

# বিষয়: উচ্চতর গণিত

## SSC-26 Premium Btch



### অধ্যায়-০২ (বীজগণিতিক রাশি)

১.  $F(x, y, z) = \frac{1}{8x^3} + \frac{1}{27y^3} + \frac{1}{64z^3}$

$Q(x) = x^3 - 64x$

[ঢাকা বোর্ড-২০২৪]

(ক)  $f(x) = \sqrt{x - 4}$  হলে,  $f^{-1}(-3)$  এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ) যদি  $F(x, y, z) = \frac{3}{24xyz}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $6yz + 4zx + 3xy = 0$ , অথবা  $2x = 3y = 4z$  ৪

(গ)  $\frac{3x^3}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ধরি,  $y = f(x) = \sqrt{x - 4}$

বা,  $y^2 = x - 4$

বা,  $x = y^2 + 4$

বা,  $f^{-1}(y) = y^2 + 4$  [ $\because y = f(x)$  হলে  $f^{-1}(y) = x$ ]

$\therefore f^{-1}(x) = x^2 + 4$

$\therefore f^{-1}(-3) = (-3)^2 + 4 = 9 + 4 = 13$  (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে,  $F(x, y, z) = \frac{1}{8x^3} + \frac{1}{27y^3} + \frac{1}{64z^3}$

প্রশ্নমতে,  $F(x, y, z) = \frac{3}{24xyz}$

বা,  $\frac{1}{8x^3} + \frac{1}{27y^3} + \frac{1}{64z^3} = \frac{3}{24xyz}$

বা,  $\left(\frac{1}{2x}\right)^3 + \left(\frac{1}{3y}\right)^3 + \left(\frac{1}{4z}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{3y} \cdot \frac{1}{4z} = 0$

$\therefore \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} + \frac{1}{4z} \right) \left\{ \left( \frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} \right)^2 + \left( \frac{1}{3y} - \frac{1}{4z} \right)^2 + \left( \frac{1}{4z} - \frac{1}{2x} \right)^2 \right\} = 0$

হয়,  $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} + \frac{1}{4z} = 0$

বা,  $\frac{12yz + 8xz + 6xy}{24xyz} = 0$

বা,  $12yz + 8xz + 6xy = 0$

$\therefore 6yz + 4zx + 3xy = 0$

অথবা,  $\left\{ \left( \frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} \right)^2 + \left( \frac{1}{3y} - \frac{1}{4z} \right)^2 + \left( \frac{1}{4z} - \frac{1}{2x} \right)^2 \right\} = 0$

আমরা জানি, একাধিক রাশির বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে তারা প্রত্যেকে পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

অর্থাৎ,

$\frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} = 0$

বা,  $\frac{1}{2x} = \frac{1}{3y}$

$\therefore 2x = 3y$  .....(i)

এবং  $\frac{1}{3y} - \frac{1}{4z} = 0$

বা,  $\frac{1}{3y} = \frac{1}{4z}$

$\therefore 3y = 4z$  .....(ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,  $2x = 3y = 4z$

সুতরাং,  $6yz + 4zx + 3xy = 0$  অথবা,  $2x = 3y = 4z$  (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $Q(x) = x^3 - 64x$

$\therefore \frac{3x^3}{Q(x)} = \frac{3x^3}{x^3 - 64x} = \frac{3x^3}{x(x^2 - 64)} = \frac{3x^2}{x^2 - 64}$

$= \frac{3(x^2 - 64) + 192}{x^2 - 64}$

$= 3 + \frac{192}{x^2 - 64}$

$= 3 + \frac{192}{(x+8)(x-8)}$  .....(i)

ধরি,  $\frac{192}{(x+8)(x-8)} = \frac{A}{x+8} + \frac{B}{x-8}$  .....(ii)

(ii) নং এর উভয়পক্ষকে  $(x+8)(x-8)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$192 \equiv A(x-8) + B(x+8)$  .....(iii)

(iii) নং এ  $x = -8$  বসিয়ে পাই,

$192 = A(-8-8) + B \cdot 0$  বা,  $192 = -16A \therefore A = -12$

আবার, (iii) নং এ  $x = 8$  বসিয়ে পাই,

$192 = A \cdot 0 + B(8+8)$  বা,  $192 = 16B \therefore B = 12$

(ii) নং এ A ও B এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{192}{(x+8)(x-8)} \equiv -\frac{12}{x+8} + \frac{12}{x-8}$

$\therefore$  (i) নং হতে পাই,  $\frac{3x^3}{Q(x)} = \frac{3x^3}{x^2 - 64} \equiv 3 - \frac{12}{x+8} + \frac{12}{x-8}$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

২.  $P = x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} - 3x^{-1}y^{-1}z^{-1}$  এবং  $Q(x) = 1 - 8x^3$

[ময়মনসিংহ বোর্ড- ২০২৪]

(ক)  $15x^3 + bx^2 - x - 8$  এর একটি উৎপাদক  $3x + 2$  হলে, b এর মান নির্ণয় কর। ২

(খ)  $P = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x = y = z$  অথবা,  $xy + yz + zx = 0$

(গ)  $\frac{7x^2 - 2}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ধরি,  $f(x) = 15x^3 + bx^2 - x - 8$

$\therefore (3x + 2), f(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে যদি  $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$  হয়।

শর্তমতে,  $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$

বা,  $15\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + b\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) - 8 = 0$

বা,  $\frac{-40}{9} + \frac{4b}{9} + \frac{2}{3} - 8 = 0$  বা,  $\frac{-40 + 4b + 6 - 72}{9} = 0$

বা,  $4b - 106 = 0$  বা,  $4b = 106$  বা,  $b = \frac{106}{4}$

$\therefore b = \frac{53}{2}$  (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে,  $P = x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} - 3x^{-1}y^{-1}z^{-1}$

প্রশ্নমতে,  $P = 0$

বা,  $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} - \frac{3}{xyz} = 0$

বা,  $\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3 + \left(\frac{1}{z}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z} = 0$

বা,  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)^2 + \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$

হয়,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$  বা,  $\frac{yz + zx + xy}{xyz} = 0 \therefore yz + zx + xy = 0$

অথবা,  $\left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)^2 + \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$

দুই বা ততোধিক বর্গ রাশির সমষ্টি শূন্য হলে এদের প্রত্যেকটির মান পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

সুতরাং  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 = 0$

আবার,  $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right)^2 = 0$

বা,  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$  বা,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$

বা,  $\frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 0$  বা,  $\frac{1}{y} = \frac{1}{z}$

$\therefore x = y$  .....(i)

$\therefore y = z$  .....(ii)

(i) ও (ii) নং হতে পাই,  $x = y = z$

সুতরাং  $yz + zx + xy = 0$  অথবা  $x = y = z$  (প্রমাণিত)

(গ) দেওয়া আছে,  $Q(x) = 1 - 8x^3$

$\therefore \frac{7x^2 - 2}{Q(x)} = \frac{7x^2 - 2}{1 - 8x^3} = \frac{7x^2 - 2}{1^3 - (2x)^3} = \frac{7x^2 - 2}{(1 + 2x)(1 + 2x + 4x^2)}$

ধরি,  $\frac{7x^2 - 2}{(1 + 2x)(1 + 2x + 4x^2)} = \frac{A}{1 - 2x} + \frac{Bx + C}{1 + 2x + 4x^2}$  .....(i)

উভয়পক্ষকে  $(1 + 2x)(1 + 2x + 4x^2)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$7x^2 - 2 \equiv A(1 + 2x + 4x^2) + (Bx + C)(1 - 2x)$

বা,  $7x^2 - 2 \equiv A + 2Ax + 4Ax^2 + Bx + C - 2Bx^2 - 2Cx$

বা,  $7x^2 - 2 \equiv x^2(4A - 2B) + x(2A + B - 2C) + A + C \dots (ii)$

(ii) নং এর উভয়পক্ষে  $x^2$ ,  $x$  এবং ধ্রুবক পদ এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$4A - 2B = 7 \dots (iii)$$

$$2A + B - 2C = 0 \dots (iv)$$

$$\therefore A + C = -2 \dots (v)$$

(iv) +  $2 \times$  (v) করে পাই,

$$2A + B - 2C + 2A + 2C = 0 - 4$$

$$\text{বা, } 4A + B = -4 \dots (vi)$$

(iii) - (iv) করে পাই,

$$4A - 2B - 4A - B = 7 - (-4)$$

$$\text{বা, } -3B = 1 \therefore B = -\frac{1}{3}$$

B এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,

$$-\frac{1}{12} + C = -2 \therefore C = \frac{1}{12} - 2 = \frac{1-24}{12} = -\frac{23}{12}$$

A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{7x^2-2}{(1+2x)(1+2x+4x^2)} = \frac{\frac{1}{12}}{1-2x} + \frac{-\frac{11}{3}x - \frac{23}{12}}{1+2x+4x^2}$$

$$= \frac{1}{12(2x-1)} + \frac{-44x-23}{12(1+2x+4x^2)}$$

$$= \frac{1}{12(2x-1)} + \frac{(-44x-23)}{12(1+2x+4x^2)}, \text{ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)}$$

৩.  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$  এবং  $Q = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$   
[সিলেট বোর্ড ২০২৪]

(ক) a এর কোন মানের জন্য  $x + 2$ ,  $x^2 + 6x - a$  বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে? ২

(খ)  $Q = 0$  হলে দেখাও যে,  $x + y + z = 0$  অথবা  $x = y = z$  8

(গ)  $\frac{x^3}{P(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। 8

#### ৩ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) ধরি,  $g(x) = x^2 + 6x - a$   
( $x + 2$ ),  $g(x)$  এর উৎপাদক হবে যদি  $g(-2) = 0$  হয়।

$$\text{এখন, } g(-2) = 0$$

$$\text{বা, } (-2)^2 + 6(-2) - a = 0$$

$$\text{বা, } 4 - 12 = a$$

$$\therefore a = -8 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $Q = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  এবং  $Q = 0$

$$\text{অর্থাৎ, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\text{বা, } (x + y)^3 - 3xyz(x + y) + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\text{বা, } (x + y)^3 + z^3 - 3xyz(x + y + z) = 0$$

$$\text{বা, } (x + y + z)^3 - 3(x + y).z(x + y + z) - 3xy(x + y + z) = 0$$

$$\text{বা, } (x + y + z)\{(x + y + z)^2 - 3z(x + y) - 3xy\} = 0$$

$$\text{বা, } (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx - 3zx - 3yz - 3xy) = 0$$

$$\text{বা, } (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(x + y + z)(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(x + y + z)(x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2) = 0$$

$$\therefore (x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

$$\text{হয়, } x + y + z = 0$$

$$\text{অথবা, } (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$$

আমরা জানি, কতগুলো রামির বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে, রাশিগুলোর মানও পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

$$\begin{array}{l|l|l} x - y = 0 & y - z = 0 & z - x = 0 \\ \hline \therefore x = y \dots (i) & \therefore y = z \dots (ii) & \therefore z = x \dots (iii) \end{array}$$

(i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই,  $x = y = z$

সুতরাং,  $x + y + z = 0$  অথবা,  $x = y = z$  (দেখানো হলো)

(গ) এখানে,  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$   
 $= x^3 + 2x^2 + 2x^2 + 4x - 3x - 6$   
 $= x^2(x + 2) + 2x(x + 2) - 3(x + 2)$

$$= (x + 2)(x^2 + 2x - 3)$$

$$= (x + 2)(x^2 + 3x - x - 3)$$

$$= (x + 2)(x + 3)(x - 1)$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{x^3}{P(x)} = \frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)} \equiv 1 + \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 1} \dots (i)$$

(i) এর উভয়পক্ষে  $(x + 2)(x + 3)(x - 1)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x^3 \equiv (x + 2)(x + 3)(x - 1) + A(x + 2)(x + 3)(x - 1) + C(x + 2)(x + 3)(x - 1) \dots (ii)$$

(ii) নং এ  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$(-2)^3 = 0 + A(-2 + 3)(-2 - 1) + 0 + 0$$

$$\text{বা, } -8 = -3A \therefore A = \frac{8}{3}$$

(ii) নং এ  $x = -3$  বসিয়ে পাই,  $(-3)^3 = B(-3 + 2)(-3 - 1)$

$$\text{বা, } -27 = 4B \therefore B = \frac{-27}{4}$$

(ii) নং এ  $x = 1$  বসিয়ে পাই,  $(1)^3 = C(1 + 2)(1 + 3)$

$$\text{বা, } 1 = 12C \therefore C = \frac{1}{12}$$

A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)} = 1 + \frac{8}{3(x + 2)} - \frac{27}{4(x + 3)} + \frac{1}{12(x - 1)}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

8. (i)  $A = p^4(q - r) + q^4(r - p) + r^4(p - q)$

$$(ii) B = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

[ঢাকা বোর্ড - ২০২৩]

(ক)  $5m^3 - 11m^2 - 3m + 4$  কে  $(m + 2)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? ২

(খ) A এর উৎপাদকগুলো নির্ণয় কর। 8

(গ)  $\frac{x}{B}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। 8

#### 8 নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) মনে করি,  $f(m) = 5m^3 - 11m^2 - 3m + 4$

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুযায়ী,

$$f(m) \text{ কে } (m + 2) \text{ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে } f(-2).$$

$$\text{এখন, } f(-2) = 5(-2)^3 - 11(-2)^2 - 3(-2) + 4$$

$$= -40 - 44 + 6 + 4 = -74$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগশেষ} = -74 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $A = p^4(q - r) + q^4(r - p) + r^4(p - q)$

$$= p^4q - rp^4 + q^4r - pq^4 + r^4p - qr^4$$

$$= p^4q - pq^4 - rp^4 + q^4r + r^4p - qr^4$$

$$= pq(p^3 - q^3) - r(p^4 - q^4) + r^4(p - q)$$

$$= pq(p - q)(p^2 + pq + q^2) - r(p + q)(p - q)(p^2 + q^2) + r^4(p - q)$$

$$= (p - q)\{pq(p^2 + pq + q^2) - r(p + q)(p^2 + q^2) + r^4\}$$

$$= (p - q)(p^3q + p^2q^2 + pq^3 - rp^3 - pq^4r - p^2qr - q^3r + r^4)$$

$$= (p - q)(p^3q - rp^3 + pq^3 - pq^4r + p^2q^2 - p^2qr - q^3r + r^4)$$

$$= (p - q)\{p^3(q - r) + p^2q(q - r) + p^2q(q - r) - r(q^3 - r^3)\}$$

$$= (p - q)(q - r)(p^3 + pq^2 + p^2q - q^2r - r^3 - qr^2)$$

$$= (p - q)(q - r)(p^3 - r^3 + pq^2 - q^2r + p^2q - qr^2)$$

$$= (p - q)(q - r)\{(p - r)(p^2 + pr + r^2) + q^2(p - r) + q(p^2 - r^2)\}$$

$$= -(p - q)(q - r)(r - q)(p^2 + q^2 + r^2 + pq + qr + rp)$$

(Ans.)

(গ) প্রদত্ত রাশি  $= \frac{x}{B} = \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x - 3x + 3}$

$$= \frac{x}{x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x - 3x + 3}$$

$$= \frac{x}{x^2(x - 1) + 2x(x - 1) - 3(x - 1)}$$

$$= \frac{x}{(x - 1)(x^2 + 3x - x - 3)}$$

$$= \frac{x}{(x - 1)\{x(x + 3) - (x + 3)\}}$$

$$= \frac{x}{(x - 1)(x + 3)(x - 1)} = \frac{x}{(x + 3)(x - 1)^2}$$

মনে করি,

$$\frac{x}{(x + 3)(x - 1)^2} \equiv \frac{A}{(x + 3)} + \frac{B}{(x - 1)} + \frac{C}{(x - 1)^2} \dots (i)$$

উভয় পক্ষকে  $(x+3)(x-1)^2$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x \equiv A(x-1)^2 + B(x+3)(x-1) + C(x+3) \dots \dots \dots (ii)$$

যা  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

(ii) নং এ  $x = 1$  বসিয়ে পাই,

$$1 = A \times 0 + B \times 0 + C \times 4 \text{ বা, } 4C = 1 \therefore C = \frac{1}{4}$$

(ii) নং এ  $x = -3$  বসিয়ে পাই,

$$-3 = A \times (-4)^2 + B \times 0 + C \times 0 \text{ বা, } 16A = -3 \therefore A = -\frac{3}{16}$$

সমীকরণ (ii) এর উভয়পক্ষের  $x^2$  এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$0 = A + B \text{ বা, } B = -A = -\left(-\frac{3}{16}\right) \therefore B = \frac{3}{16}$$

সমীকরণ (i) এ  $A, B$  ও  $C$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{(x+3)(x-1)^2} \equiv \frac{-3}{16(x+3)} + \frac{3}{16(x-1)} + \frac{1}{4(x-1)^2}$$

$$\therefore \frac{x}{B} = \frac{-3}{16(x+3)} + \frac{3}{16(x-1)} + \frac{1}{4(x-1)^2}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত রূপ। (Ans.)

৫.  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$  এবং  $Q(x) = x^3 - 49x$ .

[ময়মনসিংহ বোর্ড- ২০২৩]

(ক)  $g(x) = \sqrt{2x+1}$  এর ডোমেন নির্ণয় কর।

২

(খ)  $A(p, q, r) = pqr$  হলে দেখাও যে,  $\frac{1}{(p+q+r)^5} = \frac{1}{p^5} + \frac{1}{q^5} + \frac{1}{r^5}$ .

৪

(গ)  $\frac{x^3}{Q(x)}$  এর আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৪

#### ৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক)  $g(x) = \sqrt{2x+1}$  ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত হবে যদি  $2x+1 \geq 0$  হয়।

$$\text{বা, } 2x \geq -1 \therefore x \geq -\frac{1}{2}$$

$\therefore$  নির্ণেয় ডোমেন:  $x \in \mathbb{R}$  এবং  $x \geq -\frac{1}{2}$  (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে,  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$

$$\text{বা, } pqr = p^2q + pq^2 + pqr + pqr + q^2r + qr^2 + rp^2 + pqr + r^2p$$

$$\text{বা, } p^2q + pq^2 + pqr + q^2r + r^2p + qr^2 + p^2r + pqr = 0$$

$$\text{বা, } pq(p+q) + qr(p+q) + r^2(p+q) + pr(p+q) = 0$$

$$\text{বা, } (p+q)(pq+qr+r^2+pr) = 0$$

$$\text{বা, } (p+q)\{q(p+r)+r(r+p)\} = 0$$

$$\text{বা, } (p+q)(q+r)(r+p) = 0$$

$$\text{বা, } p+q=0 \text{ অথবা, } q+r=0 \text{ অথবা } r+p=0$$

$$\therefore p = -q \quad \therefore q = -r \quad \therefore r = -p$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{(p+q+r)^5} = \frac{1}{(p-r+r)^5} = \frac{1}{p^5} \quad [\because q = -r]$$

$$\text{আবার, } \frac{1}{p^5} + \frac{1}{q^5} + \frac{1}{r^5} = \frac{1}{p^5} + \frac{1}{(-r)^5} + \frac{1}{r^5} \quad [\because q = -r]$$

$$= \frac{1}{p^5} - \frac{1}{r^5} + \frac{1}{r^5} = \frac{1}{p^5}$$

$$\therefore \frac{1}{(p+q+r)^5} = \frac{1}{p^5} + \frac{1}{q^5} + \frac{1}{r^5} \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) দেওয়া আছে,

$$Q(x) = x^3 - 49x$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x^3}{Q(x)} = \frac{x^3}{x^3 - 49x} = \frac{x^2}{x^2 - 49x} = \frac{x^2 - 49 + 49}{x^2 - 49} \\ = 1 + \frac{49}{x^2 - 49} = 1 + \frac{49}{(x+7)(x-7)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{49}{(x+7)(x-7)} \equiv \frac{A}{x+7} + \frac{B}{x-7} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয়ক্ষেত্রে  $(x+7)(x-7)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\text{বা, } 49 \equiv A(x-7) + B(x+7) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) এ  $x = 7$  বসিয়ে পাই,  $49 = A.0 + B(7+7)$

$$\text{বা, } 14B = 49 \therefore B = \frac{7}{2}$$

(ii) এ  $x = -7$  বসিয়ে পাই,  $49 = A(-7-7) + B.0$

$$\text{বা, } -14A = 49 \therefore A = -\frac{7}{2}$$

$$\therefore \frac{49}{(x+7)(x-7)} = \frac{-\frac{7}{2}}{x+7} + \frac{\frac{7}{2}}{x-7} = \frac{7}{2(x-7)} - \frac{7}{2(x+7)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ, } \frac{x^3}{Q(x)} = 1 + \frac{49}{(x+7)(x-7)} \\ = 1 + \frac{7}{2(x-7)} - \frac{7}{2(x+7)} \text{ (Ans.)}$$

৬.  $f(x) = x^2 - 25$  এবং  $g(y) = y^3 - y^2 - 14y + 24$

[রাজশাহী বোর্ড ২০২২৩]

(ক)  $g(y)$  এর মাত্রা ও ধ্রুব পদের অনুপাত নির্ণয় কর।

২

(খ)  $g(y) = 0$  হলে  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

(গ)  $\frac{x^2}{f(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

৪

#### ৬ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $g(y) = y^3 - y^2 - 14y + 24$

এখানে,  $g(y)$  এর মাত্রা = 3 এবং ধ্রুব পদ 24

$$\therefore g(y) \text{ এর মাত্রা ও ধ্রুবপদের অনুপাত} = 3 : 24 = 1 : 8 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $g(y) = 0$

$$\text{এবং } g(y) = y^3 - y^2 - 14y + 24$$

$$\text{তাহলে, } y^3 - y^2 - 14y + 24 = 0$$

$$\text{বা, } y^3 - 2y^2 + y^2 - 2y - 12y + 24 = 0$$

$$\text{বা, } y^2(y-2) + y(y-2) - 12(y-2) = 0$$

$$\text{বা, } (y-2)(y^2 + y - 12) = 0$$

$$\text{বা, } (y-2)(y^2 + 4y - 3y - 12) = 0$$

$$\text{বা, } (y-2)\{y(y+4) - 3(y+4)\} = 0$$

$$\text{বা, } (y-2)(y+4)(y-3) = 0$$

$$\therefore y = 2, 3, -4 \text{ (Ans.)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $f(x) = x^2 - 25$

$$\therefore \frac{x^2}{f(x)} = \frac{x^2}{x^2 - 25} = \frac{x^2 - 25 + 25}{x^2 - 25} = \frac{x^2 - 25}{x^2 - 25} + \frac{25}{x^2 - 25} \\ = 1 + \frac{25}{x^2 - 25} = 1 + \frac{25}{(x+5)(x-5)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{25}{(x+5)(x-5)} \equiv \frac{A}{x+5} + \frac{B}{x-5} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং কে  $(x+5)(x-5)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$25 \equiv A(x-5) + B(x+5) \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{বা, } 25 = -10A + 0 \text{ বা, } A = -\frac{25}{10} \therefore A = -\frac{5}{2}$$

আবার, (ii) নং সমীকরণে  $x = -5$  বসিয়ে পাই,

$$25 = A(-5-5) + B(-5+5)$$

$$\text{বা, } 25 = 0 + 10B \text{ বা, } 10B = 25 \text{ বা, } B = \frac{25}{10} \therefore B = \frac{5}{2}$$

$A$  ও  $B$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{25}{(x+5)(x-5)} = \frac{-\frac{5}{2}}{x+5} + \frac{\frac{5}{2}}{x-5}$$

$$\therefore \frac{x^2}{f(x)} = \frac{x^2}{x^2 - 25} = 1 - \frac{5}{2(x+5)} + \frac{5}{2(x-5)}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত রূপ। (Ans.)

৭. (i)  $g(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2(x-3)}$

(ii)  $p(y) = y^3 + y^2 + 4$ .

[দিনাজপুর বোর্ড ২০২৩]

(ক) দেখাও যে,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটির প্রতিসম নং কিন্তু চক্রক্রমিক।

২

(খ)  $p(y)$  কে  $(2y+m)$  এবং  $(2y+n)$  দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে যেখানে  $m \neq n$ , তবে দেখাও যে,  $m^2 + mn + n^2 - 2m - 2 = 0$

৪

(গ)  $g(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৪

#### ৭ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটি  $a, b, c$  চলকের একটি চক্র ক্রমিক রাশি কারণ এতে চক্রাকারে  $a$  পরিবর্তে  $b, b$  এর পরিবর্তে  $c$  এবং  $c$  এবং পরিবর্তে  $a$  বসালে রাশিটি একই থাকে। কিন্তু রাশিটি প্রতিসম নয়। কারণ রাশিটিতে  $a$  এবং  $b$  এর স্থান বিনিময় করলে  $\frac{b}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b}$  পাওয়া যায় যা পূর্বের রাশিটি থেকে ভিন্ন।

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \text{ রাশিটি প্রতিসম নয় কিন্তু চক্রক্রমিক। (দেখানো হল)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $p(y) = y^3 + y^2 + 4$

$$\therefore p(y) \text{ কে } (2y+m) \text{ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে } p\left(\frac{-m}{2}\right)$$

$$\therefore p\left(\frac{-m}{2}\right) = \left(\frac{-m}{2}\right)^3 + \left(\frac{-m}{2}\right)^2 + 4$$

$$\text{আবার, } p(y) \text{ কে } (2y+n) \text{ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে } p\left(\frac{-n}{2}\right)$$



$$\therefore p\left(\frac{-n}{2}\right) = \left(\frac{-n}{2}\right)^3 + \left(\frac{-n}{2}\right)^2 + 4$$

শর্তানুসারে,

$$\left(\frac{-m}{2}\right)^3 + \left(\frac{-m}{2}\right)^2 + 4 = \left(\frac{-n}{2}\right)^3 + \left(\frac{-n}{2}\right)^2 + 4$$

$$\text{বা, } \frac{-m^3}{8} + \frac{m^2}{4} + 4 = \frac{-n^3}{8} + \frac{n^2}{4} + 4$$

$$\text{বা, } -m^3 + 2m^2 = -n^3 + 2n^2$$

$$\text{বা, } -m^3 + 2m^2 + n^3 - 2n^2 = 0$$

$$\text{বা, } m^3 - n^3 - 2m^2 + 2n^2 = 0$$

$$\text{বা, } m^3 - n^3 - 2(m^2 - n^2) = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(m^2 + mn + n^2) - 2(m + n)(m - n) = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(m^2 + mn + n^2 - 2m - 2n) = 0$$

$$\text{কিন্তু } m - n \neq 0 [\because m \neq n]$$

$$\therefore m^2 + mn + n^2 - 2m - 2n = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $g(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2(x-3)}$

$$\text{ধরি, } \frac{x^2}{(x-1)^2(x-3)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-3} \dots\dots\dots(i)$$

$$(i) \text{ নং এর উভয় পক্ষকে } (x-1)^2(x-3) \text{ দ্বারা গুণ করে পাই,}$$

$$x^2 = A(x-1)(x-3) + B(x-3) + C(x-1)^2 \dots\dots\dots(ii)$$

$$(ii) \text{ নং এ } x = 1 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$1 = A.0(-2) + B(-2) + C.0$$

$$\text{বা, } 1 = -2B \therefore B = -\frac{1}{2}$$

$$\text{আবার, } (ii) \text{ নং এ } x = 3 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$3^2 = A.2.0 + B.0 + C.2^2$$

$$\text{বা, } 9 = 4C \therefore C = \frac{9}{4}$$

$$(ii) \text{ নং থেকে উভয়পক্ষে } x^2 \text{ এর সহগ সমীকৃত করে পাই,}$$

$$A + C = 1$$

$$\text{বা, } A + \frac{9}{4} = 1 [\because C \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } A = 1 - \frac{9}{4} \text{ বা, } A = \frac{4-9}{4} \therefore A = -\frac{5}{4}$$

$$A, B \text{ ও } C \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$\frac{x^2}{(x-1)^2(x-3)} = \frac{-\frac{5}{4}}{x-1} + \frac{-\frac{1}{2}}{(x-1)^2} + \frac{\frac{9}{4}}{x-3}$$

$$= \frac{-5}{4(x-1)} - \frac{1}{2(x-1)^2} + \frac{9}{4(x-3)}$$

$$\text{যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)}$$

৮.  $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

$$(ক) 2.102 \text{ কে মূলদীয় ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।} \quad 2$$

$$(খ) \text{ যদি } P(x) \text{ কে } x - a \text{ এবং } x - b \text{ দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে}$$

$$\text{যেখানে } a \neq b, \text{ তবে দেখাও যে, } a^2 + ab + b^2 - 4a - 4b + 1 = 08$$

$$(গ) \frac{x^2+5}{P(x)} \text{ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।} \quad 8$$

#### ৮ নং প্রশ্নের সমাধান

$$(ক) 2.102 = \frac{2102-2}{999} = \frac{2100}{999} = \frac{700}{333} \text{ (Ans.)}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

$$P(x) \text{ কে } x - a \text{ এবং } x - b \text{ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে } P(a) \text{ এবং } P(b)$$

$$\therefore P(a) = a^3 - 4a^2 + a + 6$$

$$\text{এবং } P(b) = b^3 - 4b^2 + b + 6$$

$$\text{শর্তমতে, } P(a) = P(b)$$

$$\text{বা, } a^3 - 4a^2 + a + 6 = b^3 - 4b^2 + b + 6$$

$$\text{বা, } a^3 - b^3 - 4(a^2 - b^2) + a - b = 0$$

$$\text{বা, } (a-b)(a^2 + ab + b^2) - 4(a+b)(a-b) + a-b = 0$$

$$\text{বা, } (a-b)(a^2 + ab + b^2 - 4a - 4b + 1) = 0$$

$$\therefore a^2 + ab + b^2 - 4a - 4b + 1 = 0 [\because a \neq b] \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে, } P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{x^2+5}{P(x)} = \frac{x^2+5}{x^3-4x^2+x+6}$$

$$= \frac{x^2+5}{x^2(x+1)-5x(x+1)+6(x+1)}$$

$$= \frac{x^2+5}{(x+1)(x^2-5x+6)}$$

$$= \frac{x^2+5}{(x+1)(x-2)(x-3)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^2+5}{(x+1)(x-2)(x-3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3} \dots\dots\dots(i)$$

$$(i) \text{ উভয় পক্ষকে } (x-3)(x-2)(x+1) \text{ দ্বারা গুণ করে পাই,}$$

$$(x^2+5) \equiv A(x-3)(x-2) + B(x-2)(x+1) + C(x-3)(x+1) \dots\dots(ii)$$

$$(ii) \text{ নং এ } x = -1 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$(-1)^2+5 = A(-1-3)(-1-2) + B.0 + C.0$$

$$\text{বা, } 6 = A.12 \therefore A = \frac{1}{2}$$

$$(ii) \text{ এর উভয়পক্ষকে } x = 2 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$2^2+5 = A.0 + B.0 + C(2-3)(2+1)$$

$$\text{বা, } 9 = -3C$$

$$\therefore C = -3$$

$$(ii) \text{ এর উভয়পক্ষে } x = 3 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$3^2+5 = A.0 + B(3-2)(3+1) + C.0$$

$$\text{বা, } 14 = 4B \therefore B = \frac{7}{2}$$

$$A, B \text{ ও } C \text{ এর মান (এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$\frac{x^2+5}{(x+1)(x-2)(x-3)} \equiv \frac{\frac{1}{2}}{x+1} + \frac{\frac{7}{2}}{x-2} - \frac{3}{x-3}$$

$$\therefore \frac{x^2+5}{P(x)} = \frac{1}{2(x+1)} + \frac{7}{2(x-3)} - \frac{3}{x-3}; \text{ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ।}$$

$$9. P(x, y, z) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{8y^3} + \frac{1}{64z^3} \text{ এবং } g(x) = (x+1)(x^2+2)$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড ২০২৩]

$$(ক) g(x) \text{ এর মাত্রা ও মূল্য সহগের সমষ্টি নির্ণয় কর।} \quad 2$$

$$(খ) P(x, y, z) = \frac{3}{8xyz} \text{ হলে প্রমাণ কর যে, } 4yz + 2zx + xy = 0 \text{ অথবা}$$

$$x = 2y = 4z.$$

8

$$(গ) \frac{x^2}{g(x)} \text{ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।} \quad 8$$

#### ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

$$(ক) g(x) = (x+1)(x^2+2) = x^3 + x^2 + 2x + 2$$

$$g(x) \text{ এর মাত্রা 3 এবং মূল্য সহগ 1।}$$

$$\therefore \text{মাত্রা ও মূল্যসহগের সমষ্টি} = 3 + 1 = 4 \text{ (Ans.)}$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } P(x, y, z) = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{8y^3} + \frac{1}{64z^3}$$

$$\text{এবং } P(x, y, z) = \frac{3}{8xyz}$$

$$\therefore \frac{1}{x^3} + \frac{1}{8y^3} + \frac{1}{64z^3} = \frac{3}{8xyz}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{2y}\right)^3 + \left(\frac{1}{4z}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{2y} \cdot \frac{1}{4z} = 0.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{4z} \right) \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} \right)^2 + \left( \frac{1}{2y} - \frac{1}{4z} \right)^2 + \left( \frac{1}{4z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$$

$$\text{হয়, } \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{4z} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{8yz + 4xz + 2xy}{8xyz} = 0$$

$$\text{বা, } 2xy + 4xz + 8yz = 0$$

$$\therefore 4yz + 2zx + xy = 0$$

$$\text{অথবা, } \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} \right)^2 + \left( \frac{1}{2y} - \frac{1}{4z} \right)^2 + \left( \frac{1}{4z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$$

$$\text{আমরা জানি, একাধিক রাশির বর্গের সমষ্টি শূন্য হলে তারা প্রত্যেকে পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।}$$

$$\text{অর্থাৎ,}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{2y}$$

$$\therefore x = 2y$$

$$\therefore x = 2y = 4z$$

$$\text{তাহলে,}$$

$$4yz + 2zx + xy = 0 \text{ অথবা, } x = 2y = 4z \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) g(x) = (x+1)(x^2+2)$$

$$\therefore \frac{x^2}{g(x)} = \frac{x^2}{(x+1)(x^2+2)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^2}{(x+1)(x^2+2)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+2} \dots\dots\dots(i)$$

(i) নং এর উভয় পক্ষকে  $(x+1)(x^2+2)$  দ্বারা গুণ করে

$$x^2 \equiv A(x^2+2) + (Bx+C)(x+1) \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং এ  $x = -1$  বসিয়ে পাই,

$$(-1)^2 = A\{(-1)^2+2\} + \{B(-1)+C\}.0$$

$$\text{বা, } 1 = A.3$$

$$\therefore A = \frac{1}{3}$$

(ii) এর উভয়পক্ষে  $x^2$  ও  $x$  এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$1 = A + B \quad \text{এবং } 0 = B + C$$

$$\text{বা, } B = 1 - A = 1 - \frac{1}{3} \quad \therefore C = -B = -\frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{(x+1)(x^2+2)} &\equiv \frac{\frac{1}{3}}{x+1} + \frac{\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}}{x^2+2} \\ &= \frac{1}{3(x+1)} + \frac{2(x-1)}{3(x^2+2)} \end{aligned}$$

ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

১০.  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$  একটি বহুপদী এবং  $Q(x) = \frac{2x^4}{x^4-16}$

[সিলেট বোর্ড -২০২৩]

(ক)  $A(p, q, r)$  চক্রগুণিতক এবং সমমাত্রিক কিনা যাচাই কর। ২

(খ)  $A(p, q, r) = pqr$  হলে, দেখাও যে,  $\frac{1}{(p+q+r)^4} = \frac{1}{p^4} + \frac{1}{q^4} + \frac{1}{r^4}$  ৪

(গ)  $Q(x)$ - কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ১০ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$

এখন,  $A(p, q, r) = (q+r+p)(pq+qr+rp)$

$$= (p+q+r)(pq+qr+rp)$$

$$= A(p, q, r)$$

$\therefore A(p, q, r)$  চক্রগুণিতক।

আবার,  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$

$$= p^2q + pqr + rp^2 + pq^2 + q^2r + pqr + pqr + qr^2 + r^2p$$

রাশিটি তিন চলকের বহুপদী এবং প্রতিটি পদের মাত্রা তিন।

$\therefore$  রাশিটি সমমাত্রিক। (যাচাই করা হলো)

(খ) দেওয়া আছে,  $A(p, q, r) = (p+q+r)(pq+qr+rp)$

বা,  $pqr = p^2q + pq^2 + pqr + pqr + q^2r + qr^2 + rp^2 + pqr + r^2p$

বা,  $p^2q + pq^2 + pqr + q^2r + r^2p + qr^2 + p^2r + pqr = 0$

বা,  $pq(p+q) + qr(p+q) + r^2(p+q) + pr(p+q) = 0$

বা,  $(p+q)(pq+qr+r^2+pr) = 0$

বা,  $(p+q)\{q(p+r)+r(r+p)\} = 0$

বা,  $(p+q)(q+r)(r+p) = 0$

বা,  $p+q=0$  অথবা,  $q+r=0$  অথবা  $r+p=0$

$\therefore p+q=0 \quad \therefore q=-r \quad \therefore r=-p$

এখন,  $\frac{1}{(p+q+r)^5} = \frac{1}{(p-r+r)^5} = \frac{1}{p^5} \quad [\because q=-r]$

আবার,  $\frac{1}{p^5} + \frac{1}{q^5} + \frac{1}{r^5} = \frac{1}{p^5} + \frac{1}{(-r)^5} + \frac{1}{r^5} \quad [\because q=-r]$

$$= \frac{1}{p^5} - \frac{1}{r^5} + \frac{1}{r^5} = \frac{1}{p^5}$$

$\therefore \frac{1}{(p+q+r)^5} = \frac{1}{p^5} + \frac{1}{q^5} + \frac{1}{r^5}$  (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে,

$$Q(x) = \frac{2x^4}{x^4-16} = \frac{2x^4-32+32}{x^4-16}$$

$$= \frac{2(x^4-16)+32}{x^4-16} = 2 + \frac{32}{x^4-16}$$

$$= 2 + \frac{32}{(x^2+4)(x^2-4)}$$

$$= 2 + \frac{32}{(x^2+4)(x+2)(x-2)}$$

মনেকরি,

$$\frac{32}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} + \frac{Cx+D}{x^2+4} \dots\dots\dots(i)$$

(i) উভয় পক্ষকে  $(x-2)(x+2)(x^2+4)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$32 \equiv A(x+2)(x^2+4) + B(x-2)(x^2+4) + (Cx+D)(x+2)(x-2) \dots\dots\dots(ii)$$

(ii) নং এ  $x = 2$  বসিয়ে পাই,

$$32 = A(2+2)(2^2+4) + B.0 + (C.2+D).0$$

বা,  $32 = A.4.8 \therefore A = \frac{32}{32} = 1$

(ii) নং এ  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$32 = A.0 + B(-2-2)(4+4) + \{C(-2)+D\}.0$$

বা,  $32 = -32B \therefore B = -1$

(ii) নং এর উভয়পক্ষে  $x^3$  ও  $x^2$  এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$$0 = A + B + C$$

বা,  $0 = 1 - 1 + C$

$$\therefore C = 0$$

এবং  $0 = 2A - 2B + D$

বা,  $0 = 2.1 - 2(-1) + D$

$$\therefore D = -2 - 2 = -4$$

A, B, C ও D এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{32}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} &= \frac{1}{x-2} + \frac{-1}{x+2} + \frac{0.x-4}{x^2+4} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4} \end{aligned}$$

$\therefore Q(x) = 2 + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}$  ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ (Ans.)

১১.  $P(x) = 48x^4 - 4x^3 - 16x^2 + x + 1$

$$Q(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$$

[যশোর বোর্ড ২০২৩]

(ক)  $Q(x)$  কে  $x+1$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে, তা ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নির্ণয় কর। ২

(খ)  $P(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

(গ)  $\frac{2x^2-3x+1}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ১১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $Q(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে,  $Q(x)$  কে  $(x+1)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $Q(-1)$

$$\begin{aligned} \therefore Q(-1) &= 2(-1)^3 - (-1)^2 + 2(-1) - 1 \\ &= -2 - 1 - 2 - 1 \\ &= -6 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $P(x) = 48x^4 - 4x^3 - 16x^2 + x + 1$

$$= 48x^4 + 24x^3 - 28x^3 - 14x^2 - 2x^2 - x + 2x + 1$$

$$= 24x^3(2x+1) - 14x^2(2x+1) - x(2x+1) + 1(2x+1)$$

$$= (2x+1)(24x^3 - 14x^2 - x + 1)$$

$$= (2x+1)(24x^3 - 12x^2 - 2x^2 + x - 2x + 1)$$

$$= (2x+1)\{12x^2(2x-1) - x(2x-1) - 1(2x-1)\}$$

$$= (2x+1)(2x-1)(12x^2 - x - 1)$$

$$= (2x+1)(2x-1)(12x^2 - 4x + 3x - 1)$$

$$= (2x+1)(2x-1)\{4x(3x-1) + 1(3x-1)\}$$

$$= (2x+1)(2x-1)(3x-1)(4x+1) \text{ (Ans.)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $Q(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} = \frac{2x^2-3x+1}{2x^3-x^2+2x-1}$$

$$= \frac{2x^2-2x-x+1}{2x^3-x^2+2x-1}$$

$$= \frac{2x^2-2x-x+1}{2x(x-1)-1(x-1)}$$

$$= \frac{x^2(2x-1)+1(2x-1)}{(x-1)(2x-1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+1)}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{x-1}{x^2+1} \text{ (Ans.)}$$

১২.  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$  একটি বহুপদী।

[বরিশাল বোর্ড -২০২৩]

- (ক)  $x^3 + ax^2 + 2x + 1$  বহুপদীর একটি উৎপাদন  $(x + 1)$  হলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ২
- (খ)  $f(x)$  কে  $(x - m)$  এবং  $(x - n)$  দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে যেখানে  $m \neq n$ , তবে দেখাও যে,  $m^2 + mn + n^2 + 2m + 2n - 15 = 0$  ৪
- (গ)  $\frac{(x+2)}{f(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

## ১২ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) ধরি,  $p(x) = x^3 + ax^2 + 2x + 1$   
 $\therefore (x + 1), p(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে যদি  $p(-1) = 0$   
 শর্তমতে,  $p(-1) = 0$   
 বা,  $(-1)^3 + a(-1)^2 + 2(-1) + 1 = 0$   
 বা,  $-1 + a - 2 + 1 = 0$   
 $\therefore a = 2$  (Ans.)
- (খ) দেওয়া আছে,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$   
 $f(x)$  কে  $(x - m)$  এবং  $(x - n)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে  $f(m)$  এবং  $f(n)$ .  
 শর্তমতে,  $f(m) = f(n)$   
 বা,  $m^3 + 2m^2 - 15m = n^3 + 2n^2 - 15n$   
 বা,  $m^3 - n^3 + 2m^2 - 2n^2 - 15m + 15n = 0$   
 বা,  $(m - n)(m^2 + mn + n^2) + 2(m + n)(m - n) - 15(m - n) = 0$   
 বা,  $(m - n)(m^2 + mn + n^2 + 2m + 2n - 15) = 0$   
 [যেহেতু  $m \neq n$ , সেহেতু  $m - n \neq 0$ ]  
 $\therefore m^2 + mn + n^2 + 2m + 2n - 15 = 0$  (দেখানো হলো)
- (গ) দেওয়া আছে,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x = x(x^2 + 2x - 15)$   
 $\therefore \frac{x+2}{f(x)} = \frac{x+2}{x(x^2+2x-15)} = \frac{x+2}{x(x^2+5x-3x-15)}$   
 $= \frac{x+2}{x\{x(x+5)-3(x+5)\}}$   
 $= \frac{x+2}{x(x+5)(x-3)}$   
 ধরি,  $\frac{x+2}{x(x+5)(x-3)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x+5} + \frac{C}{x-3}$  .....(i)  
 (i) নং এর উভয়পক্ষে  $x(x+5)(x-3)$  দ্বারা গুণ করে পাই,  
 $x+2 = A(x+5)(x-3) + Bx(x-3) + Cx(x+5)$  .....(ii)  
 (ii) নং এর উভয়পক্ষে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,  
 $0+2 = A(0+5)(0-3) + B.0 + C.0$   
 বা,  $-15A = 2 \therefore A = -\frac{2}{15}$   
 (ii) নং এর উভয়পক্ষে  $x = 3$  বসিয়ে পাই,  
 $3+2 = A.0 + B.0 + C.3(3+5)$   
 বা,  $5 = 24C \therefore C = \frac{5}{24}$   
 (ii) নং এর উভয়পক্ষে,  $x = -5$  বসিয়ে পাই,  
 $-5+2 = A.0 + B.(-5)(-5-3) + C.0$   
 বা,  $-3 = 40B \therefore B = -\frac{3}{40}$   
 এখন,  $A, B$  ও  $C$  এর মান (i) নং - এ বসিয়ে পাই,  
 $\frac{x+2}{x(x+5)(x-3)} = -\frac{2}{15x} - \frac{3}{40(x+5)} + \frac{5}{24(x-3)}$   
 যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত রূপ। (Ans.)

১৩.  $F(x, y, z) = x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} - 3x^{-1}y^{-1}z^{-1}$  এবং  $a = y + z - x$ ,  $b = z + x - y$ ,  $c = x + y - z$

[ঢাকা বোর্ড ২০২২]

- (ক) দেখাও যে,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটি  $a, b, c$  চলকের চক্রক্রমিক রাশি। ২
- (খ)  $F(x, y, z) = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $xy + yz + zx = 0$  এবং  $x = y = z$  ৪
- (গ) প্রমাণ কর যে,  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  ৪

## ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটি  $a, b, c$  চলকের উল্লিখিত ক্রমে একটি চক্রক্রমিক রাশি হবে যদি এতে চক্রাকারে  $a$  এর পরিবর্তে  $b$ ,  $b$  এর পরিবর্তে  $c$  এবং  $c$  এর পরিবর্তে

$a$  বসালে রাশিটি একই থাকে।  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটিতে চক্রাকারে  $a$  এর পরিবর্তে  $b$ ,  $b$  এর পরিবর্তে  $c$  এর  $c$  এর পরিবর্তে  $a$  বসিয়ে পাই,  $\frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$ । সুতরাং,  $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$  রাশিটি  $a, b, c$  চলকের চক্রক্রমিক রাশি। (দেখানো হলো)

- (খ) দেওয়া আছে,  $P = x^{-3} + y^{-3} + z^{-3} - 3x^{-1}y^{-1}z^{-1}$

প্রশ্নমতে,  $P = 0$ 

$$\text{বা, } \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} - \frac{3}{xyz} = 0$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3 + \left(\frac{1}{z}\right)^3 - 3 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)^2 + \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$$

$$\text{হয়, } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \text{ বা, } \frac{yz + zx + xy}{xyz} = 0 \therefore yz + zx + xy = 0$$

$$\text{অথবা, } \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)^2 + \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right)^2 \right\} = 0$$

দুই বা ততোধিক বর্গ রাশির সমষ্টি শূন্য হলে এদের প্রত্যেকটির মান পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

$$\text{সুতরাং } \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)^2 = 0$$

$$\text{আবার, } \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0 \text{ বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{y}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 0 \text{ বা, } \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$

$$\therefore x = y \dots \dots \dots (i)$$

$$\therefore y = z \dots \dots \dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে পাই,  $x = y = z$ সুতরাং  $yz + zx + xy = 0$  অথবা  $x = y = z$  (প্রমাণিত)

- (গ) দেওয়া আছে,  $a = y + z - x$

$$b = z + x - y$$

$$c = x + y - z$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= \frac{1}{2} (a + b + c) \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} (y + z - x + z + x - y + x + y - x) \{ (y + z - x - z - x + y)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} (x + y + z) \{ 4(x - y)^2 + 4(y - z)^2 + 4(z - x)^2 \}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} (x + y + z) \{ (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \}$$

$$= 4 (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz) = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz) \text{ (প্রমাণিত)}$$

১৪. i.  $F(x) = 36x^2 - Kx - 5$  এবং  $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\text{ii. } \frac{P}{x^2 - yz} = \frac{q}{y^2 - zx} = \frac{r}{z^2 - xy} \neq 0.$$

[রাজশাহী বোর্ড -২০২২]

- (ক)  $F(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(2x - 1)$  হলে,  $k$  এর মান নির্ণয় কর। ২

- (খ)  $\frac{x^3}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

- (গ) (ii) নং হতে দেখাও যে,  $(p + q + r)(x + y + z) = px + qy + rz$

## ১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- (ক) দেওয়া আছে,  $F(x) = 36x^2 - Kx - 5$

$$\text{যেহেতু } (2x - 1), F(x) \text{ এর একটি উৎপাদক } \therefore F\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{এখানে, } F\left(\frac{1}{2}\right) = 36\left(\frac{1}{2}\right)^2 - K\left(\frac{1}{2}\right) - 5$$

$$\text{বা, } 0 = 36 \cdot \frac{1}{4} - \frac{K}{2} - 5 \text{ বা, } 0 = 9 - \frac{K}{2} - 5$$

$$\text{বা, } \frac{K}{2} = 4 \therefore K = 8 \text{ (Ans.)}$$

- (খ)  $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6$

$$= x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\therefore \frac{x^3}{Q(x)} = \frac{x^3}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^3}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} \equiv 1 + \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 2} + \frac{C}{x - 3} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয়পক্ষে  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x^3 \equiv (x - 1)(x - 2)(x - 3) + A(x - 2)(x - 3) + B(x - 1)(x - 3) + C(x - 1)(x - 2) \dots \dots \dots (ii)$$



(ii) নং এ  $x = 1$  বসিয়ে পাই,  $1 = A(-1)(-2)$  বা,  $A = \frac{1}{2}$

(ii) নং এ  $x = 2$  বসিয়ে পাই,  $8 = B(1)(-1)$  বা,  $B = -8$

(ii) নং এ  $x = 3$  বসিয়ে পাই,  $27 = C(2)(1)$  বা,  $C = \frac{27}{2}$

এখন, A, B এবং C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)} \equiv 1 + \frac{1}{2(x-1)} + \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)} \text{ যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ।}$$

(গ) ধরি,  $\frac{P}{x^2 - yz} = \frac{q}{y^2 - zx} = \frac{r}{z^2 - xy} = k$

$$\therefore p = k(x^2 - yz) \dots \dots \dots (i)$$

$$q = k(y^2 - zx) \dots \dots \dots (ii)$$

$$r = k(z^2 - xy) \dots \dots \dots (iii)$$

$$\text{বামপক্ষ} = (p + q + r)(x + y + z)$$

$$= \{k(x^2 - yz) + k(y^2 - zx) + k(z^2 - xy)\}(x + y + z)$$

$$= k(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= k(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$$

$$\text{ডানপক্ষ} = px + qy + rz$$

$$= k(x^2 - yz) + k(y^2 - zx) + k(z^2 - xy)z$$

$$= k(x^3 - xyz + y^3 - xyz + z^3 - xyz)$$

$$= k(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$$

$$\therefore (p + q + r)(x + y + z) = px + qy + rz \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৫.  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ .

[দিনাজপুর বোর্ড -২০২২]

(ক) দেখাও যে,  $(x + 2)$ ,  $P(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক। ২

(খ)  $(x - m)$  ও  $(x - n)$  উভয়ই  $P(x)$  এর উৎপাদক হলে প্রমাণ করো যে,  $m^2 + mn + n^2 + 4m + 4n + 1 = 0$ , যেখানে  $m \neq n$ . ৪

(গ)  $\frac{x^3}{P(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$(x + 2)$ ,  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক হবে যদি  $P(-2) = 0$  হয়।

$$\text{এখন, } P(-2) = (-2)^3 + 4(-2)^2 - 2 - 6 = -8 + 16 - 2 - 6 = 16 - 6 = 0$$

$\therefore (x + 2)$ ,  $P(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক (দেখানো হলো)

(খ)  $(x - m)$ ,  $P(x)$  এর উৎপাদক হওয়ায়,  $P(m) = m^3 + 4m^2 + m - 6 = 0$

এবং  $(x - n)$ ,  $P(x)$  এর উৎপাদক হওয়ায়,  $P(n) = n^3 + 4n^2 + n - 6 = 0$

$$\therefore P(m) = P(n)$$

$$\text{বা, } m^3 + 4m^2 + m - 6 = n^3 + 4n^2 + n - 6$$

$$\text{বা, } m^3 - n^3 + 4m^2 - 4n^2 + m - n = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(m^2 + mn + n^2) + 4(m + n)(m - n) + (m - n) = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(m^2 + mn + n^2 + 4m + 4n + 1) = 0$$

$$\therefore m^2 + mn + n^2 + 4m + 4n + 1 = 0 \text{ [} \because m \neq n \text{] (প্রমাণিত)}$$

(গ) এখানে,  $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$= x^3 + 2x^2 + 2x^2 + 4x - 3x - 6$$

$$= x^2(x + 2) + 2x(x + 2) - 3(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x^2 + 2x - 3)$$

$$= (x + 2)(x^2 + 3x - x - 3)$$

$$= (x + 2)(x + 3)(x - 1)$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{x^3}{P(x)} = \frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)} \equiv 1 + \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 1} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয়পক্ষে  $(x + 2)(x + 3)(x - 1)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x^3 \equiv (x + 2)(x + 3)(x - 1) + A(x + 2)(x + 3)(x - 1) + C(x + 2)(x + 3)(x - 1) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং এ  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$(-2)^3 = 0 + A(-2 + 3)(-2 - 1) + 0 + 0$$

$$\text{বা, } -8 = -3A \therefore A = \frac{8}{3}$$

(ii) নং এ  $x = -3$  বসিয়ে পাই,  $(-3)^3 = B(-3 + 2)(-3 - 1)$

$$\text{বা, } -27 = 4B \therefore B = \frac{-27}{4}$$

(ii) নং এ  $x = 1$  বসিয়ে পাই,  $(1)^3 = C(1 + 2)(1 + 3)$

$$\text{বা, } 1 = 12C \therefore C = \frac{1}{12}$$

A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^3}{(x + 2)(x + 3)(x - 1)} = 1 + \frac{8}{3(x + 2)} - \frac{27}{4(x + 3)} + \frac{1}{12(x - 1)}$$

যা নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

১৬.  $P(x) = 4x^3 - 4Cx^2 - \frac{C}{3}x + C$ ,  $x$  এর একটি বহুপদী ফাংশন এবং C একটি ধ্রুবক।

[চট্টগ্রাম বোর্ড -২০২২]

(ক)  $f(x) = 4x^3 - 4x^2 - 9x + 9$  ফাংশনের জন্য  $f(-1)$  এবং  $f(2)$  কত? ২

(খ) C এর মান কত হলে  $P(x)$ ,  $(2x - 1)$  দ্বারা বিভাজ্য হবে? ৪

(গ)  $C = 3$  এর ক্ষেত্রে  $\frac{P(1)}{P(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

#### ১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $f(x) = 4x^3 - 4x^2 - 9x + 9$

$$\therefore f(-1) = 4(-1)^3 - 4(-1)^2 - 9(-1) + 9$$

$$= -4 - 4 + 9 + 9 = 10 \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore f(2) = 4.2^3 - 4.2^2 - 9.2 + 9$$

$$= 4.8 - 4.4 - 18 + 9$$

$$= 32 - 16 - 9 = 7 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $P(x) = 4x^3 - 4Cx^2 - \frac{C}{3}x + C$

$$P(x), (2x - 1) \text{ দ্বারা বিভাজ্য হলে } P\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ হবে।}$$

$$\text{এখন, } P\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4C\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{C}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + C$$

$$\text{বা, } 0 = 4 \cdot \frac{1}{8} - 4C \cdot \frac{1}{4} - \frac{C}{6} + C \text{ বা, } 0 = \frac{1}{2} - C - \frac{C}{6} + C$$

$$\text{বা, } 0 = \frac{1}{2} - \frac{C}{6} \text{ বা, } \frac{C}{6} = \frac{1}{2} \text{ বা, } C = 6 \times \frac{1}{2} \therefore C = 3$$

অর্থাৎ,  $C = 3$  হলে,  $P(x)$ ,  $(2x - 1)$  দ্বারা বিভাজ্য হবে। (Ans.)

$$C = 3 \text{ হলে, } P(x) = 4x^3 - 4.3x^2 - \frac{3}{3}x + 3$$

$$\therefore P(x) = 4x^3 - 12x^2 - x + 3$$

$$= 4x^3 - 2x^2 - 10x^2 + 5x - 6x + 3$$

$$= 2x^2(2x - 1) - 5x(2x - 1) - 3(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)(2x^2 - 5x - 3)$$

$$= (2x - 1)(2x^2 - 6x + x - 3)$$

$$= (2x - 1)\{2x(x - 3) + 1(x - 3)\}$$

$$= (2x - 1)(2x + 1)(x - 3)$$

$\therefore P(x)$  এর অন্যান্য উৎপাদকগুলো  $(2x + 1)$  এবং  $(x - 3)$  (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে,  $P(x) = 4x^3 - 4Cx^2 - \frac{C}{3}x + C$

$$C = 3 \text{ এর ক্ষেত্রে, } P(x) = 4x^3 - 12x^2 - x + 3$$

$$= (2x - 1)(2x + 1)(x - 3) \text{ [ 'খ' হতে]}$$

$$\therefore P(1) = 4.1^3 - 12.1^2 - 1 + 3 = -6$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি: } \frac{P(1)}{P(x)} = \frac{-6}{4x^3 - 12x^2 - x + 3}$$

$$= \frac{-6}{(2x - 1)(2x + 1)(x - 3)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{-6}{(2x - 1)(2x + 1)(x - 3)} \equiv \frac{A}{2x - 1} + \frac{B}{2x + 1} + \frac{C}{x - 3} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{বা, } -6 \equiv A(2x + 1)(x - 3) + B(2x - 1)(x - 3) + C(2x - 1)(2x + 1) \dots \dots \dots (ii)$$

$x = \frac{1}{2}$  হলে (ii) নং হতে পাই,

$$-6 = A\left(2 \cdot \frac{1}{2} + 1\right)\left(\frac{1}{2} - 3\right) + B.0 + C.0$$

$$\text{বা, } -6 = A.2\left(\frac{-5}{2}\right) \therefore A = \frac{6}{5}$$

$x = -\frac{1}{2}$  হলে (ii) নং হতে পাই,

$$-6 = A.0 + B\left\{2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right\}\left(-\frac{1}{2} - 3\right) + C.0$$

$$\text{বা, } -6 = B(-2)\left(\frac{-7}{2}\right) \therefore B = \frac{-6}{7}$$

$x = 3$  হলে (ii) নং হতে পাই,

$$-6 = A.0 + B.0 + C(2.3 - 1)(2.3 + 1)$$

$$\text{বা, } -6 = C.5.7 \therefore C = \frac{-6}{35}$$

A, B ও C এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{-6}{(2x-1)(2x+1)(x-3)} \equiv \frac{\frac{6}{5}}{2x-1} + \frac{\frac{-6}{7}}{2x+1} + \frac{\frac{-6}{35}}{x-3}$$

$$\therefore \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{6}{5(2x-1)} - \frac{6}{7(2x+1)} - \frac{6}{35(x-3)} \quad (\text{Ans.})$$

$$19. P(x) = 2x^3 + x^2 - 18x + 10a$$

$$Q(y) = y^3 + 1$$

[সিলেট বোর্ড - ২০২২]

$$(ক) 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 \text{ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।} \quad 2$$

$$(খ) P(x) \text{ এর একটি উৎপাদক } (2x+1) \text{ হলে, } a \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad 8$$

$$(গ) \frac{2y}{Q(y)} \text{ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।} \quad 8$$

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

$$(ক) 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$$

$$= 2x^3 - 4x^2 + 7x^2 - 14x + 3x - 6$$

$$= 2x^2(x-2) + 7x(x-2) + 3(x-2)$$

$$= (x-2)(2x^2 + 7x + 3)$$

$$= (x-2)(2x^2 + 6x + x + 3)$$

$$= (x-2)\{2x(x+3) + 1(x+3)\}$$

$$= (x-2)(x+3)(2x+1) \quad (\text{Ans.})$$

$$(খ) P(x) = 2x^3 + x^2 - 18x + 10a$$

$$\text{যেহেতু } (2x+1), P(x) \text{ এর একটি উৎপাদক সুতরাং, } P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{বা, } 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 18\left(-\frac{1}{2}\right) + 10a = 0$$

$$\text{বা, } -\frac{2}{8} + \frac{1}{4} + 9 + 10a = 0$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 9 + 10a = 0$$

$$\text{বা, } 10a = -9 \therefore a = -\frac{9}{10} \quad (\text{Ans.})$$

$$(গ) Q(y) = y^3 + 1$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{2y}{Q(y)} = \frac{2y}{y^3+1} = \frac{2y}{(y+1)(y^2-y+1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{2y}{(y+1)(y^2-y+1)} = \frac{A}{y+1} + \frac{By+C}{y^2-y+1} \dots\dots\dots(i)$$

$$(i) \text{ নং এর উভয়পক্ষকে } (y+1)(y^2-y+1) \text{ দ্বারা গুণ করে পাই,}$$

$$2y \equiv A(y^2-y+1) + (By+C)(y+1) \dots\dots\dots(ii)$$

$$(ii) \text{ নং এর } y = -1 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$2(-1) = A\{(-1)^2 - (-1) + 1\} + \{B(-1) + C\}(-1+1)$$

$$\text{বা, } -2 = A(1+1+1) + 0 \text{ বা, } A = -\frac{2}{3}$$

$$(ii) \text{ নং এর } y^2 \text{ ও } y \text{ এর সহগ সমীকৃত করে পাই,}$$

$$A+B=0 \text{ বা, } -\frac{2}{3}+B=0 \therefore B=\frac{2}{3}$$

$$\text{এবং } (-A+B+C)=2$$

$$\text{বা, } -\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} + C = 2$$

$$\text{বা, } \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + C = 2 \text{ বা, } C = 2 - \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } C = \frac{6-2-2}{3} \therefore C = \frac{2}{3}$$

$$(i) \text{ নং এ } A, B \text{ ও } C \text{ এর মান বসিয়ে পাই,}$$

$$\frac{2y}{(y+1)(y^2-y+1)} = \frac{-\frac{2}{3}}{y+1} + \frac{\frac{2}{3}y+\frac{2}{3}}{y^2-y+1} = \frac{2}{3}\left(\frac{y+1}{y^2-y+1} + \frac{1}{y+1}\right)$$

$$\therefore \frac{2y}{Q(y)} = \frac{2}{3}\left(\frac{y+1}{y^2-y+1} + \frac{1}{y+1}\right), \text{ যা নির্ণয়ে আংশিক ভগ্নাংশ।} \quad (\text{Ans.})$$

$$18. M(r, s, t) = r^3 + s^3 + t^3 \text{ এবং } N(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

[রাজশাহী বোর্ড - ২০২০]

$$(ক) N(-2) \text{ নির্ণয় কর।} \quad 2$$

$$(খ) M(r, s, t) = 3rst \text{ হলে, প্রমাণ কর যে, } r+s+t=0 \text{ অথবা, } r=s=t. \quad 8$$

$$(গ) \frac{x^3+5}{N(x)} \text{ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।} \quad 8$$

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

$$(ক) \text{ দেওয়া আছে,}$$

$$N(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\therefore N(-2) = (-2)^3 + 2(-2)^2 - (-2) - 2$$

$$= -8 + 8 + 2 - 2 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

$$(খ) \text{ দেওয়া আছে, } Q = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \text{ এবং } Q = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\text{বা, } (x+y)^3 - 3xyz(x+y) + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\text{বা, } (x+y)^3 + z^3 - 3xyz(x+y+z) = 0$$

$$\text{বা, } (x+y+z)^3 - 3(x+y).z(x+y+z) - 3xy(x+y+z) = 0$$

$$\text{বা, } (x+y+z)\{(x+y+z)^2 - 3z(x+y) - 3xy\} = 0$$

$$\text{বা, } (x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx-3zx-3yz-3xy) = 0$$

$$\text{বা, } (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(x+y+z)(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(x+y+z)(x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2) = 0$$

$$\therefore (x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\} = 0$$

$$\text{হয়, } x+y+z=0$$

$$\text{অথবা, } (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

আমরা জানি, কতগুলো রামির বর্ণের সমষ্টি শূন্য হলে, রাশিগুলোর মানও পৃথক পৃথকভাবে শূন্য হবে।

$$\begin{array}{l|l|l} x-y=0 & y-z=0 & z-x=0 \\ \hline \therefore x=y \dots(i) & \therefore y=z \dots(ii) & \therefore z=x \dots(iii) \end{array}$$

$$(i), (ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং হতে পাই, } x=y=z$$

$$\text{সুতরাং, } x+y+z=0 \text{ অথবা, } x=y=z \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$(গ) \text{ দেওয়া আছে,}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x^3+5}{N(x)} = \frac{x^3+5}{x^3+2x^2-x-2}$$

$$= 1 - \frac{x^3+2x^2-x-2-2x^2+x+2+5}{x^3+2x^2-x-2}$$

$$= 1 - \frac{x^3+2x^2-x-2-(2x^2+x+7)}{x^3+2x^2-x-2}$$

$$= 1 - \frac{2x^2-x-7}{x^3+2x^2-x-2}$$

$$= 1 - \frac{2x^2-x-7}{x^3+x^2+x^2+x-2x-2}$$

$$= 1 - \frac{2x^2-x-7}{x^2(x+1)+x(x+1)-2(x+1)}$$

$$= 1 - \frac{2x^2-x-7}{(x+1)(x^2+x-2)}$$

$$= 1 - \frac{2x^2-x-7}{(x+1)(x+2)(x-1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{2x^2-x-7}{(x+1)(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-1} \dots\dots\dots(i)$$

$$(i) \text{ এর উভয়পক্ষকে } (x+1)(x+2)(x-1) \text{ দ্বারা গুণ করে পাই,}$$

$$2x^2-x-7 \equiv A(x+2)(x-1) + B(x+1)(x-1) + C(x+1)(x+2) \dots\dots\dots(ii)$$

$$(ii) \text{ নং এ } x=1 \text{ বসিয়ে পাই, } 2.1^2-1-7=C(1+1)(1+2)$$

$$\text{বা, } 2-8=6.C \therefore C=-1$$

$$(ii) \text{ নং এ } x=-1 \text{ বসিয়ে পাই, } 2+1-7=-2A$$

$$\text{বা, } -4=-2A \therefore A=2$$

$$(ii) \text{ নং এ } x=-2 \text{ বসিয়ে পাই, } 2.4+2-7=3B$$

$$\text{বা, } 3=3B \therefore B=1$$

$$A, B, C \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$\frac{2x^2-x-7}{(x+1)(x+2)(x-1)} = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-1}$$

$$\therefore \text{ নির্ণয় ভগ্নাংশ,}$$

$$\frac{x^3+5}{N(x)} = 1 - \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} \quad (\text{Ans.})$$

$$19. (i) Q(x) = \frac{4x^3}{x^3-8} \quad (ii) P(y) = y^3 + 2y^2 - 5y - 6.$$

[দিনাজপুর বোর্ড - ২০২০]

$$(ক) 4-x^2=0 \text{ সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর।} \quad 2$$

$$(খ) P(y) \text{ কে } 3y+m \text{ এবং } 3y+n \text{ দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে, যেখানে } m \neq n \text{ তবে দেখাও যে, } m^2+mn+n^2-6m-6n-45=0 \quad 8$$



(গ)  $Q(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

8

## ১৯ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক)  $4 - x^2 = 0$  সমীকরণটিকে  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,  $a = -1$ ,  $b = 0$ ,  $c = 4$  $\therefore$  নিশ্চায়ক  $b^2 - 4ac = 0^2 - 4(-1) \cdot 4 = 16$  (Ans.)(খ) দেওয়া আছে,  $p(y) = y^3 + 2y^2 - 5y - 6$ এখন  $P(y)$  কে  $(3y + m)$  বা,  $3\left(y + \frac{m}{3}\right)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ  $P\left(-\frac{m}{3}\right)$  হবে।

$$\therefore P\left(-\frac{m}{3}\right) = \left(-\frac{m}{3}\right)^3 + 2\left(-\frac{m}{3}\right)^2 - 5\left(-\frac{m}{3}\right) - 6$$

$$= -\frac{m^3}{27} + \frac{2}{9}m^2 + \frac{5m}{3} - 6 = \frac{-m^3 + 6m^2 + 45m - 162}{27}$$

$$\text{তদ্রূপ, } P\left(-\frac{n}{3}\right) = \frac{-n^3 + 6n^2 + 45n - 162}{27}$$

$$\text{শর্তমতে, } P\left(-\frac{m}{3}\right) = P\left(-\frac{n}{3}\right)$$

$$\text{বা, } \frac{-m^3 + 6m^2 + 45m - 162}{27} = \frac{-n^3 + 6n^2 + 45n - 162}{27}$$

$$\text{বা, } -m^3 + 6m^2 + 45m - 162 = -n^3 + 6n^2 + 45n - 162$$

$$\text{বা, } m^3 - n^3 - 6m^2 + 6n^2 - 45m + 45n = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(m^2 + mn + n^2) - 6(m^2 - n^2) - 45(m - n) = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)\{m^2 + mn + n^2 - 6(m + n) - 45\} = 0$$

$$\text{বা, } m^2 + mn + n^2 - 6m - 6n - 45 = 0 \quad [\because m \neq n, \therefore m - n \neq 0]$$

$$\therefore m^2 + mn + n^2 - 6m - 6n - 45 = 0 \quad (\text{দেখানো হল})$$

(গ) দেওয়া আছে,  $Q(x) = \frac{4x^3}{x^3 - 8} = \frac{4(x^3 - 8) + 32}{x^3 - 8}$ 

$$= 4 + \frac{32}{x^3 - 8} = 4 + \frac{32}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{32}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} \equiv \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 2x + 4}$$

$$\text{বা, } 32 \equiv A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + C)(x - 2) \dots \dots \dots (i)$$

$$(i) \text{ এর উভয়পক্ষে } x = 2 \text{ বসিয়ে পাই, } 32 = A(2^2 + 2 \times 2 + 4)$$

$$\text{বা, } 32 = 12A$$

$$\text{বা, } A = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$$

$$(i) \text{ এর উভয়পক্ষে প্রবপদের সমতা করে পাই, } 32 = 4A - 2C$$

$$\text{বা, } 2C = 4 \times \frac{8}{3} - 32 = -\frac{64}{3} \therefore C = -\frac{32}{3}$$

$$(i) \text{ এর উভয়পক্ষে } x^2 \text{ এর সহগ সমতা করে পাই, } 0 = A + B$$

$$\text{বা, } B = -A = -\frac{8}{3}$$

$$\therefore \frac{32}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} \equiv \frac{8}{3(x - 2)} + \frac{-\frac{8}{3}x - \frac{32}{3}}{x^2 + 2x + 4}$$

$$\therefore Q(x) = 4 + \frac{8}{3(x - 2)} - \frac{8(x + 4)}{3(x^2 + 2x + 4)} \quad (\text{Ans.})$$

২০.  $p(y) = (y^2 + 3)(y^2 - 1)$ 

[কুমিল্লা বোর্ড - ২০২০]

(ক) দেখাও যে,  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 6x - 3$  এর একটি উৎপাদক  $(2x + 1)$ .(খ)  $p(y)$  কে  $(y - a)$  এবং  $(y - b)$  দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে, যেখানে  $a \neq b$ , তবে দেখাও যে,  $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 + 2a + 2b = 0$ .(গ)  $\frac{y^3}{p(y)}$  আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

## ২০ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $p(y) = (y^2 + 3)(y^2 - 1)$ 

$$\therefore p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(-\frac{1}{2}\right) - 3$$

$$= -2 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 3 - 3 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 = 0$$

$$\therefore x = -\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ বা, } \left(x + \frac{1}{2}\right) \text{ বা, } (2x + 1), p(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

(দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,  $p(y) = (y^2 + 3)(y^2 - 1) = y^4 - y^2 + 3y^2 - 3$ 

$$= y^4 + 2y^2 - 3$$

 $p(y)$  কে  $(y - a)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $p(a) = a^4 + 2a^2 - 3$   
 $p(y)$  কে  $(y - b)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $p(b) = b^4 + 2b^2 - 3$   
শর্তানুসারে,  $p(a) = p(b)$ 

$$\text{বা, } a^4 + 2a^2 - 3 = b^4 + 2b^2 - 3$$

$$\text{বা, } a^4 - b^4 + 2a^2 - 2b^2 = 0$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) + 2(a^2 - b^2) = 0$$

$$\text{বা, } (a + b)(a - b)(a^2 + b^2 + 2) = 0$$

$$\text{বা, } (a + b)(a^2 + b^2 + 2) = 0 \quad [a \neq b \text{ হওয়ায় } (a - b) \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 + 2a + 2b = 0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

(গ) দেওয়া আছে,  $p(y) = (y^2 + 3)(y^2 - 1) = (y^2 + 3)(y + 1)(y - 1)$ 

$$\text{ধরি, } \frac{y^3}{p(y)} \equiv \frac{y^3}{(y^2 + 3)(y + 1)(y - 1)} \equiv \frac{A}{y + 1} + \frac{B}{y - 1} + \frac{Cy + D}{y^2 + 3} \dots \dots (i)$$

$$(i) \text{ এর উভয়পক্ষে } (y^2 + 3)(y + 1)(y - 1) \text{ দ্বারা গুণ করে পাই,}$$

$$y^3 \equiv A(y^2 + 3)(y - 1) + B(y^2 + 3)(y + 1) + (Cy + D)(y + 1)(y - 1) \dots \dots (ii)$$

$$(ii) \text{ নং এ } y = 1 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$1^3 = A \cdot 0 + B(1 + 3)(1 - 1) + (Cy + D) \cdot 0$$

$$\text{বা, } 1 = 0 + 8B + 0 \therefore B = \frac{1}{8}$$

$$(ii) \text{ নং এ } y = -1 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$(-1)^3 = A(1 + 3)(-1 - 1) + B \cdot 0 + (Cy + D) \cdot 0$$

$$\text{বা, } -1 = -8A \therefore A = \frac{1}{8}$$

$$(ii) \text{ নং এর উভয়পক্ষে } y^3 \text{ ও } y^2 \text{ এর সহগ সমীকৃত করে পাই,}$$

$$1 = A + B + C \text{ বা, } C = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \therefore C = \frac{3}{4}$$

$$\text{এবং } 0 = -A + B + D \text{ বা, } D = A - B = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$$

$$(i) \text{ নং এ } A, B, C \text{ ও } D \text{ এর মান বসিয়ে পাই,}$$

$$\frac{y^3}{(y^2 + 3)(y + 1)(y - 1)} \equiv \frac{\frac{1}{8}}{y + 1} + \frac{\frac{1}{8}}{y - 1} + \frac{\frac{3}{4}y + 0}{y^2 + 3}$$

$$\equiv \frac{1}{8(y + 1)} + \frac{1}{8(y - 1)} + \frac{3y}{4(y^2 + 3)}$$

ইহাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। (Ans.)

২১.  $P(x) = 18x^3 - 15x^2 - x + 2$ .

[কুমিল্লা বোর্ড ২০১৯]

(ক) দেখাও যে,  $3x + 1$ ,  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক।

২

(খ)  $P(x)$  কে  $(x - m)$  এবং  $(x - n)$  দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে, যেখানে  $m \neq n$ , তবে দেখাও যে,  $18m^2 + 18mn + 18n^2 - 15m - 15n - 1 = 0$ .

৪

(গ)  $\frac{3x - 2}{P(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৪

## ২১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $P(x) = 18x^3 - 15x^2 - x + 2$  (3x + 1),  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক হলে  $P\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$  হবে।

$$\text{এখন, } P\left(-\frac{1}{3}\right) = 18\left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 15\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 2$$

$$= -\frac{18}{27} - \frac{15}{9} + \frac{1}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{3}\right) \text{ বা } (3x + 1), P(x) \text{ এর একটি উৎপাদক। (দেখানো হলো)}$$

(খ)  $P(x)$  কে  $(x - m)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ  $P(m) = 18m^3 - 15m^2 - m + 2$ 

$$(x - n) \text{ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ } P(n) = 18n^3 - 15n^2 - n + 2$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } P(m) = P(n)$$

$$\text{বা, } 18m^3 - 15m^2 - m + 2 = 18n^3 - 15n^2 - n + 2$$

$$\text{বা, } 18m^3 - 15m^2 - m - 18n^3 + 15n^2 + n = 0$$

$$\text{বা, } 18m^3 - 18n^3 - 15m^2 + 15n^2 - m + n = 0$$

$$\text{বা, } 18(m - n)(m^2 + mn + n^2) - 15(m + n)(m - n) - (m - n) = 0$$

$$\text{বা, } (m - n)(18m^2 + 18mn + 18n^2 - 15m - 15n - 1) = 0$$

$$\therefore 18m^2 + 18mn + 18n^2 - 15m - 15n - 1 = 0 \quad [\because m \neq n] \quad (\text{দেখানো হলো})$$

(গ) 'ক' হতে পাই,  $(3x + 1), P(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\therefore P(x) = 18x^3 - 15x^2 - x + 2$$

$$= 18x^3 + 6x^2 - 21x^2 - 7x + 6x + 2$$

$$= 6x^2(3x+1) - 7x(3x+1) + 2(3x+1)$$

$$= (3x+1)(6x^2 - 7x + 2)$$

$$= (3x+1)(6x^2 - 4x - 3x + 2)$$

$$= (3x+1)\{2x(3x-2) - x\}(3x-2)$$

$$= (3x+1)(3x-2)(2x-1)$$

$$\therefore \frac{3x-2}{P(x)} = \frac{3x-2}{(3x+1)(2x-1)}$$

$$= \frac{1}{(3x+1)(2x-1)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{(3x+1)(2x-1)} = \frac{A}{3x+1} + \frac{B}{2x-1}$$

$$\text{বা, } 1 = A(2x-1) + B(3x+1)$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ হলে,}$$

$$1 = A\left(2 \cdot -\frac{1}{3} - 1\right) + 0 \text{ বা, } 1 = -\frac{5}{3}A \text{ বা, } A = -\frac{3}{5}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ হলে, } 1 = 0 + B\left(3 \cdot \frac{1}{2} + 1\right) \text{ বা, } 1 = \frac{5}{2}B \text{ বা, } B = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{3x-2}{P(x)} = -\frac{3}{5(3x+1)} + \frac{2}{5(2x-1)} \text{ (Ans.)}$$