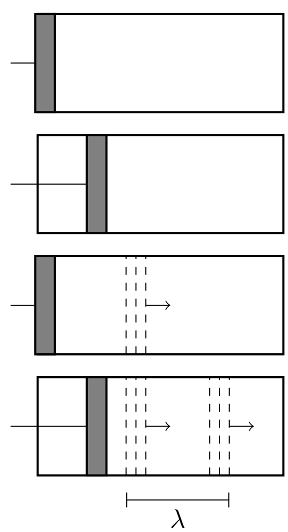
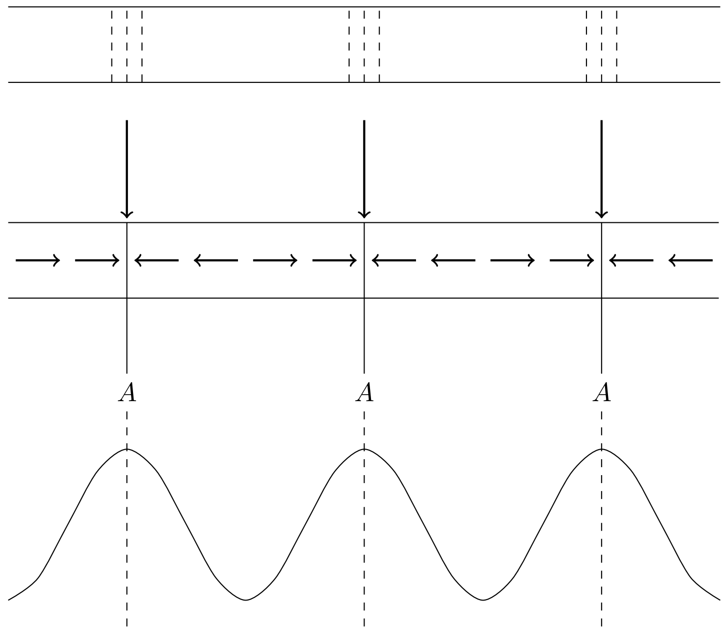
0.2. Ondas de Sonido

Una onda sonora es una onda longitudinal, la cual se genera al existir una fuente que genera un aumento de presión el cual se propaga a través de un medio. Si tomamos por ejemplo un pistón como se muestra en la figura a continuación y presionamos este pistón, vamos a producir un pulso de presión. Si procedemos a efectuar este movimiento de manera periódica, crearemos un continuo de pulsos, el cual puede interpretarse como una onda armónica en términos de variaciones de presión dentro del pistón. En la figura puede verse que los máximos de presión están en los puntos con líneas punteadas y los mínimos de presión entre cada set de máximos de presión. Esto nos permite poder definir apropiadamente una longitud de onda λ y frecuencia f.



Por otro lado sabemos que las partículas tienden a moverse de sectores de mayor presión a sectores de menor presión, por lo que las partículas oscilarán entre puntos de mayor presión. Ahora si ahora consideramos los puntos de máximo y mínimo desplazamiento, podemos identificar que donde se produce la presión máxima se tiene un desplazamiento mínimo, y donde la presión es mínima se produce un desplazamiento máximo.



Este tipo de onda periódica puede describirse por medio de una función armónica con respecto a la presión o al máximo o mínimo de desplazamiento, i.e.

$$P(x,t) = P_0 \cos(kx \pm \omega t + \phi), \tag{0.2.1}$$

donde los parámetros k, ω y P_0 están bien definidos. También podemos definir la velocidad de propagación $v = f\lambda = \omega k$, donde ahora v es la velocidad del sonido en algún medio. El sonido se desplaza a distintas velocidades, dependiendo del material en que se desplaza, por ejemplo:

Material	Velocidad [m/s]
Aire a 0[°C]	331,5
Agua a 25[°C]	1593
Acero	6200
Madera	3700

La velocidad de propagación del sonido también se puede obtener de la siguiente forma:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}, \tag{0.2.2}$$

donde F es una fuerza restituyente y ρ corresponde a la densidad del material donde se propaga. En el caso que el sonido se propague en un gas ideal (del cual hablaremos más adelante) la velocidad se obtiene como

$$v_{\text{gas}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\rho}}, \tag{0.2.3}$$

donde γ y R son constantes que dependen de cada gas. Si se tiene un sólido la velocidad está dada por:

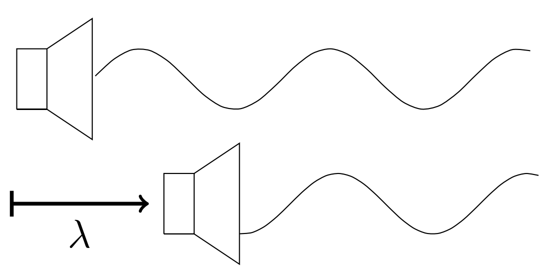
$$v_{\text{solido}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{0.2.4}$$

en este caso E se conoce como modulo de Young, que representa la elasticidad del sólido.

La onda de sonido corresponde a una onda longitudinal, pero esta puede representarse de la misma manera que una onda transversal ya que podemos identificar la forma en que la presión se distribuye en el material. Gracias a esto, la onda posee las propiedades de cualquier onda y cumple con todas las características que vimos anteriormente.

0.3. Interferencia de Sonido

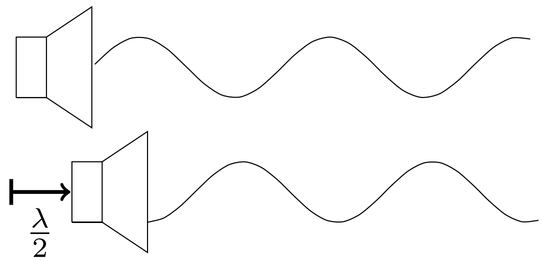
Una de las primeras características que describimos de las ondas, es el hecho que dos ondas suman su amplitud si se encuentran en un mismo punto. Esto puede llevar a interferencias constructivas o destructivas. Observemos esto desde el punto de vista de una onda en una dimensión. Supongamos que se tienen dos parlantes iguales que apuntan en la dirección horizontal a una distancia λ como se ve en la figura



En este caso podemos observar que las ondas van a sumarse constructivamente, por lo que la onda resultante tendrá el doble de amplitud. Es fácil de intuir que esto ocurrirá siempre que la distancia d entre los parlantes sea:

$$d = n\lambda. \qquad \text{donde } n = 0, 1, 2... \tag{0.3.1}$$

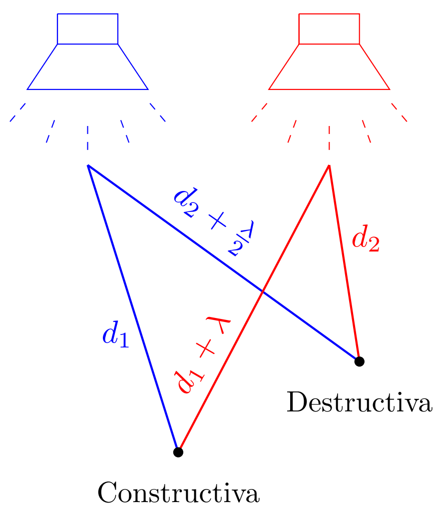
Por otro lado, si ahora tenemos una configuración igual pero la distancia entre los parlantes es $\lambda/2$, lo que se puede observar en la siguiente figura



Las dos ondas van a tener una interferencia destructiva, generando una onda de cero amplitud. De nuevo esto ocurrirá siempre que se cumpla

$$d = \frac{(2n+1)}{2}\lambda. \tag{0.3.2}$$

En el caso de tener más de una dimensión se obtendrán resultados similares, por ejemplo, imaginemos ahora que se tienen dos parlantes separados por una distancia cualquiera. Como la onda de sonido se propaga en todas direcciones, existen puntos especiales donde hay interferencia constructiva y otros donde es destructiva.



Por ejemplo, si en un punto la distancia al primer parlante es d_1, existe una interferencia constructiva si la distancia al segundo parlante es $d_2 = d_1 + n\lambda$. En el caso contrario si, por ejemplo, la distancia al segundo parlante es d_2, entonces la distancia al primer parlante d_1 para que la interferencia sea destructiva se tiene que tener $d_1 = d_2 + \frac{2n+1}{2}\lambda$.

0.4. Sonido en Tubo

Al poder describir la onda de sonido como una onda armónica se puede tener un sistema muy similar a una onda moviéndose en una cuerda. Para esto necesitamos un escenario con las mismas propiedades a el de una cuerda. Varios instrumentos musicales han podido traspasar esto a notas musicales, de los cuales destacaremos dos tipos, el primero es donde existe un tubo y una boquilla que cuenta con una lengüeta la cual vibra y crea un frente de onda de presión. Algunos instrumentos tienen esta forma, por ejemplo, el clarinete, la flauta dulce, el saxofón, etc. Por otro lado existen instrumentos que no cuentan con lengüeta, para producir este frente de onda. En estos instrumentos la vibración tiene que ser producida por el músico donde los labios producen estas vibraciones. Algunos instrumentos de este tipo son la flauta traversa, la trompeta, etc.

Si tenemos un tubo en donde la vibración es producida como el primer grupo explicado con anterioridad, la lengüeta produce entonces un máximo de vibración. Este tubo puede estar abierto o cerrado al otro lado. Un tubo abierto permite el libre movimiento de las partículas dentro del tubo, por lo que se consideraría de máximo desplazamiento, en cambio el tubo cerrado no permite a las partículas dentro desplazarse más allá, por lo que este punto sería considerado un punto de mínimo desplazamiento. Estos dos casos corresponderían a una cuerda abierta en el lado izquierdo y suelta en el lado derecho para un tubo abierto, y una cuerda suelta en el lado izquierdo y fija en el lado derecho para un tubo cerrado. En otras palabras vamos a analizar un tubo donde el lado izquierdo está la boquilla y el lado derecho se encuentra abierto o cerrado.

1. **Tubo con extremo derecho abierto:**

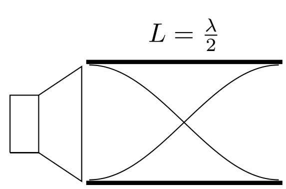
   En este caso ambos extremos tienen un máximo de desplazamiento, por lo que se puede de manera inmediata identificar cuales son sus armónicos.

   - **Primer Armónico** (modo fundamental):

     Para el modo fundamental de oscilación se tiene una longitud de onda de $\lambda_1 = 2L$ y una frecuencia de

     $$f_1 = \frac{v}{2L}. \tag{0.4.1}$$

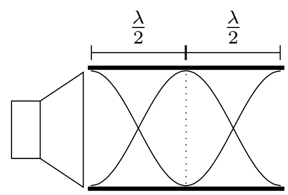
     Este se representa en la siguiente figura:



- **Segundo Armónico**:

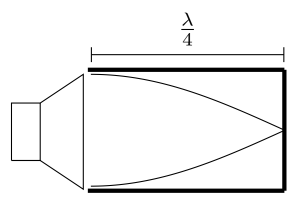
  Para el segundo armónico se tiene una longitud de onda de $\lambda_2 = L$ y una frecuencia de

$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1. \tag{0.4.2}$$



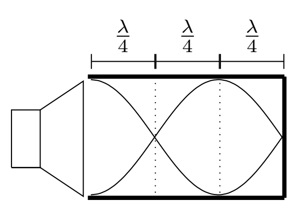
2. **Tubo con extremo derecho cerrado:**

- **Primer Armónico**: De la misma manera que en el caso anterior, se puede obtener el modo fundamental viendo la geometría del sistema, en este caso la longitud de onda estará dada por $\lambda_1 = 4L$ por lo que su frecuencia de oscilación es $f_1 = v/4L$.



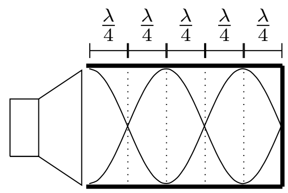
- **Segundo Armónico**:

  Para el segundo armónico se tiene una longitud de onda de $\lambda_2 = 4L/3$ y su frecuencia es $f_2 = 3v/4L$.



- **Tercer Armónico**:

  Para el tercer armónico se tiene una longitud de onda de $\lambda_3 = 4L/5$ y una frecuencia de $f_3 = 5v/4L$.

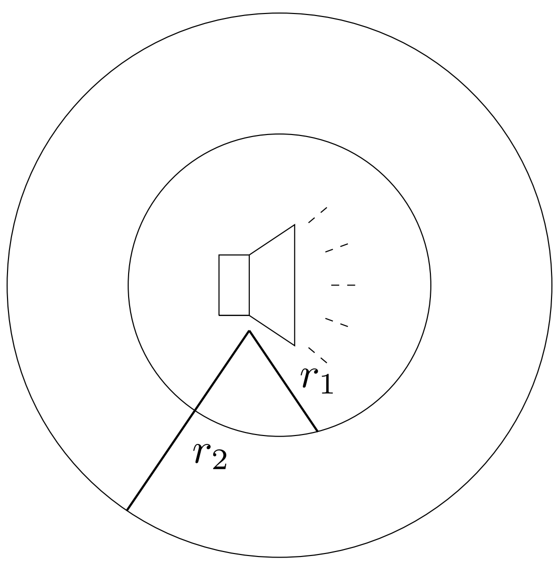


0.5. Potencia e Intensidad

La generación de una onda de sonido se efectúa por medio de un emisor que entrega potencia al medio. Esta potencia es luego repartida radialmente en las tres dimensiones, es por tanto que mientras más lejos un receptor se encuentre del emisor, menor es la cantidad de potencia que recibe. Para tomar en cuenta esto se define la intensidad. Esta toma en cuenta la fracción de potencia y está dada por:

$$I = \frac{\text{potencia}}{\text{superficie}}, \tag{0.5.1}$$

Para entender mejor este concepto, supongamos que tenemos dos receptores a distancias r_1 y r_2 respectivamente, tal como se ve en la siguiente figura



La superficie donde se encuentran ambos observadores están dadas por:

$$A_1 = 4\pi r_1^2, \tag{0.5.2}$$
$$A_2 = 4\pi r_2^2, \tag{0.5.3}$$

Por lo que la intensidad que recibe cada observador estaría dada por la razón entre la potencia y su correspondiente superficie en donde se encuentra, y equivale a:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}, \tag{0.5.4}$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}. \tag{0.5.5}$$

Si tomamos la razón entre ambas intensidades obtenemos que

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \tag{0.5.6}$$

es decir, mientras mayor sea la distancia de un observador con respecto a la fuente, la intensidad de sonido decae de manera $\sim 1/r^2$, y la razón de dos observadores con respecto a una fuente va como la razón del inverso de sus distancias al cuadrado.

0.5.1. Decibeles

Una gran particularidad que tiene nuestro oído, es que puede escuchar sonidos entre el siguiente rango frecuencias

$$20\,[\mathrm{Hz}] \sim 20\,[\mathrm{kHz}]. \tag{0.5.7}$$

Por otro lado, la mínima intensidad que puede escuchar el ser humano es de

$$I_0 = 10^{-12}\ [\mathrm{W/m^2}], \tag{0.5.8}$$

y un máximo de

$$I_M \sim 10^{13} I_0. \tag{0.5.9}$$

Este rango de intensidades es muy amplio, por lo que es favorable introducir un nuevo parámetro que nos pueda dar mejor información acerca de la intensidad que percibimos. Esta nueva unidad son los decibeles *db*, estos se definen de la siguiente forma:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right). \tag{0.5.10}$$

En el caso que $I = I_0$ se tiene que $\beta = 0$. El rango del dolor, la intensidad máxima que puede escuchar un humano, equivale a $120\,db$. Para comparar la intensidad de dos sonidos se usa la siguiente ecuación:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \tag{0.5.11}$$

Para comparar la intensidad de dos sonidos a distancia diferente se puede fácilmente llegar a:

$$\Delta\beta = 20 \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \qquad (0.5.12)$$

A continuación se muestra una tabla con decibeles y su respectivo ejemplo:

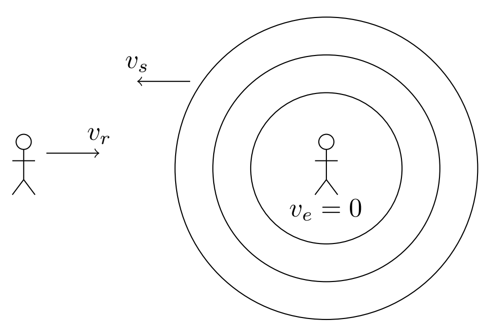
Decibeles	Ejemplo
0	-
10	Afuera de un estudio de música
20	Living vacío
30	Interior de biblioteca
40	Conversación tranquila
50	Oficina
60	-
70	Calle transitada
80	-
90	Metro
100	Taladro
120	Umbral del dolor
150	Concierto
160	Turbina jet

0.6. Efecto Doppler

El efecto Doppler corresponde al fenómeno en el cual la longitud de onda y la frecuencia de una onda varía según el desplazamiento del emisor y el receptor. Para entender este fenómeno partiremos con un ejemplo sencillo.

- **Emisor inmóvil y receptor móvil**

  Imaginemos que tenemos una persona (a la derecha de la figura a continuación) que emite un sonido a una frecuencia constante f_e con una longitud de onda λ, este emisor está quieto mientras que la persona que recibe la señal a su izquierda se mueve a una velocidad v_r



La frecuencia de la persona que recibe la onda será mayor ya que al acercarse al emisor pasará más rápido por cada longitud de onda, es por tanto que la frecuencia que recibe el receptor se calculará mediante la suma de la velocidad del sonido (v_s), sumándole la velocidad con que atraviesa las ondas, i.e.

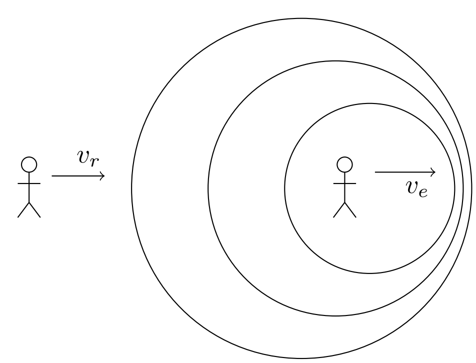
$$f_r = \frac{v_s + v_r}{\lambda}, \tag{0.6.1}$$

$$\Rightarrow f_r = \frac{v_s + v_r}{v_s} f_e. \tag{0.6.2}$$

Podemos ver que si la velocidad del receptor hubiese sido cero, entonces el percibe la misma frecuencia que la emitida, al contrario, si el receptor se hubiese movido alejándose del emisor, entonces habría que reemplazar $v_r \to -v_r$, lo que nos da una frecuencia menor a la del emisor. Nuestra primera conclusión es que si el receptor y el emisor se acercan, luego el receptor escucha un tono más agudo (de mayor frecuencia), o si ambos se alejan, entonces el receptor escuchará un sonido más grave, de menor frecuencia.

- **Emisor y receptor móviles**

  Si consideramos un caso más general, podemos también decir que el emisor puede estar moviéndose con respecto al receptor, en este caso podemos, en primera instancia, analizar que ocurre con la señal que emite el emisor. Como se observa en la figura, si el emisor se está moviendo hacia la derecha las longitudes que emite se encontrarán más cercas unas con otras a su derecha ya que se está moviendo hacia ese lado. Por el contrario, los pulsos que emite hacia su izquierda se encontrarán más separados ya que se está alejando.



Podemos entonces fácilmente deducir que las longitudes de onda que emite hacia el frente y hacia atrás dependen de la velocidad del emisor, i.e.

$$\lambda_{\text{frente}} = \frac{v_s - v_e}{f_e}, \tag{0.6.3}$$

$$\lambda_{\text{atrás}} = \frac{v_s + v_e}{f_e}, \tag{0.6.4}$$

$$\tag{0.6.5}$$

Las longitudes de onda que emite hacia atrás son recibidas por el receptor que también se encuentra moviéndose hacia la derecha, es por tanto que si usamos la ecuación (0.6.1) obtenemos

$$f_r = \frac{v_s + v_r}{\lambda_{\text{atrás}}}, \tag{0.6.6}$$

$$\Rightarrow f_r = \frac{v_s + v_r}{v_s + v_e} f_e. \tag{0.6.7}$$

Para entender un poco la ecuación anterior, hay que analizar algunos casos:

- $v_r > 0$ y $v_e > 0$, y $v_r = v_e$, entonces

$$f_r = f_e \tag{0.6.8}$$

- $v_r > v_e$, y $v_r > 0$ y $v_e > 0$, entonces

$$f_r > f_e \tag{0.6.9}$$

- $v_r = 0$ y $v_e < 0$, entonces

$$f_r > f_e \tag{0.6.10}$$

- $v_r = 0$ y $v_e > 0$, entonces

$$f_r < f_e \tag{0.6.11}$$

Existen varios casos más que pueden analizarse. Hay que notar que los signos utilizados fueron establecidos en este ejemplo en particular, si se escogiese otro marco de referencia, hay que darse cuenta del cambio de los signos.