

বিষয়: উচ্চতর গণিত

SSC-26 Premium Batch



অধ্যায়-১৪ (সম্ভাবনা)

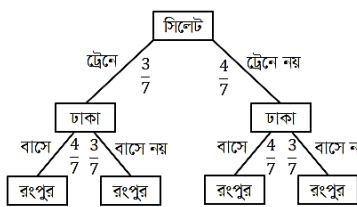
১. (i) একটি বুড়িতে 10টি লাল, 12টি সাদা ও 8টি কালো মার্বেল আছে।
(ii) কোনো একজন লোকের সিলেট হতে ঢাকা ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ এবং ঢাকা হতে রংপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{7}$ ।

[ঢাকা বোর্ড-২০২৪]

- (ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো।
নমুনাক্ষেত্রটি লেখ। ছক্কা 6 এবং মুদ্রা T আসার সম্ভাবনা বের কর। ২
(খ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হয় তবে সবগুলো মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
(গ) সম্ভাব্য ঘটনাটির Probability tree অঙ্কন কর। Probability Tree ব্যবহার করে লোকটি সিলেট থেকে ঢাকা ট্রেনে নয় কিন্তু রংপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা বের কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র,
 $S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$
 \therefore নমুনাবিন্দু = 12টি
ছক্কা 6 ও মুদ্রা T আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = $\{6T\}$
অর্থাৎ, 1টি।
 \therefore সম্ভাবনা = $\frac{1}{12}$ (Ans.)
(খ) প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নিলে প্রতিবার মোট মার্বেল সংখ্যা পূর্বাপেক্ষা 1 কমে যায়।
মোট মার্বেল সংখ্যা = $(10 + 12 + 8) = 30$ টি
1ম মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{8}{30}$
2য় মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{29}$
3য় মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{28}$
8র্থ মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{27}$
 \therefore সবগুলো মার্বেল কালো হওয়ার সম্ভাবনা
 $= \frac{8}{30} \times \frac{7}{29} \times \frac{6}{28} \times \frac{5}{27} = \frac{2}{783}$ (Ans.)
(গ) সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে:

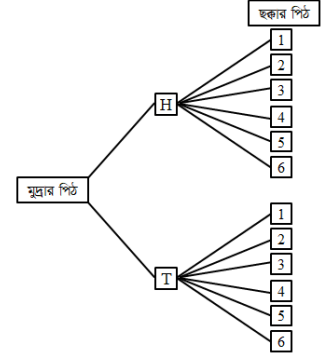


\therefore লোকটির সিলেট থেকে ঢাকা ট্রেনে নয় কিন্তু রংপুর বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$ (Ans.)

২. একটি বুড়িতে $2x$ টি লাল, $(x + 6)$ টি সাদা ও $(x + 3)$ টি কালো মার্বেল আছে।
দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হলো। [ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪]
(ক) 1টি মুদ্রা ও 1টি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree তৈরি কর। ২
(খ) $x = 3$ হলে মার্বেলটি কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
(গ) $x = 4$ হলে যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হয়, তবে দেখাও যে সবগুলো মার্বেল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা সবগুলো মার্বেল লাল হওয়ার সম্ভাবনার তিন গুণ। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



\therefore নমুনা ক্ষেত্রটি হবে :

$\{H1, T1, H2, T2, H3, T3, H4, T4, H5, T5, H6, T6\}$ (Ans.)

- (খ) $x = 3$ হলে,
লাল মার্বেল, $2x = 2 \times 3 = 6$ টি
সাদা মার্বেল, $(x + 6) = 3 + 6 = 9$ টি
কালো মার্বেল, $(x + 3) = 3 + 3 = 6$ টি
মোট মার্বেল = $6 + 9 + 6 = 21$ টি
দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলে কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{21}$ এবং সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{21}$
 \therefore মার্বেলটি কালো অথবা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{21} + \frac{9}{21} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ (Ans.)

- (গ) $x = 4$ হলে
লাল মার্বেল = $2 \times 4 = 8$ টি
সাদা মার্বেল = $4 + 6 = 10$ টি
কালো মার্বেল = $4 + 3 = 7$ টি
 \therefore মোট মার্বেল = $8 + 10 + 7 = 25$ টি
 \therefore প্রতিস্থাপন না করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হলে সবগুলো মার্বেল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10}{25} \times \frac{9}{24} \times \frac{8}{23} \times \frac{7}{22} = \frac{21}{1265}$

এবং সবগুলো মার্বেল লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{8}{25} \times \frac{7}{24} \times \frac{6}{23} \times \frac{5}{22} = \frac{7}{1265}$

\therefore সবগুলো মার্বেল সাদা হওয়ায় সম্ভাবনা
 $= \frac{21}{1265} = 3 \times \frac{7}{1265} = 3 \times$ লাল হওয়ার সম্ভাবনা

\therefore সবগুলো মার্বেল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা সবগুলো মার্বেল লাল হওয়ার সম্ভাবনার তিন গুণ। (দেখানো হলো)

৩. (i) দুটি নিরপেক্ষ ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো।
(ii) 1 থেকে 32 পর্যন্ত নম্বর দেয়া কার্ডগুলো থেকে একটি কার্ড দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৪]

- (ক) দেখাও যে, সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। ২
(খ) ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree অঙ্কন কর এবং নমুনা ক্ষেত্র হতে দুটি ছক্কা একই ফলাফল পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
(গ) কার্ডের নম্বরটি 2 অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) মনে করি, একটি দৈব পরীক্ষার সসীম নমুনাক্ষেত্র S এবং উক্ত নমুনাক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট A একটি ঘটনা।

ধরি, S নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $n(S)$

A ঘটনার অনুকূল নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = $n(A)$

∴ সম্ভাবনার, গাণিতিক সংজ্ঞা অনুসারে পাই, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \dots \dots (i)$

এটি স্পষ্ট যে, A ঘটনার উপাদান সংখ্যা 0 থেকে $n(S)$ এর মধ্যে থাকবে।

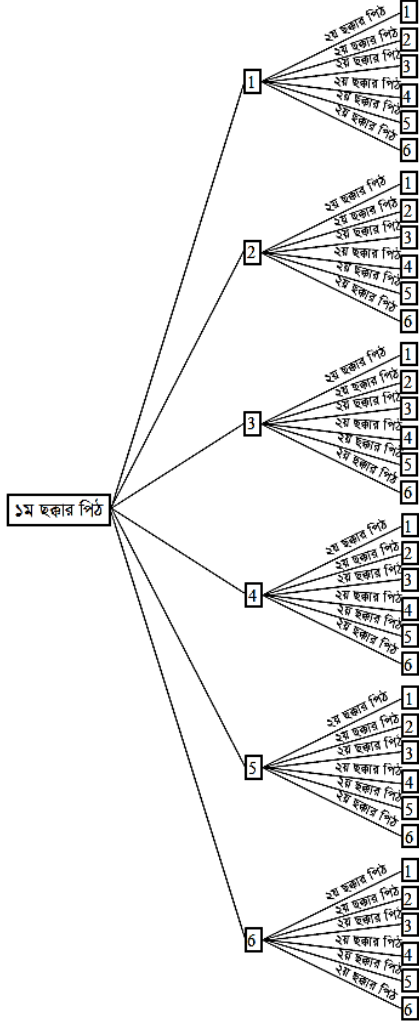
অর্থাৎ $0 \leq n(A) \leq n(S)$

বা, $\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$ [ন(S) দ্বারা ভাগ করে]

বা, $0 \leq P(A) \leq 1$ (i) নং সমীকরণ থেকে]

∴ $0 \leq P(A) \leq 1$ (দেখানো হলো)

(খ) দুইটি ছক্কা একত্রে একবার নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করা হলে, সম্ভাব্য ঘটনার যে Probability tree তৈরি হবে তা নিম্নরূপ:



দুটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্রটি হবে:

$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

∴ মোট নমুনা বিন্দু = 36টি

উভয় ছক্কাই ফলাফল আসার অনুকূল নমুনা বিন্দু = 6টি

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (Ans.)

(গ) মনে করি,

1 থেকে 32 নম্বর পর্যন্ত কার্ডের মোট সংখ্যা, $n(S) = 32$

কার্ডগুলোর মধ্যে 2 অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার ঘটনা,

$A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 30, 32\}$

∴ মোট সম্ভাব্য ফলাফল, $n(A) = 21$

∴ কার্ডের নম্বরটি 2 অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা,

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{21}{32}$ (Ans.)

8. (i) একজন লোকের টাসাইল হতে ঢাকা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$ এবং ঢাকা হতে চট্টগ্রাম ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{10}$

(ii) একটি থলেতে 15টি লাল, 18টি সবুজ ও 14টি হলুদ বল আছে।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) Probability tree ব্যবহার করে লোকটির ঢাকা বাসে কিন্তু চট্টগ্রাম ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেয়া হয়, তবে সবগুলো বল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

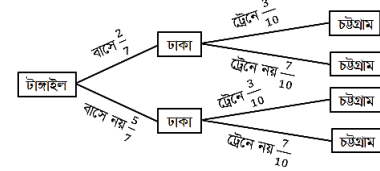
৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

∴ মোট নমুনাবিন্দু 6টি এবং জোড় সংখ্যা 3টি

∴ একবার নিক্ষেপে ছক্কা জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) লোকটির ভ্রমণের Probability tree টি হবে:



∴ লোকটির ঢাকা বাসে কিন্তু চট্টগ্রাম ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{2}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{1}{5}$ (Ans)

(গ) দেওয়া আছে, একটি থলেতে 15টি লাল, 18টি সবুজ ও 14টি হলুদ বল রয়েছে।

∴ মোট বল সংখ্যা = $(15 + 18 + 14)$ টি = 47টি

প্রতিস্থাপন না করে পরপর চারটি বল তোলা হলে,

প্রথম বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{18}{47}$

দ্বিতীয় বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{17}{46}$

তৃতীয় বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{16}{45}$

চতুর্থ বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{44}$

∴ পরপর চারটি বল তোলা হলে সবগুলো সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা =

$\frac{18}{47} \times \frac{17}{46} \times \frac{16}{45} \times \frac{15}{44} = \frac{204}{11891}$ (Ans.)

৫. (i) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা ও একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো।

(ii) 42টি টিকেট 1 থেকে 42 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে।

টিকেটগুলো ভালোভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলো।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪]

(ক) শুধু একটি ছক্কা নিক্ষেপে 2 এর গুণিতক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) (i) নং এর আলোকে probability tree তৈরি করে ছক্কা জোড় সংখ্যা এবং মুদ্রায় টেল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) (ii) নং এর আলোকে টিকেটটির ক্রমিক নম্বর 20 এর গুণনীয়ক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

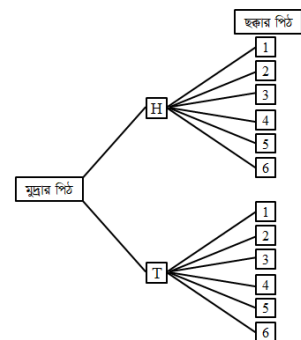
অর্থাৎ নমুনাবিন্দু 6টি।

∴ 2 এর গুণিতক আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = $\{2, 4, 6\}$

অর্থাৎ 3টি।

∴ 2 এর গুণিতক আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



∴ নমুনা ক্ষেত্র, $S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 12টি

মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 2T, 4T, 6T অর্থাৎ 3টি

∴ মুদ্রায় টেল ও ছক্কায় জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

(গ) 1 থেকে 42 পর্যন্ত মোট টিকেট সংখ্যা 42টি।

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 42

20 এর গুণনীয়কের সেট = $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = 6

∴ দৈবভাবে নেওয়া টিকেটটি 20 এর গুণনীয়ক হওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{6}{42} = \frac{1}{7} \text{ (Ans.)}$$

৬. (i) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা চারবার নিক্ষেপ করা হলো।

(ii) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা দুইবার নিক্ষেপ করা হলো।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪]

(ক) নিরপেক্ষ ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করা হলে, জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২

(খ) ছক্কা নিক্ষেপে প্রাপ্ত সংখ্যা দুটির গুণফল জোড় হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

(গ) (i) হতে Probability tree তৈরি করে বড়জোড় 3T আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হলো: 1, 2, 3, 4, 5, 6

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 6টি

জোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হওয়ার ঘটনা = $\{2, 3, 4, 6\}$

∴ মোট অনুকূল ফলাফল = 4টি

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

(খ) দুটি ছক্কা নিক্ষেপে প্রাপ্ত সম্ভাব্য ফলাফলের নমুনাক্ষেত্র = $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 36টি।

প্রাপ্ত সংখ্যা দুটির গুণফল জোড় হবে যদি সংখ্যাদ্বয় জোড় ও জোড় এবং জোড় ও বিজোড় হয়।

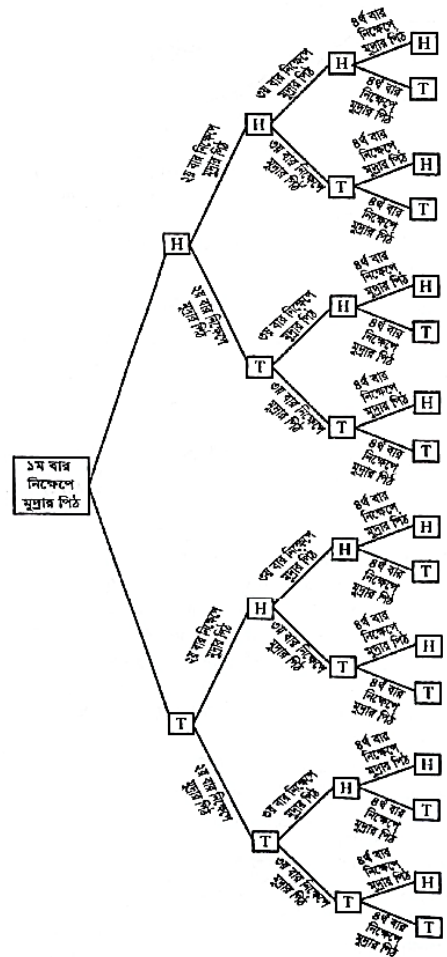
∴ অনুকূল ঘটনা = $\{(1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,2), (5,4), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

∴ মোট অনুকূল ফলাফল = 27টি

∴ ছক্কা নিক্ষেপে প্রাপ্ত সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল জোড় হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

(Ans.)

(গ) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা চারবার নিক্ষেপের Probability tree নিম্নরূপ:



∴ নমুনাক্ষেত্র, $S = \{HHHH, HHHT, HHTH, HHTT, HTHH, HTHT, HTTH, HTTT, THHH, THHT, THTH, THTT, TTHH, TTHT, TTTH, TTTT\}$

∴ মোট সম্ভাব্য ঘটনা, $n(S) = 16$

চারটিই T আসার ঘটনা = $\{TTTT\}$

∴ চারটিই T আসার ফলাফল = 1টি

বড়জোড় 3T আসার ফলাফল = $(16 - 1)$ টি = 15টি

∴ বড়জোড় 3T আসার সম্ভাবনা = $\frac{15}{16}$ (Ans.)

৭. (i) একটি বাড়িতে 10টি কালো, 7টি লাল এবং 1টি সাদা বল আছে।

(ii) একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।

[সিলেট বোর্ড-২০২৪]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা এবং মৌলিক সংখ্যা ওঠার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২

(খ) মুদ্রাটি নিক্ষেপের Probability Tree অঙ্কন করে বড়জোর 2T পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

(গ) প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পর পর তিনটি বল তুলে নেয়া হলে, সবগুলো বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা বিজোড় সংখ্যা : 1, 3, 5 মৌলিক সংখ্যা : 2, 3, 5

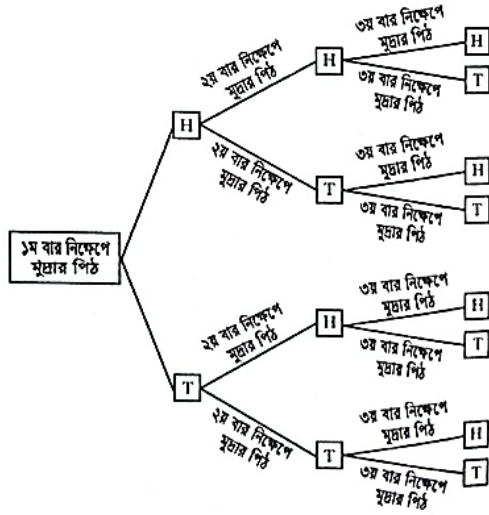
∴ বিজোড় ও মৌলিক সংখ্যা: 3, 5

ছক্কা মোট সংখ্যা আছে 6টি

বিজোড় ও মৌলিক সংখ্যা আছে 2টি

∴ বিজোড় এবং মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (Ans.)

(খ) তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



∴ নমুনাক্ষেত্র, $S = \{ HHH, HHT, HTH, HIT, THT, TTH, THH, TTT \}$

নমুনাক্ষেত্র হতে দেখা যায়,

মোট সম্ভাব্য ঘটনা = 8

বড়জোর 2টি T পাওয়ার ঘটনা = 7

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{7}{8}$ (Ans.)

(গ) বুড়িতে

কালো বল আছে 10টি, লাল বল আছে 7টি এবং সাদা বল আছে 1টি মোট বল আছে = $10 + 7 + 5 = 22$ টি

প্রতিস্থাপন না করে,

1ম বার বল উঠালে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{22}$

2য় বার বল উঠালে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{21}$

3য় বার বল উঠালে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{20}$

∴ প্রতিস্থাপন না করে তিন বারই লাল বল আসার সম্ভাবনা = $\frac{7}{22} \times \frac{6}{21} \times \frac{5}{20} = \frac{1}{44}$ (Ans.)

৮.



দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা একসাথে
নিষ্ক্ষেপ করা হলো।

বুড়ি

[যশোর বোর্ড-২০২৪]

(ক) দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হলে মার্বেলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) দুইটি ছক্কা প্রাপ্ত সংখ্যাযুগ্মের সমষ্টি 10 অপেক্ষা বড় হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পর পর পাঁচটি মার্বেল তুলে নেয়া হয় তবে সবগুলো মার্বেল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, বুড়িতে লাল মার্বেলের সংখ্যা 10টি

নীল মার্বেলের সংখ্যা 15টি

এবং সবুজ মার্বেলের সংখ্যা 12টি

∴ মোট মার্বেলের সংখ্যা = $(10 + 15 + 12)$ টি = 37টি

দৈবভাবে একটি মার্বেল নেয়া হলে মার্বেলটি নীল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{37}$ (Ans.)

(খ) দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা একত্রে নিষ্ক্ষেপ করা হলে মোট নমুনাক্ষেত্র = $6^2 = 36$ প্রাপ্ত সংখ্যাযুগ্মের সমষ্টি 10 অপেক্ষা বড় এরূপ নমুনাক্ষেত্র: $\{(5, 6), (6, 6), (6, 5)\}$

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ (Ans.)

(গ) 'ক' হতে পাই, মোট মার্বেল সংখ্যা 37টি এবং সবুজ মার্বেল সংখ্যা 12

প্রথম মার্বেলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{12}{37}$

প্রতিস্থাপন না করে দ্বিতীয় মার্বেলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{11}{36}$

অনুরূপে, প্রতিস্থাপন না করে তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম মার্বেল সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{10}{35}, \frac{9}{34}$ ও $\frac{8}{33}$ ।

অতএব প্রতিস্থাপন না করে পরপর পাঁচটি মার্বেল তুলে নিলে তা সবুজ হওয়ার

সম্ভাবনা = $\frac{12}{37} \times \frac{11}{36} \times \frac{10}{35} \times \frac{9}{34} \times \frac{8}{33} = \frac{8}{4403}$ (Ans.)

৯. একটি বুড়িতে 10টি লাল, 12টি হলুদ, 8টি কালো এবং 15টি সাদা বল আছে।

[বরিশাল বোর্ড-২০২৪]

(ক) একটি মুদ্রা দুইবার নিষ্ক্ষেপ করলে উভয় ক্ষেত্রে একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলে বলটি লাল না হওয়ার সম্ভাবনা ও কালো হওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য নির্ণয় কর। 8

(গ) প্রতিস্থাপন না করে পর পর তিনটি বল তোলা হলে সবগুলো বল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দুইবার মুদ্রা নিষ্ক্ষেপের জন্য প্রাপ্ত ফলাফলের নমুনা ক্ষেত্র:

$\{ HH, HT, TH, TT \}$

∴ উভয়ক্ষেত্রে একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, লাল বলের সংখ্যা = 10টি

হলুদ বলের সংখ্যা = 12টি

কালো বলের সংখ্যা = 8টি

এবং সাদা বলের সংখ্যা = 15টি

∴ মোট বলের সংখ্যা = $(10 + 12 + 8 + 15)$ টি = 45টি

দৈবভাবে একটি বল নেয়া হলে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

বলটি লাল না হওয়ার সম্ভাবনা = $\left(1 - \frac{2}{9}\right) = \frac{9-2}{9} = \frac{7}{9}$

আবার, বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{8}{45}$

∴ সম্ভাবনার পার্থক্য = $\left(\frac{7}{9} - \frac{8}{45}\right) = \frac{35-8}{45} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$ (Ans.)

(গ) এখানে, হলুদ বল 12 টি

এবং মোট বল 45 টি

প্রতিস্থাপন না করে পর পর তিনটি বল তোলা হলে,

প্রথম বলটি হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{45}$

দ্বিতীয় বলটি হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{11}{44}$

তৃতীয় বলটি হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10}{43}$

∴ প্রতিস্থাপন না করে পর পর তিনটি বল তোলা হলে সবগুলো বল হলুদ হওয়ার

সম্ভাবনা = $\left(\frac{12}{45} \times \frac{11}{44} \times \frac{10}{43}\right) = \frac{2}{129}$ (Ans.)

১০. (i) একটি বুড়িতে 10টি নীল, 12টি সবুজ ও 8টি হলুদ বল আছে।

(ii) একজন লোকের রাজশাহী হতে ঢাকায় ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$ এবং ঢাকা হতে কুমিল্লায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ ।

[ঢাকা বোর্ড-২০২৩]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিষ্ক্ষেপ করা হলে মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) দৈবভাবে একটি বল নেয়া হলে, বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা এবং হলুদ না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

(গ) Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লায় বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিষ্ক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = $\{2, 3, 5\}$

∴ ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

(খ) ঝড়িতে নীল বল আছে = 10টি

সবুজ বল আছে = 12টি

ও হলুদ বল আছে = 8টি

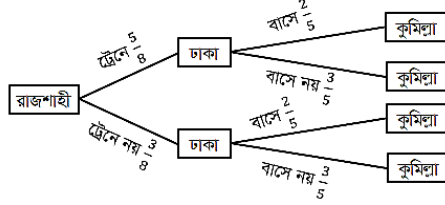
∴ মোট বল আছে = (10 + 12 + 8)টি = 30টি

∴ দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলে-

বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ (Ans.)

এবং বলটি হলুদ না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$ (Ans.)

(গ) উদ্দীপকের ঘটনার Probability tree হবে-



∴ লোকটির ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লায় বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা

$$= \frac{5}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{8} \text{ (Ans.)}$$

১১. ঘটনা-১: একটি ছক্কা এবং দুটি মুদ্রা নিক্ষেপ করা হলো।

ঘটনা-২: একজন শিক্ষার্থী 31, 32, 33, 50 নম্বরধারী 20টি সমআকৃতির কার্ড নিল।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক) 32'4'' কে রেডিয়ানে প্রকাশ কর।

২

(খ) ঘটনা-১ এর 'probability tree' অঙ্কন কর এবং নমুনাক্ষেত্রটি লেখ।

৪

(গ) ঘটনা-২ এর একটি কার্ড দৈবভাবে নির্বাচন করলে কার্ডের সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) 32'4'' = 32' + 4''

$$= 32' + \left(\frac{4}{60}\right)'$$

$$= 32' + \left(\frac{1}{15}\right)'$$

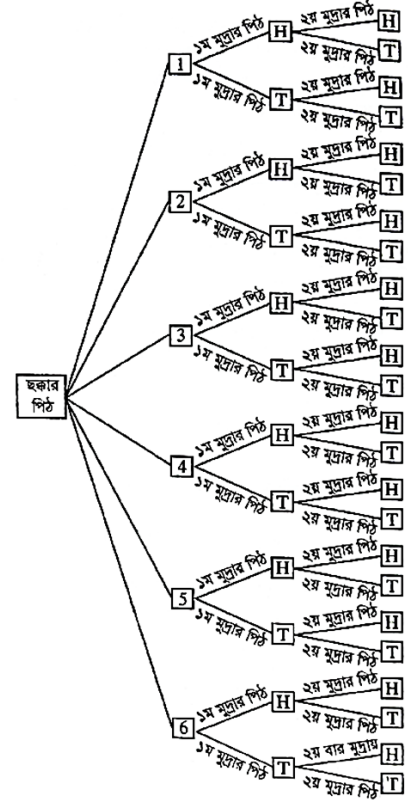
$$= \left(32 + \frac{1}{15}\right)'$$

$$= \frac{481}{15} = \left(\frac{481}{15 \times 60}\right)^\circ$$

$$= \frac{481}{900} \times \frac{\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 0.0093278 \text{ রেডিয়ান (প্রায়) (Ans.)}$$

(খ) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপের Probability tree নিম্নরূপ:



নমুনা ক্ষেত্র, $S = \{1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT\}$ (Ans.)

(গ) ঘটনা-২ এ 31 হতে 50 পর্যন্ত নম্বরধারী মোট কার্ড সংখ্যা $n(S) = 20$ টি

এদের মধ্যে মৌলিক সংখ্যা $n(A) = 5$ টি

যার সেট $\{31, 37, 41, 43, 47\}$

3 এর গুণিতক এরূপ সংখ্যা, $n(B) = 6$ টি

যার সেট $\{33, 36, 39, 42, 45, 48\}$

মৌলিক এবং 3 এর গুণিতক এরূপ সংখ্যা

$$n(A \cap B) = 0$$

∴ মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক এরূপ সংখ্যা,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 5 + 6 - 0 = 11$$

∴ সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{11}{20}$ (Ans.)

১২. (i) 25 থেকে 40 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে দৈবভাবে একটি সংখ্যা নির্বাচন করা হলো।

(ii) তিনটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

(ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে সংখ্যাটি বিজোড় অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

২

(খ) দেখাও যে, নির্বাচিত সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা অপেক্ষা বৃহত্তর।

৪

(গ) মুদ্রা তিনটিতে একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হলো- 1, 2, 3, 4, 5, 6

∴ সম্ভাব্য মোট ফলাফল = 6 টি

বিজোড় অথবা ৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলো হলো 1, 3, 5

সংখ্যাটি বিজোড় অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 3 টি

∴ সংখ্যাটি বিজোড় অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) 25 থেকে 40 পর্যন্ত মোট সংখ্যা = 40 - 25 + 1 = 16 টি

জোড় অথবা 3 এর গুণিতক সংখ্যা

= 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 40

জোড় অথবা 3 এর গুণিতক এরূপ মোট সংখ্যা = 11 টি

∴ সংখ্যাটি জোড় অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{11}{16}$

আবার, 25 হতে 40 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা হলো 29, 31, 37 অর্থাৎ 3টি

∴ নির্বাচিত সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{16}$ এখানে, $\frac{11}{16} > \frac{3}{16}$

∴ নির্বাচিত সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা অথবা 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা অপেক্ষা বৃহত্তর। (দেখানো হলো)

(গ) তিনটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপে প্রাপ্ত ফলাফলের নমুনাক্ষেত্র:

{HHH, HHT, HTH, HTT, TTH, THT, THH, TTT}

মোট নমুনা বিন্দু = 8টি

তিনটি মুদ্রায় একই পিঠ পাওয়ার নমুনাবিন্দু: {HHH, TTT}

∴ অনুকূল নমুনা বিন্দু = 2 টি

∴ মুদ্রা তিনটিতে একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

১৩. (i) একটি মুদ্রা এবং একটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

(i) 22টি টিকেটে 31 হতে 52 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে। একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলো।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৩]

(ক) সেপ্টেম্বর মাসে কোনো শহরে 12 দিন বৃষ্টি হয়েছে। তাহলে 5 সেপ্টেম্বর বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) (i) নং এর আলোকে সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree অঙ্কন করে নমুনা ক্ষেত্রটি লেখ। ৪

(গ) নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি জোড় অথবা 9 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

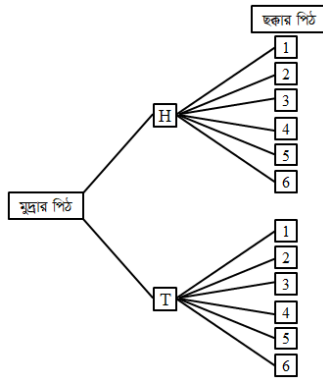
(ক) আমরা জানি, সেপ্টেম্বর মাসের দিনসংখ্যা 30

দেওয়া আছে, বৃষ্টি হয়েছে 12 দিন।

∴ ঐ মাসে বৃষ্টি হয়নি = 30 - 12 = 18 দিন

∴ 5 সেপ্টেম্বর বৃষ্টি না হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ (Ans.)

(খ) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



∴ নমুনা ক্ষেত্রটি হবে :

{H1, T1, H2, T2, H3, T3, H4, T4, H5, T5, H6, T6} (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে, মোট টিকেটের সংখ্যা 22টি যেগুলোতে 31 হতে 52 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেওয়া আছে।

এখন, 31 হতে 52 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে জোড় অথবা 9 এর গুণিতক এরূপ সংখ্যাগুলো হলো: 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 52

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = 12টি

∴ নির্বাচিত টিকেটের নম্বরটি জোড় অথবা 9 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা

= $\frac{12}{22} = \frac{6}{11}$ (Ans.)

১৪. একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩]

(ক) যদি শুধু ছক্কাটি একবার নিক্ষেপ করা হয়, তবে মৌলিক সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত তা নির্ণয় কর। ২

(খ) যদি মুদ্রা বাদে ছক্কাটি দুইবার নিক্ষেপ করা হয়, তবে নমুনাক্ষেত্র হতে একই ফলাফল পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) উদ্দীপকের আলোকে Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র হতে মুদ্রায় টেল ও ছক্কা জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {2, 3, 5}

∴ ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) দুটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনা ক্ষেত্রটি হবে

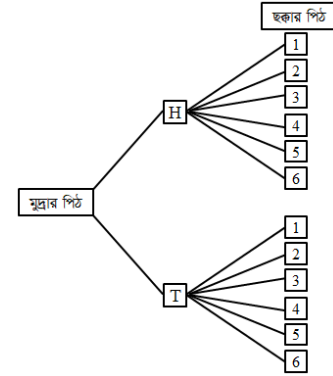
= {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

∴ মোট নমুনা বিন্দু = 36টি

উভয় ছক্কা একই ফলাফল আসার অনুকূল নমুনা বিন্দু = 6টি

নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (Ans.)

(গ) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree নিম্নে দেখানো হলো:



∴ নমুনা ক্ষেত্র, S = {1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 12টি

মুদ্রায় টেল ও ছক্কা জোড় সংখ্যা পাওয়ার অনুকূল ফলাফল 2T, 4T, 6T অর্থাৎ 3টি

∴ মুদ্রায় টেল ও ছক্কা জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (Ans.)

১৫. (i) একটি থলেতে 10টি নীল, 12টি হলুদ এবং 8টি সাদা মার্বেল আছে।

(ii) একটি মুদ্রাকে চারবার নিক্ষেপ করা হলো।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে, মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) (ii) নং এর আলোকে Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্রটি লেখ। ৪

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হয়, তবে সবগুলো মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

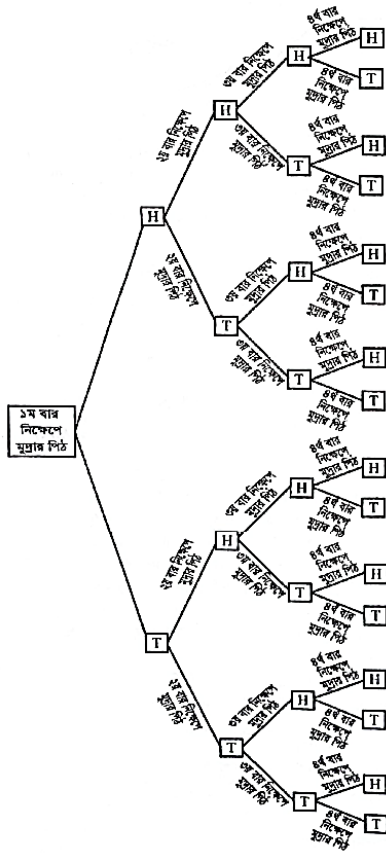
১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {2, 3, 5}

∴ ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা চারবার নিক্ষেপের Probability tree নিম্নরূপ:



∴ নমুনাক্ষেত্র, $S = \{HHHH, HHHT, HHTH, HHTT, HTHH, HTHT, HTTH, HTTT, THHH, THHT, THTH, THTT, TTHH, TTHT, TTTH, TTTT\}$

∴ মোট সম্ভাব্য ঘটনা, $n(S) = 16$

চারটিই T আসার ঘটনা = $\{TTTT\}$

∴ চারটিই T আসার ফলাফল = 1টি

বড়জোড় 3T আসার ফলাফল = $(16 - 1)$ টি = 15টি

∴ বড়জোড় 3T আসার সম্ভাবনা $\frac{15}{16}$ (Ans.)

(গ) প্রতিস্থাপন না করে পরপর একটি করে মার্বেল তুলে নিলে মোট মার্বেল সংখ্যা পূর্বের থেকে এক কমে যায়।

এখানে মোট মার্বেল = $(10 + 12 + 8) = 30$ টি

প্রথম মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{30}$

দ্বিতীয় মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{11}{29}$

তৃতীয় মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10}{28}$

চতুর্থ মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{27}$

∴ পরপর চারটি মার্বেল তুলে নেয়া হলে সবগুলো মার্বেল হলুদ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{30} \times \frac{11}{29} \times \frac{10}{28} \times \frac{9}{27} = \frac{11880}{657720} = \frac{11}{609}$ (Ans.)

১৬. (i) তিনটি নিরপেক্ষ মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করা হলো।

(ii) 14 টি টিকেটে 16 থেকে 29 পর্যন্ত ক্রমিক নম্বর দেয়া আছে।

টিকেটগুলো ভালোভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে নেয়া হলো।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

(ক) একটি ছক্সা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) (i) নং এর আলোকে Probability tree অঙ্কন করে কমপক্ষে দুইটি টেল (T) আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, টিকেটটির ক্রমিক নম্বর মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা, 4 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনার সমান। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্সা নিক্ষেপের অনুকূল নমুনাক্ষেত্র $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

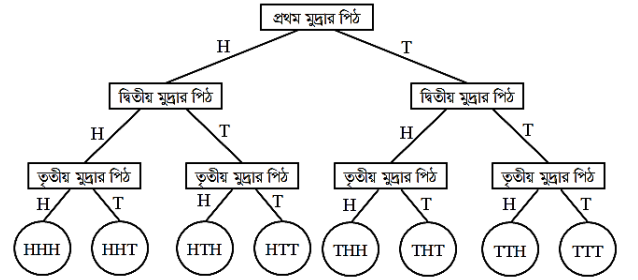
ছক্সায় বিজোড় সংখ্যা ৩টি (1, 3, 5)

এবং তিন দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 2টি (3, 6)

∴ ছক্সায় বিজোড় সংখ্যা অথবা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 4টি (1, 3, 5, 6)

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{\text{ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

(খ) প্রথমে মুদ্রা তিনটিকে তিন ধাপ হিসেবে বিবেচনা করি এবং প্রতি ধাপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। মোট ফলাফলকে Probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যায়:



∴ নমুনাক্ষেত্র: $\{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

এখানে মোট নমুনা বিন্দু 4টি এবং এদের যেকোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$

কমপক্ষে 2T পাওয়ার অনুকূল নমুনা ক্ষেত্র = $\{HTT, THT, TTH, TTT\}$

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু 4টি

∴ কমপক্ষে দুইটি এ পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(গ) 16 থেকে 29 পর্যন্ত মোট সংখ্যা 14টি

∴ মোট নমুনাবিন্দু = 14

এই সংখ্যাগুলির মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 17, 19, 23, 29 (4টি)

এবং 4 এর গুণিতক সংখ্যা 16, 20, 24, 28 (4টি)

∴ মৌলিক সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

এবং 4 এর গুণিতক সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

∴ টিকেটের নম্বর মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা, 4 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনার সমান। (দেখানো হলো)

১৭. ঘটনা-ক: একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করা হলো।

ঘটনা-খ: একটি বুলিতে 15টি লাল, 17টি সাদা এবং 18টি কালো বল আছে। দৈবক্রমে একটি বল নেওয়া হলো।

[সিলেট বোর্ড-২০২৩]

(ক) ঘটনা-ক এর probability tree অঙ্কন কর। ২

(খ) ঘটনা-খ হতে বলটি-

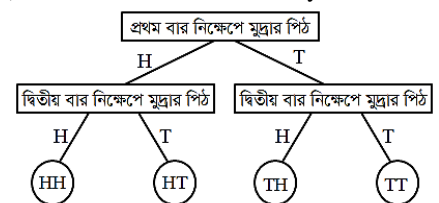
(i) কালো হওয়ার এবং

(ii) লাল না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে 4টি বল তুলে নেওয়া হয়, তবে সবগুলো বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপের ঘটনার Probability tree নিম্নরূপ:



(খ) প্রশ্নানুসারে, লাল বল = 15টি

সাদা বল = 17টি

কালো বল = 18টি

মোট বল = $(15 + 17 + 18) = 50$ টি

(i) একটি বল তোলা হলে বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{18}{50} = \frac{9}{25}$ (Ans.)

(ii) একটি বল, তোলা হলে বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

∴ বলটি লাল না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{3}{10} = \frac{10-3}{10} = \frac{7}{10}$ (Ans.)

(গ) প্রশ্নানুসারে, মোট বল = 50টি

সাদা বল = 17টি

প্রতিস্থাপন না করে পরপর 4টি বল তোলা হলে,

প্রথম বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{17}{50}$

দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{16}{49}$

তৃতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{48} = \frac{5}{16}$

চতুর্থ বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{14}{47}$

∴ পরপর চারটি বল তোলা হলে সবগুলো সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{17}{50} \times \frac{16}{49} \times \frac{5}{16} \times \frac{14}{47} = \frac{17}{1645}$ (Ans.)

১৮. (i) একটি ঝুড়িতে 10টি নীল, 12টি সবুজ ও 8টি হলুদ বল আছে।

(ii) একজন লোকের রাজশাহী হতে ঢাকায় ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$ এবং ঢাকা হতে কুমিল্লায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ ।

[যশোর বোর্ড-২০২৩]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে, মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) দৈবভাবে একটি বল নেয়া হলে, বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা এবং হলুদ না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) Probability tree ব্যবহার করে লোকটি ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লায় বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {2, 3, 5}

∴ ছক্কা মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) ঝুড়িতে নীল বল আছে = 10টি

সবুজ বল আছে = 12টি

ও হলুদ বল আছে = 8টি

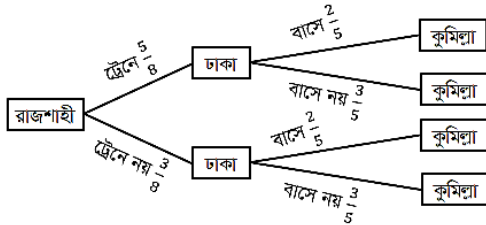
∴ মোট বল আছে = (10 + 12 + 8)টি = 30টি

∴ দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলে-

বলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ (Ans.)

এবং বলটি হলুদ না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = \frac{11}{15}$ (Ans.)

(গ) উদ্দীপকের ঘটনার Probability tree হবে-



∴ লোকটির ঢাকায় ট্রেনে কিন্তু কুমিল্লায় বাসে না যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{8}$ (Ans.)

১৯. কোনো একটি লটারিতে 300টি টিকেট বিক্রি হয়েছে। লাভণ্য 20টি, ফারিয়া 30টি এবং দ্বীনা 25টি টিকেট কিনেছে। টিকেটগুলো ভালোভাবে মিশিয়ে একটি টিকেট দৈবভাবে প্রথম পুরস্কারের জন্য তোলা হলো।

[বিশিলা বোর্ড-২০২৩]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) লাভণ্য অথবা দ্বীনার প্রথম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর তিনটি টিকেট তুলে নেওয়া হয়, তবে সবগুলো টিকেট ফারিয়ার হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য নমুনাবিন্দু = {1, 2, 3, 4, 5, 6} বা, 6টি আবার, বিজোড় সংখ্যা আসার অনুকূল নমুনাবিন্দু = {1, 3, 5} বা, 3টি

∴ ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, মোট টিকেট বিক্রি হয়েছে 300টি

লাভণ্য টিকেট কিনেছে 20টি

এবং দ্বীনা টিকেট কিনেছে 25টি

∴ তাদের দুইজনের মোট টিকেট সংখ্যা = (25 + 20)টি = 45টি

∴ লাভণ্য অথবা দ্বীনার 1ম পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{45}{300} = \frac{3}{20}$ (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে, ফারিয়ার টিকেট সংখ্যা = 30টি

এখন, 1ম টিকেট নিলে সেটি ফারিয়ার হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{30}{300} = \frac{1}{10}$

প্রতিস্থাপন না করে,

২য় টিকেট নিলে সেটি ফারিয়ার হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{29}{299} = \frac{14}{149}$

৩য় টিকেট নিলে সেটি ফারিয়ার হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{298}{298} = \frac{149}{149}$

∴ তিনটি টিকেটই ফারিয়ার হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{10} \times \frac{29}{299} \times \frac{149}{149} = \frac{29}{222755}$ (Ans.)

২০. জুড়ি ঢাকা থেকে রাজশাহী ও রাজশাহী হতে খুলনা যাবে। কিন্তু সে বাসে না ট্রেনে যাবে ঠিক করতে পারছিলনা। তাই সে একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ করে নিজের সম্ভাবনা যাচাই করছিল। শেষে দেখা গেলো, তার ঢাকা থেকে রাজশাহী বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{7}$ এবং রাজশাহী থেকে খুলনা ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$ ।

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা কত? ২

(খ) মুদ্রা নিক্ষেপের ঘটনাটির Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র লেখ। HH আসার সম্ভাবনা কত? ৪

(গ) Probability tree ব্যবহার করে জুড়ির রাজশাহী বাসে না যাওয়ার এবং খুলনায় ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

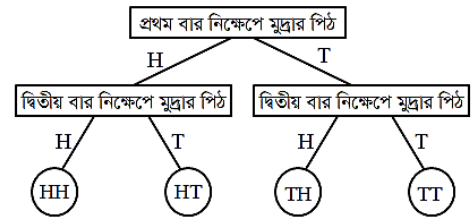
২০ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র হলো: {1, 2, 3, 4, 5, 6} অর্থাৎ মোট নমুনাবিন্দু 6টি।

এবং অনুকূল নমুনা বিন্দু 1, 3 এবং 5; অর্থাৎ মোট 3টি।

∴ ছক্কা বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপের ঘটনার নিম্নরূপ:

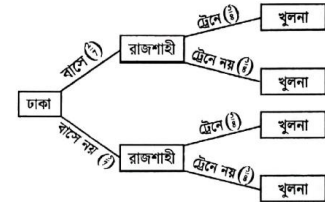


∴ নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

মোট নমুনাবিন্দু = 4টি এবং অনুকূল নমুনাবিন্দু = HH (1টি)

∴ HH আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{4}$ (Ans.)

(গ) জুড়ির বিভিন্ন উপায়ে ঢাকা থেকে রাজশাহী এবং রাজশাহী হতে খুলনা যাওয়ার Probability tree সম্ভাবনা এর মাধ্যমে দেখানো হল:



∴ জুড়ির রাজশাহী বাসে নয় এবং খুলনা ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{56}$ (Ans.)

২১. দুটি ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হলো এবং 61 থেকে 90 ক্রমিক নম্বরযুক্ত টিকেট থেকে একটি টিকেট দৈবভাবে নেওয়া হলো।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক) দুটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করলে উভয়মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা নির্ণয় করো। ২

(খ) ছক্কা নিক্ষেপ ঘটনার Probability tree ব্যবহার করে উভয় ছক্কা একই ফলাফল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় করো। ৪

(গ) টিকেটের নম্বরটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা এবং 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি নির্ণয় করো।

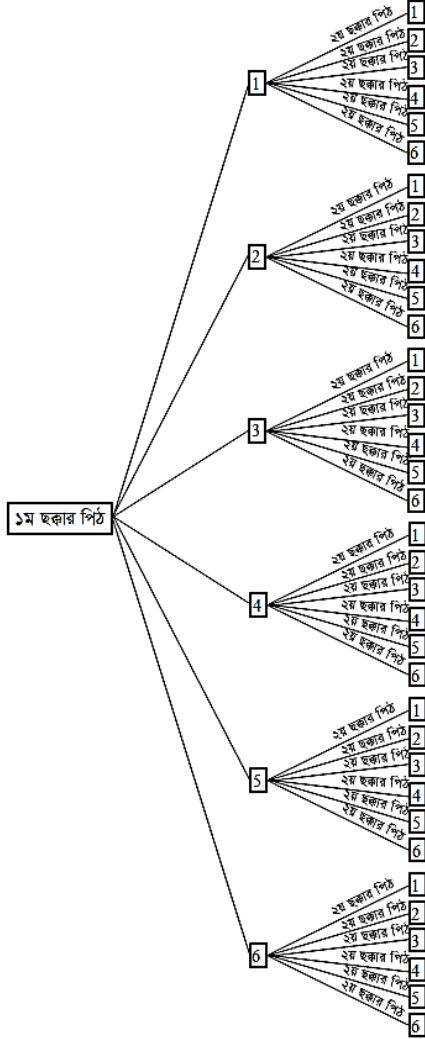
8

২১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দুইটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}
উভয় মুদ্রায় H আসার অনুকূল নমুনাক্ষেত্র = {HH}

∴ উভয় মুদ্রায় H আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{4}$ (Ans.)

(খ) দুইটি ছক্কা একত্রে একবার নিরপেক্ষভাবে নিক্ষেপ করা হলে, সম্ভাব্য ঘটনার যে Probability tree তৈরি হবে তা নিম্নরূপ:



দুটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্রটি হবে:

= {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

∴ মোট নমুনা বিন্দু = 36টি

উভয় ছক্কা একই ফলাফল আসার অনুকূল নমুনা বিন্দু = 6টি

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (Ans.)

(গ) 61 হতে 90 পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যা = 30টি

এদের মধ্যে মৌলিক সংখ্যা: 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89

∴ অনুকূল নমুনা বিন্দু = 7 টি

∴ নম্বরটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{30}$

61 হতে 90 পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের মধ্যে 3 এর গুণিতক = 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = 10টি

∴ নম্বরটি 3 এর গুণিতক হওয়ায় সম্ভাবনা = $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

∴ টিকেটের নম্বরটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা এবং 3 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনার

সমষ্টি = $\frac{7}{30} + \frac{1}{3} = \frac{7+10}{30} = \frac{17}{30}$ (Ans.)

২২. একটি থলেতে 10টি লাল, 7 টি সাদা এবং 5 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল উঠানো হলো।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
(খ) বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা এবং কালো না হওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪

(গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর চারটি বল তুলে নেয়া হয় তবে সবগুলো বল ভিন্ন বর্ণের হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো 1, 2, 3, 4, 5, 6 অর্থাৎ মোট ফলাফল 6টি এবং বিজোড় সংখ্যা 3 টি

∴ একবার নিক্ষেপে ছক্কা বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, লাল বল 10টি, সাদা বল 7টি এবং কালো বল 5টি।

∴ মোট বল = (10 + 7 + 5)টি = 22টি

∴ বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{22}$

এবং বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{22}$

∴ বলটি কালো না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{5}{22} = \frac{22-5}{22} = \frac{17}{22}$

∴ সম্ভাবনার পার্থক্য = $\frac{17}{22} - \frac{7}{22} = \frac{17-7}{22} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}$ (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে, পাত্রটিতে লাল বল 10টি, সাদা বল 7টি ও কালো বল 5 টি অর্থাৎ, পাত্রটিতে মোট তিন রংয়ের 22টি বল রয়েছে। পরপর চারটি বল প্রতিস্থাপন না করে তুলে নেয়া হলে অন্তত একটি রংয়ের বল অবশ্যই পুনরাবৃত্তি হবে। অর্থাৎ, চারটি বল তুলে নেয়া হলে চারটিই ভিন্ন রংয়ের হওয়া অসম্ভব।

∴ সবগুলো বল ভিন্ন বর্ণের হওয়ার সম্ভাবনা। (Ans.)

২৩. (i) সৈকতের ঢাকা থেকে বরিশাল লঞ্চে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{7}$ এবং বরিশাল হতে কুয়াকাটা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{4}{5}$ ।

(ii) পলাশের ব্যাগে 11টি হলুদ মার্বেল, 12টি কালো মার্বেল এবং 17টি সবুজ মার্বেল আছে। ব্যাগ থেকে দৈবভাবে একটি মার্বেল তুলে নেওয়া হল।

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

(ক) একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপে তৈরিকৃত নমুনাক্ষেত্রটি লেখ। ২

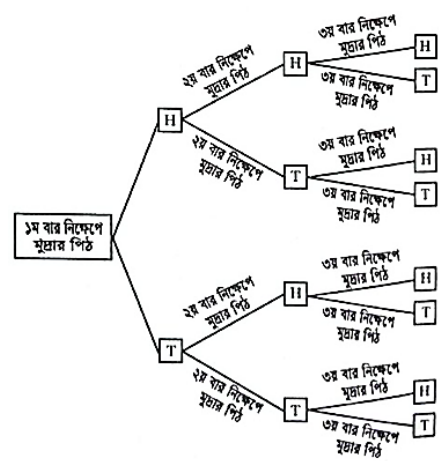
(খ) সৈকতের ঢাকা থেকে বরিশাল লঞ্চে না যাওয়া এবং বরিশাল থেকে কুয়াকাটা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা Probability tree ব্যবহার করে নির্ণয় কর। ৪

(গ) পলাশের ব্যাগ থেকে তুলে নেওয়া মার্বেলটি হলুদ হলে এবং দৈবভাবে অপর একটি মার্বেল তুলে নেওয়া হলে, দ্বিতীয় মার্বেলটি কালো বা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [১ম বার তুলে নেওয়া মার্বেলটি প্রতিস্থাপন করা হয়নি]

8

২৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



∴ নমুনাক্ষেত্র, S = { HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT }

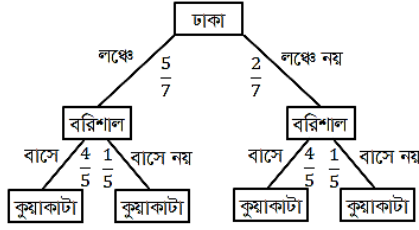
নমুনাক্ষেত্র হতে দেখা যায়,

মোট সম্ভাব্য ঘটনা = 8

বড়জোর 2টি T পাওয়ার ঘটনা = 7

∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = $\frac{7}{8}$ (Ans.)

(খ) সম্ভাবনার মাধ্যমে probability tree হবে:



সুতরাং সেকতের ঢাকা থেকে বরিশাল লগে না যাওয়া এবং বরিশাল থেকে কুয়াকাটা বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$ (Ans.)

(গ) পলাশের ব্যাগে মোট মার্বেল = 11 + 12 + 17 = 40 টি

প্রথমে তুলে নেয়া মার্বেলটি হলুদ হলে অবশিষ্ট মার্বেল = 40 - 1 = 39 টি

কালো ও সবুজ মার্বেলের সংখ্যা = 12 + 17 = 29 টি

∴ দ্বিতীয় মার্বেলটি কালো বা সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{29}{39}$ (Ans.)

বিকল্প সমাধান: প্রথমে একটি হলুদ মার্বেল তুলে নিলে-

অবশিষ্ট থাকবে 10টি হলুদ মার্বেল, 12টি কালো মার্বেল ও 17টি সবুজ মার্বেল অর্থাৎ মোট = 39টি মার্বেল

∴ দ্বিতীয় মার্বেলটি কালো হবার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{12}{39}$

দ্বিতীয় মার্বেলটি সবুজ হওয়ার সম্ভাবনা, $P(G) = \frac{17}{39}$

প্রথমে একটি হলুদ মার্বেল তোলা হয়েছে। দ্বিতীয় মার্বেলটি তোলার সময় প্রথম ঘটনাটি একটি নিশ্চিত ঘটনা বলে বিবেচিত হবে, যেহেতু ঘটনাটি ইতোমধ্যে ঘটে গেছে।

∴ এক্ষেত্রে প্রথমে হলুদ মার্বেল তোলার সম্ভাবনা, $P(Y) = 1$ হবে।

∴ প্রথম মার্বেলটি হলুদ হওয়ার পর দ্বিতীয় মার্বেলটি কালো বা সবুজ হবার সম্ভাবনা = $P(Y).P(B) + P(Y).P(G) = P(Y) \{P(B) + P(G)\}$

$$= 1 \cdot \left(\frac{12}{39} + \frac{17}{39} \right) = 1 \cdot \frac{29}{39} = \frac{29}{39} \text{ (Ans.)}$$

২৪. (i) একটি বুড়িতে 18টি লাল, 15টি সাদা ও 17টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হল।

(ii) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হলো।

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

(ক) ছক্সা নিক্ষেপে মৌলিক ও জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রতিস্থাপন না করে পর পর 3টি বল তুললে সবগুলো বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) (ii) নং এ সম্ভাব্য ঘটনার probability tree অঙ্কন করে প্রতিক্ষেত্রে একই ঘটনা না পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ছক্সা নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল সমূহ হচ্ছে: 1, 2, 3, 4, 5, 6

∴ মোট নমুনা বিন্দু = 6টি

একমাত্র মৌলিক ও জোড় সংখ্যার অনুকূল ফলাফল: 2

∴ অনুকূল নমুনা বিন্দু = 1টি

∴ ছক্সায় মৌলিক ও জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{1}{6}$ (Ans.)

(খ) বুড়িতে মোট বাল = 18 + 15 + 17 = 50 টি

লাল বলের সংখ্যা = 18 টি

প্রতিস্থাপন না করে পরপর তিনটি বল তোলার ক্ষেত্রে,

প্রথম বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{18}{50} = \frac{9}{25}$

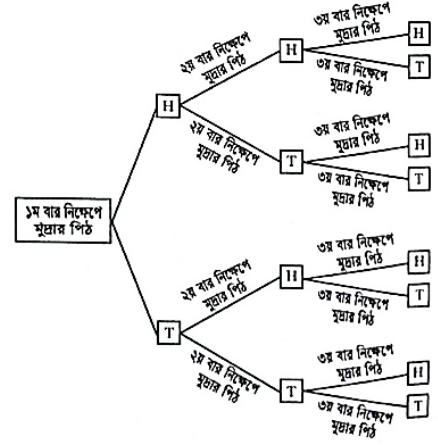
দ্বিতীয় বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{17}{49}$

এবং তৃতীয় বল লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{16}{48} = \frac{1}{3}$

যেহেতু ঘটনা তিনটি বিচ্ছিন্ন, তাই পরপর তিনটি বল তোলা হলে সবগুলো লাল

হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{25} \times \frac{17}{49} \times \frac{1}{3} = \frac{51}{1225}$ (Ans.)

(গ) তিনবার মুদ্রা নিক্ষেপের Probability tree হবে:



নমুনাক্ষেত্র, $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THT, TTH, THT, TTT\}$

মোট নমুনা বিন্দু = 8টি

প্রতিক্ষেত্রে একই ঘটনা না পাওয়ার অনুকূল নমুনা বিন্দু হলো {HHT}, {HTH}, {HTT}, {THT}, {TTH}, {THH}, বা 6টি।

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (Ans.)

২৫. নাবিদের রাজশাহী থেকে ঢাকায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ এবং ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$ । অন্যদিকে নাবিলা 30 থেকে 50 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবভাবে চয়ন করল।

[ঢাকা বোর্ড-২০২০]

(ক) দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপে বড়জোর দুইটি টেল আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) নাবিদের রাজশাহী থেকে ঢাকায় বাসে এবং চট্টগ্রামে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা Probability tree ব্যবহার করে নির্ণয় করে দেখাও। ৪

(গ) দেখাও যে, সংখ্যাটি জোড় অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য $\frac{8}{21}$ । ৪

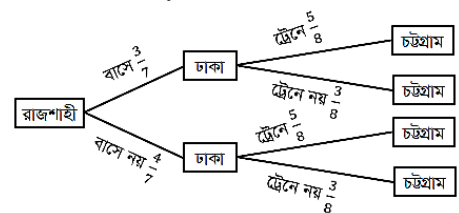
২৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

মোট নমুনা বিন্দু 4টি এবং বড়জোড় দুইটি টেল আসার অনুকূল নমুনাবিন্দু 4টি।

∴ বড়জোর দুইটি টেল আসার সম্ভাবনা = $\frac{4}{4} = 1$ (Ans.)

(খ) সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree হবে:



সুতরাং নাবিদের রাজশাহী থেকে ঢাকায় বাসে এবং চট্টগ্রামে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা = P । [ঢাকায় বাসে, চট্টগ্রামে ট্রেনে নয়]

$$= \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{56} \text{ (Ans.)}$$

(গ) 30 থেকে 50 পর্যন্ত মোট স্বাভাবিক সংখ্যা 21টি

সংখ্যাটি জোড় অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 30, 32, 34, 35, 36, 38, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50

অর্থাৎ, জোড় অথবা 5 এর গুণিতক সংখ্যা = 13টি

∴ সংখ্যাটি জোড় অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{13}{21}$

30 থেকে 50 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর অনুকূল ফলাফল = 31, 37, 41, 43, 47 = 5 টি

∴ সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{21}$

∴ সম্ভাবনাদ্বয়ের পার্থক্য = $\frac{13}{21} - \frac{5}{21} = \frac{13-5}{21} = \frac{8}{21}$ (দেখানো হলো)

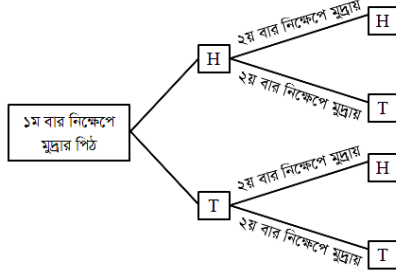
২৬. একটি ব্লুডিতে 13টি লাল, 7টি সাদা এবং 15টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল নেওয়া হলো।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২০]

- (ক) একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপের জন্য Probability tree অঙ্কন কর। ২
 (খ) (i) বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা এবং (ii) লাল না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
 (গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পরপর পাঁচটি বল নেওয়া হয়, তবে সবগুলো বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

২৬ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপের সম্ভাব্য সকল ফলাফল Probability tree এর সাহায্যে নিম্নে দেওয়া হলো:



(খ) দেওয়া আছে, লাল বল 13টি, সাদা বল 7টি এবং কালো বল 15টি
 ব্লুডিতে মোট বল = $(13 + 7 + 15) = 35$ টি

- (i) বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ (Ans.)
 (ii) বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{13}{35}$

∴ বলটি লাল না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \text{লাল হওয়ার সম্ভাবনা} = 1 - \frac{13}{35} = \frac{22}{35}$ (Ans.)

(গ) ব্লুডিতে মোট বল 35টি এবং সাদা বল 7টি

∴ একটি বল নেওয়া হলে তা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{35}$

যেহেতু বলটি প্রতিস্থাপন করা হচ্ছে না তাই দ্বিতীয়বার বল নেওয়ার ক্ষেত্রে মোট বল 34টি এবং সাদা বল 6টি।

∴ দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{6}{34}$

একইভাবে, তৃতীয়, চতুর্থ এবং পঞ্চম বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{5}{33}, \frac{4}{32}$ এবং $\frac{3}{31}$

∴ প্রতিস্থাপন না করে পরপর পাঁচটি বল নেওয়া হলে সবগুলো বল সাদা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{35} \times \frac{6}{34} \times \frac{5}{33} \times \frac{4}{32} \times \frac{3}{31} = \frac{3}{46376}$ (Ans.)

২৭. ঘটনা- A: 29 থেকে 40 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলোর মধ্যে একটি সংখ্যা দৈবচয়ন করা হলো।

ঘটনা-B: একটি ব্লুডিতে $2x$ সংখ্যক আম, $(x + 4)$ সংখ্যক কমলা এবং $(2x + 3)$ সংখ্যক আপেল আছে। দৈবভাবে একটি ফল উঠানো হলো।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]

- (ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপ করা হলে 3 অথবা 3 এর চেয়ে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
 (খ) B ঘটনায় ফলটি কমলা হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{8}{27}$ হলে, মোট ফলের সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪
 (গ) দেখাও যে, A ঘটনায় সংখ্যাটি অনূর্ধ্ব 37 হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি 1। ৪

২৭ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপে প্রাপ্ত সম্ভাব্য ফলাফল: 1, 2, 3, 4, 5, 6
 মোট নমুনাবিন্দু = 6টি

3 অথবা 3 এর চেয়ে বড় সংখ্যা: 3, 4, 5, 6

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = 4টি

∴ একটি নিরপেক্ষ ছক্কা একবার নিক্ষেপে

3 অথবা 3 এর চেয়ে বড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

(খ) ব্লুডিতে আম $2x$ টি, কমলা $(x + 4)$ টি, আপেল $(2x + 3)$ টি

∴ মোট ফল সংখ্যা = $(2x + x + 4 + 2x + 3)$ টি = $(5x + 7)$ টি

দৈবভাবে একটি ফল তোলা হলে তা কমলা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{x+4}{5x+7}$

শর্তমতে, $\frac{x+4}{5x+7} = \frac{8}{27}$ বা, $27x + 108 = 40x + 56$

বা, $108 - 56 = 40x - 27x$ বা, $52 = 13x \therefore x = 4$

∴ মোট ফল সংখ্যা = $5 \times 4 + 7 = 20 + 7 = 27$ (Ans.)

(গ) 29 হতে 40 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যা 12টি

এগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা 29, 31 ও 37 অর্থাৎ 3টি এবং 37 অথবা 37 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা 9 টি

∴ সংখ্যাটি অনূর্ধ্ব 37 হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$
 এবং সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

∴ সংখ্যাটি অনূর্ধ্ব 37 এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি = $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

∴ সংখ্যাটি অনূর্ধ্ব 37 হওয়ার সম্ভাবনা এবং মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি 1। (দেখানো হলো)

২৮. একটি বাস্তব 20 থেকে 40 পর্যন্ত সকল ক্রমিক সংখ্যা চিহ্নিত সম আকৃতির কার্ড আছে। বাস্তব হতে দৈবভাবে একটি কার্ড চয়ন করা হলো।

[যশোর বোর্ড-২০২০]

(ক) কার্ডটি 5 এর গুণিতক না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) কার্ডটি 2 এর গুণিতক এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, কার্ডটি মৌলিক অথবা ৭ এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, কার্ডটি বিজোড় অথবা 8 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনার চেয়ে ছোট হবে। ৪

২৮ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) 20 থেকে 40 পর্যন্ত সংখ্যা আছে 21টি

5 এর গুণিতক আছে 5টি যথা: 20, 25, 30, 35, 40

∴ কার্ডটি 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{21}$

∴ কার্ডটি 5 এর গুণিতক না হওয়ার সম্ভাবনা = $(1 - \frac{5}{21}) = \frac{16}{21}$ (Ans.)

(খ) 20 থেকে 40 পর্যন্ত কার্ড আছে = $(40 - 20) + 1 = 21$ টি

20 থেকে 40 পর্যন্ত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39 অর্থাৎ 7 টি

এদের মধ্যে 24, 30, 36 সংখ্যা 3টি একই সাথে 2 এর গুণিতক এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং কার্ডটি 2 এর গুণিতক এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$ (Ans.)

(গ) 20 থেকে 40 পর্যন্ত কার্ড আছে 21টি

20 থেকে 40 এর পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 23, 29, 31, 37 অর্থাৎ 4টি

20 থেকে 40 পর্যন্ত 7 এর গুণিতক 21, 28, 35 অর্থাৎ 3টি

∴ মৌলিক অথবা 7 এর গুণিতক সংখ্যা = $4 + 3 = 7$ টি

∴ কার্ডটি মৌলিক অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{21}$

আবার, 20 থেকে 40 পর্যন্ত বিজোড় সংখ্যা 10টি

20 থেকে 40 পর্যন্ত 4 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 20, 24, 28, 32, 36, 40, অর্থাৎ 6টি

কার্ডটি বিজোড় অথবা 4 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল নমুনা বিন্দু = 16টি

∴ কার্ডটি বিজোড় অথবা 4 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{16}{21}$ যেহেতু $\frac{7}{21} < \frac{16}{21}$

∴ কার্ডটি মৌলিক অথবা 7 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা, কার্ডটি বিজোড় অথবা 4 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনার চেয়ে ছোট হবে। (দেখানো হলো)

২৯. (i) একটি পুকুরে 15টি রুই মাছ, 9টি মৃগেল মাছ ও 12টি কাতল মাছ আছে। মাছগুলোকে দৈবভাবে ধরা হয়।

(ii) কোনো একটি লটারিতে 20টি টিকেটে 01 থেকে 20 পর্যন্ত ক্রমিক এর দেওয়া আছে।

[বরিশাল বোর্ড-২০২০]

(ক) একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় ও মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২

(খ) ১ম মাছটি রুই হইলে দৈবভাবে ২য় মাছটি তুললে সেটি কাতল বা মৃগেল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

- (গ) দৈবভাবে একটি লটারি টিকেট নির্বাচন করলে টিকেটের ক্রমিক সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

২৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল: 1, 2, 3, 4, 5, 6
 \therefore মোট নমুনা বিন্দু = 6টি
 মৌলিক ও বিজোড় সংখ্যার অনুকূল নমুনা বিন্দু: 3, 5
 \therefore অনুকূল নমুনাবিন্দু = 2টি
 ছক্কা নিক্ষেপে বিজোড় ও মৌলিক সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (Ans.)
- (খ) পুকুরে মোট মাছ সংখ্যা = (15 + 9 + 12)টি = 36টি
 প্রথমে একটি রুই মাছ তুলে নিলে অবশিষ্ট মাছ থাকে = (36 - 1) = 35টি
 কাতল বা মৃগেল মোট মাছ = (9 + 12) = 21টি
 \therefore দ্বিতীয় মাছটি কাতল বা মৃগেল মাছ হবার সম্ভাবনা = $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$ (Ans.)
 বিকল্প সমাধান: প্রথমে একটি রুই মাছ তুলে নিলে-
 অবশিষ্ট থাকবে 14টি রুই মাছ, 9টি মৃগেল মাছ এবং 12টি কাতল মাছ অর্থাৎ মোট = 35টি
 দ্বিতীয় মাছটি মৃগেল হবার সম্ভাবনা, $P(M) = \frac{9}{35}$
 এবং দ্বিতীয় মাছটি কাতল হবার সম্ভাবনা, $P(K) = \frac{12}{35}$
 প্রথমে একটি রুই মাছ তোলা হয়েছে। দ্বিতীয় মাছটি তোলার সময় প্রথম ঘটনাটি একটি নিশ্চিত ঘটনা বলে বিবেচিত হবে, যেহেতু ঘটনাটি ইতোমধ্যে ঘটে গেছে।
 \therefore এক্ষেত্রে প্রথমে রুই মাছ তোলার সম্ভাবনা $P(R) = 1$ হবে।
 \therefore প্রথম মাছটি রুই হওয়ার পর দ্বিতীয় মাছটি কাতল বা মৃগেল হবার সম্ভাবনা
 $= P(R).P(K) + P(R).P(M) = P(R) \{P(K) + P(M)\}$
 $= 1. \left(\frac{12}{35} + \frac{9}{35} \right) = 1. \frac{21}{35} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ (Ans.)
- (গ) 01 হতে 20 পর্যন্ত ক্রমিক সংখ্যা = 20টি
 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা মৌলিক সংখ্যা: 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19
 \therefore অনুকূল নমুনাবিন্দু = 13টি
 \therefore একটি টিকেট নির্বাচনে সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{13}{20}$ (Ans.)

৩০. একটি বুড়িতে (5x + 1)টি ফজলি, (8x + 3)টি হিমসাগর ও (10x + 7)টি আশুপালি আম আছে। দৈবভাবে একটি আম নেয়া হলো।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৯]

- (ক) আমটি আশুপালি হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ২
 (খ) x = 2 হলে আমটি ফজলি কিন্তু হিমসাগর না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8
 (গ) x = 3 হলে প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পর পর তিনটি আম তুলে নেয়া হলে সবগুলো আম আশুপালি হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

৩০ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) বুড়িতে মোট আম = (5x + 1 + 8x + 3 + 10x + 7)টি
 $= (23x + 11)$ টি
 এবং আশুপালি আম = (10x + 7) টি
 \therefore একটি আম নিলে তা আশুপালি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{10x+7}{23x+11}$
 শর্তমতে, $\frac{10x+7}{23x+11} = \frac{1}{2}$ বা, $23x + 11 = 20x + 14$
 বা, $23x - 20x = 14 - 11$ বা, $3x = 3 \therefore x = 1$ (Ans.)
- (খ) 'ক' হতে পাই, বুড়িতে মোট আম, $n(S) = (23x + 11)$ টি
 x = 2 হলে,
 বুড়িতে মোট আম, $n(S) = (23 \times 2 + 11)$ টি = 57টি
 হিমসাগর আম, $n(H) = (8x + 3)$ টি = (8 × 2 + 3)টি = 19টি
 এবং ফজলি, $n(F) = (5x + 1)$ টি = 5 × 2 + 1 = 11টি
 \therefore আমটি ফজলি কিন্তু হিমসাগর না হওয়ার সম্ভাবনা
 $= P(F \cap \bar{H}) = P(F \cap H) = \frac{n(F)}{n(S)} - \frac{0}{n(S)}$
 $[\because \text{ঘটনা দুইটি পরস্পর বর্জনশীল অর্থাৎ } (F \cap H) = 0]$
 $= \frac{11}{57} - 0 = \frac{11}{57}$ (Ans.)
 বিকল্প সমাধান: x = 2 হলে বুড়িতে মোট আম = 23 × 2 + 11 = 57টি
 হিমসাগর আম = (8 × 2 + 3) টি = 19টি

- ফজলি আম = 5 × 2 + 1 = 11 টি
 আশুপালি আম = 10 × 2 + 7 = 27 টি
 এখন, দৈবভাবে একটি আম নেয়া হলে আমটি,
 হিমসাগর হবার সম্ভাবনা, $P(H) = \frac{19}{57} = \frac{1}{3}$
 \therefore আমটি হিমসাগর না হবার সম্ভাবনা, $P(\bar{H}) = \frac{11+27}{57} = \frac{38}{57} = \frac{2}{3}$
 আবার, আমটি হিমসাগর না হলে ফজলি হবার সম্ভাবনা
 $= P(F|\bar{H}) = \frac{11}{11+27} = \frac{11}{38}$
 \therefore আমটি ফজলি কিন্তু হিমসাগর না হবার সম্ভাবনা
 $= P(F \cap \bar{H}) = P(F|\bar{H}).P(\bar{H}) = \frac{11}{38} \times \frac{2}{3} = \frac{11}{57}$ (Ans.)
 [বিশেষ দ্রষ্টব্য: যে কোন দুইটি ঘটনা A ও B হলে বায়াসের উপপাদ্যের (Bayes Theorem) সাহায্যে পাই, $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$]

[এখানে $P(A | B)$ কে Probability of A given B পড়া হয়।]

- (গ) x = 3 হলে, মোট আম, $n(S) = 23 \times 3 + 11 = 80$ টি
 এবং আশুপালি আম, $n(R) = 10 \times 3 + 7 = 37$ টি
 এখন, প্রতিস্থাপন না করে পরপর তিনটি আম তুলে নিলে তিনটিই আশুপালি হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{37}{80} \times \frac{36}{76} \times \frac{35}{78} = \frac{777}{8216}$ (Ans.)

৩১. (i) $S = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x < 27\}$

(ii) 3টি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা হল।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯]

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে মৌলিক অথবা জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
 (খ) (ii) নং হতে কমপক্ষে একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা ও বড়জোর একটি T পাওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য নির্ণয় কর। 8
 (গ) S সেট থেকে দৈবভাবে একটি সংখ্যা নির্বাচন করলে সংখ্যাটি বিজোড় এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা এবং সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনার মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় কর। 8

৩১ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফলগুলো হচ্ছে:
 1, 2, 3, 4, 5, 6
 \therefore মোট নমুনা বিন্দু = 6 টি
 মৌলিক অথবা জোড় সংখ্যার নমুনা বিন্দু: 2, 3, 4, 5, 6
 \therefore অনুকূল নমুনাবিন্দু = 5টি
 \therefore মৌলিক অথবা জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{5}{6}$ (Ans.)
- (খ) তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র:
 $\{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT\}$
 \therefore মোট ফলাফল = 8টি
 কমপক্ষে একটি T পাওয়ার অনুকূল ফলাফল = 7 টি
 \therefore কমপক্ষে একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{7}{8}$
 বড়জোর একটি T পাওয়ার অনুকূল ফলাফল = 4 টি
 \therefore বড়জোর একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{8}$
 \therefore কমপক্ষে একটি T পাওয়ার সম্ভাবনা ও বড়জোর একটি T পাওয়ার সম্ভাবনার পার্থক্য = $\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$ (Ans.)
- (গ) দেওয়া আছে, $S = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x < 27\}$
 মোট ফলাফল = 25 টি
 S হতে বিজোড় সংখ্যার সেট
 $= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25\}$
 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সেট = $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
 বিজোড় এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল সেট = $\{3, 9, 15, 21\}$
 \therefore বিজোড় এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 4 টি
 \therefore সংখ্যাটি বিজোড় এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{25}$
 আবার, 5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সেট 5, 10, 15, 20, 25 এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার অনুকূল ফলাফল = 5 টি
 \therefore 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{25}$
 \therefore সংখ্যাটি বিজোড় এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা এবং সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনার মধ্যে পার্থক্য = $\frac{5}{25} - \frac{4}{25} = \frac{1}{25}$ (Ans.)

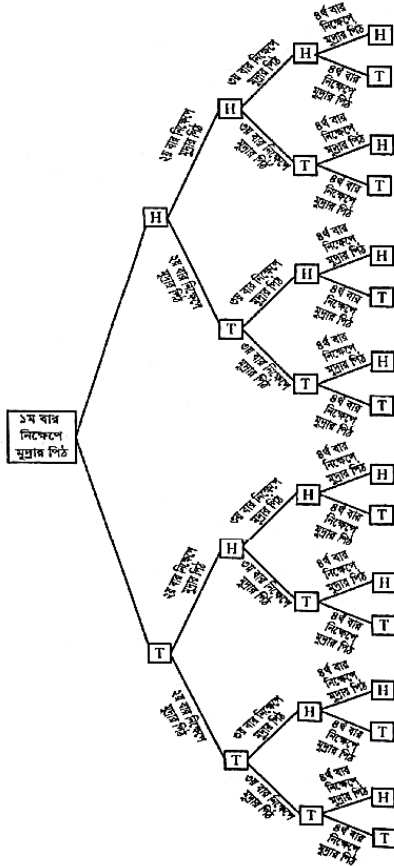
৩২. একটি ছক্কা একবার এবং একটি মুদ্রা দুইবার দৈবভাবে নিষ্ক্ষেপ করা হলো।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯]

- (ক) যদি ছক্কাটি একবার নিষ্ক্ষেপ করা হয় তবে জোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা কত? ২
- (খ) শুধুমাত্র মুদ্রাটি চারবার নিষ্ক্ষেপের Probability tree অঙ্কন করে নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। ৪
- (গ) ছক্কা জোড় সংখ্যা এবং মুদ্রা TT পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

৩২ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) একটি ছক্কা নিষ্ক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- ∴ মোট নমুনাবিন্দু ৬টি এবং জোড় সংখ্যা ৩টি
- ∴ একবার নিষ্ক্ষেপে ছক্কা জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Ans.)
- (খ) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা চারবার নিষ্ক্ষেপের Probability tree নিম্নরূপ:



∴ নমুনাক্ষেত্র, $S = \{HHHH, HHHT, HHTH, HHTT, HTTH, HTHT, HTTT, THHH, THHT, THTH, THTT, TTHH, TTHT, TTTT, TTTT\}$

∴ মোট সম্ভাব্য ঘটনা, $n(S) = 16$

চারটিই T আসার ঘটনা = {TTTT}

∴ চারটিই T আসার ফলাফল = 1টি

বড়জোড় 3T আসার ফলাফল = (16 - 1) টি = 15টি

∴ বড়জোড় 3T আসার সম্ভাবনা $\frac{15}{16}$ (Ans.)

(গ) একটি ছক্কা ও মুদ্রাটি দুই বার একত্রে নিষ্ক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র,

$S = \{1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT\}$.

মোট নমুনা বিন্দু = ২৪ টি

ছক্কা জোড় সংখ্যা ও মুদ্রা TT পাওয়ার অনুকূল নমুনাবিন্দু 2TT, 4TT, 6TT

∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = 3টি

∴ $P(\text{জোড় সংখ্যা ও TT}) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ (Ans.)

৩৩. একটি বাক্সে ৪১ থেকে ৬০ পর্যন্ত ক্রমিক নম্বরযুক্ত টিকেট আছে। একটি টিকেট দৈবভাবে উঠানো হলো।

[সিলেট বোর্ড-২০১৯]

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিষ্ক্ষেপ করা হলে বিজোড় অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ওঠার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
- (খ) টিকেটের ক্রমিক সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪
- (গ) দেখাও যে, টিকেটের ক্রমিক সংখ্যা মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা এবং ২, ৩ ও ৫ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনার সমষ্টি একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ। ৪

৩৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিষ্ক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- ∴ মোট নমুনাবিন্দু = ৬টি
- বিজোড় অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার নমুনাবিন্দু 1, 2, 3, 4, 5, 6
- ∴ মোট অনুকূল নমুনাবিন্দু = ৬টি
- ∴ বিজোড় অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ওঠার সম্ভাবনা = $\frac{6}{6} = 1$ (Ans.)
- (খ) ৪১ থেকে ৬০ পর্যন্ত মোট সংখ্যা = ২০টি
- ২ এবং ৩ দ্বারা অর্থাৎ ৬ দ্বারা বিভাজ্য অনুকূল সংখ্যাগুলি, ৪২, ৪৮, ৫৪, ৬০
- ∴ অনুকূল নমুনাবিন্দু = ৪টি
- ∴ টিকেটের ক্রমিক সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
- ∴ টিকেটের ক্রমিক সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য না হওয়ার সম্ভাবনা = $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (Ans.)
- (গ) ৪১ থেকে ৬০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলো: ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯
- ∴ নমুনা বিন্দু = ৫টি
- ∴ টিকেটে ক্রমিক সংখ্যাটি মৌলিক হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$
- আবার, ২, ৩ ও ৫ অর্থাৎ ৩০ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ৬০
- ∴ নমুনা বিন্দু = ১ টি
- ∴ টিকেটের ক্রমিক সংখ্যাটি ২, ৩ ও ৫ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ার সম্ভাবনা = $\frac{1}{20}$
- ∴ সম্ভাবনাদ্বয়ের যোগফল = $\frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{5+1}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
- এখানে লব < হর, সুতরাং ভগ্নাংশটি প্রকৃত ভগ্নাংশ। (দেখানো হলো)

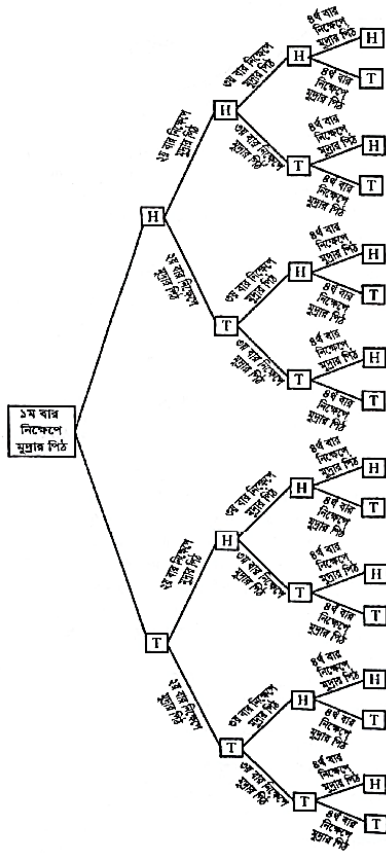
৩৪. একটি বুড়িতে ৪টি কালো বল, ৫টি লাল বল, ৪টি সাদা বল আছে এবং একটি পাঁচ টাকার মুদ্রা চারবার নিষ্ক্ষেপ করা হলো।

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

- (ক) একটি ছক্কা নিষ্ক্ষেপ করলে বিজোড় সংখ্যা অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা আসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ২
- (খ) উদ্দীপক অনুসারে মুদ্রাটির নমুনাক্ষেত্রসহ Probability Tree অঙ্কন কর। ৪
- (গ) যদি প্রতিস্থাপন না করে একটি করে পর পর তিনটি বল তুলে নেওয়া হয় তবে সবগুলো বল কালো হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) একটি ছক্কা একবার নিষ্ক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- ∴ মোট নমুনাবিন্দু = ৬টি
- বিজোড় অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার নমুনাবিন্দু 1, 2, 3, 4, 5, 6
- ∴ মোট অনুকূল নমুনাবিন্দু = ৬টি
- ∴ বিজোড় অথবা ২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ওঠার সম্ভাবনা = $\frac{6}{6} = 1$ (Ans.)
- (খ) একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা চারবার নিষ্ক্ষেপের Probability tree নিম্নরূপ:



∴ নমুনাক্ষেত্র, $S = \{HHHH, HHHT, HHTH, HHTT, HTHH, HTHT, HTTH, HTTT, THHH, THHT, THTH, THTT, TTHH, TTHT, TTTH, TTTT\}$

∴ মোট সম্ভাব্য ঘটনা, $n(S) = 16$

চারটিই T আসার ঘটনা = $\{TTTT\}$

∴ চারটিই T আসার ফলাফল = 1টি

বড়জোড় 3T আসার ফলাফল = $(16 - 1)$ টি = 15টি

∴ বড়জোড় 3T আসার সম্ভাবনা $\frac{15}{16}$ (Ans.)

(গ) এখানে, মোট বল = $8 + 5 + 4 = 17$ টি

এবং কালো বল আছে = 8টি

∴ প্রতিস্থাপন না করে পরপর 3টি বল তুলে নিলে সবগুলো কালো হওয়ার সম্ভাবনা

$= \frac{8}{17} \times \frac{7}{16} \times \frac{6}{15} = \frac{7}{85}$ (Ans.)

৩৫. একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ করা হল।

[সকল বোর্ড-২০১৮]

(ক) দেখাও যে, কোনো ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 হতে 1 এর মধ্যে থাকে। ২

(খ) উদ্দীপকের সম্ভাব্য ঘটনায় probability tree অঙ্কন করে তিনটি হেড ও কমপক্ষে একটি টেল পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, উদ্দীপকের মুদ্রাটি n-সংখ্যকবার নিক্ষেপ করলে সংঘটিত ঘটনা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) মনে করি, একটি দৈব পরীক্ষার সসীম নমুনাক্ষেত্র S এবং উক্ত নমুনাক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট A একটি ঘটনা।

ধরি, S নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা $n(S)$.

A ঘটনার অন্তর্ভুক্ত নমুনাবিন্দুর সংখ্যা = $n(A)$

∴ সম্ভাবনার গাণিতিক সংজ্ঞা অনুসারে পাই, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ (i)

এটি স্পষ্ট যে, A ঘটনার উপাদান সংখ্যা 0 থেকে $n(S)$ এর মধ্যে থাকবে।

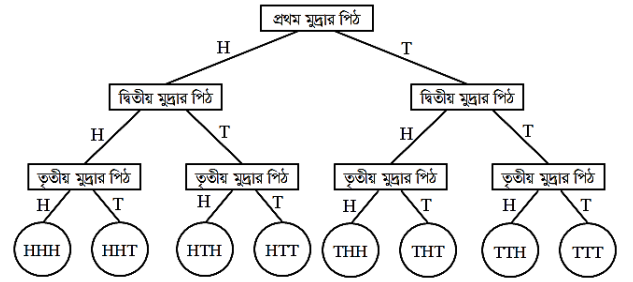
অর্থাৎ $0 \leq n(A) \leq n(S)$

বা, $\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$ [$n(S)$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $0 \leq P(A) \leq 1$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

∴ $0 \leq P(A) \leq 1$ (দেখানো হলো)

(খ) প্রথমে মুদ্রা তিনটিকে তিন ধাপ হিসেবে বিবেচনা করি এবং প্রতি ধাপে 2টি ফলাফল H অথবা T আসতে পারে। মোট ফলাফলকে probability tree এর সাহায্যে নিম্নভাবে দেখানো যায়:



∴ নমুনাক্ষেত্র: $\{HHH, HHT, HTH, HIT, THH, THT, TTH, TIT\}$

এখানে মোট নমুনা বিন্দু 8টি এবং এদের যেকোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $\frac{1}{8}$ ।

তিনটিই হেড (H) পাওয়ার অন্তর্ভুক্ত ঘটনা $\{HHH\} = 1$ টি।

∴ $P(HHH) = \frac{1}{8}$ (Ans.)

কমপক্ষে 1টি টেল (T) পাওয়ার অন্তর্ভুক্ত ঘটনাগুলো HHH ছাড়া বাকি সবগুলো অর্থাৎ $\{HHT, HTH, HIT, THH, THT, TTH, TIT\} = 7$ টি

∴ $P[\text{কমপক্ষে 1T}] = \frac{7}{8}$ (Ans.)

(গ) যেহেতু একটি মুদ্রায় 2টি পিঠ থাকে সুতরাং মুদ্রাটি একবার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 2টি।

আবার, মুদ্রাটি ২য় বার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 4টি।

এমনভাবে,

মুদ্রাটি 1 বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = 2

মুদ্রাটি 2 বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = $4 = 2 \times 2 = 2^2$

মুদ্রাটি 3 বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

মুদ্রাটি 4 বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

.....

মুদ্রাটি n বার নিক্ষেপে সম্ভাব্য ফলাফল = 2^n

∴ মুদ্রাটি n সংখ্যক বার নিক্ষেপ করলে সম্ভাব্য ফলাফল 2^n কে সমর্থন করে।

(দেখানো হলো)