



IEL — protokol k projektu

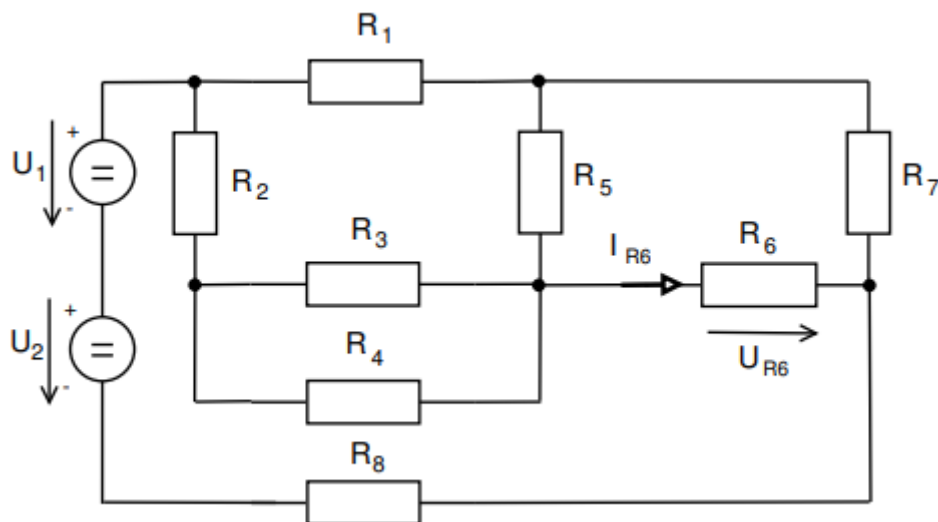
Dmytro Sadovskyi  
xsadov06

December 20, 2020

## Příklad 1

Stanivte napětí  $U_{R_6}$  a proud  $I_{R_6}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

Sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190

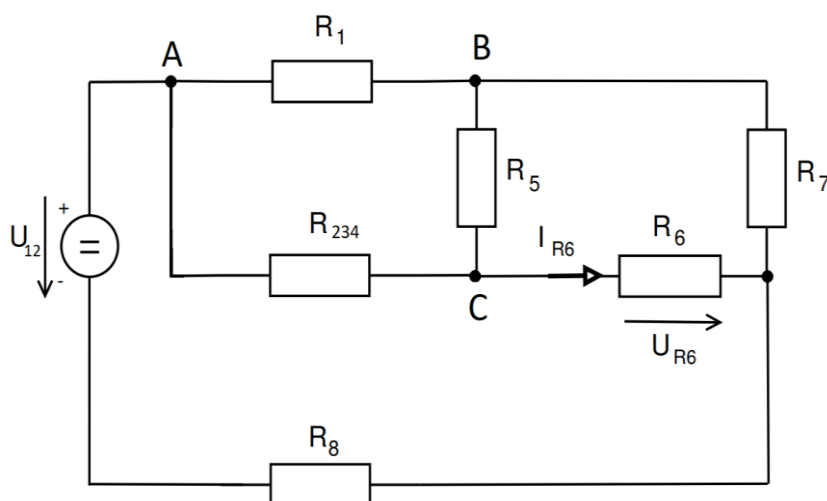


Tento obvod musíme řešit pomocí metody postupného zjednodušování obvodu. Snažíme se ze složitějšího obvodu postupným zjednodušováním dostat až k obvodu s jediným rezistorem, proudem a napetovým zdrojem. Nejprve zjednodušíme rezistory  $R_3$  a  $R_4$  zapojené paralelně a zároveň sloučíme zdroje napětí  $U_1$  a  $U_2$ . Po zjednodušení dostaneme rezistor, který nazveme  $R_{34}$  a jediný zdroj napětí  $U_{12}$ . Pak zjednodušíme rezistory  $R_{34}$  a  $R_2$  zapojené seriove a dostaneme rezistor, který nazveme  $R_{234}$ . Zároveň si označíme uzly (využijeme v dalším kroku). Odpor rezistoru a napětí vypočteme a obvod zjednodušíme :

$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = \frac{410 * 130}{410 + 130} = 98,7037037 \Omega$$

$$R_{234} = R_{34} + R_2 = 98,7037037 + 650 = 748.7037037 \Omega$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 200 V$$

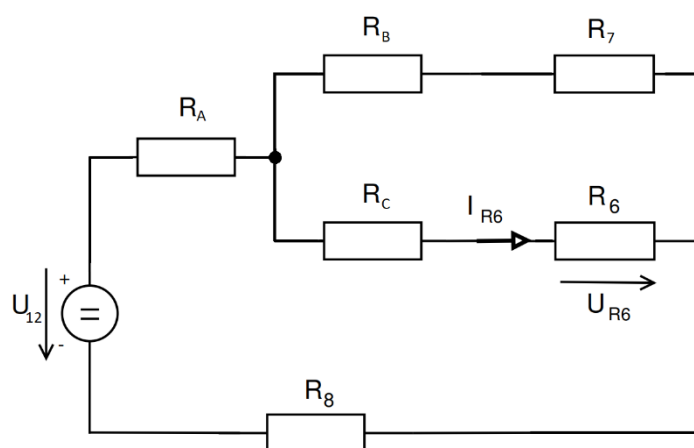


Pro rezistory  $R_1$ ,  $R_{234}$ ,  $R_5$  můžeme použít transformace trojúhelník  $\rightarrow$  hvězda - při uzlu A bude rezistor  $R_A$ , při uzlu B bude  $R_B$  a při uzlu C bude  $R_C$ . Odpory těchto rezistorů vypočítáme :

$$R_A = \frac{R_1 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{350 * 748.7037037}{350 + 748.7037037 + 360} = 179.64326520 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{350 * 360}{350 + 748.7037037 + 360} = 86.37806271 \, \Omega$$

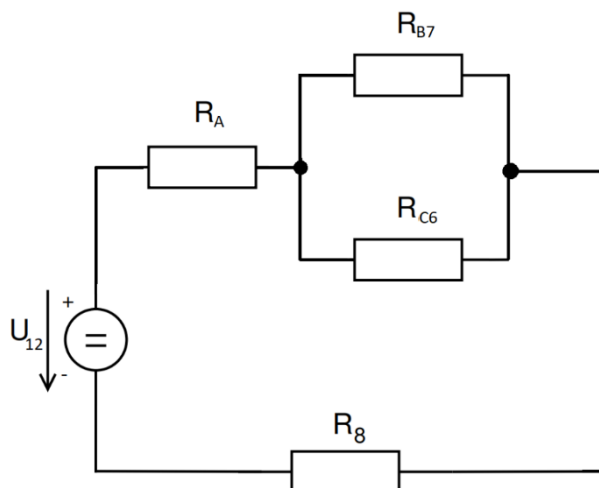
$$R_C = \frac{R_{234} * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{748.7037037 * 360}{350 + 748.7037037 + 360} = 184.77592992 \, \Omega$$



Zjednodušíme rezistory  $R_B$ ,  $R_7$  a  $R_C$ ,  $R_6$  zapojené seriove a dostaneme  $R_{B7}$  a  $R_{C6}$ .

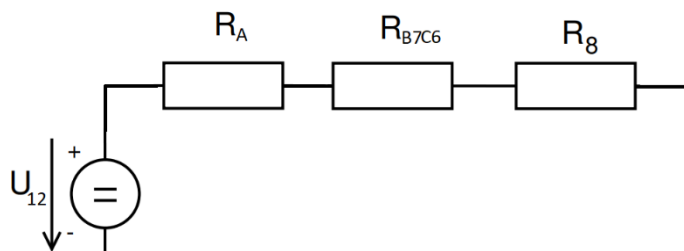
$$R_{B7} = R_B + R_7 = 86.37806271 + 310 = 396.37806271 \, \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 184.77592992 + 750 = 934.77592992 \, \Omega$$



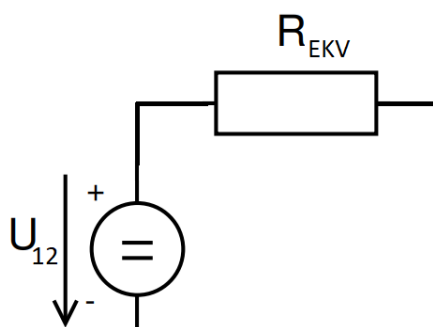
Ted' můžeme zjednodušíť rezistory  $R_{B7}$  a  $R_{C6}$  zapojené seriove. Po zjednodušení dostaneme resistor  $R_{B7C6}$ .

$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} * R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{396.37806271 * 934.77592992}{396.37806271 + 934.77592992} = 278.34846623 \, \Omega$$



Zjednodušíme rezistory  $R_A$ ,  $R_8$ ,  $R_{B7C6}$  zapojené seriove, a dostaneme  $R_{EKV}$ .

$$R_{EKV} = R_A + R_8 + R_{B7C6} = 179.64326520 + 190 + 278.34846623 = 647.99173143 \, \Omega$$



Vypočet proudu:

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{200}{647.99173143} = 0.30864591 \text{ A}$$

Pomocí Ohmůvho zákona můžeme vypočítat napětí  $U_{R_{B7C6}}$ :

$$U_{R_{B7C6}} = U_{R_{B7}} = U_{R_{C6}} = R_{B7C6} * I = 278.34846623 * 0.3086459 \\ = 85.91111667 \text{ V}$$

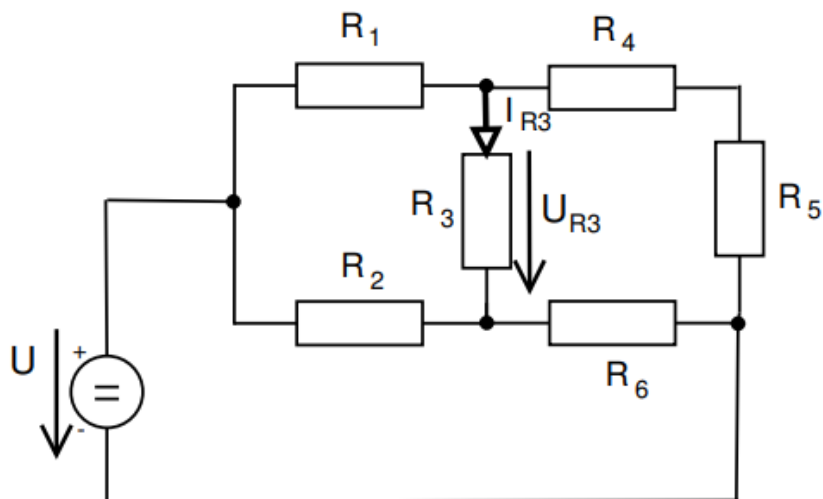
$$I_{R_{C6}} = I_{R_c} = I_{R_6} = \frac{U_{R_{C6}}}{R_{C6}} = \frac{85.91111667}{934.77592992} = 0.09190557 \text{ A}$$

$$U_{R_6} = R_6 * I_{R_6} = 750 * 0.09190557 = 68.9291911 \text{ V}$$

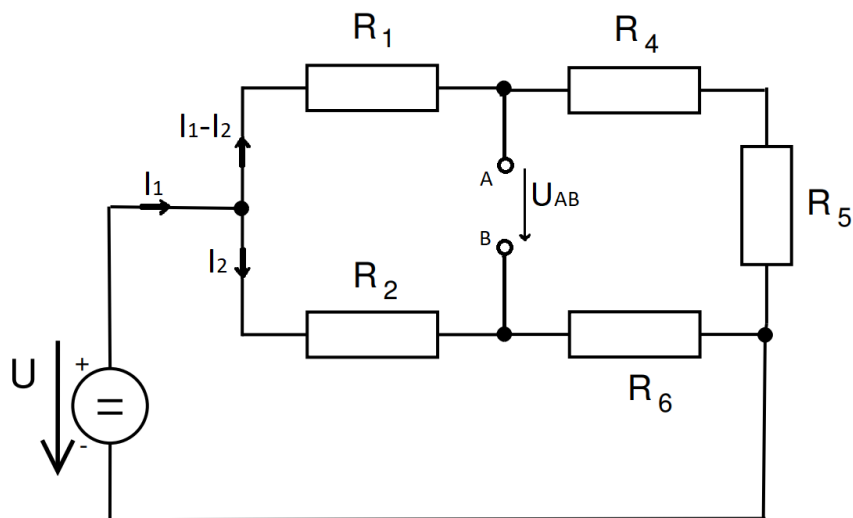
## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
E	250	150	335	625	245	600	150



**Krok 1** – vypočítáme  $U_{AB}$



$$R_2 I_2 + R_6 I_2 = U$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2 + R_6} = \frac{250}{335 + 150} = 0.51546388 \text{ A}$$

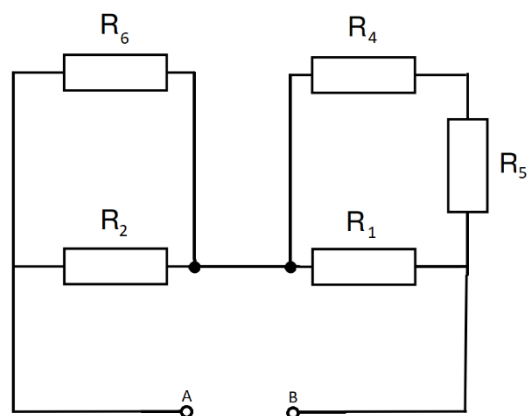
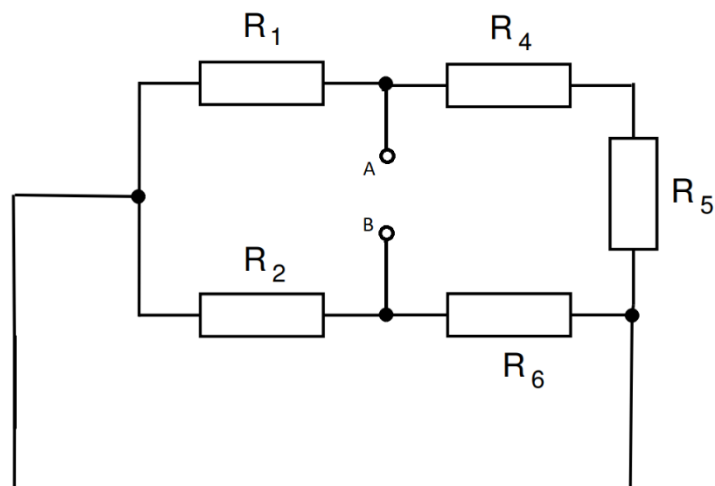
$$(I_1 - I_2) * (R_1 + R_4 + R_5) = U$$

$$I_1 - I_2 = \frac{U}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{250}{150 + 245 + 600} = 0.25125628 \text{ A}$$

$$I_1 = 0.76672017 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} U_{AB} &= (I_1 - I_2) * (R_4 + R_5) - I_2 * R_6 \\ &= 0.25125628 * (245 + 600) - 0.51546388 * 150 \\ &= 134.99197387 \text{ V} \end{aligned}$$

**Krok 2** – vypočítáme  $R_{TH}$



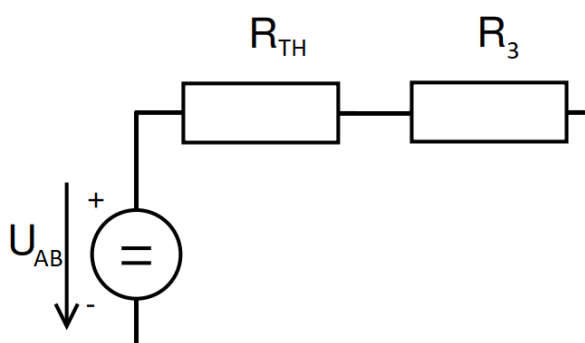
$$R_{26} = \frac{R_6 * R_2}{R_6 + R_2} = \frac{150 * 335}{150 + 335} = 103.6082458 \Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 245 + 600 = 845 \, \Omega$$

$$R_{145} = \frac{R_{45} * R_1}{R_{45} + R_1} = \frac{845 * 150}{845 + 150} = 127.38693237 \, \Omega$$

$$R_{TH} = R_{145} + R_{26} = 127.38693237 + 103.6082458 = 230.99517822 \, \Omega$$

**Krok 3** – Pomocí ekvivalentného obvodu dopocítame  $I_{R_3}$  a  $U_{R_3}$



$$I_{R_3} = \frac{U_{AB}}{R_{TH} + R_3} = \frac{134.99197387}{230.99517822 + 625} = 0.15770179 \, A$$

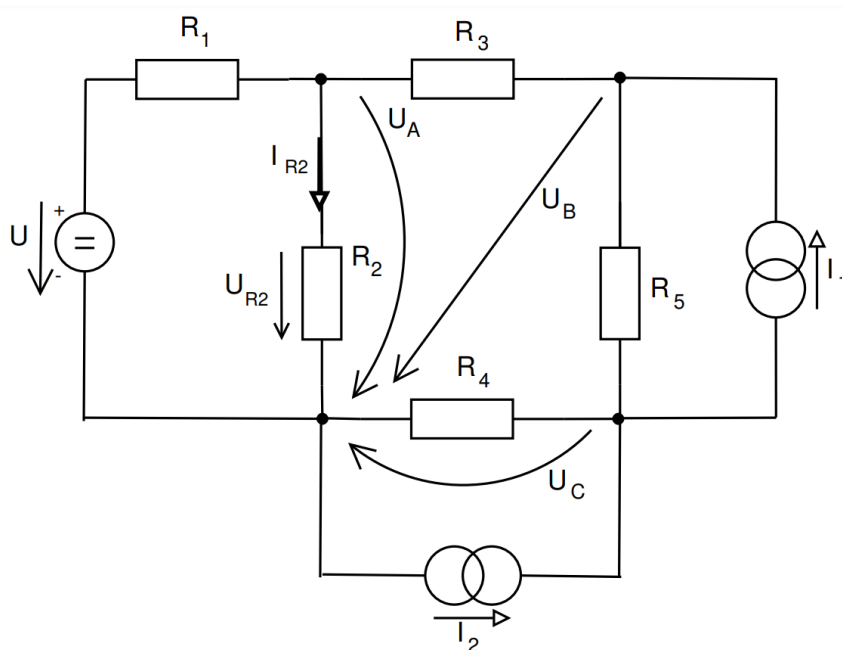
$$U_{R_3} = I_{R_3} * R_3 = 0.15770179 * 625 = 98.56362152 \, V$$



## Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R2}$  a proud  $I_{R2}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

sk.	U[V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
C	110	0,85	0,75	44	31	56	20	30



Sestavím si rovnice proudu (I. Kirchhoffův zákon) a to podle uzlu A, B, C - uzel A je tam, kde začíná šipka napětí  $U_A$ , uzel B tam kde začíná  $U_B$  a uzel C u  $U_C$ .

$$I_{R1} - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$I_{R3} + I_1 - I_{R5} = 0$$

$$I_2 + I_{R5} - I_1 - I_{R4} = 0$$

Najdeme  $I_{R1}$ ,  $I_{R2}$ ,  $I_{R3}$ ,  $I_{R4}$ ,  $I_{R5}$ :

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_{R_3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$I_{R_4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R_5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

Ted' můžeme dosadit do rovnic všechny známé hodnoty a vyjádřit si neznámá napětí:

$$\begin{cases} \frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_A}{R_2} - \frac{U_A - U_B}{R_3} = 0 \\ 0.85 + \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0 \\ 0.75 + \frac{U_B - U_C}{R_5} - 0.85 - \frac{U_C}{R_4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.5 - \frac{1}{44} * U_A - \frac{1}{31} * U_A - \frac{1}{56} * U_A + \frac{1}{56} * U_B = 0 \\ 0.85 + \frac{1}{56} * U_A - \frac{1}{56} * U_B - \frac{1}{30} * U_B + \frac{1}{30} * U_C = 0 \\ 0.75 + \frac{1}{30} * U_B - \frac{1}{30} * U_C - 0.85 - \frac{1}{20} U_C = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1391}{19096} * U_A + \frac{1}{56} * U_B = -2.5 \\ \frac{1}{56} * U_A - \frac{43}{840} * U_B + \frac{1}{30} * U_C = -0.85 \\ \frac{1}{30} * U_B - \frac{1}{12} * U_C = 0.1 \end{cases}$$

Ted si všechno prevedu do matice:

$$\begin{bmatrix} -\frac{1391}{19096} & \frac{1}{56} & 0 & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{56} & -\frac{43}{840} & \frac{1}{30} & -\frac{17}{20} \\ 0 & \frac{1}{30} & -\frac{1}{12} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

Po upravení matici dostaneme:

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{56} & 0 & \frac{197921}{260792} \\ 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{7358}{13971} \\ -\frac{4657}{13640} & 0 & 0 & -\frac{611}{40} \end{bmatrix}$$

Ted' můžeme najít  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$

$$U_A = \frac{208351}{4657} = 44.73931715 \text{ V}$$

$$U_B = \frac{197921}{4657} = 42.49967790 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{73580}{4657} = 15.79987116 \text{ V}$$

Ted' můžeme najít  $I_{R_2}$ ,  $U_{R_2}$

$$I_{R_2} = \frac{U_A}{R_2} = 1.443203779 \text{ A}$$

$$U_{R_2} = U_A = 44.73931715 \text{ V}$$

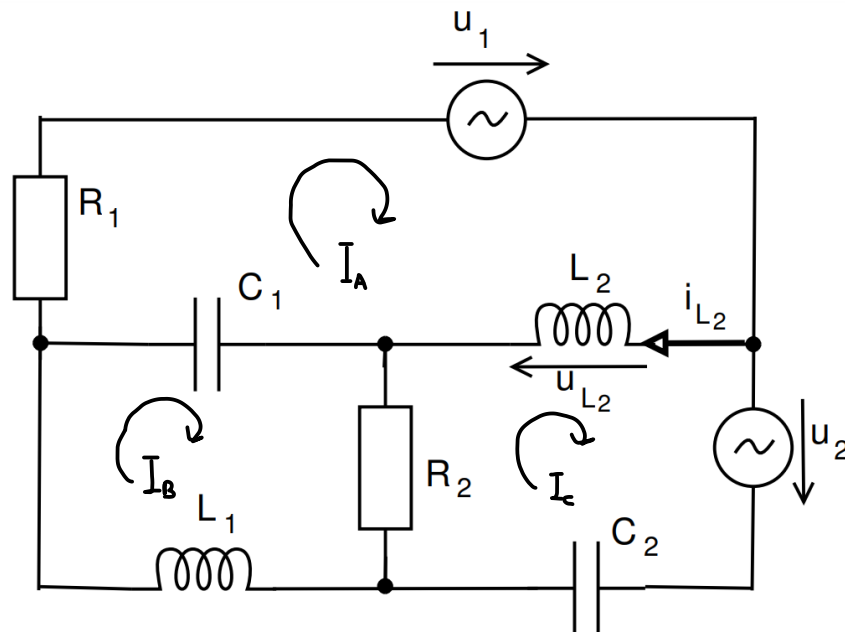
#### Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

Ve vztahu pro napětí  $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L2})$  určete  $|U_{L2}|$  a  $\varphi_{L2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ )

sk.	$U_1[\text{V}]$	$U_2[\text{V}]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$L_1[\mu\text{H}]$	$L_2[\mu\text{H}]$	$C_1[\text{F}]$	$C_2[\text{F}]$	$f[\text{Hz}]$
A	35	55	12	14	120	100	200	105	70



$$\omega = 2\pi f = 2\pi 70 = 140\pi \text{ rad/s}$$

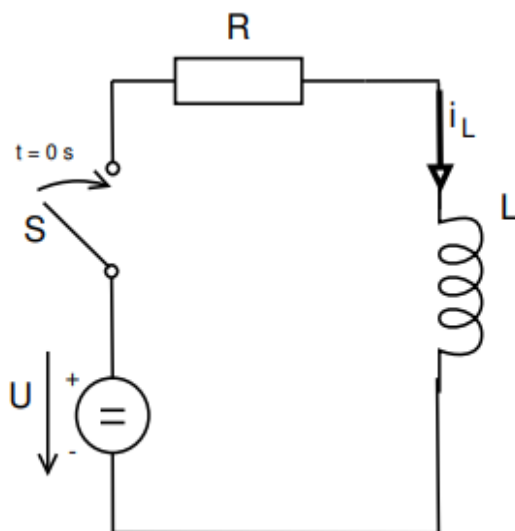
Sestavíme maticovou rovnici pro smyčky  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ :

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0[s]$  sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $i_L = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ )

sk.	U[V]	L[ $\mu$ ]	R[ $\Omega$ ]	$i_L(0)[A]$
F	22	30	15	10



Začneme sestavením rovnici pro  $i'_L$ :

$$i'_L = \frac{U_L}{L}$$

Pak sestavíme rovnice pro U v obvodě:

$$U_R + U_L - U = 0$$

$$U_L = U - U_R$$

Můžeme dosadit  $U_L$  do rovnice pro  $i'_L$ :

$$i'_L = \frac{U - U_R}{L}$$

$$U_R = R * i'_L$$

$$i'_L = \frac{U - R * i'_L}{L}$$

$$L * i'_L + R * i'_L = U$$

$$30 * i'_L + 15 * i_L = 22$$

Vytvoříme a řešíme charakteristickou rovnici:

$$30 * \alpha + 15 = 22$$

$$\alpha = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

Dosadíme  $\alpha$  do očekávaného tvaru řešení:

$$i_L(t) = C(t) * e^{\alpha t}$$

$$i_L(t) = C(t) * e^{-\frac{1}{2}t}$$

$$i_L(t)' = C(t)' * e^{-\frac{1}{2}t} - \frac{1}{2}C(t) * e^{-\frac{1}{2}t}$$

Dosadíme  $i'_L$  a  $i_L$  do diferenciální rovnice:

$$30 \left( C(t)' * e^{-\frac{1}{2}t} - \frac{1}{2}C(t) * e^{-\frac{1}{2}t} \right) + 15 \left( C(t) * e^{-\frac{1}{2}t} \right) = 22$$

$$30 * C(t)' * e^{-\frac{1}{2}t} - 15 * C(t) * e^{-\frac{1}{2}t} + 15 * C(t) * e^{-\frac{1}{2}t} = 22$$

$$30 * C(t)' * e^{-\frac{1}{2}t} = 22$$

$$C(t)' = \frac{11}{15} e^{\frac{1}{2}t}$$

Integrujeme  $C(t)'$

$$C(t) = \int \frac{11}{15} e^{\frac{1}{2}t} = \frac{22}{15} e^{\frac{t}{2}} + K$$

Dosadíme  $C(t)$  do očekávaného tvaru řešení:

$$i_L(t) = \left( \frac{22}{15} e^{\frac{1}{2}t} + K \right) * e^{-\frac{1}{2}t} = \frac{22}{15} + K * e^{-\frac{1}{2}t}$$

Dosadíme počáteční podmínku aby provést výpočet K:

$$i_L(0) = \frac{22}{15} + K * e^{-\frac{1}{2}*0}$$

$$10 = \frac{22}{15} + K$$

$$K = 8 \frac{8}{15}$$

$$i_L(t) = \frac{22}{15} + 8 \frac{8}{15} * e^{-\frac{1}{2}t}$$

Dosadíme K do očekávaného tvaru řešení:

$$i_L = \frac{22}{15} + 8 \frac{8}{15} * e^{-\frac{1}{2}*0} = \frac{22}{15} + 8 \frac{8}{15} = 10 [A]$$

Dostali jsme počáteční podmínku  $i_L(0) = 10$

Kontrola výsledku:

$$30 * i_L' + 15 * i_L = 22$$

$$30 * \left( \frac{11}{15} * e^{\frac{1}{2}*0} * e^{-\frac{1}{2}*0} - \frac{1}{2} \left( \frac{22}{15} * e^{\frac{0}{2}} + \frac{128}{15} \right) * e^{-\frac{1}{2}*0} \right) + 15 * 10 = 22$$

$$30 * \left( \frac{11}{15} - \frac{1}{2} \left( \frac{22}{15} + \frac{128}{15} \right) \right) + 150 = 22$$

$$22 = 22$$

# Výsledky

1 A	2 E	3 C	4 A	5 F
$U_{R_6} = 68.9292 \text{ V}$ $I_{R_6} = 0.0919 \text{ A}$	$I_{R_3} = 0.1577 \text{ A}$ $U_{R_3} = 98.5636 \text{ V}$	$U_{R_2} = 44.7393 \text{ V}$ $I_{R_2} = 1.4432 \text{ A}$		$i_L = \frac{22}{15} + \frac{128}{15} * e^{-\frac{1}{2}t}$