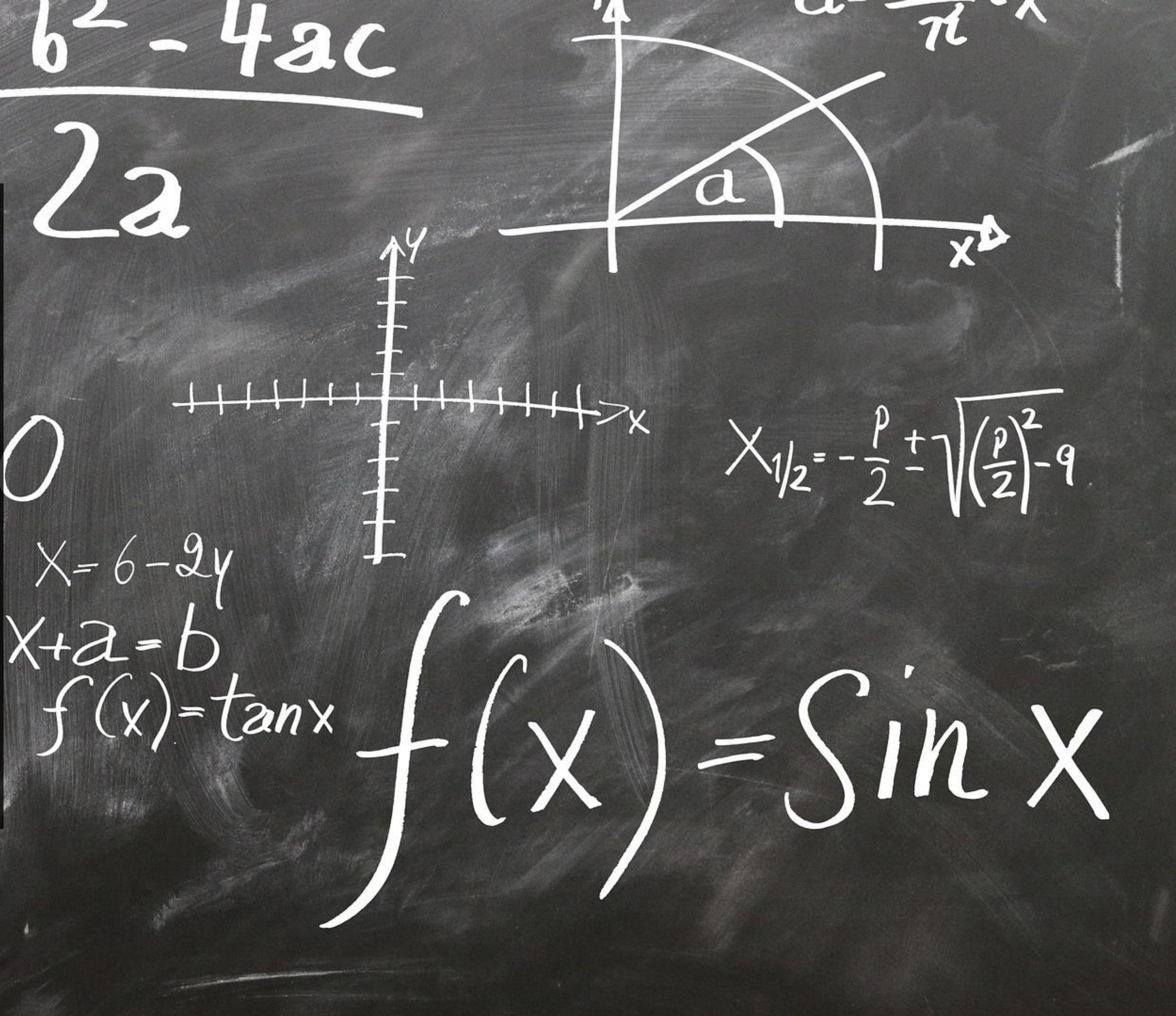
OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS Y NÚMEROS REALES

Técnico en desarrollo de software



OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

El conjunto de los números naturales denotado por una N esta conformado por todos los números desde el cero hasta el infinito, su representación es la siguiente.

$$N = \{0,1,2,3 \dots\}$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Suma de números naturales.

Los elementos con los cuales efectuamos la suma se llaman sumandos y el resultado se llama total o suma.

Propiedad de clausura

$$\text{Si} \quad a \in N \quad y \quad b \in N, \text{entonces} \quad a + b \in N$$

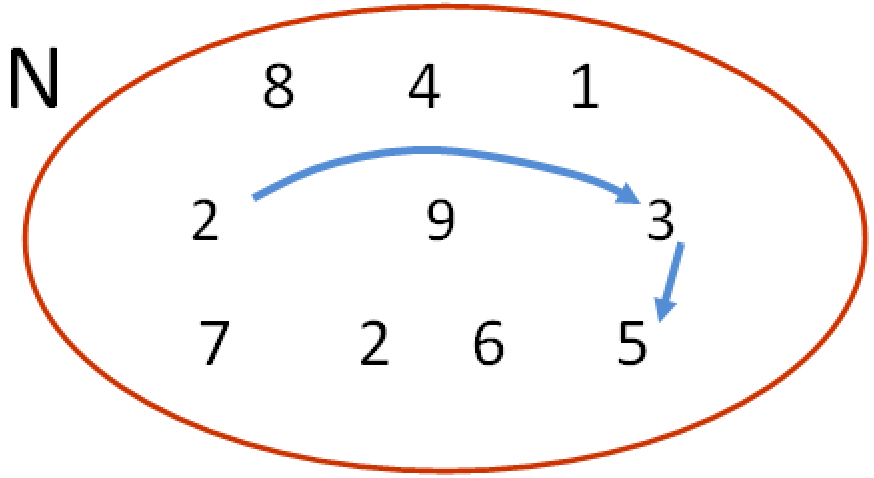
Esto significa que si tomamos dos números naturales y los sumamos, el resultado también es un numero natural

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Ejemplo

$$2 \in N, 3 \in N, \quad 2+3=5 \in N$$

$$8 \in N, 6 \in N, \quad 8+6=14 \in N$$



OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad conmutativa de la suma

$$\text{Si } a \in N, b \in N, \text{ entonces } a + b = b + a$$

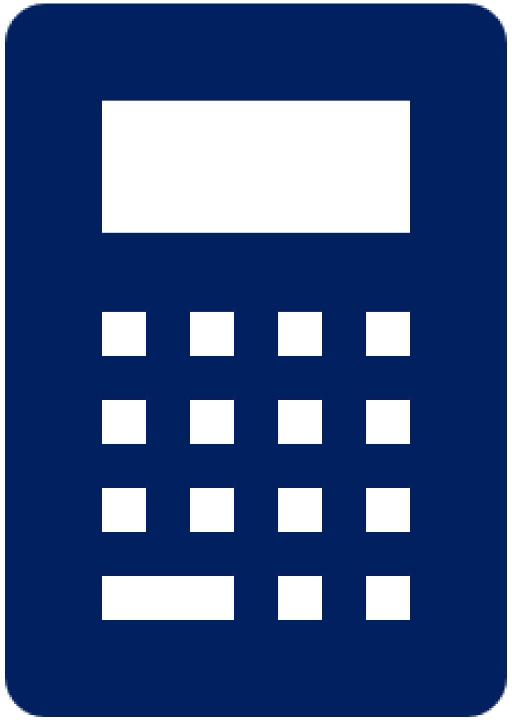
Esta propiedad indica que al efectuar la suma el orden de los sumandos no afecta el total.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Ejemplo:

$$2 + 4 = 4 + 2 = 6$$

$$10+5 = 5+10 = 15$$



OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad Asociativa de la suma

$$\text{Si } a \in N, b \in N, c \in N \text{ entonces } (a+b)+c = a+(b+c)$$

Esto es la forma en que se agrupan los sumandos no altera el total.

Ejemplos:

$$2+(5+6) = (2+5)+6=13$$

$$6+(3+2) = (6+3)+2=11$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Multiplicación en los números naturales

Los elementos con los cuales efectuamos la multiplicación se llaman factores. El resultado de esta operación se llama producto.

El producto de a y b se puede escribir de distintas formas

$$a x b = (a)(b) = a.b = ab$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad de Clausura

$$\text{Si } a \in N, b \in N, \text{ entonces } ab \in N$$

El conjunto de los números naturales esta cerrado bajo la operación multiplicación, esto significa que si multiplicamos dos números naturales, el resultado también es un natural.

Ejemplos

$$\text{Si } 5 \in N, 3 \in N, \text{ entonces } 5(3) = 15 \in N$$

$$\text{Si } 8 \in N, 2 \in N, \text{ entonces } 8(2) = 16 \in N$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad conmutativa

$$\text{Si } a \in N, b \in N, \text{ entonces } ab = ba$$

Esto indica que si multiplicamos dos números naturales el orden de los factores no altera el producto.

Ejemplos

$$2(5)=5(2)=10$$

$$3(8)=8(3)=24$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad asociativa

$$\text{Si } a \in N, b \in N, c \in N, \text{ entonces} \quad a(bc) = (ab)c$$

La forma en que se agrupen los factores no altera el producto

Ejemplos

(3x2)5= 3(2x5)=30

(4x3)10= 4(3x10)=120

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma

$$\text{Si } a \in N, b \in N, c \in N, \text{ entonces} \quad a(b+c) = ab + ac$$

La ley distributiva relaciona las operaciones de la multiplicación y la suma

Ejemplos:

$$3(4+2) = 3(4) + 3(2) = 18$$

$$9(10+7) = 9(10) + 9(7) = 153$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Jerarquía de operadores

Realice la siguiente operación aritmética

$$2+3x4+8x2$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Jerarquía de operadores

Realice la siguiente operación aritmética

$$2+3x4+8x2 =30$$

Cuando aparecen multiplicaciones y suma, las multiplicaciones se efectúan primero a menos que haya un símbolo de agrupación que requiera otra cosa.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Resta en los naturales.

A diferencia de la suma, la resta es una operación que no esta totalmente definida en el conjunto de los números naturales.

Definición:

Dados dos Números Naturales a,b se llama diferencia de a con b y lo denotamos (a-b) a un numero Natural c, tal que

$$a=b+c$$

Siempre y cuando

$$a \geq b$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

$$a - b = \ \ c$$

a es llamado minuendo, b es llamado sustraendo y c es llamado diferencia o resta.

Ejemplos:

5-2=

5=2+3 observe que 5>2; entonces 5-2=3

4-3=

4=3+1 observe que 4>3; entonces 4-3=1

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

División con o sin residuo

Dados dos números naturales a,b llamamos cociente de a entre b y lo denotamos

$$a \div b \qquad (b \neq 0)$$

a un numero natural c, tal que a=bxc

a es llamado dividendo, b es llamado divisor y c es llamado cociente.

Para que el cociente sea un numero natural, el dividendo debe contener al divisor un numero exacto de veces. Al no darse esta situación, entonces con una división con residuo.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Ejemplos

9/3 =3 porque 3x3=9

8/2= 4 porque 4x2= 8

8/3= 2 y residuo 2 porque 2x3= 6 , 6+2=8

10/6 = 1 y residuo cuatro porque 6x1 = 6, 6+4=10

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Existencia del elemento neutro

Para la operación adición, en el conjunto de los Números Naturales, existe un Natural llamado elemento neutro aditivo y representado por el 0

$$a+0=0+a = a, \text{ para cualquier } a \in N$$

Este elemento se caracteriza porque al adicionarlo por la derecha o por la izquierda con cualquier numero natural, deja a este inalterable.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

¿Pero que pasa si queremos restar?

$8-10=?$

o queremos multiplicar

$8(-3)=?$

Estas operaciones ya no están definidas en el conjunto de los números Naturales, pues -10 y -3 son números que pertenecen a otro conjunto, el conjunto de los números Enteros.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

El conjunto de los números enteros denotado por una Z comprende a los naturales y a los enteros negativos

$$Z = \{-\infty, \ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots \infty\}$$

El conjunto de los números racionales denotado por una Q incluyen a los enteros y a las fracciones de enteros así entonces $\frac{a}{b}$ es una fracción y un número racional el cual se puede representar mediante un entero y un decimal finito o infinito pero periódico.

3.10

2.3333333333

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

y el numero π? = 3,14159265358

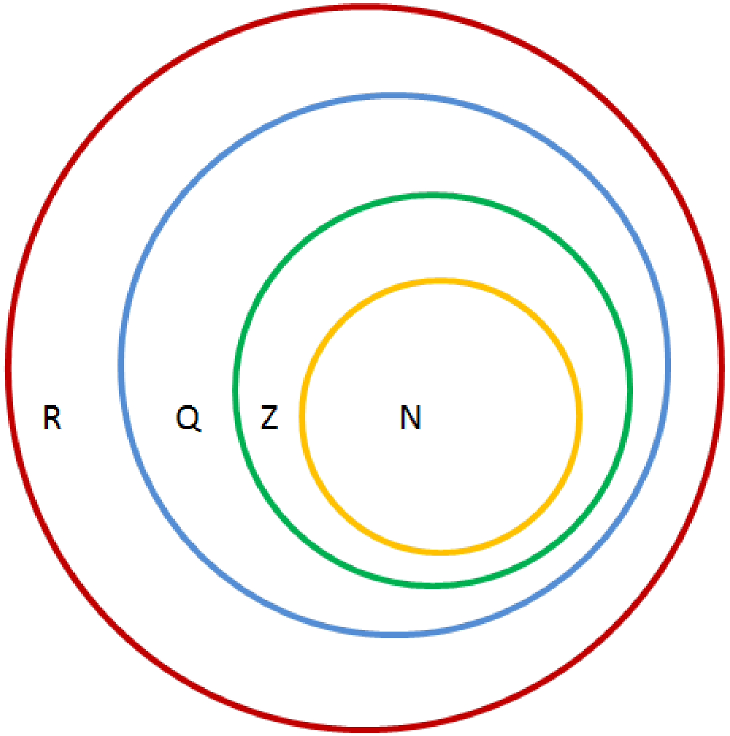
Este pertenece al conjunto de llamados números irracionales, los cuales son decimales infinitos que no tienen periodicidad.

El conjunto de los números Reales contiene al conjunto de numero Naturales, Enteros, Racionales e Irracionales.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto de los números reales



OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto de los números reales

Realizar la siguiente operación aritmética

$$-8 + 2 =$$

observamos que 8 es mayor que 2 y que ambos números tienen signos contrarios por lo tanto los restamos y el signo de la resta corresponderá al numero mayor

$$-8+2=-6$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Los signos en operaciones aritméticas se pueden resumir así

Si se suman dos cantidades con igual signo, se suman las cantidades y se conserva el signo de ambos.

Si se suman dos cantidades con diferente signo, se restan las cantidades y se coloca el signo del numero mayor

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto de los números reales

Realizar la siguiente multiplicación

$$(2)(-3)$$

Observamos que los factores son de signos contrarios por lo tanto multiplicamos 2 positivo por 3 negativo

El resultado es menos 6

$$(2)(-3) = -6$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto de los números reales

Realizar la siguiente operación aritmética

$$(-4)(-8) = 32$$

como los dos números son negativos, al multiplicarlos el producto es positivo

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

El producto de un Real negativo y un Real positivo es un Real negativo

El producto de un Real positivo y un Real negativo es un Real negativo

El producto de un Real negativo y un Real negativo es un Real positivo

El producto de una Real positivo y un Real positivo es un Real positivo

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

MUY IMPORTANTE, se están multiplicando números negativos y positivos. Lamentablemente en Guatemala se ha enseñado durante muchos años que los signos se multiplican cosa que es totalmente errónea, usted puede multiplicar números mas es imposible multiplicar signos.

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Realizar la siguiente operación

$$[(2+5)3+2(-10)]+[(-4+2)+(5)(-2)]$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Realizar la siguiente operación

$$[(2+5)3+2(-10)]+[(-4+2)+(5)(-2)]$$
$$[(7)3-20]+[(-2)-10]$$
$$[21-20]+[-12]$$
$$[1]+[-12]$$
$$-11$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Suma de fracciones igual denominador

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$$

Cuando sumamos (o resta) fracciones de igual denominador se copia el denominador común y se suman los numeradores

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Suma de fracciones diferente denominador

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{5}-\frac{8}{3}$$

Primero encontramos un denominador común

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

Común denominador

2x2x3x5=60

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Suma de fracciones diferente denominador

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{5}-\frac{8}{3}=\frac{15(2)+12(3)-20(8)}{60}$$

El común denominador se divide dentro de los denominadores de cada una de las fracciones y luego se multiplica por el numerador de la fracción

60/4= 15 60/5= 12 60/3=20

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Suma de fracciones diferente denominador

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{5}-\frac{8}{3}=\frac{15(2)+12(3)-20(8)}{60}$$

$$\frac{2}{4}+\frac{3}{5}-\frac{8}{3}=\frac{15(2)+12(3)-20(8)}{60}=\frac{30+36-160}{60}=\frac{-94}{60}=\frac{-47}{30}$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Multiplicación y división de fracciones.

A diferencia de la suma en la multiplicación y división de fracciones no es necesario que estas tengan denominadores comunes.

En la multiplicación se multiplican numerador con numerados y denominador con denominador.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ejemplo

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$$

OPERACIONES EN CONJUNTOS NUMÉRICOS

Multiplicación y división de fracciones.

En la división se realiza una "multiplicación cruzada" puesto que se multiplica el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda y este es el resultado del numerador, luego se multiplica el denominador de la primera fracción con el numerador de la segunda para obtener el denominador.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

ejemplo

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{4} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

ACTIVIDADES DE LA SEMANA

VIDEO DE LA SESIÓN

REVISAR DOCUMENTO DE APOYO

TAREA

VIDEOCONFERENCIA

FOROS