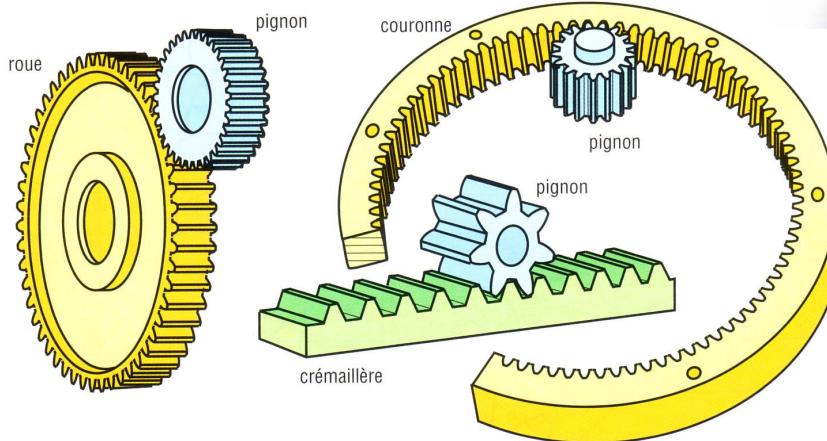


## I. FONCTION GLOBALE

La fonction globale d'un engrenage est de transmettre un mouvement de rotation par obstacles en changeant ses caractéristiques.

### Qu'est ce qu'un engrenage ?

L'engrenage est un mécanisme élémentaire constitué de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position relative invariable, et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact.



Les deux roues sont conjuguées : la plus petite est le pignon, la plus grande la roue.

**Remarque :** Une roue à rayon infini est une crémaillère.

### Utilisation :

On les utilise pour transmettre un mouvement et une puissance entre 2 arbres parallèles ou non, concourants ou non et perpendiculaires ou non. Pour un prix de revient modéré, ils ont pour avantage un excellent rendement et un encombrement plutôt faible. Ils sont dans certains cas irréversibles.

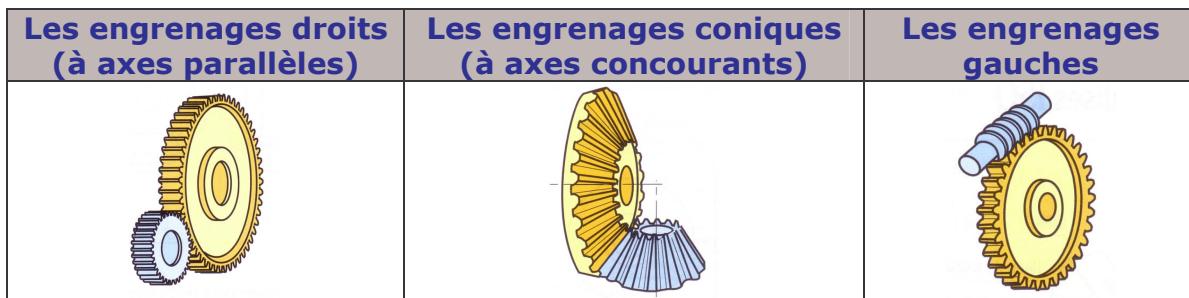
### Fonction :

**Les engrenages peuvent avoir diverses utilités :**

- ① Réduction et/ou variation de la fréquence de rotation entre 2 arbres.
- ② Réduction/Augmentation du couple moteur.
- ③ Transmission d'un mouvement de rotation.
- ④ Transformation des caractéristiques d'un mouvement.

## II. LES DIFFERENTS TYPES D'ENGRENAGES

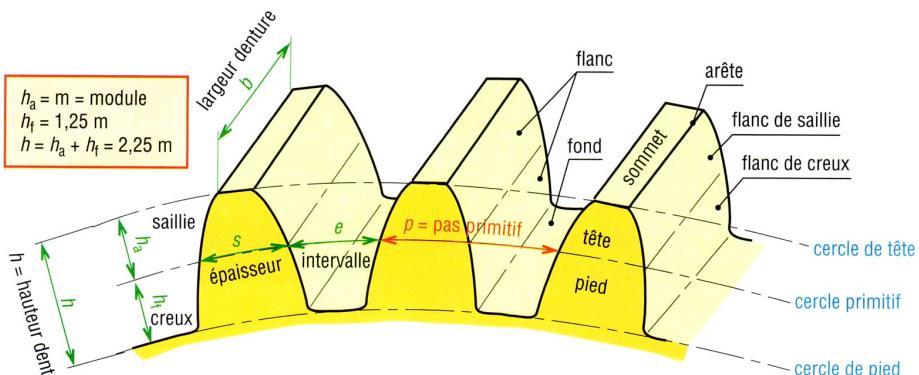
Suivant la fonction qu'ils ont à réaliser, les engrenages peuvent avoir différentes formes et différentes caractéristiques de denture. Il y a 3 catégories d'engrenages :



### II.1. Les engrenages droits à denture droite :

#### Caractéristiques des dentures :

Les plus simples et les plus économiques, ils sont utilisés pour transmettre la puissance et le mouvement entre 2 arbres parallèles. Les dents des roues de l'engrenage sont parallèles à l'axe de rotation des arbres. Il y a engrènement "couple de dents" par "couple de dents" ce qui entraîne des chocs d'engrènement. Leur utilisation est généralement bruyante et génère des vibrations.



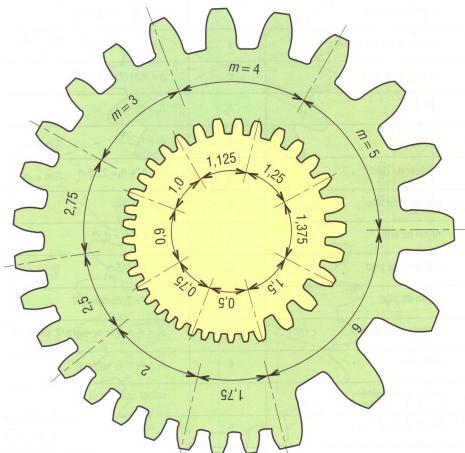
Désignation	Symbole	Proportion
Nombre de dents	<b>z</b>	<b>13 mini</b>
Module	<b>m</b>	<b>RDM</b>
Diamètre primitif	<b>d ou <math>d_p</math></b>	<b><math>d = m.z</math></b>
Diamètre de tête	<b><math>d_a</math></b>	<b><math>d_a = d + 2.m</math></b>
Diamètre de pied	<b><math>d_f</math></b>	<b><math>d_f = d - 2.5m</math></b>
Pas primitif	<b>p</b>	<b><math>p = \pi.m</math></b>
Largeur de denture	<b>b</b>	<b><math>b = k^{(1)}.m</math></b>
Hauteur de denture	<b>h</b>	<b><math>h = 2.25m</math></b>
Hauteur de saillie	<b><math>h_a</math></b>	<b><math>h_a = m</math></b>
Hauteur de creux	<b><math>h_f</math></b>	<b><math>h_f = 1.25m</math></b>

k : coefficient de largeur de denture

### □ Le module (m) :

Le module d'une denture est la valeur qui permet de définir les caractéristiques d'une roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif de la roue et le nombre de ses dents. Le module est une grandeur normalisée.

**Remarque :** L'épaisseur de la dent et sa résistance dépendent du choix du module. Ce choix ne doit pas être improvisé mais doit se faire après un calcul de RDM.



### □ Modules normalisés (mm) :

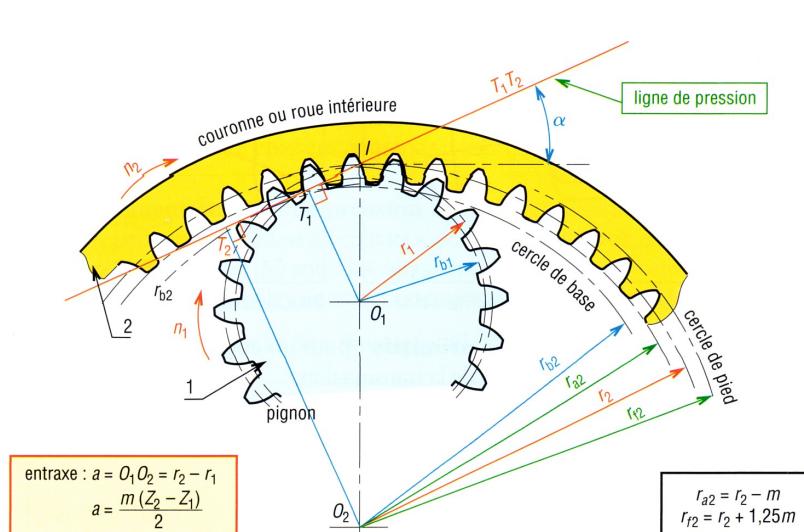
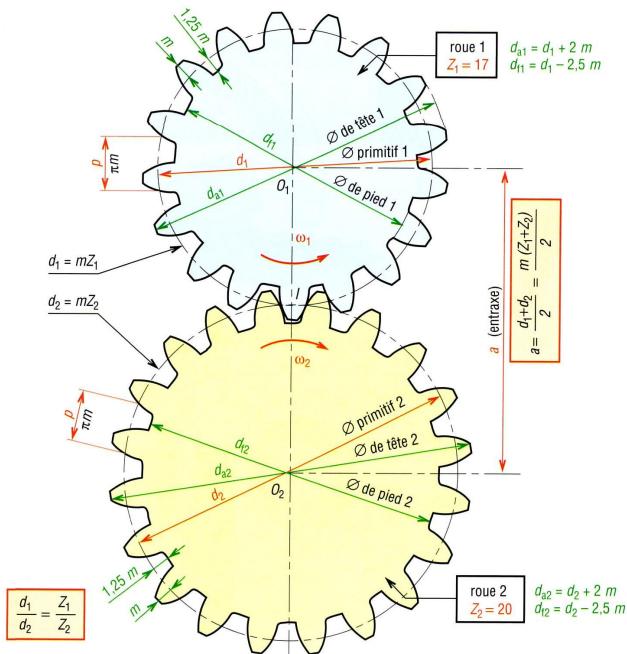
Série Principale		
0.5	1.25	3
0.6	1.5	4
0.8	2	5
1	2.5	6

### □ Le diamètre primitif ( $d_p$ ) :

$$d_p = m \cdot Z$$

Les diamètres primitifs de deux roues dentées formant un engrenage sont des cercles fictifs tangents.

### □ Expression de l'entraxe (a) :

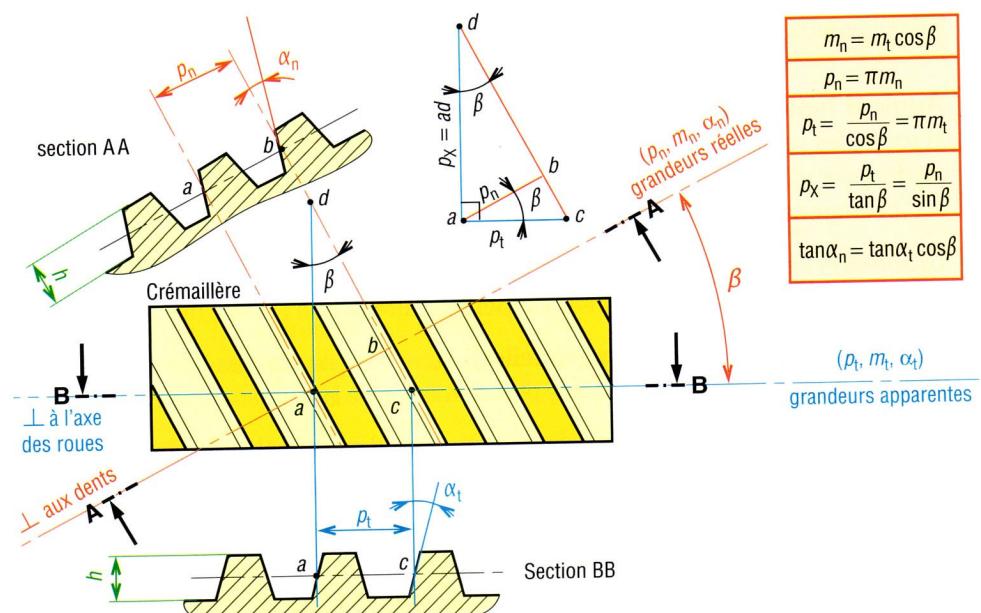
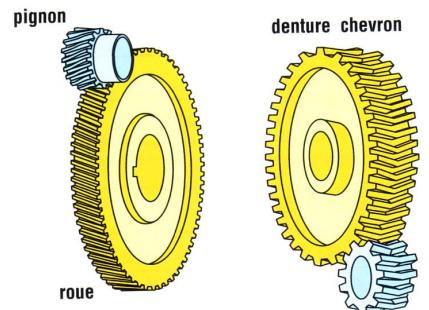


## II.2. Les engrenages droits à denture hélicoïdale :

Ils transmettent un mouvement et une puissance entre 2 arbres parallèles. L'angle d'inclinaison de la denture est le même pour les 2 roues, mais de sens opposé. Leurs axes peuvent être orthogonaux (cas des engrenages gauches)

### □ Caractéristiques des dentures :

Plus complexes, à taille égale, ils sont plus performants que les précédents pour transmettre puissance et couple. Du fait d'une meilleure progressivité et continuité de l'engrènement (2, 3, ou 4 dents toujours en prise), ils sont aussi plus souples et silencieux. L'inclinaison de la denture engendre des efforts axiaux suivant l'axe de l'arbre qui doivent être supportés par les paliers.

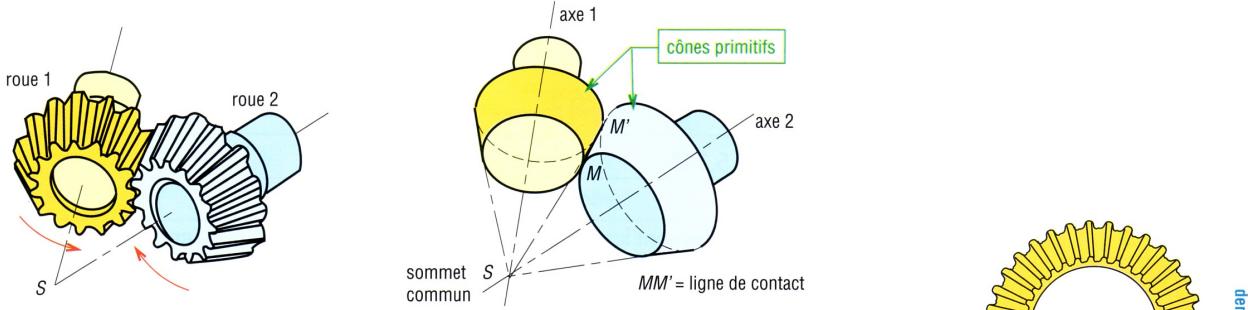


Désignation	Paramètres	Observations
<b>Module réel</b>	<b><math>m_n</math></b>	<b>calcul de R.D.M.</b>
<b>Module apparent</b>	<b><math>m_t</math></b>	<b><math>m_t = p_t / \pi</math></b>
<b>Angle d'hélice</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>15^\circ &lt; \beta &lt; 30^\circ</math></b>
<b>Pas primitif réel</b>	<b><math>p_n</math></b>	<b><math>p_n = \pi \cdot m_n \quad p_n = p_t \cdot \cos \beta</math></b>
<b>Diamètre primitif</b>	<b><math>d</math></b>	<b><math>d = m_t \cdot Z = m_n \cdot Z / \cos \beta</math></b>
<b>Angle de pression réel</b>	<b><math>\alpha_n</math></b>	<b>généralement <math>20^\circ</math></b>
<b>Largeur de la dent</b>	<b><math>b</math></b>	<b><math>b = k \cdot m_n</math></b>

## II.3. Les engrenages coniques

C'est un groupe important utilisé pour transmettre un mouvement entre deux axes non parallèles dont les axes sont concourants. Les axes à  $90^\circ$  sont les plus courants.

Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes (cônes primitifs). Les cônes sont tangents sur une ligne  $MM'$  et leur sommet commun est le point  $S$ . C'est aussi le point d'intersection des axes de rotation des 2 roues.

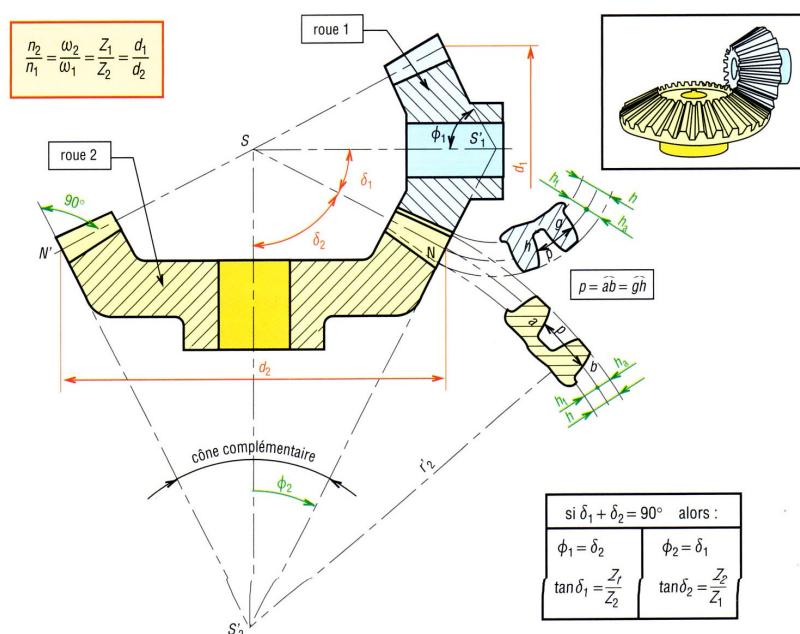
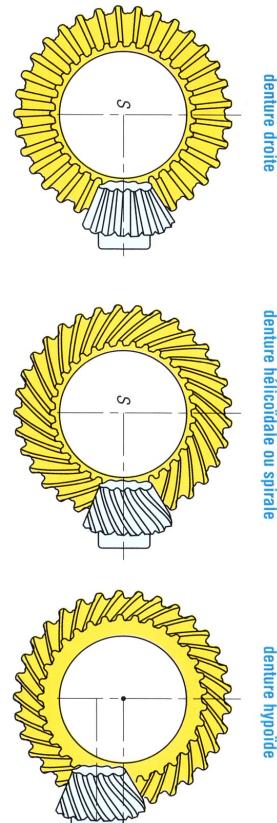


### On distingue :

**Les engrenages coniques à denture droite** : Les plus simples et les plus utilisés. Pour des fréquences de rotation élevées, ils présentent les mêmes inconvénients que les engrenages à denture droite.

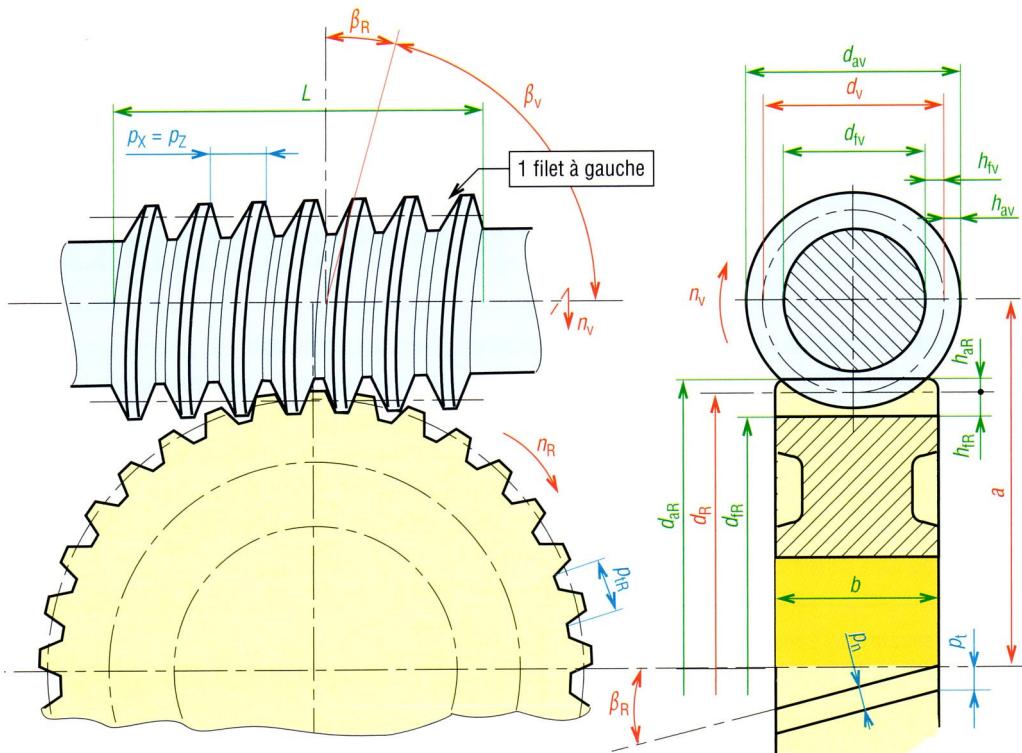
**Les engrenages coniques à denture spirale** : Ils permettent de diminuer les bruits à très grande vitesse et assurent une plus grande progressivité de transmission.

**Les engrenages hypoïdes** : Les axes de roues sont orthogonaux mais non concourants. Ils constituent une variante complexe des précédents avec les mêmes qualités générales.



## II.4. Les engrenages gauches

La transmission du mouvement se fait entre deux arbres orthogonaux. Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité. Ils constituent les engrenages à l'engrènement le plus silencieux et sans chocs. En contrepartie le glissement et le frottement important provoquent un rendement médiocre.



$$\frac{n_R}{n_V} = \frac{Z_V}{Z_R}$$

$$\frac{n_R}{n_V} \neq \frac{d_V}{d_R}$$

$$\beta_v + \beta_R = 90^\circ$$

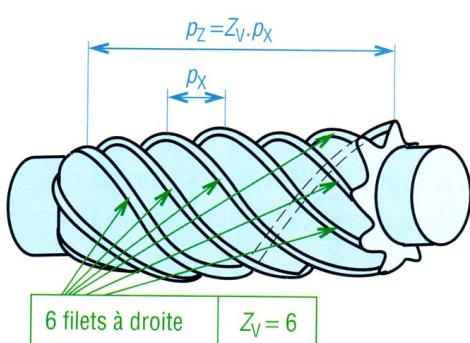
$$a = \frac{m_n}{2} \left( \frac{Z_V}{\sin \beta_R} + \frac{Z_R}{\cos \beta_R} \right)$$

$$p_{tR} = p_X$$

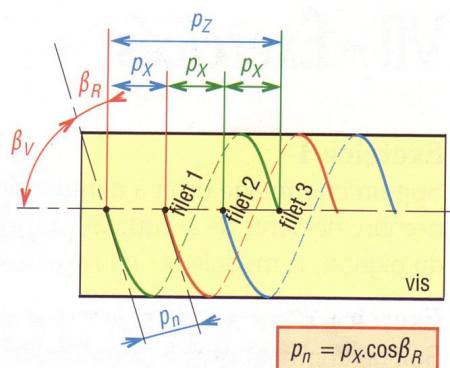
$$p_n = p_{nV} = p_{nR}$$

### □ Caractéristiques cinématiques et géométriques

Les caractéristiques de la roue sont celles d'une roue dentée à denture hélicoïdale. Le paramètre  $Z_v$  représente le nombre de filets de la vis (de 1 à 8 filets, parfois plus). Le pas axial  $P_x$  mesure la distance (suivant l'axe) entre 2 filets consécutifs de la vis. Le pas de l'hélice  $P_z$  représente le pas du filet ou d'un des filets de la vis. ( $P_z = Z_v \cdot P_x$  et  $\tan \beta_R = P_z / n d_V$ ).



$$Z_V = 6$$



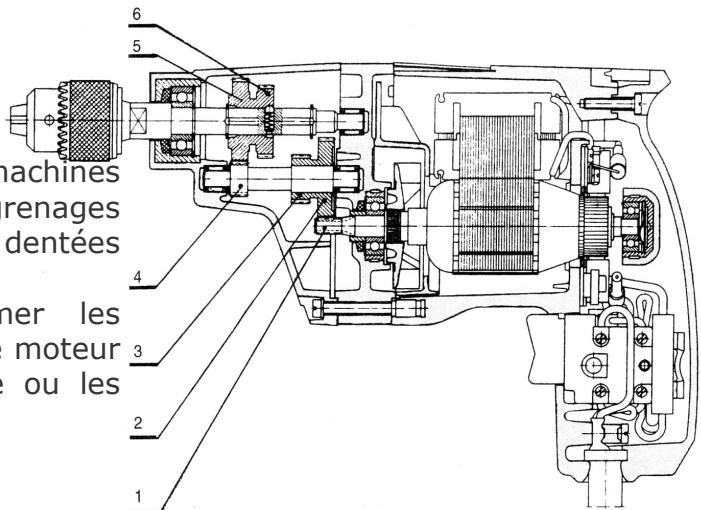
$$p_n = p_x \cos \beta_R$$

### III. TRAINS D'ENGRENAGES

#### III.1 Définitions :

Présents dans une grande quantité de machines et de mécanismes, les trains d'engrenages peuvent utiliser les différentes roues dentées vues précédemment.

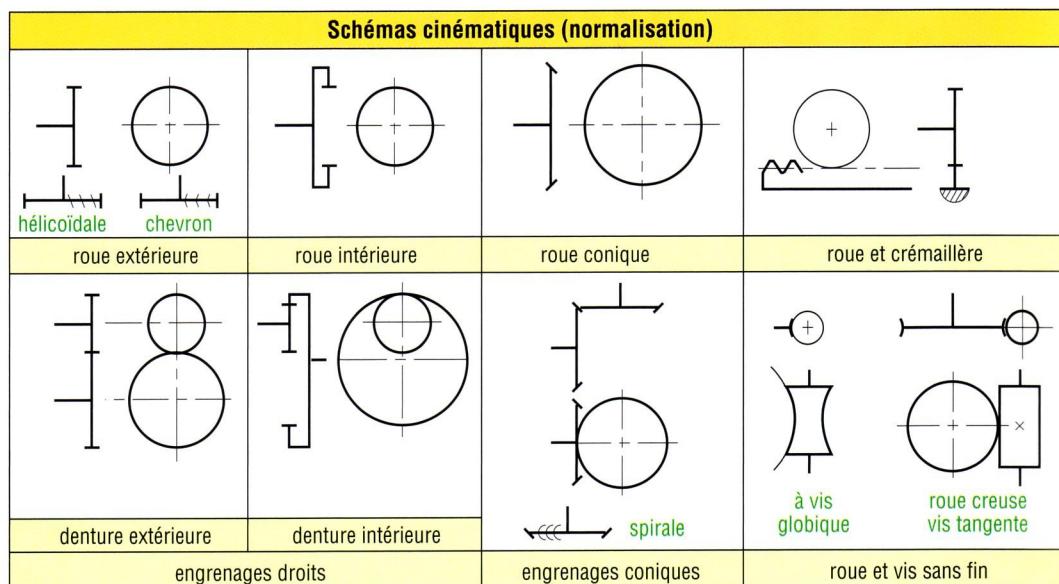
Ils ont pour vocation de transformer les caractéristiques du mouvement de l'arbre moteur en un ou plusieurs mouvements sur le ou les arbres de sortie.



**Remarque :** D'une manière générale dans chaque couple de roues, on appelle « roue menante » la roue dentée motrice et « roue menée » la roue dentée réceptrice.

#### □ Schématisation

La schématisation normalisée proposée ci-dessous permet de représenter les engrenages de manière schématique dans les chaînes cinématiques usuelles.



1. Schémas cinématiques des différents types d'engrenages.

#### □ Rapport de transmission

Le rapport de transmission ( $i$ ) d'un train d'engrenage exprime le rapport entre la fréquence de rotation de l'arbre de sortie et celle de l'arbre d'entrée.

$$\text{Rapport de transmission : } i = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$

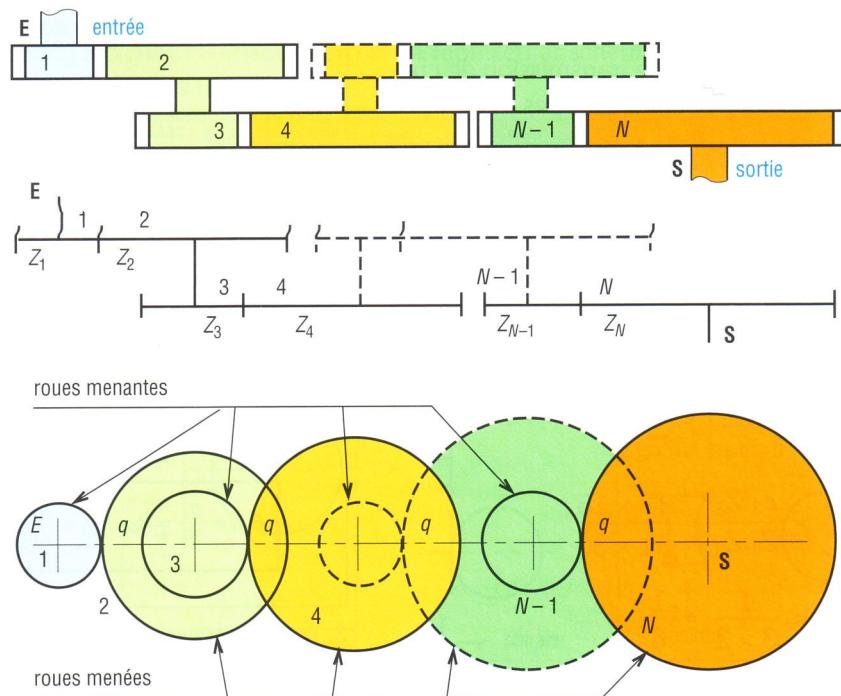
- $\omega_e$  est la fréquence de rotation de l'arbre d'entrée exprimée en rad/s.
- $\omega_s$  est la fréquence de rotation de l'arbre de sortie exprimée en rad/s.

## □ Raison du train d'engrenage

La raison ( $r$ ) d'un train d'engrenage exprime le rapport entre le produit du nombre de dents des roues menées et le produit du nombre de dents des roues menantes.

$$\text{Raison du train : } r = (-1)^y \frac{\prod.(Z_{\text{menantes}})}{\prod.(Z_{\text{menées}})}$$

- $y$  exprime le nombre de contacts extérieurs.
- $(-1)^y$  permet de savoir si il y a inversion du sens de rotation de l'arbre d'entrée.



$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{\text{produit nbre de dents des roues menantes}}{\text{produit nbre de dents des roues menées}}$$

avec  $y = \text{nbre de contact extérieur (type } q\text{)}$

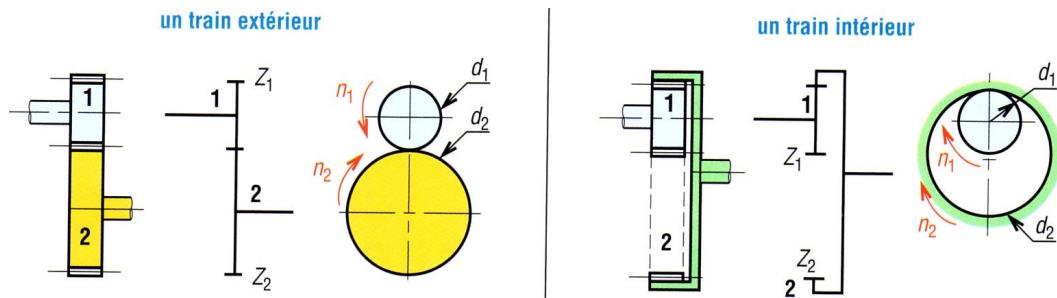
$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{Z_1 \cdot Z_3 \dots Z_{N-1}}{Z_2 \cdot Z_4 \dots Z_N} = R_{2/1} R_{4/3} \dots R_{N/N-1}$$

**Remarque :** Dans un train simple, la raison du train ( $r$ ) est égale au rapport de transmission ( $i$ ) de ce même train.

$$i = r$$

### III.2 Applications :

Train à un engrenage



Données :  $n_1 = 1500 \text{ tr/mn}$ ,  $Z_1 = 15$  dents,  $Z_2 = 30$  dents

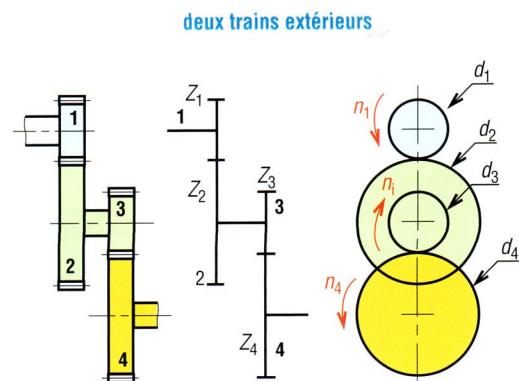
- ☛ Déterminer le rapport de transmission  $R_{2/1}$  ainsi que la fréquence de rotation de l'arbre de sortie  $n_2$  :

Train à deux engrenages

On ajoute en série un couple de dents extérieures

Données :  $n_1 = 1500 \text{ tr/mn}$ ,  $Z_1 = 15$  dents,  $Z_2 = 30$  dents,  $Z_3 = 17$  dents,  $Z_4 = 51$  dents

- ☛ Déterminer le rapport de transmission  $R_{4/1}$  ainsi que la fréquence de rotation de l'arbre de sortie  $n_4$  :

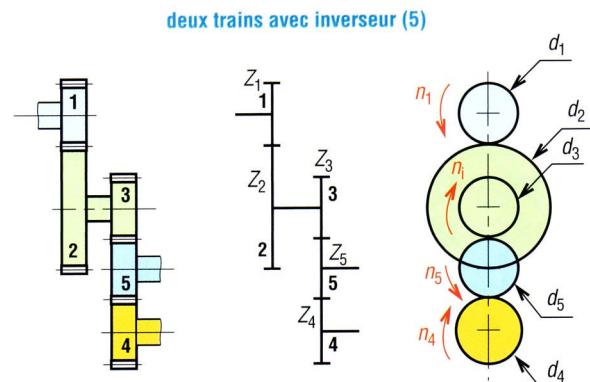


## □ Train à deux engrenages plus roue d'inversion

Si on intercale une roue supplémentaire 5 entre 3 et 4, la roue introduite modifie le sens de rotation final sans modifier le rapport global de transmission.

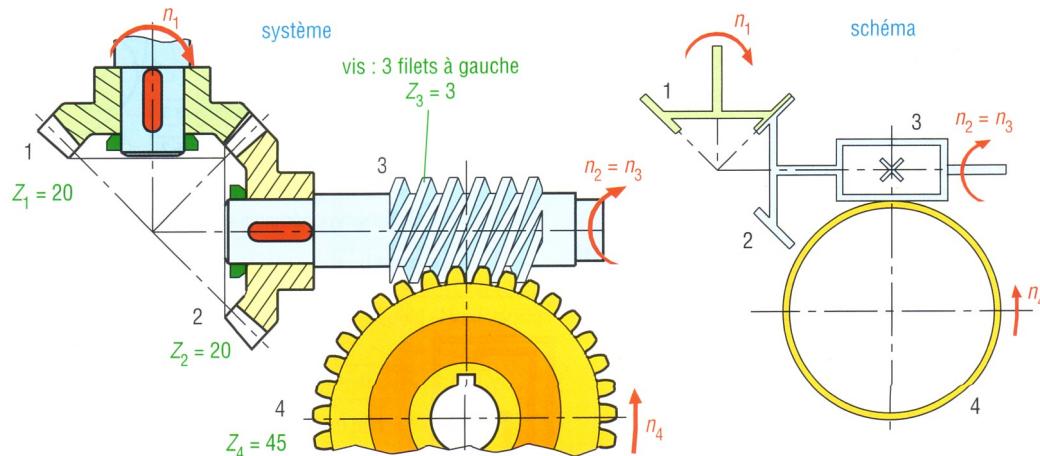
**Données :**  $n_1 = 1500 \text{ tr/mn}$ ,  $Z_1 = 15$  dents,  
 $Z_2 = 30$  dents,  $Z_3 = 17$  dents,  $Z_4 = 51$  dents,  
 $Z_5 = 20$  dents

- ↗ **Déterminer le rapport de transmission  $R_{4/1}$  ainsi que la fréquence de rotation de l'arbre de sortie  $n_4$  :**



## □ Train à engrenage conique et système roue vis sans fin d'inversion

Le réducteur ci-dessous est composé d'un renvoi d'angle et d'un système roue et vis.



**Données :**  $n_1 = 1500 \text{ tr/mn}$ ,  $Z_1 = 20$  dents,  $Z_2 = 20$  dents,  $Z_3 = 3$  filets,  $Z_4 = 45$  dents.

- ↗ **Déterminer le rapport de transmission  $R_{4/1}$  ainsi que la fréquence de rotation de l'arbre de sortie  $n_4$  :**