ALGEBRA BOOLEANA

Técnico en desarrollo de software

ALGEBRA BOOLEANA

El algebra booleana o algebra de Boole es una estructura matemática utilizada en las ciencias de la computación y electrónica que sirve para esquematizar operaciones lógicas.

ALGEBRA BOOLEANA

Expresiones Booleanas:

Minitérmino: Es un producto booleano en la que cada variable aparece sólo una vez; es decir, es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos AND y NOT. P. ejem.

ABC

AB'C.

ALGEBRA BOOLEANA

Expresiones Booleanas:

Maxitérmino: Es una expresión lógica que se compone de variables y los operadores lógicos OR y NOT. P. ejem.

$$A+B'+C$$

$$A'+B+C.$$

ALGEBRA BOOLEANA

Expresiones Booleanas:

En álgebra booleana, se conoce como forma canónica de una expresión, a todo producto o suma en la cual aparecen todas sus variables en su forma directa o inversa.

Una expresión lógica puede expresarse en forma canónica usando minitérminos o maxitérminos.

ALGEBRA BOOLEANA

Expresiones Booleanas:

A	B	C	f(A,B,C)
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

La salida del circuito que tiene por entrada tres variables se puede escribir de la siguiente forma

$$f(A,B,C)= ABC+AB'C'+A'B'C$$

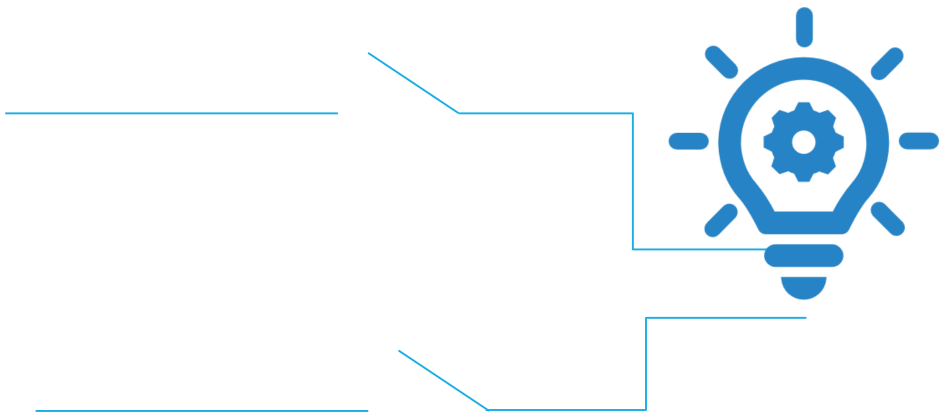
DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejemplo: Un bombillo es controlado por dos interruptores. Cada interruptor tiene dos estados, abierto o cerrado. El bombillo se debe prender únicamente cuando ambos interruptores están abiertos o cuando ambos están cerrados. Diseñe el circuito para controlar el bombillo

DISEÑO DE CIRCUITOS

Entrada del circuito: El estado de cada uno de los dos interruptores, donde 1 significa que un interruptor está abierto y 0 si está cerrado

Salida: 1 si el bombillo debe prender, de lo contrario 0 Cuántas variables booleanas se necesitan?



DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejemplo:

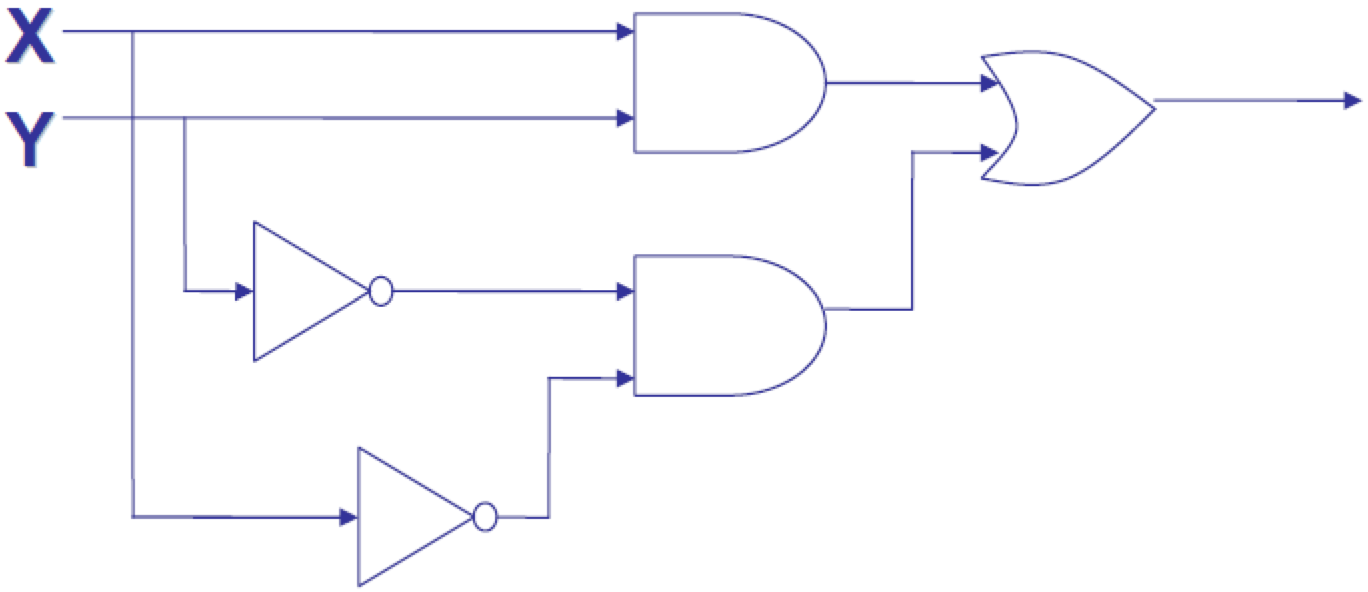
X	Y	f(X,Y)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Nos interesan los valores de la función cuando el valor es 1, por lo tanto

$$f(X,Y) = XY + X'Y'$$

DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejemplo: $f(X,Y) = XY+X'Y'$



DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejercicio:

Un jurado calificador esta conformado por una terna (tres personas), la cual da su aprobación si al menos dos de los tres están de acuerdo. Es decir si dos o mas de ellos votan a favor.

Construya la expresión booleana que representa el enunciado anterior y dibuje el circuito.

DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejercicio:

Entrada del circuito: El voto a favor 1 o en contra 0 de cualquiera de los tres jurados

Salida del circuito: Se acepta si 2 o mas votan a favor 1 de lo contrario se rechaza 0 se necesitan 3 variables.

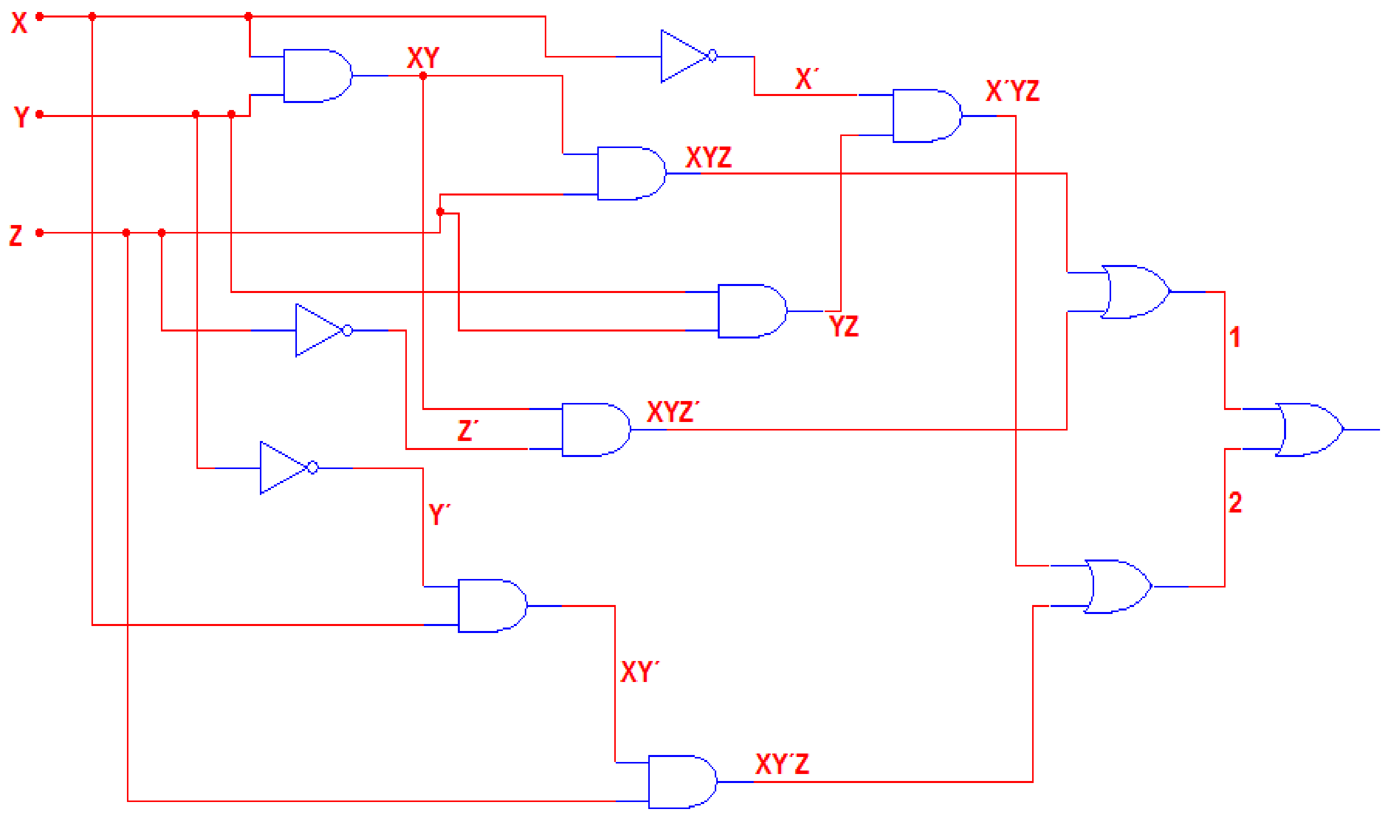
DISEÑO DE CIRCUITOS

Ejercicio:

X	Y	Z	f(X,Y,Z)
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

$$f(XYZ)=XYZ+XYZ'+XY'Z+X'YZ$$

DISEÑO DE CIRCUITOS



XYZ+XYZ´+XY´Z+X´YZ

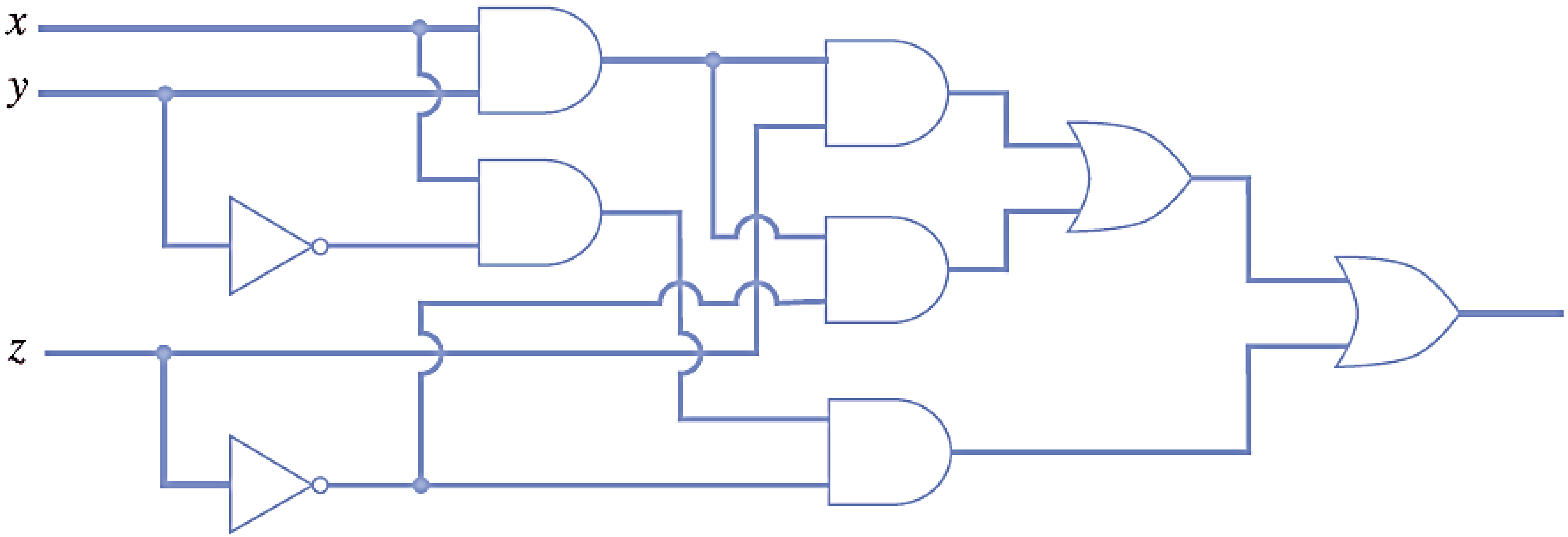
DISEÑO DE CIRCUITOS

Construya la expresión booleana para la salida de la siguiente tabla y construya el circuito.

x	y	z	$f(x, y, z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

DISEÑO DE CIRCUITOS

Construya la expresión booleana para la salida de la siguiente tabla y construya el circuito.



ALGEBRA BOOLEANA

Un *álgebra booleana B* consiste en un conjunto *S* que contiene elementos distintos 0 y 1, operadores binarios + y · en *S*, y un operador unitario ´ en *S* que satisface las siguientes leyes.

ALGEBRA BOOLEANA

Donde el símbolo

$\bullet$ es el operador AND

$+$ es el operador OR

$'$ es el operador NOT

ALGEBRA BOOLEANA

a) Leyes asociativas:

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$
$$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) \qquad \text{para todo } x, y, z \in S.$$

b) Leyes conmutativas:

$$x + y = y + x, \qquad x \cdot y = y \cdot x \qquad \text{para todo } x, y \in S.$$

c) Leyes distributivas:

$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$$
$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z) \qquad \text{para todo } x, y, z \in S.$$

ALGEBRA BOOLEANA

d) Leyes de identidad:

$$x + 0 = x, \qquad x \cdot 1 = x \qquad \text{para todo } x \in S.$$

e) Leyes de complementos:

$$x + x' = 1, \qquad x \cdot x' = 0 \qquad \text{para todo } x \in S.$$

TEOREMAS DEL ALGEBRA BOOLEANA

1.- Idempotencia

$x + x = x$

$x \cdot x = x$

2.- Identidad de los elementos 0 y 1

$x + 1 = 1$

$x \cdot 0 = 0$

3.- Absorción

$x + (x \cdot y) = x$

$x \cdot (x + y) = x$

4.- Complemento de 0 y 1

$0' = 1$

$1' = 0$

5.- Involución (doble negación)

$(x')' = x$

5.- Leyes de Morgan

$(x + y)' = x' \cdot y'$

$(x \cdot y)' = x' + y'$

TEOREMAS DEL ALGEBRA BOOLEANA

En un álgebra de Boole B, el dual de cualquier enunciado es el enunciado obtenido de

intercambiar las operaciones + y •, e intercambiar los elementos neutros 0 y 1 en el enunciado original.

Por ejemplo:

El dual de $(1 + a) \bullet (b + 0) = b$

es $(0 \bullet a) + (b \bullet 1) = b$