به نام خدا

دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها، نیم‌سال یکم، سال تحصیلی ۹۷- ۹۶

راهنماییِ تمرین کامپیوتری **سوّم**

پرسش یکم.

خواسته‌ی پرسش یافتنِ کمرِ یک گرافِ وزن‌دار است. برای هر یال آن را حذف می‌کنیم و سپس کوتاه‌ترین مسیر بینِ دو گرهِ آن را با دایکسترا $O((E+V)\log V)$ می‌یابیم. وزنِ مسیرِ پیدا شده را با یالِ حذف شده جمع می‌زنیم و هزینه‌ی کوتاه‌ترین دورِ شاملِ این یال بدست می‌آید. کمینه‌ی این مقدارها برابرِ پاسخِ پرسش است. $O(E^2\log V+VElog\ V)$

پرسش دوم.

خواسته‌ی پرسش یافتنِ درختِ پوشایِ کمینه‌ی یک گرافِ وزن‌دار است که یک یالِ خاص حتما در آن باشد. (برای هر یال) می‌توان یک بار درختِ پوشایِ کمینه‌ی گراف را بدست آورد. $O(Elog\ V)$. آن را T بنامید. برای هر یال مانندِ e اگر e در T باشد که پاسخ همان T است. در غیر این صورت e را به T اضافه می‌کنیم و دقیقا یک دور درست می‌شود. در این دور سنگین‌ترین یال غیرِ e را برمی‌داریم و درخت بدست آمده پاسخ پرسش است. برای پیاده‌سازی ساده‌تر می‌توان پروزن‌ترین یال در مسیرِ بینِ هر دو گره در T را بدست آورد. $O(E+V)$ پس پاسخ از پیچیدگیِ $O(Elog\ V)$ می‌شود.

پرسش سوم.

خواسته‌ی پرسش یافتنِ کم‌وزن‌ترین مسیر بین دو گره‌ی v و u است که دقیقا k یال داشته باشد. (یالِ تکراری پذیرفته است) $d[i][v]$ را کم‌هزینه‌ترین مسیر با دقیقا i یال از v به u تعریف می‌کنیم. می‌توان به‌سادگی دریافت که:

$$d[i][v]=\min_{t\ \in adj(v)}\{d[i-1][t]+w_{t,v}\}$$

$$d[0][v]=\begin{cases}0 & v=u\\ \infty & o.w.\end{cases}$$

هزینه‌ی به‌روزکردنِ آرایه‌ی d از پیچیدگیِ $O(k(V+E))$ است.

بسانِ رود، رونده باشید.