

Reconstruction dans un scanner en géométrie Fan Beam

L. Desbat - Laurent.Desbat@imag.fr

M2P ICAO - UFR IMA

1. Programmez la reconstruction de la fonction μ à partir de ses projections en géométrie fan beam. Vous utiliserez la méthode de rétroprojection filtrée adaptée à la tomographie fan-beam. Testez cette méthode sur les jeux de données fournies.
2. Remarquez dans le texte qui suit et sur la figure2, que l'intervale angulaire sur le détecteur est $\Delta\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$. On remarquera que $\alpha_m = t - \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$ et $\alpha_M = t + \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$
3. Jouer avec le paramètre de coupure en fréquence du filtre **freqcutoff** en l'augmentant de 10% (**freqcutoff=freqcutoff*1.1**), 30%, 50%, et en le diminuant dans les mêmes proportions. Conclusions ?

A medical CT scanner and fan beam geometry

A.1 Source trajectories

We first define the source trajectory along a curve

$$\begin{aligned} \vec{v} : T &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longrightarrow \vec{v}(t) \end{aligned}$$

The fan-beam data are then defined by

$$g(\vec{v}_t, \alpha) = \int_0^{+\infty} \mu\left(\vec{v}_t + l\vec{\zeta}(\alpha)\right) dl \quad (1)$$

We remark that

$$p(\phi, s) = g(\vec{v}_t, \phi) + g(\vec{v}_t, \phi + \pi) \text{ where } s = \vec{v}_t \cdot \vec{\theta}(\phi)$$

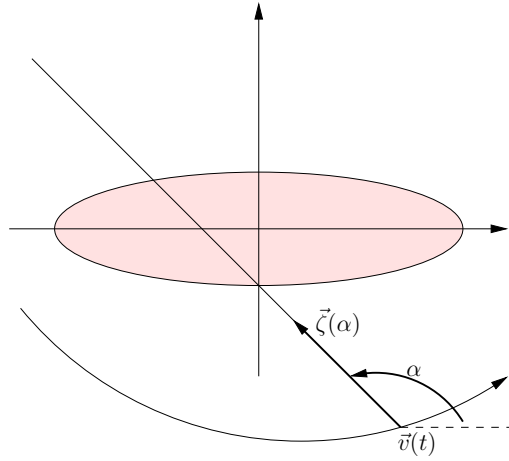


FIGURE 1 – The Fan Beam variables (t, α)

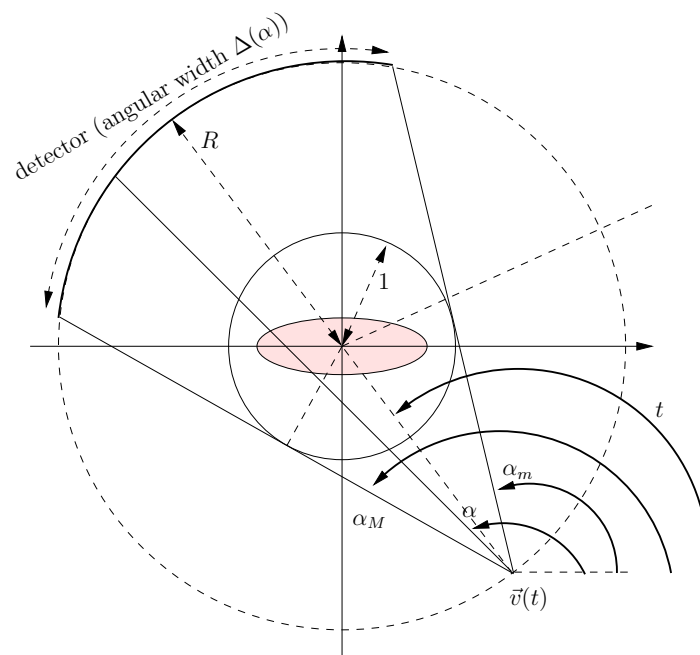


FIGURE 2 – The Fan Beam variables (t, α)

A.1.1 Inversion formula

We suppose that the support of the function μ is contained into the unit disk. In a CT scanner, the source trajectory is a circle of radius R , $\vec{v}_t = (-R_v \cos t, -R_v \sin t)$, see 2.

Theorem A.1. *Let $\mu \in \mathbb{L}^1(\mathbb{R}^2)$ sufficiently smooth then*

$$\mu(\vec{x}) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\|\vec{x} - \vec{v}_t\|^2} g_{WF}(\vec{v}_t, \arg(\vec{x} - \vec{v}_t)) dt$$

where

$$g_{WF}(\vec{v}_t, \phi) = \int_{t-\pi/2}^{t+\pi/2} R_v \cos(\psi - t) g(\vec{v}_t, \psi) r(\sin(\phi - \psi)) d\psi$$

where r is the ramp filter ($\hat{r}(\sigma) = |\sigma|$).

Démonstration. change of variables (on admet...) □

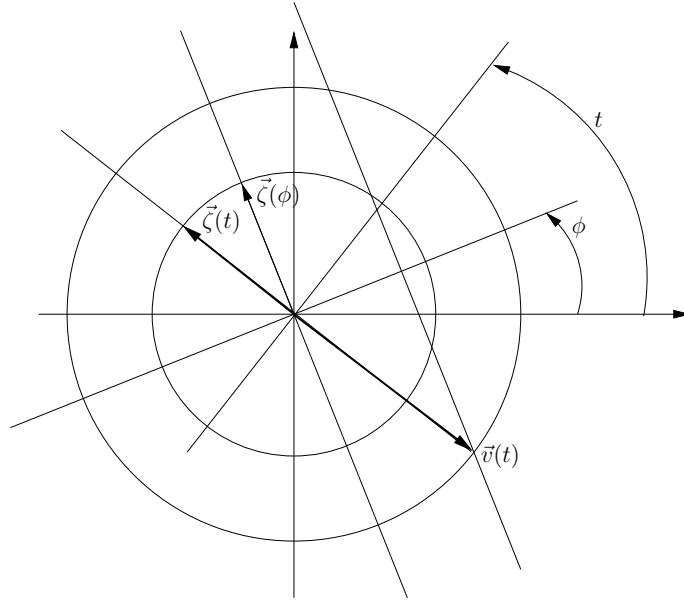


FIGURE 3 – The parallel variables (ϕ, s) are changed to the fan beam variables (t, α) such that $s = \vec{\theta} \cdot \vec{v}_t$ and $\phi = \alpha$