Лабораторная работа # 2

1 Задание

1. Научиться применять симплекс-метод при решении задач, основынных на теоретико-игровых моделях.

2 варианты заданий

1. Где строить? Две конкурирующие крупные торговые фирмы F_1 и F_2, планируют построить в одном из четырех небольших городов $G_1,\ G_2,\ G_3,\ G_4$, лежащих вдоль автомагистрали, по одному универсаму. Взаимное расположение городов, расстояние между ними и численность населения показаны на следующей схеме:

140 км	30 км	40 км	50 км	150 км
	G_1	G_2	G_3	G_4
Число покупателей	30 тыс	50 тыс	40 тыс	30 тыс

Доход, получаемый каждой фирмой, определяется численностью населения городов, а также степенью удаленности универсамов от места жительства потенциальных покупателей. Специально проведенное исследование показало, что доход универсамов будет распределяться между фирмами так, как это показано в следующей таблице:

Условие	F_1	F_2
Универсам фирмы F_1 расположен от города ближе универсама фирмы F_2	75%	25%
Универсамы обеих фирм расположены на одинаковом расстоянии от города	60%	40%
Универсам фирмы F_1 расположен от города дальше универсама фирмы F_2	45%	55%

Например, если универсам фирмы F_1 расположен от города G_1 ближе универсама фирмы F_2, то доход фирм от покупок, сделанных жителями данного города, распределится следующим образом: 75% получит F_1, остальное – F_2.

а) Представьте описанную ситуацию, как игру двух лиц;

б) В каких городах фирмам целесообразно построить свои универсамы?

2. Двум погрузчикам разной мощности за 24 часа нужно погрузить на первой площадке 230 т, на второй - 68 т. Первый погрузчик на 1-ой площадке может погрузить 10 т в час, а на 2-ой - 12 т в час. Второй погрузчик на каждой площадке может погрузить по 13 т в час. Стоимость работ, связанных с погрузкой 1 т первым погрузчиком на первой площадке 8 руб., на второй - 7 руб., вторым погрузчиком на первой площадке - 12 руб., на второй - 13 руб. Нужно найти, какой объем работ должен выполнить каждый погрузчик на каждой площадке, чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной.

3. При составлении суточного рациона кормления скота используют сено и силос. Рацион должен обладать определенной питательностью и содержать белка не менее 1 кг, кальция не менее 100 г и фосфора не менее 80 г. При этом количество питательного рациона должно быть не менее 60 кг. Содержание питательных компонентов в 1 кг сена и силоса приведено в следующей таблице. В ней указана также стоимость единицы того или иного корма. Требуется определить оптимальный суточный рацион кормления животных, обеспечивающий минимальную стоимость корма.

Название ингредиента	Норма (г)	Содержание ингредиента в 1 кг корма (г/кг)	
		Сено	Силос
Белок	1000	40	10
Кальций	100	1,25	2,5
Фосфор	80	2	1
Стоимость ед. корма (ден. ед.)		12	8

4. Пусть матрица проигрышей (в млн руб.) первого игрока имеет вид

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Решить матричную игру, перейдя к задаче линейного программирования. Найти оптимальную смешанную стратегию для первого игрока (использовать симплекс-метод).

5. Пусть матрица проигрышей (в млн руб.) первого игрока имеет вид

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 4 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

Решить матричную игру, перейдя к задаче линейного программирования. Найти оптимальную смешанную стратегию для первого игрока (использовать симплекс-метод).

6. Пусть матрица проигрышей первого игрока имеет вид

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Решить соответствующую матричную игру. Чему равно математическое ожидание проигрыша первого игрока, если и первый игрок, и второй игрок используют свои оптимальные стратегии?

7. Платежная матрица в некоторой игре имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Пусть первый игрок придерживается следующей смешанной стратегии: (6/13, 3/13, 4/13), а второй (6/13, 4/13, 3/13). Вычислить математическое ожидание проигрыша первого игрока.

8. Перейти от следующей задачи линейного программирования: $L(x) = x_1 + x_2 \to \min$
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ x_1 + 11x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$
к матричной игре. Решить Матричную игру любым известным способом.

9. Перейти от следующей задачи линейного программирования: $L(x) = x_1 + x_2 \to \max$
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, \ldots, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$
к матричной игре. Можно ли упростить матричную игру, используя понятие доминирования стратегий? Решить матричную игру любым известным вам способом.

3 Список литературы

1. http://www.itlab.unn.ru/uploads/opt/optBook1.pdf

2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебное пособие Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/9304

3. Струченков, В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах : учебное пособие Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/13781

4 Вопросы на защиту