \text{ পরস্পর নিষ্পদ সেট। (দেখানো হলো)}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{সেট } A \text{-এর উপাদান সংখ্যা } n = 4$$

$$\therefore P(A) = \{\{3, 4, 5, 6\}, \{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \emptyset\}$$

$$\therefore P(A) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } = 16 = 2^4 = 2^n \text{ যেখানে সেট } A \text{ এর উপাদান সংখ্যা } n।$$

$$\text{অতএব, } A \text{ সেটের উপাদান সংখ্যা } n \text{ হলে } P(A) \text{ এর উপাদান সংখ্যা } 2^n \text{ কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } A = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{এবং } R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x - y = -1\}$$

$$R \text{-এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, } x - y = -1$$

$$\text{বা, } x + y = y$$

$$\therefore y = x + 1$$

এখন প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি:

x	3	4	5	6
y	4	5	6	7

যেহেতু $7 \notin A$, সেহেতু $(6, 7) \notin R$

$$\therefore R = \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$$

ডোম $R = \{3, 4, 5\}$ এবং রেঞ্জ, $R = \{4, 5, 6\}$

