



# LÓGICA Y CALCULO PROPOSICIONAL

---

Técnico en desarrollo de software



# LÓGICA

Lógica es el estudio del razonamiento; se refiere específicamente a si el razonamiento es correcto. La lógica se centra en la relación entre las afirmaciones y no en el contenido de una afirmación en particular. Considere, por ejemplo, el siguiente argumento:

- Todos los guatemaltecos usan sandalias
- Cualquiera que use sandalias esta casado
- Por lo tanto, todos los guatemaltecos están casados



# LÓGICA

En el sentido técnico la lógica no ayuda a determinar si alguna de las afirmaciones es cierta, pero si las dos primeras son ciertas entonces la tercera lo es.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Llamaremos proposición a toda expresión que su significado puede ser verdadero o falso.

Todo Guatemalteco es Centroamericano

(Esta proposición es cierta siempre)

Todo Guatemalteco ha ido a la Luna

(Esta proposición es falsa siempre)

El estudiante “x” de la Universidad mide 1.85 m.

(Esta proposición es verdadera para algunos estudiantes “x” y es falsa para otros)

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

*Determine si cada oración en los ejercicios 1 a 6 es una proposición.*

*Si la oración es una proposición, escriba su negación. (No se piden los valores de verdad de las oraciones que son proposiciones).*

- 1.  $2 + 5 = 19$ .**
- 2. Mesero, ¿serviría las nueces, quiero decir, serviría las nueces a los invitados?**
- 3. Para algunos Guatemaltecos el lunes es el peor día de la semana.**
- 4. *Tecún Umán fue un intrépido navegante español***
- 5. Imprime la primera hoja**
- 6. “Nadaremos, nadaremos en el mar, el mar, el mar” es una oración de la película animada Nemo**

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Proposición simple o atómica:

Es aquella proposición que no contiene conectivos lógicos ejemplo:

1. p.
2. q.
3. r.
4. s.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Conectivos lógicos o proposicionales. Estos son los símbolos que se utilizan para conectar proposiciones

CONECTIVO	SIMBOLO	SIGNIFICADO
Disyuncion	$\vee$	o
Conjuncion	$\wedge$	y
Implicacion	$\Rightarrow$	entonces
Doble implicacion	$\Leftrightarrow$	si y solo si

Además para toda proposición se tiene

Negación, no es cierto que, en símbolo  $\neg$

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Proposición compuesta: Estas son proposiciones simples o atómicas que están afectadas por conectivos lógicos,

Ejemplo:

1.  $p \Leftrightarrow q$

2.  $r \wedge s$

3.  $t \Rightarrow u$

4.  $q \vee r$



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Ejemplo 1:

Sean las proposiciones

p: El cine esta abierto

q: La película es un estreno

las proposiciones compuestas formadas con los conectivos lógicos son:



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

1.  $p \wedge q$  : El cine esta abierto y la pelicula es un estreno
2.  $p \vee q$  : El cine esta abierto o la pelicula es un estreno
3.  $q \Rightarrow q$  : Si el cine esta abierto, entonces la pelicula es un estreno
4.  $p \Leftrightarrow q$  : El cine esta abierto, si y solo si, la pelicula es un estreno
5.  $\neg p$  : El cine no esta abierto
6.  $\neg q$  : La pelicula no es un estreno

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

## Ejemplo 2:

$p$ : está lloviendo,

$q$ : me estoy mojando,

entonces la conjunción de  $p$  ,  $q$  es:

$p \wedge q$ : Está lloviendo y me estoy mojando.

La disyunción de  $p$  , $q$  es:

$p \vee q$ : Está lloviendo o me estoy mojando.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

El valor de verdad de la conjunción  $p \wedge q$  está determinado por los valores verdaderos de  $p$  &  $q$ , la definición se basa en la interpretación usual de “y”.

**Considere la proposición**

$p \wedge q$ : Está lloviendo y me estoy mojando

Si está lloviendo (es decir,  $p$  es verdadera) y también me estoy mojando (es decir,  $q$  también es verdadera), entonces la proposición

$p \wedge q$ : Está lloviendo y me estoy mojando  
se consideraría verdadera.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Sin embargo, si no está lloviendo (esto es,  $p$  es falsa) o si no me estoy mojando ( $q$  es falsa) o ambas, entonces la proposición

$p \wedge q$ : Está lloviendo y me estoy mojando  
se consideraría falsa.



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Ahora consideremos la disyunción  $p, q$

$p \vee q$ : Está lloviendo o me estoy mojando.

El valor de verdad de la disyunción  $p \vee q$  está determinado por los valores verdaderos de  $p$  o  $q$

¿Cuándo sería verdadera la proposición?

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

la definición se basa en la interpretación usual de “o”.

**Considere la proposición**

$p \vee q$ : Está lloviendo o me estoy mojando

Se consideraría verdadera si

Esta lloviendo o me estoy mojando

Esta lloviendo o no me estoy mojando

No esta lloviendo o me estoy mojando

En cualquiera de las tres cumple una de las dos condiciones.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Sin embargo, si no está lloviendo (esto es,  $p$  es falsa) o si no me estoy mojando ( $q$  es falsa)

$p \vee q$ : No está lloviendo o no me estoy mojando

se consideraría falsa.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

$p \rightarrow q$ : Está lloviendo entonces me estoy mojando.

El valor de verdad de la implicación  $p \rightarrow q$  está determinado por los valores verdaderos de  $p$  o  $q$

¿Cuándo sería verdadera la proposición?

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

la definición se basa en la interpretación usual de “entonces”.

**Considere la proposición**

$p \rightarrow q$ : Está lloviendo entonces me estoy mojando

Se consideraría verdadera si

Esta lloviendo entonces me estoy mojando

No esta lloviendo entonces me estoy mojando

No esta lloviendo entonces no me estoy mojando



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Sin embargo, si está lloviendo (esto es,  $p$  es verdadera) y no me estoy mojando ( $q$  es falsa)

Está lloviendo entonces no me estoy mojando  
se consideraría falsa.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

$p \leftrightarrow q$ : Está lloviendo si y solo si me estoy mojando.

El valor de verdad de la implicación  $p \leftrightarrow q$  está determinado por los valores verdaderos de  $p$  o  $q$

¿Cuándo sería verdadera la proposición?

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

la definición se basa en la interpretación usual de “si y solo si”.

**Considere la proposición**

$p \leftrightarrow q$ : Está lloviendo si y solo si me estoy mojando

Se consideraría verdadera si

Esta lloviendo si y solo si me estoy mojando

No esta lloviendo si y solo si no me estoy mojando

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Está lloviendo si y solo si no me estoy mojando  
se consideraría falsa.

No esta lloviendo si y solo si, me estoy mojando  
se consideraría falsa.

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

Practiquemos.

Sean las proposiciones

**p: Estudio todos los días**

**q: aprobar el curso**

Evalué las proposiciones compuestas

Conjunción

Disyunción

Implicación y

Doble implicación



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

## Conjunción

**p: Estudio todos los días**

**q: Aprobar el curso**

$p \wedge q$ : Estudio todos los días y apruebo el curso

**Es verdadera para el caso en el cual ambas sean verdaderas,  
en caso contrario es falsa.**

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

## Disyunción

**p: Estudio todos los días**

**q: Aprobar el curso**

$p \vee q$ : Estudio todos los días o apruebo el curso

**Es falsa para el caso en el cual ambas sean falsas, en caso contrario es verdadera.**

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

## **Implicación**

**p: Estudio todos los días**

**q: Aprobar el curso**

**$p \rightarrow q$ : Estudio todos los días entonces apruebo el curso**

**Es falsa para el caso en el cual la primera proposición sea verdadera y la segunda falsa, en caso contrario es verdadera**

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Doble Implicación o equivalencia.**

**p: Estudio todos los días**

**q: Aprobar el curso**

**$p \leftrightarrow q$ : Estudio todos los días si y solo si apruebo el curso**

**Es verdadera en el caso ambas sean verdaderas o ambas sean falsas, en caso contrario es falsa**

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad:** Una tabla de verdad muestra las posibles combinaciones de las proposiciones simples o compuestas. Para saber el numero de filas que se van a evaluar utilizamos la siguiente formula

$$2^n$$

Donde n es el numero de proposiciones que se relacionarán.



# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

## Tablas de Verdad:

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad: Así para la proposición compuesta por  $p, q$  tenemos que el numero de filas es**

$$2^2 = 4$$

V= verdadero F= falso

$p$	$q$
V	V
V	F
F	V
F	F

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad:**

**Conjunción**

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad:**

**Disyunción**

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad:**

**Implicación**

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# ELEMENTOS DEL CALCULO PROPOSICIONAL

**Tablas de Verdad:**

**Doble Implicación**

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V