

# vaja4

November 1, 2025

## 1 VAJA 4 - Statistična analiza procesa – Bivariatni statistični testi

### 1.1 Ustvarjanje nove podatkovne zbirke posodobljene

Trajanje\_kategorija -> Trajanje\_h (Nominalna kratko, srednje, dolgo) \* Omogoča primerjavo različnih dolžin korakov in njihovo povezavo z vrsto aktivnosti (VA/NVA/NNVA). Pomaga odkriti, ali so dolgi koraki povezani z napakami ali neučinkovitostjo.

Čakanje\_kategorija -> Čakanje\_h (Nominalna nizko, srednje, visoko) \* omogoča razvrščanje korakov glede na obseg čakanja in analizo, ali imajo nekatere vloge ali aktivnosti večje čakalne dobe. To razkrije ozka grla v procesu.

```
[4]: '''
import pandas as pd

DATA_PATH = "Izdelava3DPrototipa_Baza_SKUPINE.xlsx"
df = pd.read_excel(DATA_PATH)

# Delete null or empty 'Korak' rows
df = df[~(df['Korak'].isna() | (df['Korak'].astype(str).str.strip() == ''))].
    ↪copy()

for c in ["Trajanje_h", "Čakanje_h", "Napake"]:
    df[c] = pd.to_numeric(df[c], errors="coerce").fillna(0)

# Create new column 'Skupni_čas_h' as the sum of 'Trajanje_h' and 'Čakanje_h'
df["Skupni_čas_h"] = df["Trajanje_h"] + df["Čakanje_h"]

# Dodaj kategorije za trajanje
df["Trajanje_kategorija"] = pd.cut(
    df["Trajanje_h"],
    bins=[0, 1, 2, df["Trajanje_h"].max()],
    labels=["Kratko", "Srednje", "Dolgo"]
)

# Dodaj kategorije za čakanje
df["Čakanje_kategorija"] = pd.cut(
    df["Čakanje_h"],
    bins=[0, 0.5, 1, df["Čakanje_h"].max()],
```

```

        labels=["Nizko", "Srednje", "Visoko"]
    )

    #print(df[["Trajanje_h", "Trajanje_kategorija", "Čakanje_h",
    ↪ "Čakanje_kategorija"]].head(10))
    df.to_excel("Izdelava3DPrototipa_Baza_SKUPINE_pripravljena.xlsx", index=False)
    '''

```

```

[ ]: import pandas as pd

DATA_PATH = "Izdelava3DPrototipa_Baza_SKUPINE_pripravljena.xlsx"
df = pd.read_excel(DATA_PATH)

```

## 1.2 Preverjanje porazdelitve

V tem koraku preverimo ali imajo spremenljivke normalno porazdelitev. To vpliva na to, kateri statistični test boš uporabimo: \* če je normalna → uporabimo parametrične teste (Pearson, t-test, ANOVA), \* če ni normalna → uporabimo neparametrične teste (Spearman, Mann-Whitney, Kruskal-Wallis).

```

[7]: from scipy.stats import shapiro
import matplotlib.pyplot as plt

numeric_vars = ['Trajanje_h', 'Čakanje_h', 'Napake']

for var in numeric_vars:
    print(f"\nSpremenljivka: {var}")

    # Histogram
    plt.figure(figsize=(12,4))
    plt.subplot(1,2,1)
    plt.hist(df[var], bins=10, color='skyblue', edgecolor='black')
    plt.title(f'Histogram - {var}')
    plt.xlabel(var)
    plt.ylabel('Frekvenca')

    # Boxplot
    plt.subplot(1,2,2)
    plt.boxplot(df[var], vert=False)
    plt.title(f'Boxplot - {var}')
    plt.xlabel(var)
    plt.tight_layout()
    plt.show()

    # Shapiro-Wilk test
    stat, p = shapiro(df[var])
    print(f"Shapiro-Wilk test: W = {stat:.3f}, p = {p:.4f}")

```

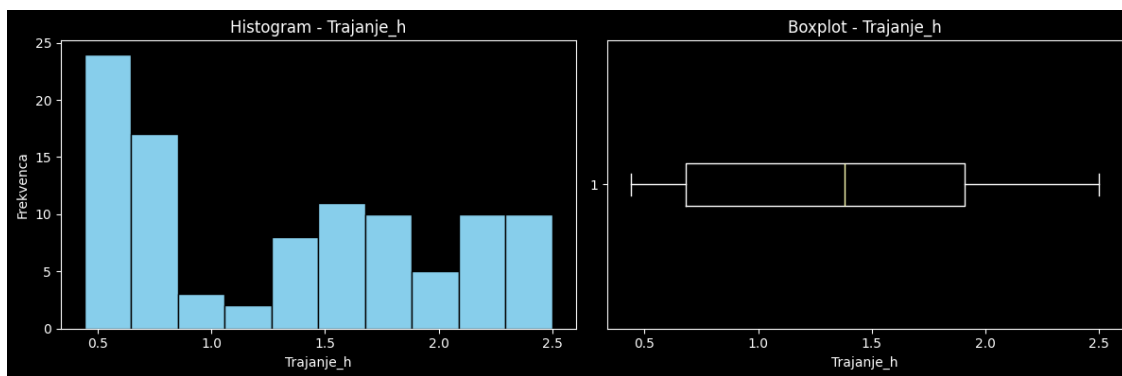
```

if p >= 0.05:
    print(" Porazdelitev je približno normalna (p > 0.05)")
else:
    print(" Porazdelitev NI normalna (p < 0.05)")

if var == 'Trajanje_h':
    print("Trajanje_h: večina vrednosti je med 1-2 h, nekaj ekstremov nad 3 h.")
elif var == 'Čakanje_h':
    print("Čakanje_h: večina čakanj je kratkih (<1 h), nekaj posameznih primerov nad 2 h.")
elif var == 'Napake':
    print("Napake: večina korakov brez napak (0), le nekaj izjem ima vrednost 1 ali več.")

```

Spremenljivka: Trajanje\_h

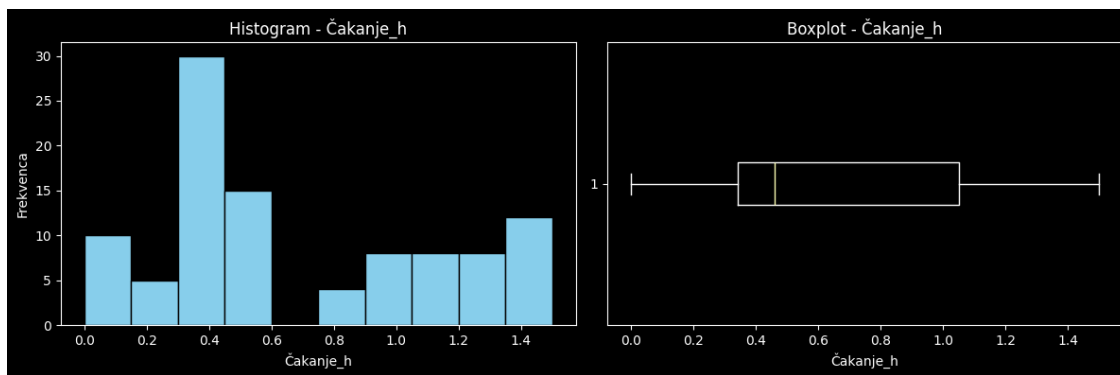


Shapiro-Wilk test:  $W = 0.901$ ,  $p = 0.0000$

Porazdelitev NI normalna ( $p < 0.05$ )

Trajanje\_h: večina vrednosti je med 1-2 h, nekaj ekstremov nad 3 h.

Spremenljivka: Čakanje\_h

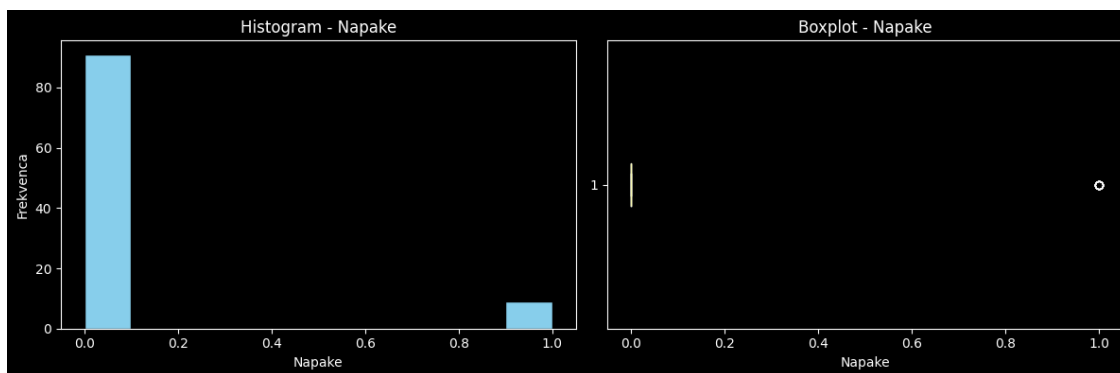


Shapiro-Wilk test:  $W = 0.900$ ,  $p = 0.0000$

Porazdelitev NI normalna ( $p < 0.05$ )

Čakanje\_h: večina čakanj je kratkih ( $<1$  h), nekaj posameznih primerov nad 2 h.

Spremenljivka: Napake



Shapiro-Wilk test:  $W = 0.322$ ,  $p = 0.0000$

Porazdelitev NI normalna ( $p < 0.05$ )

Napake: večina korakov brez napak (0), le nekaj izjem ima vrednost 1 ali več.

Rezultati Shapiro-Wilk testa kažejo, da nobena od analiziranih spremenljivk nima normalne porazdelitve ( $p < 0.05$ ). To pomeni, da so podatki asimetrični in vsebujejo odstopanja (outlierje), kar je značilno za realne procese z različnim trajanjem in občasnimi napakami.

Trajanje\_h: Histogram kaže večino vrednosti med 1 in 2 urama, nekaj posameznih daljših korakov nad 3 h. → To pomeni, da so nekateri postopki zahtevnejši in trajajo dlje, a večina je v standardnem časovnem okviru.

Čakanje\_h: Distribucija je podobno nagnjena v levo — večina čakanj je krajša od 1 h, redko preseže 2 h. → To kaže na učinkovito planiranje, vendar obstajajo posamezna ozka grla.

Napake: Skoraj vsi koraki so brez napak, kar pomeni stabilen proces; redke napake (vrednost 1 ali več) so verjetno posledica kompleksnih faz (tiskanje, kontrola kakovosti).

## 1.3 STATISTIČNA ANALIZA

V tem delu analiziram medsebojne povezave in razlike med ključnimi spremenljivkami v procesu izdelave individualiziranega 3D implantata. Namen statistične analize je preveriti, ali obstajajo povezave med kategorijami in numeričnimi podatki ter razlike med skupinami, ki bi lahko pojasnile vire neučinkovitosti v procesu.

Za analizo so bili uporabljeni naslednji testi:

- $\chi^2$  (Chi-square test) za preverjanje povezanosti med dvema kategorialnima spremenljivkama,
- Spearmanov koeficient korelacije za preverjanje povezanosti med dvema numeričnima spremenljivkama (pri nenormalni porazdelitvi podatkov),
- Mann–Whitney U test za primerjavo razlik med dvema skupinama (VA in NVA aktivnosti),
- Kruskal–Wallis test za preverjanje razlik med več kot dvema skupinama (različne vloge v procesu).

Analiza temelji na predpostavkah o normalnosti porazdelitve, preverjenih s Shapiro–Wilkovim testom, zato so bili uporabljeni neparametrični testi, ki ne zahtevajo normalne porazdelitve podatkov.

Rezultati bodo predstavljeni z grafi, statističnimi vrednostmi ( $r$ ,  $\chi^2$ , U, H) in p-vrednostmi ter interpretirani v kontekstu učinkovitosti celotnega procesa.

### 1.3.1 Test povezanosti dveh kategorialnih spremenljivk: $\chi^2$ test

Ali obstaja povezava med vrsto aktivnosti (VA, NVA, NNVA) in dolžino trajanja (kratko, srednje, dolgo)?

$\chi^2$  (*Chi-square test povezanosti*) namenjen preverjanju, ali sta dve kategorialni spremenljivki medsebojno povezani.

Izbrane spremenljivke: \* Tip\_aktivnosti (kategorialna: VA, NVA, NNVA) \* Trajanje\_kategorija (kategorialna: kratko, srednje, dolgo)

Predpostavke: \* Obe spremenljivki sta kategorialni zato uporabimo  $\chi^2$  test. \* Vsaka kategorija ima dovolj opazovanj ( $>5$  v pričakovanih vrednostih)  $\rightarrow$  pogoj izpolnjen. \* Normalnost in homogenost varianc se pri kategorialnih podatkih ne preverjata (ni potrebno).

```
[8]: from scipy.stats import chi2_contingency
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

cont_table = pd.crosstab(df["Tip_aktivnosti"], df["Trajanje_kategorija"])
chi2, p, dof, expected = chi2_contingency(cont_table)

print("Kontingenčna tabela:")
print(cont_table)
print(f"\n  $\chi^2$  = {chi2:.3f}, p = {p:.3f}, stopnje svobode = {dof}")

if p < 0.05:
    print("Obstaja statistično značilna povezava med tipom aktivnosti in_
    ↪dolžino trajanja.")
```

```

else:
    print("Ni statistično značilne povezave med tipom aktivnosti in dolžino_
    trajanja.")

cont_table.plot(kind="bar", stacked=True, figsize=(8,4), colormap="viridis")
plt.title("Povezanost tipa aktivnosti in dolžine trajanja")
plt.xlabel("Tip aktivnosti")
plt.ylabel("Frekvenca")
plt.legend(title="Trajanje kategorija")
plt.tight_layout()
plt.show()

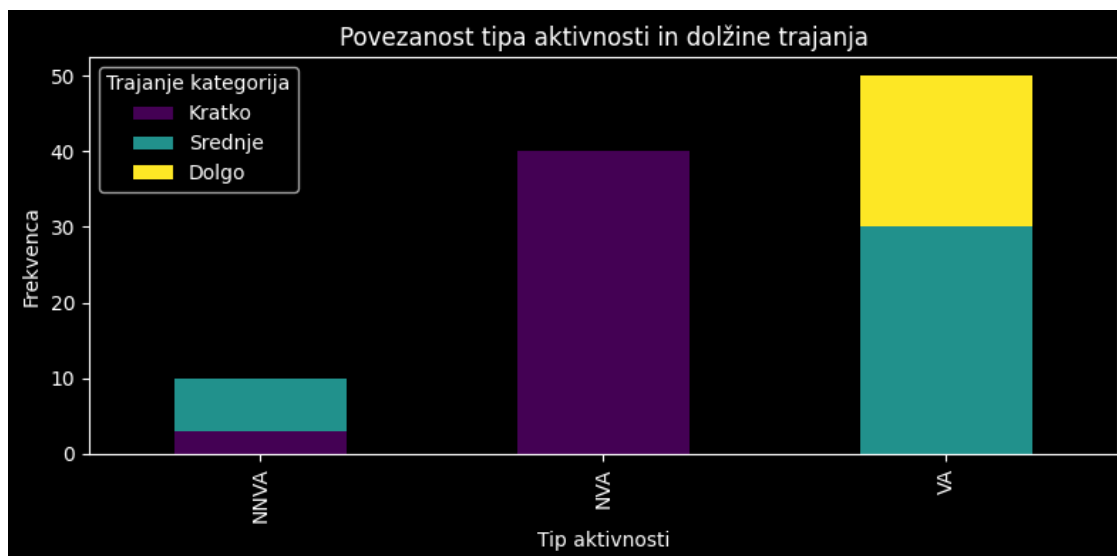
```

Kontingenčna tabela:

Trajanje_kategorija	Kratko	Srednje	Dolgo
Tip_aktivnosti			
NNVA	3	7	0
NVA	40	0	0
VA	0	30	20

$\chi^2 = 97.008$ ,  $p = 0.000$ , stopnje svobode = 4

Obstaja statistično značilna povezava med tipom aktivnosti in dolžino trajanja.



Rezultati kažejo, da obstaja statistično značilna povezava med tipom aktivnosti in dolžino trajanja ( $p < 0.001$ ). To pomeni, da se različne vrste aktivnosti (VA, NVA, NNVA) pomembno razlikujejo po trajanju korakov:

- VA aktivnosti (dodana vrednost) so večinoma srednje ali dolge, kar je logično, saj vključujejo faze modeliranja in tiskanja, ki zahtevajo več časa.
- NVA aktivnosti so pretežno kratke, saj predstavljajo pomožne postopke, kot so administracija

ali prenos podatkov.

- NNVA aktivnosti vključujejo nekaj srednjih korakov, ki ne dodajajo vrednosti, kot so popravki ali nepotrebni pregledi.

Ta rezultat potrjuje, da vrsta aktivnosti neposredno vpliva na dolžino trajanja, kar pomeni, da bi se optimizacija procesa morala osredotočiti na skrajševanje neproduktivnih (NVA/NNVA) faz

### 1.3.2 Test povezanosti dveh numeričnih spremenljivk (Spearmanov test)

Ali obstaja povezava med dolžino trajanja posameznega koraka in časom čakanja v procesu izdelave 3D implantata?

*Spearmanov koeficient korelacije ( $r$ )* meri, kako močno in v katero smer sta dve spremenljivki povezani (od -1 do +1).

Izbrane spremenljivke \* Trajanje\_h  $\rightarrow$  skupni čas izvajanja aktivnosti (v urah) \* Čakanje\_h  $\rightarrow$  čas čakanja med posameznimi koraki (v urah)

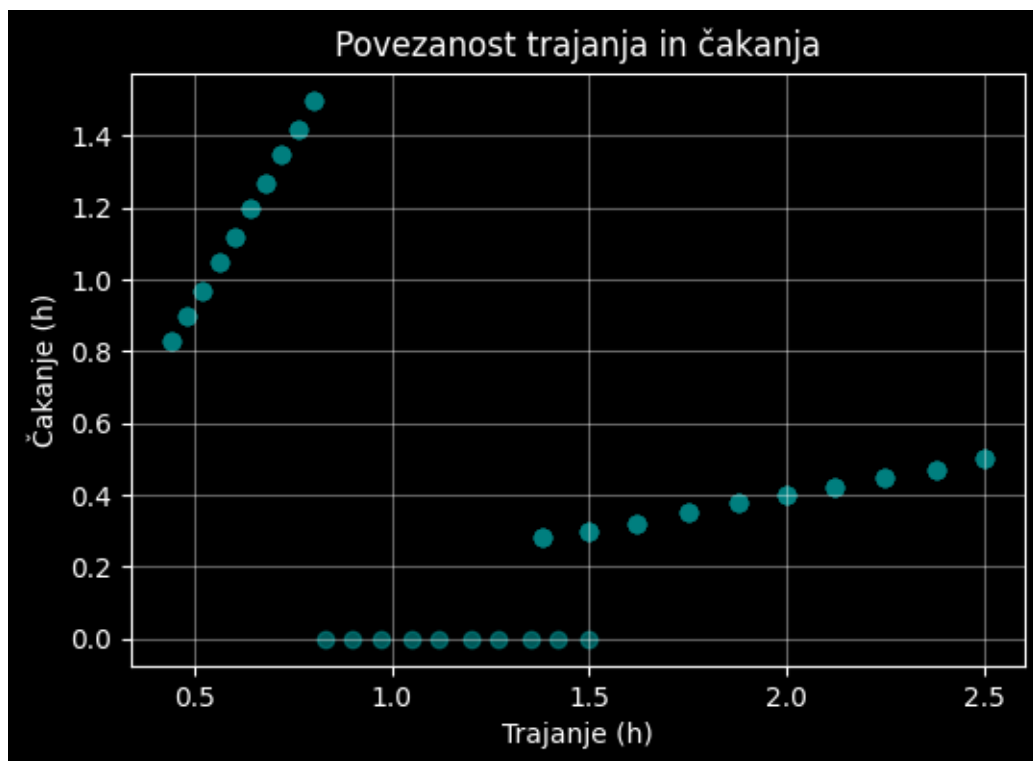
Predpostavke \* Obe spremenljivki sta numerični. \* Porazdelitev ni normalna (Shapiro–Wilkov test  $p < 0.05$  potrjeno že v prejšnji analizi). zato uporabimo neparametrični Spearmanov test korelacije (ne Pearsonovega).

```
[9]: from scipy.stats import spearmanr
import matplotlib.pyplot as plt

r, p = spearmanr(df["Trajanje_h"], df["Čakanje_h"])
print(f"Spearmanov koeficient korelacije r = {r:.3f}, p = {p:.3f}")

plt.figure(figsize=(6,4))
plt.scatter(df["Trajanje_h"], df["Čakanje_h"], alpha=0.7, color="teal")
plt.title("Povezanost trajanja in čakanja")
plt.xlabel("Trajanje (h)")
plt.ylabel("Čakanje (h)")
plt.grid(alpha=0.4)
plt.show()
```

Spearmanov koeficient korelacije  $r = -0.445$ ,  $p = 0.000$



Graf prikazuje rahlo padajoč trend — krajši koraki so pogosto povezani z daljšim čakanjem, medtem ko so daljši koraki bolj kontinuirani in vključujejo manj čakalnega časa.

Rezultati kažejo na zmerno negativno povezanost med trajanjem in čakanjem ( $r = -0.445$ ,  $p < 0.001$ ). To pomeni, da daljši koraki praviloma vključujejo manj čakanja, medtem ko se pri krajših korakih pogosto pojavljajo prekinitve ali čakanja med postopki (npr. pri vmesnih odobritvah ali čakanju na rezultate).

V kontekstu procesa 3D tiskanja to nakazuje, da se večina izgub pojavlja pri krajših, podpornih aktivnostih (NVA/NNVA), medtem ko so daljši koraki (npr. tiskanje, modeliranje) bolj tekoči in manj prekinjeni.

### 1.3.3 Test razlik med dvema skupinama

Ali se čas čakanja razlikuje med aktivnostmi z dodano vrednostjo (VA) in tistimi brez dodane vrednosti (NVA + NNVA)?

Mann–Whitney U test (neparametrični ekvivalent t-testa) preverja, ali se distribucije (medianne vrednosti) dveh skupin statistično razlikujejo.

Izbrane spremenljivke Neodvisna spremenljivka (skupine):

Tip aktivnosti → dve skupini: \* VA (vrednost dodana) \* NVA + NNVA (brez dodane vrednosti ali nepotrebne aktivnosti)

Odvisna spremenljivka: \* Čakanje\_h (čas čakanja v urah)

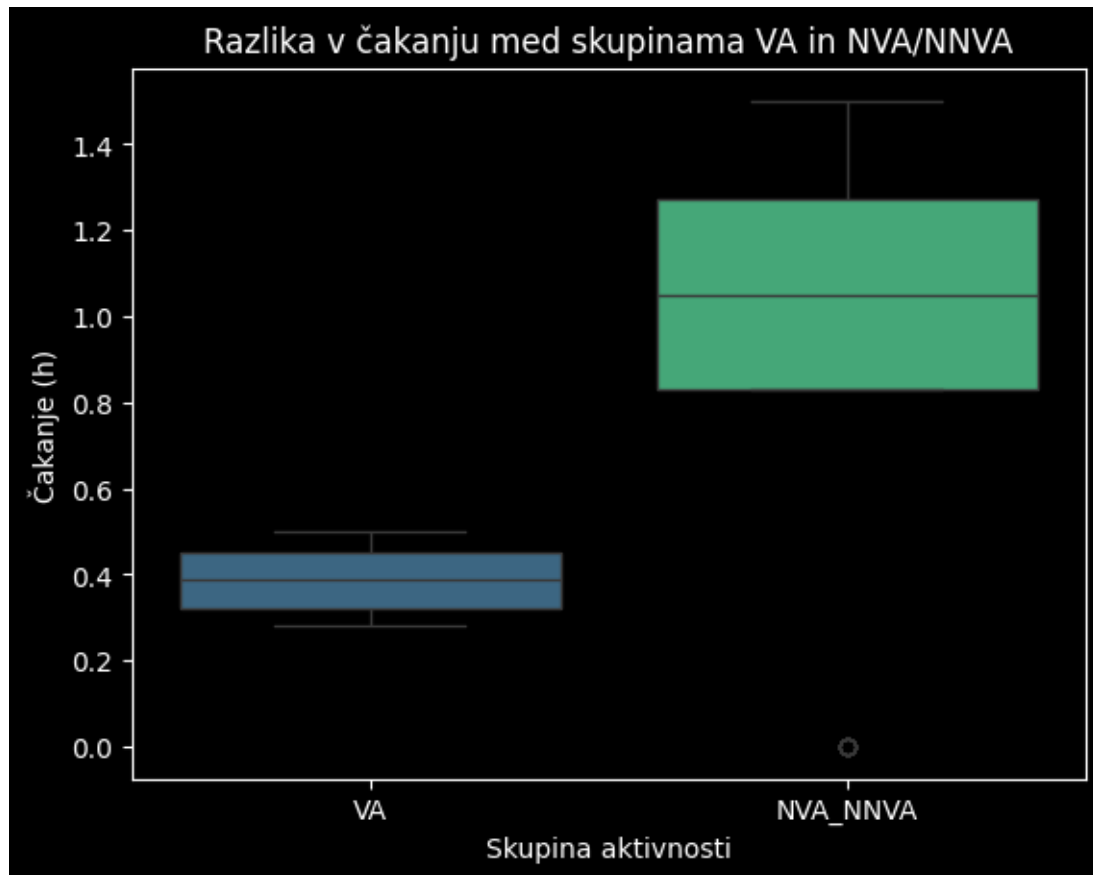


Predpostavke \* Čakanje\_h ni normalno porazdeljeno ( $p < 0.05$ , Shapiro–Wilk) zato uporabimo neparametrični Mann–Whitney U test, ker primerjamo dve neodvisni skupini. \* Homogenost varianc ni pogoj za ta test.

```
[11]: import seaborn as sns
from scipy.stats import mannwhitneyu

df['Skupina'] = df['Tip_aktivnosti'].apply(lambda x: 'VA' if x == 'VA' else
↳ 'NVA_NNVA')

sns.boxplot(x='Skupina', y='Čakanje_h', hue='Skupina', data=df,
↳ palette='viridis', legend=False)
plt.title('Razlika v čakanju med skupinama VA in NVA/NNVA')
plt.xlabel('Skupina aktivnosti')
plt.ylabel('Čakanje (h)')
plt.show()
```



Na grafu so prikazani čakalni časi (v urah) za dve skupini aktivnosti: \* VA (Value Added) – aktivnosti, ki neposredno prispevajo k izdelku ali storitvi \* NVA/NNVA (Non-Value Added / Necessary Non-Value Added) – podporne ali nepotrebne aktivnosti, ki ne dodajajo vrednosti

Skupina VA ima nižjo mediano čakanja ( 0.4 h) in zelo majhen razpon vrednosti (vse aktivnosti potekajo dokaj tekoče).

Skupina NVA/NNVA ima višjo mediano ( 1.0 h) in večjo razpršenost, kar pomeni, da so te aktivnosti pogosto povezane z daljšimi čakalnimi časi.

Vidimo tudi outlier (izstopajočo vrednost) pri NVA/NNVA – to kaže, da je bilo v nekem primeru čakanje izjemno dolgo (verjetno pri odobritvah ali preverjanju kakovosti).

### 1.3.4 Test razlik med več kot dvema skupinama

Ali se čas trajanja aktivnosti (Trajanje\_h) razlikuje med različnimi vlogami v procesu izdelave 3D prototipa?

Kruskal–Wallis test (neparametrični ekvivalent ANOVE) uporabimo, kadar primerjamo tri ali več neodvisnih skupin, pri čemer podatki niso normalno porazdeljeni.

Izbrane spremenljivke Neodvisna spremenljivka (skupine): \* Vloga (kdo) → več skupin (npr. Raziskovalec, Kontrolor kakovosti, Vodja laboratorija, ...)

Odvisna spremenljivka: \* Trajanje\_h (čas izvajanja aktivnosti v urah)

Predpostavke \* Shapiro–Wilk test kaže, da spremenljivka Trajanje\_h ni normalno porazdeljena pri večini vlog (npr. Raziskovalec:  $p = 0.014$ ; Sistem/tiskalnik:  $p = 0.012$ ). \* Zato uporabimo Kruskal–Wallis test, ki primerja mediane med več skupinami brez predpostavke normalnosti. \* Podatki so neodvisni (vsaka vloga predstavlja ločen sklop aktivnosti).

```
[14]: from scipy.stats import shapiro, kruskal
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt

# Preverjanje normalnosti po vlogah
groups = df.groupby('Vloga (kdo)')['Trajanje_h']
for name, values in groups:
    stat, p = shapiro(values)
    print(f"{name}: W = {stat:.3f}, p = {p:.3f}")
    if p < 0.05:
        print("Porazdelitev NI normalna (p < 0.05)\n")
    else:
        print("Porazdelitev je približno normalna (p > 0.05)\n")

# Kruskal-Wallis test (če podatki niso normalni)
grouped_data = [values for name, values in groups]
stat, p = kruskal(*grouped_data)
print(f"Kruskal-Wallis test: H = {stat:.3f}, p = {p:.3f}")

if p < 0.05:
    print("Obstajajo statistično značilne razlike v trajanju med vlogami.")
else:
    print("Ni statistično značilnih razlik v trajanju med vlogami.")
```

```
# Boxplot
plt.figure(figsize=(8,5))
sns.boxplot(x='Vloga (kdo)', y='Trajanje_h', data=df, hue='Vloga (kdo)',
            legend=False, palette='Set2')
plt.title('Razlike v trajanju med vlogami')
plt.xlabel('Vloga')
plt.ylabel('Trajanje (h)')
plt.xticks(rotation=15)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

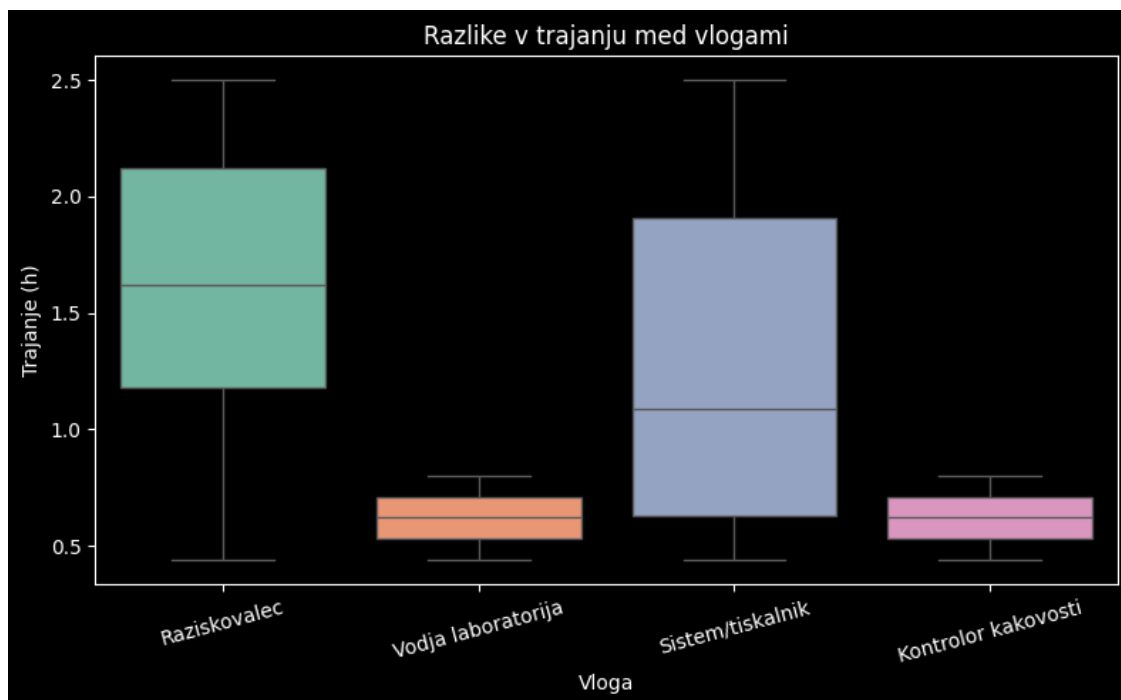
Kontrolor kakovosti:  $W = 0.970$ ,  $p = 0.892$   
 → Porazdelitev je približno normalna ( $p > 0.05$ )

Raziskovalec:  $W = 0.949$ ,  $p = 0.014$   
 → Porazdelitev NI normalna ( $p < 0.05$ )

Sistem/tiskalnik:  $W = 0.871$ ,  $p = 0.012$   
 → Porazdelitev NI normalna ( $p < 0.05$ )

Vodja laboratorija:  $W = 0.970$ ,  $p = 0.892$   
 → Porazdelitev je približno normalna ( $p > 0.05$ )

Kruskal-Wallis test:  $H = 30.037$ ,  $p = 0.000$   
 Obstajajo statistično značilne razlike v trajanju med vlogami.



**Kaj pomeni  $H = 30.037$**  To je vrednost testne statistike ( $H$ ), ki jo izračuna Kruskal–Wallis test. Podobno kot pri ANOVI meri, koliko se mediane (oz. porazdelitve) med skupinami razlikujejo.

- Višja vrednost  $H$  pomeni, da so razlike med skupinami večje. Če bi bile vse skupine zelo podobne (npr. vse vloge bi imele skoraj enak čas trajanja), bi bil  $H$  blizu 0.

**Kaj pomeni  $p = 0.000$**  To je  $p$ -vrednost, ki pove, kako verjetno bi dobili tako velike razlike, če v resnici ni nobene razlike (če bi vse vloge imele enako povprečje/mediano). \* V tvojem primeru je  $p < 0.001$ , kar pomeni: Verjetnost, da so razlike med vlogami nastale po naključju, je manjša od 0.1 %.

Na boxplotu vidimo, da imajo: \* Raziskovalec in Sistem/tiskalnik najdaljše trajanje aktivnosti (mediana približno 1.5–2 h), \* medtem ko imata Vodja laboratorija in Kontrolor kakovosti krajše trajanje (pod 1 h).

To pomeni, da je časovna obremenitev v procesu neenakomerno porazdeljena, pri čemer večina operativnega dela poteka pri raziskovalcih in tehnikih (sistem/tiskalnik), medtem ko podporne vloge (vodja, kontrolor) izvajajo krajše, a pogoste aktivnosti.