S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

MN 2 - Tarefa 2

Rodrigo (496016)
Sabrina (494013)

Desenvolvimento de Newton-Cotes para um polinômio de substituição de grau 4.

$$I_i = \int_{x_I}^{x_F} f(x)dx \approx \int_{x_I}^{x_F} p(x)dx$$

grau 4 => 5 pontos

Polinômio de interpolação de Newton

$$g(s) = \sum_{k=0}^{n} \binom{s}{k} \Delta^k f_0$$

$K=0 \Rightarrow \binom{s}{0} = \frac{s!}{0!(s-0)!} = 1 \; ; \; \Delta^0 f_0 = f_0$

$K=1 \Rightarrow \binom{s}{1} = \frac{s(s-1)!}{1!(s-1)!} = s \; ; \; \Delta^1 f_0 = f_1 - f_0$

$K=2 \Rightarrow \binom{s}{2} = \frac{s(s-1)(s-2)!}{2!(s-2)!} = \frac{1}{2}s(s-1) \; ; \; \Delta^2 f_0 = f_2 - 2f_1 + f_0$

$K=3 \Rightarrow \binom{s}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)!}{3!(s-3)!} = \frac{1}{6}s(s-1)(s-2) \; ; \; \Delta^3 f_0 = f_3 - 3f_2 + 3f_1 - f_0$

$K=4 \Rightarrow \binom{s}{4} = \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)!}{4!(s-4)!} = \frac{1}{24}s(s-1)(s-2)(s-3)$

$\Delta^4 f_0 = f_4 - 4f_3 + 6f_2 - 4f_1 + f_0$

$$g(s) = f_0 \frac{1}{24}(24 + s^4 - 10s^3 + 35s^2 - 50s)$$
$$+ f_1 \frac{1}{6}(-s^4 + 9s^3 - 26s^2 + 24s)$$
$$+ f_2 \frac{1}{4}(s^4 - 8s^3 + 19s^2 - 12s)$$
$$+ f_3 \frac{1}{6}(-s^4 + 7s^3 - 14s^2 + 8s)$$
$$+ f_4 \frac{1}{24}(s^4 - 6s^3 + 11s^2 - 6s)$$

Digitalizado com CamScanner

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

Fechada

O polinômio de interpolação deve passar por $f(x_I)$, $f(x_F)$ e por 3 pontos intermediários de maneira que os 5 pontos sejam igualmente espaçados por uma distância $h = \frac{\Delta x}{4}$.

$$\int_{x_I}^{x_F} f(x)dx \approx \int_{x_I}^{x_F} p(x)dx = \int_{s_I}^{s_F} p(x(s))\frac{dx(s)}{ds}ds = h\int_0^4 g(s)ds$$

$x(s) = x_i + sh$

$$= h\Big[f_0\frac{1}{24}\int_0^4(24 + s^4 - 10s^3 + 35s^2 - 50s)ds$$
$$+ f_1\frac{1}{6}\int_0^4(-s^4 + 9s^3 - 26s^2 + 24s)ds$$
$$+ f_2\frac{1}{4}\int_0^4(s^4 - 8s^3 + 19s^2 - 12s)ds$$
$$+ f_3\frac{1}{6}\int_0^4(-s^4 + 7s^3 - 14s^2 + 8s)ds$$
$$+ f_4\frac{1}{24}\int_0^4(s^4 - 6s^3 + 11s^2 - 6s)ds$$

$$= h\left(f_0\frac{14}{45} + f_1\frac{64}{45} + f_2\frac{24}{45} + f_3\frac{64}{45} + f_4\frac{14}{45}\right)$$

$$= \frac{2h}{45}(7f_0 + 32f_1 + 12f_2 + 32f_3 + 7f_4)$$

Digitalizado com CamScanner

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

Aberta

O polinômio de interpolação deve passar por 5 pontos entre $f(x_I)$ e $f(x_F)$, exclusivamente, de forma que sejam igualmente espaçados por uma distância $h = \frac{\Delta x}{6}$.

$$\int_{x_I}^{x_F} f(x)\,dx \approx \int_{x_I}^{x_F} p(x)\,dx = \int_{s_I}^{s_F} p(x(s))\,\frac{dx(s)}{ds}\,ds = h\int_{-1}^{5} g(s)\,ds$$

$x(s) = x_I + h + sh$

$$= h\Big[f_0 \frac{1}{24}\int_{-1}^{5} (24 + s^4 - 10s^3 + 35s^2 - 50s)\,ds$$
$$+ f_1 \frac{1}{6}\int_{-1}^{5} (-s^4 + 9s^3 - 26s^2 + 24s)\,ds$$
$$+ f_2 \frac{1}{4}\int_{-1}^{5} (s^4 - 8s^3 + 19s^2 - 12s)\,ds$$
$$+ f_3 \frac{1}{6}\int_{-1}^{5} (-s^4 + 7s^3 - 14s^2 + 8s)\,ds$$
$$+ f_4 \frac{1}{24}\int_{-1}^{5} (s^4 - 6s^3 + 11s^2 - 6s)\,ds$$

$$= h\left(f_0 \frac{33}{10} - f_1 \frac{42}{10} + f_2 \frac{78}{10} - f_3 \frac{42}{10} + f_4 \frac{33}{10}\right)$$

$$= \frac{3h}{10}\left(11f_0 - 14f_1 + 26f_2 - 14f_3 + 11f_4\right)$$

//

Jan/Ene | Fev/Feb | Mar/Mar | Abr/Abr | Mai/May | Jun/Jun | Jul/Jul | Ago/Ago | Set/Sep | Out/Oct | Nov/Nov | Dez/Dic

Digitalizado com CamScanner