

$$= \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^n}{x^m} \cdot \frac{a_0}{b_0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{a_0 x^n}{b_0 x^m}$$

### 3.13 EXERCÍCIOS

1. Se  $f(x) = \frac{3x + |x|}{7x - 5|x|}$ , calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2. Se  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ , calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ .

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

Nos exercícios 3 a 40 calcule os limites.

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^3 + 4x^2 - 1)$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right)$ .

5.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t+1}{t^2+1}$ .

6.  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t+1}{t^2+1}$ .

7.  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t + 3}{2t^2 + 5t - 3}$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 2}{-x^2 + 7}$ .

9.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - x^2 + 7}{2 - x^2}$ .

10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 + 2}{7x^3 + 3}$ .

$$11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 3x - 10}{x^3}.$$

$$13. \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 1}{t - 4}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2x - 7 \cos x)}{3x^2 - 5 \sin x + 1}.$$

$$15. \lim_{v \rightarrow +\infty} \frac{v\sqrt{v} - 1}{3v - 1}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}).$$

$$19. \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 - 1} - x).$$

$$20. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} - \sqrt{2}x).$$

$$21. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^2 - 3x + 4}{3x^2 - 1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 - 1}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 + x^3 - x + 1}.$$

$$24. \lim_{s \rightarrow +\infty} \frac{8 - s}{\sqrt{s^2 + 7}}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 7}}{x + 3}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{16x^4 + 15x^3 - 2x + 1} - 2x).$$

$$27. \lim_{s \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{3s^7 - 4s^5}{2s^7 + 1}}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 7}}{x + 3}.$$

$$29. \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{3 - y}{\sqrt{5 + 4y^2}}.$$

$$30. \lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{3 - y}{\sqrt{5 + 4y^2}}.$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x - 3}.$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x - 3}.$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2 - 4}.$$

$$34. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2 - 4}.$$

$$= \frac{1}{2} (\ln e - \ln a)$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \ln a).$$

### 3.15 EXERCÍCIOS

Nos exercícios 1 a 27, calcule os limites aplicando os limites fundamentais.

• 1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 9x}{x}$ .

• 2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 4x}{3x}$ .

• 3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 10x}{\text{sen } 7x}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } ax}{\text{sen } bx}$ ,  $b \neq 0$ .

• 5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg } ax}{x}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^3 x/2}{x^3}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\text{tg}^3 \frac{x+1}{4}}{(x+1)^3}$ .

• 8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ .

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ .

10.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 3) \cdot \text{cosec } \pi x$ .

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x - \text{sen } 2x}{2x + 3 \text{sen } 4x}$ .

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x^2}$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos x + \cos 2x}{x^2}$ .

14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^{n+5}$ .

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x.$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x.$$

$$17. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}.$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 1/\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$19. \quad \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (1 + \cos x)^{1/\cos x}.$$

$$20. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^x.$$

$$21. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10^{x-2} - 1}{x - 2}.$$

$$22. \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\frac{x+3}{4^5} - 1}{x + 3}.$$

$$23. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5^x - 25}{x - 2}.$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x-1}{3^4} - 1}{\operatorname{sen}[5(x-1)]}.$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x}.$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tgh} ax}{x}.$$

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\operatorname{sen} ax - \operatorname{sen} bx}.$$

### 3.16 CONTINUIDADE

Quando definimos  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  analisamos o comportamento da função  $f(x)$  para valores de  $x$  próximos de  $a$ , mas diferentes de  $a$ . Em muitos exemplos vimos que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  pode existir, mesmo que  $f$  não seja definida no ponto  $a$ . Se  $f$  está definida em  $a$  e  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe, pode ocorrer que este limite seja diferente de  $f(a)$ .