

Reconstruction de ROI dans un scanner en géométrie Fan Beam

L. Desbat - Laurent.Desbat@imag.fr

M2 MIA - GICAO - UFR IMA

En tomographie, dans un scanner médical CT, on cherche à reconstruire une fonction μ à partir de ses projections en géométrie fan beam, cf. Eq. (1) et la figure 2 pour la description des paramètres géométriques. μ est la fonction d'atténuation aux rayons X.

L'objectif du projet est de proposer des algorithmes pour la reconstruction d'une fonction μ à partir de ses projections "*incomplètes*" en géométrie fan beam. Par projections incomplètes nous entendons ici deux problèmes

1. Le problème dans lequel, les projections disponibles ne sont pas tronquées mais ne couvrent pas l'intervalle angulaire minimal pour une reconstruction complète, à savoir ¹ $\pi + 2 \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$ (c'est ce qu'on appelle un "short scan" par rapport à l'intervalle $[0, 2\pi[$). On peut constater que toute droite passant par le support de la fonction μ est mesurée au moins une fois dans le cas d'un "short scan" (trajectoire de la source sur un intervalle angulaire de longueur $\pi + 2 \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$), alors qu'elle est mesurée exactement 2 fois dans le cas d'un "scan" complet de longueur 2π .
2. Le problème dans lequel, les projections disponibles sont tronquées (détecteur trop petit) et ne couvrent pas l'intervalle angulaire minimal pour une reconstruction complète, mais où toutes les projections couvrent un disque ² dont l'intersection avec le support de la fonction μ est non vide et dont une large frontière de ce disque (la trajectoire virtuelle) est extérieur au support de la fonction μ , ce qui permet de se ramener au problème précédent sur une ROI.

Pour mener à bien ce projet, vous devez me considérer comme un client qui fait appel à votre expertise pour

1. Analyser le problème et proposer des solutions. Décrire quelle ROI est reconstituable pour chaque jeux de données.

1. Remarquez dans le texte qui suit et sur la figure2, que l'intervalle angulaire sur le détecteur est $\Delta\alpha = 2 \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$. On remarquera que $\alpha_m = t - \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$ et $\alpha_M = t + \arcsin\left(\frac{1}{R}\right)$

2. dont le centre est le centre de la trajectoire de la source et de celle du détecteur

2. Réaliser une première étude numérique à partir de méthodes et d’algorithmes que vous mettrez en oeuvre (de préférence en matlab).
3. Me transmettre un rapport d’une dizaine de pages contenant
 - (a) La description du problème et les solutions envisagées
 - (b) Une description de l’interface utilisateur du logiciel que vous avez réalisé
 - (c) Une illustration de l’utilisation de vos programmes sur les jeux de données que je vous fournis
4. Venir présenter oralement (à l’aide d’un support pdf projeté avec un vidéo projecteur que je vous fournirai) le problème, les méthodes que vous avez programmées, les logiciels que vous avez développés, les résultats que vous avez obtenus sur mes jeux de données, des perspectives possibles pour ce projet.

A Jeux de données

Toutes les données sont acquises dans un scanner de rayon $R = 3$ relativement à un disque de vue unité (de rayon 1) qui contient la coupe du patient.

A.1 Données Shepp Logan standard

Le jeu de données du fichier `dataFB384_P1x125_SL` est le jeu de données de $n_t = 384$ projections fan beam équiréparties sur $[0, 2\pi[$. Plus précisément, l’angle t_k de la k^{eme} projection est $k * \frac{2\pi}{n_t}, k = 0, 1, \dots, n_t - 1$ et la position de la source correspondante est $\vec{v}(t_k) = -R(\cos(t_k), \sin(t_k))$. La position angulaire des $n_\alpha = 125$ détecteurs est $\alpha_j = t - \pi/2 + \psi_j$ $\psi_j = -\arcsin\left(\frac{1}{R}\right) + \frac{2*\arcsin\left(\frac{1}{R}\right)}{n_\alpha-1} * j, j = 0, 1, \dots, n_\alpha - 1$.

A.2 Données Shepp Logan sur $[0; \pi[$

Le jeu de données du fichier `dataFB192_P1x125_SL` est le jeu de données de $n_t = 192$ projections fan beam équiréparties sur $[0, \pi[$. Plus précisément, l’angle t_k de la k^{eme} projection est $k * \frac{\pi}{n_t}, k = 0, 1, \dots, n_t - 1$ et la position de la source correspondante est $\vec{v}(t_k) = -R(\cos(t_k), \sin(t_k))$. La position angulaire des $n_\alpha = 125$ détecteurs est $\alpha_j = -\arcsin\left(\frac{1}{R}\right) + \frac{2*\arcsin\left(\frac{1}{R}\right)}{n_\alpha-1} * j, j = 0, 1, \dots, n_\alpha - 1$.

A.3 Données Shepp Logan à partir d’un détecteur limité en taille

Ces données vous seront fournies ultérieurement par le client. Elle devront être traitées par une méthode de type “virtual fan beam”.

B medical CT scanner and fan beam geometry

B.1 Source trajectories

We first define the source trajectory along a curve

$$\begin{aligned} \vec{v} : T &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longrightarrow \vec{v}(t) \end{aligned}$$

The fan-beam data are then defined by

$$g(\vec{v}_t, \alpha) = \int_0^{+\infty} \mu(\vec{v}_t + l\vec{\zeta}(\alpha)) dl \quad (1)$$

We remark that

$$p(\phi, s) = g(\vec{v}_t, \phi) + g(\vec{v}_t, \phi + \pi) \text{ where } s = \vec{v}_t \cdot \vec{\theta}(\phi)$$

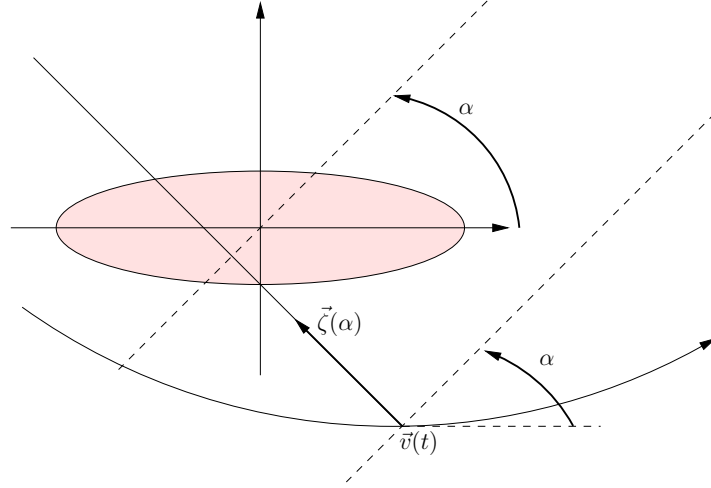


FIGURE 1 – The Fan Beam variables (t, α)

B.1.1 Inversion formula

We suppose that the support of the function μ is contained into the unit disk. In a CT scanner, the source trajectory is a circle of radius R , $\vec{v}_t = (-R_v \cos t, -R_v \sin t)$, see 2.

Theorem B.1. *Let $\mu \in \mathbb{L}^1(\mathbb{R}^2)$ sufficiently smooth then*

$$\mu(\vec{x}) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\|\vec{x} - \vec{v}_t\|^2} g_{WF}(\vec{v}_t, \arg(\vec{x} - \vec{v}_t)) dt$$

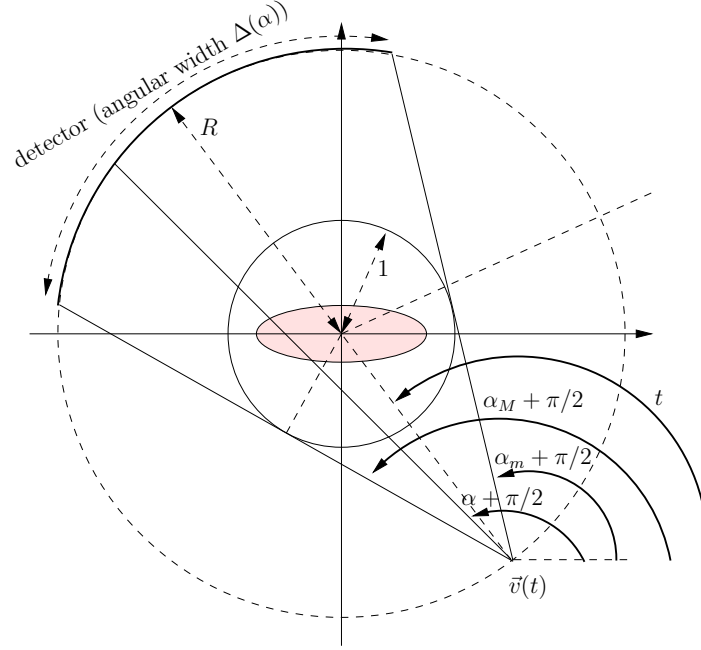


FIGURE 2 – The Fan Beam variables (t, α)

where

$$g_{WF}(\vec{v}_t, \phi) = \int_{t-\pi/2}^{t+\pi/2} R_v \cos(\psi - t) g(\vec{v}_t, \psi) r(\sin(\phi - \psi)) d\psi$$

where r is the ramp filter ($\hat{r}(\sigma) = |\sigma|$).

Démonstration. change of variables (on admet...)

□

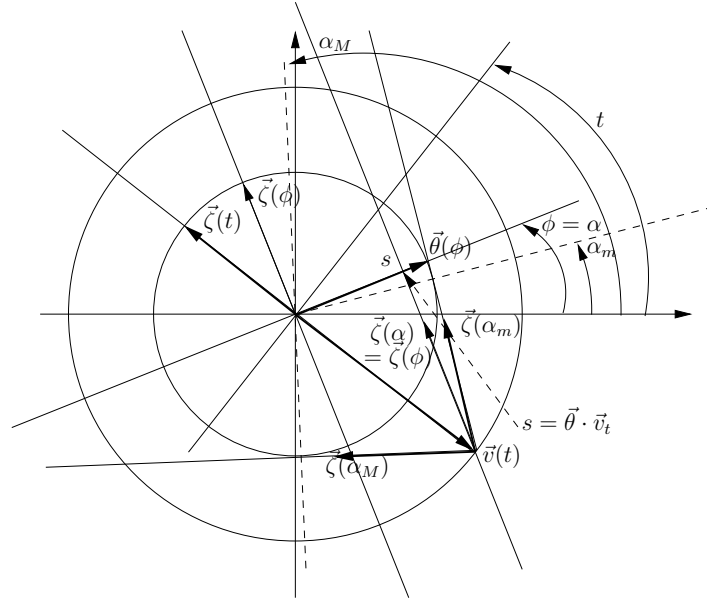


FIGURE 3 – The parallel variables (ϕ, s) are changed to the fan beam variables (t, α) such that $s = \vec{\theta} \cdot \vec{v}_t$ and $\phi = \alpha$