O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
QISHLOQ XO‘JALIGI VAZIRLIGI

A.A. FAYZIYEV

EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIKSTATISTIKA

$$H_0:\ M(X) = M(Y),\ \ H_1:\ M(X) \neq M(Y)$$

$$t_{ko'z} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

$$t_{krit} = t\ (n+m-2;\ \alpha).$$

TOSHKENT
“METODIST NASHRIYOTI”
2024

UDK:
BBK:
B

A.A. Fayziyev
Ehtimollar nazariyasi va matematikstatistika/ darslik./ – Toshkent: “METODIST NASHRIYOTI”, 2024, 272 b.

Sizga taqdim etilayotgan ushbu “Ehtimollar nazariyasi va matematik stastistika” fanidan agrar soha talabalari va magistirlari uchun yozilgan darslikda, avvalo ehtimollar nazariyasini statistik tatqiqotlarda qo‘llannadigan asosiy ta’rif va tushunchalari berilib, qishloq xo‘jaligi sohasida o‘tkazilgan tajriba ma’lumotlarini kafolatli statistik tahlil qilish usullari bayon etiligan va ularga doir ko‘plab misollar yechib ko‘rsatilgan. Darslikdan agrar universitetning barcha yo‘nalishlari talabalari, magistrlari, ilmiy tatqiqotchilari va oiliy o‘quv yurtlarining biologiya yo‘nalishi talabalari foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

1) Sh. Qayumov- Islom Karimov nomidagi TDTU “Oliy matematika” kafedrasi dotsenti, f-m.f.n.,
2) T. Turgunov - ToshDAU “Axborot texnologiyalari va matematika” kafedrasi dotsenti, i.f.n.

«Axborot tizimlari va texnalogiyalari » kafedrasining 2023 yil “ 27”09, № 2sonli majlisida muhokama qilinib, chop etishga tavsiya etilgan.
“Huquq va turizm” fakulteti o‘quv-uslubiy komissiyasining № 2, 2023 yil “13” oktyabr yig‘ilishida va Universitet “O‘quv-uslubiy Kengashining”, ” 15 ” “ dekabr ” 2023 yil “1-9-6| 430”- sonli qarorlari bilan chop etishga tavsiya qilindi.

ISBN 978-9910-00-0-000

Kirish

Respublikamizning kelajakdagi yuksak taraqqiyoti, oliy ta’lim tizimi tayyorlayotgan yoshlarning ilmiga, tadbirkorligiga, salohiyatiga bog‘liq. Dunyoning rivojlangan davlatlarining ta’lim tizimi tajribalari shuni ko‘rsatadiki, ma’lum bir yo‘nalish talabalariga o‘qitilayotgan barcha fanlar, shu yo‘nalishga moslashtirilib, mutaxassislik masalalarini Yechishga, ularning kasbiy tayyorgarlik-larini kuchaytirishga yordam beruvchi fan shaklida o‘qitilishi kerak.

Ma’lumki, qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligi urug‘ning sifatiga, tuproq unimdorligiga, solingan o‘g‘itlarga, agrotexnik tadbirlarga, ob-havoga va boshqa ko‘plab tasodifiy omillarga bog‘liq bo‘lgan murakkab tasodifiy jarayondir.“Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” fani- matematika fanining bir qismi bo‘lib, tasodifiylik bilan bog‘liq bo‘lgan jarayon qonuniyatlarini, hamda to‘plangan statistik ma’lumotlarni tahlil qilib, kafolatli ilmiy va amaliy xulosalar chiqaruvchi fandir.

Ushbu darslik, agrar universitetning barcha yo‘nalish talabalari, magistrlari uchun, “Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” fanidan yozilgan. Unda, qishloq xo‘jalik ekinlarida o‘tkazilgan ilmiy tajriba ma’lumotlarini matematik statistika usullari bilan tahlil qilib, ular asosida kafolatli nazariy va amaliy xulosalar chiqarishga asosiy e’tibor qaratilgan.

Prezidentining 2019 yil 9 iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni Davlat tomonidan qo‘llab quvatlash, shuningdek, “Matematika” instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora tadbirlari to‘g‘risiga”gi № 43-79 qarorida, fundamental izlanishlardan, amaliy izlanishlarga qayta yo‘naltirish, fanlarni bevosita amaliyotga qo‘llanishiga asosiy e’tiborni qaratib ta’lim berish jarayonini taskil etish, ilmu-fanni rivojlantirib shu asosida olgan ilmini amaliyotga qo‘llay oladigan yoqori malakali mutaxassislarni tayyorlash vazifasi qo‘yilgan.

Seleksioner yaratgan yangi paxta navi, haqiqatdan ham avvalgilaridan yuqori hosildormi, sifatlimi, yoki, ma’lum bir ball banatetli tuproqqa aynan necha kilogrammdan azot, fosfor, kaliy va mahalliy o‘gitlar solinganida, eng yuqori hosil olish mumkin, kabi savollarga o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, matematik statistikaning statistik kriteriyalari, dispersion tahlil usuli va boshqa qonuniyatlari va formulalari yordamida, 90-95% li kafolat bilan javob berish mumkin.

Ushbu darslikdan foydalanib, agrar universitetning talabalari, magistrlari, ilmiy tadqiqotchilari qishloq xo‘jaligi ekinlari, mevalarida o‘tkazgan ilmiy tajriba natijalarini statistik tahlil qilib, muhim amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan kafolatli xulosalar chiqarishlari mumkin.

Tajirba, ilmiy-tadqiqot natijalarini asosli tahlil qilishda, kafolatli ilmiy xulosalar chiqarishda, matematik statistika fanining usullari muhim rol o‘ynaydi. Bu sohaga bag‘ishlangan ko‘plab ilmiy va amaliy adabiyotlarmavjud [1]- [8]. Ulardan B.A. Dospexovning “Metodikapolevogoopita” “Moskva”. “Agropromizdat” 1985 darsligini, B.F. Lakinning “Biometriya” “Moskva”. “VSH” 1990, Jay L. Devore, Kenneth N. Berk. Modern Mathematikal Statistiks with Applikations (Sekond Edition).- Springer Skienke+Business Media, LLK

2012,) B.L. Bo Werman, R.T. O‘Kolonneell “Applied statistiks”, Chikago, London, Toronto, 1997, 1273 p., M. Kendal, A. Styuart “ Mnogomerniy statisticheskiy analiz i vremenniye ryadi” M. “Nauka”, 1976, 736 str.,K.D.Lyuis “Metodi prognozirovaniya ekonomicheskix pokazateley”, M. “FiS”, 1986, 136 str., Dj. Frans, dj. X. M. Tornli «Matematicheskie modeli v selskom xozyaystve» M., «Agropromizdat», 1990 g. 400 str. o‘quv qo‘llanmalarini alohida ko‘rsatib o‘tish mumkin.

Darslikni yozishda A.A. Fayziyevning “Matematik statistika”, Toshkent, 2022 yil,“INM-ZIYO-ZAKOVAT” nashiriyotida chop qilingan o‘quv qo‘llanmadan foydalanib va unga ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va boshqa ko‘plab qo‘shimchalar kiritilib yozildi.

Mazkur darslikning 1-chi qismida ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari, 2-chi qismida matematik statistika usullari bilan o‘tkazilgan tajriba natijalarini tahlil qilish va 3-qismida dinamik qatorlar yordamida statistik ma’lumotlarni tahlil qilish bayyon etilgan. Statistik kriteriyaldrning kritik qiymatlari jadvallari, ilovada berilgan (168 bet).

Darslikning 1-chi-11-chi boblaridan kollej va maxsus ta’lim talabalari foydalanishlari nazarda tutilgan.

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanini rivojlanishiga A.de Muavr, P. Laplas, YU. Neyman, A. Vald, F. Vilkokson, Gauss, “Styudent”, R. Fisher, E. Pirson, V.I. Romanovskiy, A.N. Kolmogorov, L.N. Bolshev, N.V. Smirnov o‘zbek olimlaridan T.A. Sarimsoqov, S.X. Sirojiddinov,T.A. Azlarov, Sh.K. Farmonov va boshqalar katta hissa qo‘shishgan.

I-bob
EHTIMOLLAR NAZARIYASI

§ 1. Ehtimollar nazariyasi. Asosiy tushunchalar. Ehtimolning klassik, statistik, geometrik va aksiomatik ta’riflari

Kundalik hayotimizda avvaldan nima bo‘lishini to‘la ishonch bilan aytib bo‘lmaydigan voqea va hodisalarning guvohi bo‘lamiz. Masalan, ekilgan chigitni unib chiqishi, yoki unib chiqmasligini, mazkur xo‘jalik yilida Respublikamizda paxta hosildorligi o‘rtacha necha s/ga bo‘lishini oldindan aytib bo‘lmaydi. Bu hodisalar juda ko‘p tasodifiy omillarga bog‘liq ravishda ro‘y berganligidan, ularni barchasini to‘liq inobatga olib, aniq avvaldan ro‘y berishini aytish mumkin emas. Bunday tasodifiylik bilan bog‘liq tajribalarni ro‘y berish imkoniyatini, shansini oliy matematika fanini ehtimollar nazariyasi va matematik statistika qismi o‘rganadi ([1] - [5]).

Ehtimollar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri hodisa tushunchasidir. Muayyan shart sharoitda tajriba (sinash) natijasida hodisa ro‘y beradi. Masalan, to‘q mag‘izli chigitni yer sharoitida ma’lum bir chuqurlikka ekkanimizda, tuproqning namligi, harorati, unumdorligi yetarli bo‘lganda, unib chiqish yoki unib chiqmaslik hodisalaridan biri ro‘y beradi. Bu yerda chigitni ekish tajriba, uni unib chiqish yoki unib chiqmasligi hodisadir.

Hodisalar uch xil bo‘ladi: **muqarrar, mumkin bo‘lmagan, tasodifiy** hodisalar.

Ta’rif-1. Muayyan shart sharoitda tajriba (sinash) natijasida albatta ro‘y beradigan hodisa muqarrar hodisa deyiladi.

Muqarrar hodisa $\boldsymbol{\Omega = U}$ harfi bilan belgilanadi.

Ta’rif-2. Muayyan shart-sharoitda har bir tajribada (sinash) albatta ro‘y bermaydigan hodisa mumkin bo‘lmagan hodisa deyiladi.

Mumkin bo‘lmagan hodisa $\emptyset = \boldsymbol{V}$ harfi bilan belgilanadi.

Ta’rif-3. Muayyan shart-sharoitda har bir tajribada ro‘y berishi ham, ro‘y bermasligi ham mumkin bo‘lgan hodisa tasodifiy hodisa deyiladi.

Tasodifiy hodisalar **A, B, K, D, ...** bo‘sh harflar bilan belgilanadi. Hodisalarni ro‘y berishi uchun qulaylik tug‘diruvchi shartlar majmui, har bir tajribada o‘zgarmas deb qaraladi.

Har bir tajriba natijasi elementar hodisa deyiladi. Barcha o‘tkazilgan tajriba natijasida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan hodisalar to‘plami elementar hodisalar $\boldsymbol{\Omega}$ fazosini tashkil etadi.

Ehtimollar nazariyasi ommaviy, bir jinsli tasodifiy hodisalarning umumiy qonuniyatlarini o‘rganuvchi fandir.

A tasodifiy hodisa bo‘lsin. Unga qarama-qarshi hodisa deb A hodisaning ro‘y bermasligidan iborat bo‘lgan $\bar{A}$ hodisaga aytiladi. Qarama-qarshi hodisalar yig‘indisi muqarrar hodisadan iborat bo‘ladi $\left(A+\bar{A}=U\right)$.

Masalan, bir dona chigit ekilgan tajribada, **A**-chigitni unib chiqish hodisasi bo‘lsa, $\bar{A}$-chigitni unib chiqmaslik hodisasi bo‘lib, ular o‘zaro qarama-qarshi hodisalar bo‘ladi $A+\bar{A}$ **= U**.

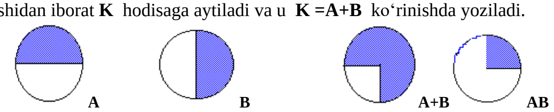
A va **B** hodisalardan birining ro‘y berishi, ikkinchisini ro‘y berishini yo‘qqa chiqarsa, u holda **A** va **B** hodisalarni birgalikda bo‘lmagan hodisalar deyiladi $\left(A \cap \bar{A} = V\right)$. Yuqoridagi misolda, **A** chigitni unib chiqishi va $\bar{A}$ chigitni unib chiqmasligi, birgalikda bo‘lmagan $A \cdot \bar{A} = V$ hodisalar bo‘ladi.

Agar tajriba natijasida, bir nechta hodisalardan, bitta va faqat bittasining ro‘y berishi muqarrar hodisa bo‘lsa, u holda bu hodisalar yagona mumkin bo‘lgan, birgalikda bo‘lmagan hodisalar bo‘ladi.

Masalan, o‘yin soqqasini tashlaganda, biror ochko tushish hodisasi, yagona mumkin bo‘lgan hodisadir. Chunki {1, 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } ochkolardan albatta biri ro‘y beradi.

Agar bir nechta hodisalardan, hech birini boshqalariga nisbatan ro‘y berish shansi, imkoniyati ko‘proq deyishga asos bo‘lmasa, ular teng imkoniyatli hodisalar deyiladi.

Ikkita **A** va **B** hodisalarning yig‘indisi deb, ulardan kamida birining ro‘y berishidan iborat **K** hodisaga aytiladi va u **K =A+B** ko‘rinishda yoziladi.



Chizma-1.

Ikkita **A** va **B** hodisalarning ko‘paytmasi deb, ikkala hodisaning bir vaqtda ro‘y berishidan iborat **K** hodisaga aytiladi va **K=AB=A∩B** shaklida yoziladi.

Agar har bir sinashda $\mathbf{A_1}$**,** $\mathbf{A_2}$**, ...,** $\mathbf{A_n}$hodisalardan kamida bittasi ro‘y bersa, ya’ni $\mathbf{A_1+A_2+\ldots+A_n=U}$ muqarrar hodisa bo‘lsa, u holda bu hodisalar, hodisalarining to‘la guruppasini tashkil etadi. Agar $\mathbf{A_1+A_2+\ldots+A_n= U}$ bo‘lib, $\mathbf{A_i \cap A_j=V}$ (i≠j) bo‘lsa, juft – jufti bilan birgalikda bo‘lmagan hodisalarning to‘la guruppasini tashkil etadi.

Misol. 1. Tangani bir marta tashlashdan iborat tajribani qaraylik. Bu tajriba natijasi ikkita elementar hodisadan:

ω_1 - tanganing gerbli tomoni tushishi hodisasi (Γ) va

ω_2 - tanganing raqamli tomoni tushishi hodisasidan *(P)* iborat bo‘ladi. Demak, bu holda elementar hodisalar to‘plami $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\} = (\Gamma, P)$ bo‘ladi.

Misol. 2. Tangani ikki marta tashlashdan iborat tajribani qaraylik. Bu tajriba natijalari quyidagicha bo‘ladi:

$\Gamma\Gamma$ - ikki marta ham tanganing gerbli tomoni tushishi hodisasi;

ΓP - birinchi marta gerbli, ikkinchi marta raqamli tomoni tushish hodisasi;

$P\Gamma$ - birinchi marta raqamli, ikkinchi marta esa gerbli tomoni tushishi hodisasi;

PP - ikki marta ham tanganing raqamli tomoni tushishi hodisasi.

Bu holda elementar hodisalar *ГГ, ГP, PГ, PP* bo‘lib, ularning to‘plami $\Omega=\{ГГ, ГP, PГ, PP,\}$ bo‘ladi.

Tekshirish uchun savollar:

1) Hodisalarning qanday turlarini bilasiz?
2) Tasodifiy hodisalar yig‘indisi, ko‘paytmasi qanday hodisalar bo‘ladi?
3) Hodisalarning to‘la guruppasini misollar bilan tushuntiring?

Kalit so‘zlar

Muqarrar, mumkin bo‘lmagan, tasodifiy, hodisa, birgalikda, birgalikda bo‘lmagan, to‘la, guruppa.

Xulosa

Hodisalarning turlari va ularning yig‘indisi, ko‘paytmasi, to‘la guruhi haqida ma’lumot berilgan.

Ehtimolning klassik ta’rifi, xossalari

Ehtimollar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri hodisaning ehtimoli tushunchasidir. Ehtimol hodisaning ro‘y berish imkoniyatini, shansini xarakterlovchi sondir. Ehtimolni klassik, statistik, geometrik va aksiomatik ta’riflari mavjud ([1] - [5]).

Bizga quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalar guruhi berilgan bo‘lsin:

1. Bu hodisalar jufti-jufti bilan birgalikda emas, $A_i \cap A_j = V$ $(i \neq j)$
2. $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalar yagona mumkin bo‘lgan hodisalar, ya’ni $A_1+A_2+...+A_n=U$
3. $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalar teng imkoniyatli.

Bu n ta $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalardan**m** tasi A hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘dirsin. Bunday shartlarni qanoatlantiruvchi hodisalarning ehtimolini,quyidagi klassik ta’rifdan foydalanib hisoblash mumkin.

Ta’rif. A tasodifiy hodisaning $\mathbf{P(A)}$ ehtimoli deb, **A** hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi $\boldsymbol{m_A}$ hodisalar sonining, teng imkoniyatli **n** -barcha elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\mathbf{m_A}}{\mathbf{n}} \quad (1.1)$$

Ehtimol quyidagi xossalarga ega:

1) Muqarrar hodisaning ehtimoli 1 ga teng, $\mathbf{P(U) = P(\Omega) = 1}$, chunki $\boldsymbol{m_\Omega = n}$;

2) Mumkin bo‘lmagan hodisaning ehtimoli 0 ga teng. Bu holda $m_v = 0$, $\mathbf{P(V) = 0}$;

3) Tasodifiy hodisaning ehtimoli musbat son bo‘lib, u nol va bir orasida bo‘ladi $0 < P(\mathbf{A}) < 1$.

Ehtimolning statistik ta’rifi

Ehtimolni klassik ta’rifining asosiy kamchiligi, hodisalarning teng imkoniyatli va barcha mumkin bo‘lgan elementar imkoniyatlar soni n-ning chekli bo‘lishligidir. Bu kamchiliklarni ma’lum bir ma’noda to‘ldiruvchi, yuqorida aytilgan ehtimolni statistik, geometrik va barcha kamchiliklardan holi aksiomatik ta’riflari mavjud.

Ehtimollar nazariyasining turli tadbiqlarida, xususan o‘tkazilgan tajribadan keyin hodisaning ro‘y berish shansini baholashda, ehtimolning statistik ta’rifidan foydalaniladi.

Hodisani statistik ehtimoli $W(A)$ yoki nisbiy chastotasi deb, hodisa ro‘ybergan tajribalar sonining, jami o‘tkazilgan tajribalar soniga nisbatiga aytiladi

$$W(A) = \frac{\nu(A)}{N}. \quad (1.2)$$

ν(A)-jami o‘tkazilgan tajribalarda A-hodisani ro‘y berishlari soni, N- jami o‘tkazilgan tajribalar soni. Tajribalar sonining o‘sishi bilan statistik ehtimollik, o‘zgarmas songa intilib boradi:

$$P(A) \approx W_N(A) = \frac{\nu(A)}{N}.$$

Ehtimolning geometrik ta’rifi

Tekislikda yuzaga ega bo‘lgan g , G sohalar berilgan bo‘lib $g \subset G$ bo‘lsin. Tashlangan nuqtani G sohani har bir nuqtasiga tushish ehtimoli teng bo‘lsin. G sohaga tasodifiy ravishda nuqta tashlandi, shu nuqtani g sohaga tushish ehtimoli ehtimolni geometrik ta’rifi yordamida hisoblanadi:

$$P = \frac{mes\,(g)}{mes\,(G)}. \quad (1.3)$$

Bu yerda g va G sohalar uzunlik, yuza, hajm va boshqa o‘lchov birliklari bo‘lishi mumkin.

Ehtimolning aksiomatik ta’rifi

Tasodifiy hodisalarni ehtimollarini hisoblashda, masalani qo‘yilishiga qarab, uni turli ta’riflaridan foydalaniladi. Ammo, yuqorida aytilganidek, klassik, statistik ta’riflar ma’lum bir kamchiliklarga ega. Umumiy holda, ixtiyoriy tasodifiy hodisaning ehtimolini bu ta’riflardan foydalanib hisoblab bo‘lmaydi([1] - [5]).

Ehtimollar nazariyasini qat’iy fan shaklida rivojlanishiga asos bo‘lgan ehtimolni aksiomatik ta’rifiga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz. Ehtimollar nazariyasi, matematik fan sifatida shakllanishi uchun, ma’lum bir aksiomalar asosida qurilgan bo‘lishi kerak. Albatta aksiomalar sodda, qarama-qarshiliksiz ular orqali qurilayotgan nazariya fanining uzluksiz rivojiga asos bo‘lishi lozim.

Shunday aksiomalar tizimini, ulug‘ rus olimi A.N. Kolmogorov [3] ehtimollar nazariyasi fani uchun yaratgan.

Elementar hodisalar to‘plami Ω haqida,bo‘shlang‘ich tushunchalarda, ehtimolning klassik ta’rifida berilgan edi.

Agar elementar hodisalar to‘plami Ω uchun: 1) Har bir tajribada faqat bitta elementar hodisa ro‘y bersa; 2) Barcha ω elementar $\omega \in \Omega$ hodisalar birgalikda bo‘lmasa, bu hodisalar guruhi Ω elementar hodisalar fazosini tashkil etadi. Elementar hodisalar fazosi chekli holda $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\} = \{\omega_i \ / \ i = \overline{1, n}\}$ shaklda, sanoqli holda $\Omega = \{\omega_i \ / \ i = \overline{1, \infty}\}$ belgilanadi.

Elementar hodisalar fazosi bilan, to‘plamlar orasida quyidagicha bog‘lanishlar mavjud:

Belgilash	**To‘plamlar nazariyasida**	**Ehtimollar nazariyasida**
Ω	Fazo (asosiy to‘plam)	Elementar hodisalar fazosi, muqarrar hodisa
$\omega \in \Omega$	ω fazo elementi	ω elementar hodisa
$A, A \subseteq \Omega$	A to‘plam	A hodisa
$A \bigcup B, A + B$	A va B to‘plamlarning yig‘indisi, birlashmasi	A va B hodisalarning yig‘indisi, A va B hodisalardan kamida birini ro‘y berishdan iborat hodisa
$A \bigcap B, A \cdot B$	A va B to‘plamlarning kesishmasi	A va B hodisalar ko‘paytmasi, A va B hodisalarning bir vaqtda ro‘y berishidan iborat hodisa.
$A \ / \ B$	A to‘plamdan B to‘plamning ayirmasi	A hodisaning ro‘y berishi, B hodisa ning ro‘y bermasligidan iborat hodisa.
$\varnothing$	Bo‘sh to‘plam	Mumkin bo‘lmagan hodisa
$\overline{A}$	A to‘plamga to‘ldiruvchi	A hodisaga teskari hodisa, A hodisaning ro‘y bermasligidan iborat $\overline{A}$ hodisa
$A \cdot B = \varnothing$	A va B to‘plamlar kesishmaydi.	A va B hodisalar birgalikda emas
$A \subseteq B$	A to‘plam B to‘plamning qismi	A hodisa B hodisani ergashtiradi.

Ω - elementar hodisalar fazosi bo‘lsin. Uning to‘plam ostilaridan tuzilgan S hodisalar sistemasi quyidagi shartlarni qanoatlantirsa u hodisalarning algebrasini (maydonini) tashkil etadi:

I. $\Omega \in S$;

II. $A \in S$ va $B \in S$ ekanidan $A \bigcup B \in S$ (yoki $A \bigcap B \in S$) ekanligi kelib chiqsa;

III. Agar $A \in S$ bo‘lsa , u holda $\overline{A} \in S$.

Agar algebra S uchun II shart ixtiyoriy hodisalar ketma – ketligi $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ uchun bajarilsa, u σ - algebra tashkil etadi va uni F orqali belgilaymiz. Demak, F uchun

II. Agar $A_n \in F, n = 1,2,...$ bo‘lsa, u holda $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ (yoki $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in F$) bo‘ladi.

Misol-1. $\Omega = \{A, \overline{A}\}$ uchun hodisalar maydoni $S = \{\phi, \ A, \ \overline{A}, \ \Omega\}$ iborat bo‘ladi. Haqiqatdan ham:

$\phi \cup A = A$, $\phi \cup \overline{A} = \overline{A}$, $\phi \cup \Omega = \Omega$, $\phi \cap A = \phi$,

$\phi \cap \Omega = \phi$, $A \cup \overline{A} = \Omega$, $A \cup \Omega = \Omega$, $A \cap \overline{A} = \phi$,

$A \cap \Omega = A$, $\overline{A} \cup \Omega = \Omega$, $\overline{A} \cap \Omega = \overline{A}$, $\overline{\phi} = \Omega$, $\overline{\overline{A}} = A$, $\overline{\Omega} = \phi$.

Misol-2. 3 dona to‘q magizli chigit ekildi. Bu hodisalar uchun elementar hodisalar fazosi $\Omega = \{\omega_i \ / \ i = \overline{1,8}\}$ bo‘ladi. Agar $A_1, \ A_2, \ A_3$ mos ravishda birinchi, ikkinchi, uchinchi chigitni unib chiqish va $\overline{A_1}, \ \overline{A_2}, \ \overline{A_3}$ birinchi, ikkinchi, uchinchi chigitlarni unib chiqmaslik hodisalari bo‘lsa, elementar hodisalar fazosi $|\Omega| = 2^3$ =8 ta hodisadan tashkil topadi.

(Ω, S) va (Ω, F) juftliklar o‘lchovli fazo deyiladi. Faqat S yoki F ning elementlari hodisa hisoblanadi. Demak, Ω ning S yoki F ga tegishli bo‘lmagan to‘plam ostilari hodisa bo‘lmasligi mumkin.

P ehtimol, o‘lchovli (Ω, F) fazoni F σ - algebrasida aniqlangan sonli funksiyadan iborat bo‘lib, quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

1) Ixtiyoriy $A \in F$ uchun $P(A) \geq 0$;

2) $P(\Omega) = 1$;

3) Agar $A_n \in F$, $n = 1,2,...$ hodisalar ketma – ketligi $A_i \cdot A_j = \varnothing$, $i \neq j$, $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ bo‘lsa, u holda $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$.

(Ω, F, P) -uchlik, ehtimollar fazosi deyiladi.

Yuqorida keltirilgan A.N. Kolmogorov aksiomalari asosida ehtimollar nazariyasi fani qurilgan.

Tekshirish uchun savollar:

1) Elementar hodisalar fazosi va to‘plamlar orasidagi bog‘lanishlarni tushuntiring
2) Ehtimolning klassik, statistik, geometrik ta’riflarini aytib ularning bir-biridan farqini tushuntiring?
3) Ehtimolni aksiomatik ta’rifi, ehtimollar fazosi haqida tushuncha bering?

Kalit so'zlar

Klassik, statistik, geometrik, arsiomatik, hodisalar fazosi, σ - algebra.

Xulosa

Masalaning quyilishiga qarab tasodifiy hodisaning ehtimolini hisoblash masalalari o'rganilgan

§ 2. Kombinatorika elementlari

Avvalo, ehtimollar nazariyasidan misollar Yechishda ko'p qo'llaniladigan, kombinatorika elementlarini asosiy tushunchalariga qisqacha to'xtalib, misollar yechib ko'rsatamiz.

Chekli elementlar to'plamidan biror qoida asosida har xil birlashmalar, guruhlar tuzilganda, ularning sonini hisoblashda kombinatorika elementlaridan (Birlashmalar nazariyasidan) o'rinlashtirish, o'rin almashtirish, guruppalashlardan foydalaniladi.

O'rinlashtirish

Ta'rif-1. n ta turli elementdan k tadan tuzilgan bir-birlaridan yo elementlari bilan, yoki ularning joylashish tartibi bilan farq qiladigan birlashmalarga o'rinlashtirish deyiladi.

n ta elementdan k tadan tuzilgan o'rinlashtirishlar sonini hisoblash formulasi quyidagicha:

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (1.4)$$

Bu yerda $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n$, n - faktorial deb o'qiladi. 0!=1 deb olamiz. Masalan, $4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4$ = 24 bo'ladi.

Takrorlanadigan tanlanma bo'lganda, o'rinlashtirishlar soni quyidagi formula bilan hisoblanadi

$$B_n^k = n^k \quad (1.5)$$

Misol-1. 3 ta A,B,K elementlardan 2 tadan qilib qancha (takrorlanmay-digan) o'rinlashtirish bajarish mumkin.

Yechish. Avvalo ta'rifga asosan n=3, k=2 elementdan tuzilgan barcha o'rinlashtirishlar sonini yozib chiqamiz: AB, AK, BA, BK, KA, KB.

Demak, 3 ta elementdan 2 tadan tuzilgan o'rinlashtirishlar soni 6 ta ekan. Xaqiqatan ham (1) formulaga asosan

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1} = 6$$

Misol-2. Oliy ligadagi 18 komanda o'rtasida oltin, kumush, bronza medallarini necha xil usul bilan taqsimlash mumkin.

Yechish: n=18, k=3 (1) formulaga binoan barchao'rinlashtirishlar soni

$$A_{18}^3 = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18!}{15!} = \frac{16\cdot 17\cdot 18}{1} = 4896$$

Demak, 3 medalni 18 komandaga 4896 xilusul bilan taqsimlash mumkin ekan.

Misol -3. Noldan farqli 3 ta raqamdan 1, 2, 3 nechta har xil ikki xonali sonni hosil qilish mumkin?

Yechish. Masala shartiga asosan n=3. k=2 bo'lib, bu masalani yechishda takrorlanadigan o'rinlashtirishlar sonini topish (2) formulasidan foydalanamiz:

$B_3^2 = 3^2 = 9$.Bu sonlar quyidagilardir: 11,12,13,21,22,23,31,32,33.

O'rin almashtirish

Ta'rif-2. n ta turli elementdan n tadan tuzilgan o'rinlashtirishga o'rin almashtirish deyiladi.

Ular ular bir-birlaridan faqat elementlarini joylashish tartiblari bilan farq qiladi va o'rin almashtirishlar soni quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$P_n \equiv A_n^n = n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n \quad (1.6)$$

O'rin almashtirishlar soni, uning elementlari takrorlanadigan holda, ushbu formula bilan hisoblanadi $B_n^k = n^k$.

n ta elementdan tuzilgan va birinchi element k_1 – marta, ikkinchi element k_2,...., n – chi elemen k_n marta takrorlanadigan o'rin almashtirishlar soni quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$P_n(k_1, k_2, ..., k_n) = \frac{(k_1 + k_2 + ... + k_n)!}{k_1!k_2!....k_n} = \frac{n!}{k_1!k_2!....k_n!}, \quad (1.7)$$

bu yerda $k_1 + k_2 + ... + k_n = n$.

Misol-1. A, B, K elementlardan qancha o'rin almashtirish tuzish mumkin?

Yechish. Ta'rifga asosan n=3, k=3 ular quyidagicha bo'ladi:

ABK, AKB, BAK, BKA, KAB, KBA .

Ko'rinib turibdiki. Bir-biridan faqat joylashish tartibi bilan farq qiladi. (1.6) formulaga asosan o'rin almashtirishlar soni

$P_3 = 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$.

Misol -2. 10 ta talaba bilan qancha o'rin almashtirish bajarish mumkin.

Yechish. Bu misol ham (3) formulaga asosan $P_{10} = 10! = 1\cdot 2\cdot 3....9\cdot 10 = 3628800$

Misol -3. Shaxmat taxtasiga 8 ta ruhni bir-birini urmaydigan qilib qancha usul bilan joylashtirish mumkin?

Yechish. Shaxmat taxtasida ham eniga, ham bo'yiga 8 xonadan iboratligidan barcha joylashtirishlar soni (1.6) formulaga asosan

$P_8 = 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 8! = 40320$

Demak, 8 ta ruhni 40320 usul bilan joylashtirish mumkin .

Misol -4. «Matematika» so'zidagi harflarini almashtirib qancha 10 ta harfli so'z hosil qilish mumkin?

Yechish. Misolda n=10, k_1=3, k_2=2, k_3=2, k_4=1, k_5=1, k_6=1 bo'lganligidan (4) formulaga binoan

$P_{10}(3,2,2,1,1,1) = \frac{10!}{3!2!2!1!1!1!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 151200$.

Guruppalash

Ta'rif-3. n na turli elementdan k tadan tuzilgan guruppalash deb bir-biridan kamida bitta element bilan farq qiladigan birlashmalarga aytiladi.

Elementlari takrorlanmaydigan holda n ta elementdan k tadan tuzilgan guruhlashlar sonini aniqlash formulasi

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2)....[n-(k-1)]}{1\cdot 2\cdot 3.......k} = n!/(k!(n-k)!) \quad (1.8)$$

Xuddi shunday, n ta turli elementdan k tadan tuzilgan takrorlanadigan guruppalashlar soni quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!} \quad (1.9)$$

Misol -1. A,B,K elementlardan a) 2 tadan b) 3 tadan tuzilgan guruppalashlar sonini toping.

Yechish. a) n=3, k=2 bo‘lib bu holda barcha guruppalashlar soni AB,AK,BK bo‘ladi, formula bilan ham shunday xulosaga kelamiz:

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!1!} = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

b) bu holda n=3, k=3 bo‘lganidan uch elementdan uchtadan tuzilgan guruppalashlar soni faqat bitta bo‘ladi. U ham bo‘lsa ABK dir. Formulaga ko‘ra

$$C_3^3 = \frac{3!}{3!0!} = 1.$$

Misol -2. Guruhdagi 25 talabadan necha xil usul bilan guruh sardori, kamolati, kasaba uyushmasinisaylash mumkin?

Yechish. n=25, k=3 bo‘lganidan, (1.8) formulaga asosan barcha guruppalashlar soni

$$C_{25}^3 = \frac{25!}{3!(25-3)!} = \frac{25!}{3!22!} = \frac{23\cdot 24\cdot 25}{1\cdot 2\cdot 3} = 2300$$

Misol-4. 36 dona kartadan 6 tadan qilib, qancha guruppa tuzish mumkin?

Yechish. Bizning misolda n=36, k=6 bo‘lib, (1.8) ga asosan

$$C_{36}^6 = \frac{36!}{6!30!} = \frac{31\cdot 32\cdot 33\cdot 34\cdot 35\cdot 36}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} = 7\cdot 8\cdot 31\cdot 33\cdot 34 = 1947792$$

Demak, 36 kartani 6 tadan qilib, bir-biridan kamida bitta elementi bilan farq qiladigan qilib, 1947792 hil usul bilan tarqatish mumkin ekan.

Tekshirish uchun savollar

1) Kombinatorika elementlari o‘rinlashtirish, o‘rin almashtirish va guruppalashga ta’rif berib, ularni hisoblash formulalarini yozing?
2) Kombinatorika elementlariga turli misollar keltiring?

Kalit so‘zlar

Kombinatorika, o‘rinlashtirish, o‘rin almashtirish, guruppalash, formulalar

Xulosa

Kombinatorika elementlari o‘rinlashtirish, o‘rin almashtirish va guruppalash ularni hisoblash formulalari o‘rganilib ularga doir misollar yechilgan.

§ 3. Ehtimolni turli ta’riflariga doir misollarni yechimi

Ushbu mavzuda ehtimolni turli ta’riflariga doir misollarni yechamiz.

Misol -1. 200 dona chigitdan 20 tasi sifatsiz. **a)** Tavakkaliga olingan bir dona chigitni; **b)** olingan ikki dona chigitni sifatli bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish**.** a) Tavakkaliga olingan bir dona chigitni, sifatli chigit bo‘lish hodisasini, A bilan belgilaymiz. Talab qilingan P(A)=?

Bizning misolda n=200, m_A=180 . Bundan talab qilingan bir dona chigitni sifatli bo‘lish ehtimolni (1.1) klassik ta’rifiga asosan:

$$P(A) = \frac{m_A}{n} = \frac{180}{200} = 0.9$$

b) B hodisa bilan ikkala chigitni ham sifatli bo‘lishini belgilaymiz. Bu holda barcha imkoniyatlar soni n, hamda $m_{\hat{A}}$ lar quyidagi guruppalashlar sonini topish formulasi (1.8) bilan hisoblanadi:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

bu yerda n!=1·2·3... n.

U holda $n = C_{200}^2 = \frac{200!}{2!198!} = \frac{199\cdot 200}{1\cdot 2} = 19900$

Huddi shunday, B -hodisani yuzaga kelishi uchun qulaylik tug‘diruvchi imkoniyatlar soni $m_B = C_{180}^2 = \frac{180!}{2!\cdot 178!} = \frac{179\cdot 180}{1\cdot 2} = 16110$

bo‘lganligidan talab qilingan hodisa ehtimolligi (1.1) formulaga asosan

$$P(B) = \frac{m_B}{n} = \frac{16110}{19900} \approx 0.81$$

Misol-2: Tekshirishda aniqlandiki, har 8ta qorako‘l terisidan 1 donasi nostandart (sifatsiz). Tavakkaliga olingan 3 ta qorako‘l terini barchasini standart bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: Ehtimolning klassik ta’rifidan foydalanamiz. Bunda

n= $C_8^3 = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3} = 56$, m = $C_7^3 = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3} = 35$.

Demak, talab qilingan ehtimollik P(A) = $\frac{m}{n} = \frac{35}{56} = 0{,}625$.

Misol-3. Ikkita o‘yin kubigi tashlandi. Tushgan ochkolar yigindisi 6 ga teng bo‘lish ehtimolini toping?

Yechish. B-o‘yin kubigi tashlanganda tushgan ochkolar yigindisi 6 bo‘lish hodisasi bo‘lsin. Bu misolimizda barcha mumkin bo‘lgan imkoniyatlar soni n takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar sonini topish (2) formulasi bilan topiladi.

Bizni misolda n=6, k=2 $n = B_6^2 = 6^2 = 36$ bo‘ladi.Bular quyidagilar:

(i,j): (1;1),(1;2),……..(1;6),
(2;1),(2,2),……..(2,6),
……………………,
(6;1),(6;2)………(6;6)

B-hodisani yuzaga kelishi uchun, qulaylik tug‘diruvchi imkoniyatlar soni (15),(2;4),(3;3),(4;2),(5;1) bo‘lib, $m_B=5$ teng.
Demak, talab qilingan ehtimollik

$$P(B)=\frac{m}{n}=\frac{5}{36}=0,139 \ .$$

Misol--4. 1 dan 6 gacha nomerlangan 6 ta shar yashikdan birin-ketin tavakkaliga olindi. Sharlarni ortib borish tartibida chiqish ehtimolini toping?

Yechish. K-tartib nomerlari ortib borish tartibida joylashish hodisasi bo‘lsin. Ravshanki bu holda K-hodisani yuzaga kelishi uchun qulaylik tug‘duruvchi imkoniyatlar soni $m_k=1$. Barcha mumkin bo‘lgan elementar imkoniyatlar soni n, o‘rin almashtirishlar sonini topish formulasi (3) bilan hisoblanadi:

$$P_6 = A_6^6 = 6! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6 = 720 \ .$$

Natijada talab qilingan ehtimollik

$$P(C)=\frac{m_c}{n}=\frac{1}{720}\cong 0,0014$$

Misol-5. Kartochkalarga a,j,o,o,n,n harflari yozilgan. Ularni tavakkaliga ketma-ket qo‘yib, tuzilgan 6 harfli so‘zdan «Onajon» so‘zini hosil bo‘lish ehtimolini toping?

Yechish. A-«**Onajon**» so‘zini hosil bo‘lish hodisasi bo‘lsin. Ma’lumki, bu harflardan faqat bir xil usul bilan yuqoridagi so‘zni hosil qilish mumkin. Barcha mumkin bo‘lgan olti harfli so‘zlar soni (1.7) formulaga asosan quyidagicha o‘ladi:

$$P_6(2,2,1,1)=\frac{6!}{2!2!1!1!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2}=180 \ .$$

Talab qilingan ehtimollik

$$P(A)=\frac{m_a}{n}=\frac{1}{180}\cong 0,006$$

Misol-6. (36,6) sportloto blankasidan 1 dona olgan talabaning navbatdagi o‘yinda eng katta yutuq yutish ehtimolini toping?

Yechish. D –bilan talabaning navbatdagi o‘yinda eng katta yutuq yutish hodisasini belgilaymiz. Barchi mumkin bo‘lgan elementar imkonyatlar soni 36 elementdan 6 tadan tuzilgan guruppalashlar sonini hisoblash formulasi bilan hisoblanadi

$$n=C_{36}^6=\frac{36!}{6!\,(36-6)!}=\frac{36!}{6!\cdot 30!}=\frac{31\cdot 32\cdot 33\cdot 34\cdot 35\cdot 36}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}=1947792,$$

$m_D=1.$

Talab qilingan ehtimollik ya’ni talabani eng katta yutuq yutish ehtimoli klassik ta’rifiga asosan:

$$P(D)=\frac{m_D}{n}=\frac{1}{1947792}\approx 5\cdot 10^{-7}.$$

Demak, o‘rtacha 1947792 odam sportloto blankasini sotib olgan bo‘lsa, o‘rtacha faqat bitta odam eng katta yutuq yutadi.

Misol-7. Tanganing gerbli tomoni tushishini statistik ehtimolini o‘rganish maqsadida tajribalar o‘tkazilgan bo‘lib, ularning natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan:

Tajribalarni o‘tkazuvchi	Tangani tashlashlar soni	Gerbli tomon tushishlari soni	Statistik ehtimol, nisbiychastota $W_N(A)$
Byuffon…………	4040	2048	0,5080
Pirson K……….	12000	6019	0,5016
Pirson K……….	24000	12012	0,5005

Jadvaldan ko‘rinadiki, tajribalar sonini oshishi bilan, statistik ehtimollik $W_N(A)$ o‘zgarmas nazariy ehtimol $P(A_G)=0.5$ ga yaqinlashib boradi.

Misol-8. 10000 dona ekilgan chigitdan 9800 tasi unib chiqqan bo‘lsa, chigitni unuvchanligi necha foizni tashkil etadi?

Yechish: Ma’lumki, o‘tkazilgan tajribadan keyin, hodisaning ro‘y berish ehtimoli statistik ta’rifiga asosan hisoblanadi:

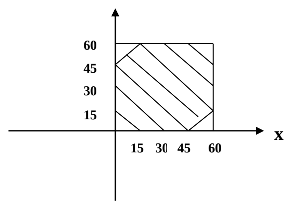
$$W_N(A)=\frac{m(A)}{N}=9800/10000=0,98=98\%$$

ni tashkil etadi.

Misol- 9. Ikki o‘rtoq A va B, soat 9 va 10 oraligida ma’lum bir joyda uchrashishga kelishishdi. Birinchi kelgani ikkinchisini 45 minut kutib, o‘rtog‘i kelmasa ketadi. Uchrashuv sodir bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish: Talab qilingan ehtimollik, ehtimolning geometrik ta’rifi yordamida (1.3) hisoblanadi**.** A ni kelish vaqtini x va B ni kelish vaqtini y bilan belgilaymiz. Uchrashuv sodir bo‘lishi uchun $|x-y|\le 45$ minut bo‘lishi kerak. 1 soat= 60 minut bo‘lganligidan G - soha tomoni 60 ga teng bo‘lgan kvadratdan iborat $mesG = 60^2$, ikkinchi tomondan $mesg = 60^2 - 15^2$ bo‘lganligidan talab qilingan ehtimollik $P=\frac{mes(g)}{mes\ (G)}$ =(60^2-15^2)/ 60^2= 0,9375

y



Chizma-2.

Misol-10. (Byuffan masalasi). Tekislikda bir-biridan 2a masofada parallel to‘gri chiziqlar o‘tkazilgan. Tekislikka uzunligi $2l$ $(l<a)$ bo‘lgan igna tavakkaliga tashlanadi. Ignaning o‘tkazilgan to‘gri chiziqlardan birortasini kesib o‘tish ehtimolini toping?

Yechish. Ehtimolning geometrik ta’rifiga (1.3) asosan

$$\begin{cases} 0 \le x \le a \\ 0 \le \varphi \prec \pi \quad x \le l \sin \varphi \end{cases}$$

Demak, ignaning talab qilingan sohaga tushish ehtimolini ehtimolning geometrik ta’rifiga asosan shu soha yuzasini

$$S_1 = \int_0^{\pi} l \sin \varphi d\varphi$$

butun to‘gri to‘rtburchak yuziga $S = \pi a$ nisbatiga teng

$$P = \frac{S_1}{S} = \frac{1}{\pi a}\int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = \frac{1}{\pi a}\left[-l\cos\varphi\right]_0^{\pi} = \frac{2l}{\pi a}$$

Mustaqil Yechish uchun misollar

Misol-1. Ikkita o‘yin soqqasi tashlanganda juft ochko tushish ehtimolini toping.

Misol-2. Tajribalardan aniqlandiki, har 10 dona pilladan 2 tasi sifatsiz. Tavakkaliga olingan 4 ta pilladan 3 tasi sifatli bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-3. Ekishga tayyorlangan 12 ta ko‘chatdan 2 tasi yaroqsiz. Ulardan tavakkaliga 5 tasi olinganda 4 tasini yaroqli ko‘chat bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-4. 36 dona kartadan uchta karta olindi.Ularni uchalasini ham “tuz” bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-5. Kartochkalarga r, z, yo, yo, i, i, t harflari yozilgan. Tavakkaliga kartochkalar olinib ketma -ket qo‘yilganda unda «riyoziyot» so‘zini hosil bo‘lish ehtimolini toping?

Misol-6. Yashikdan 15 ta bir xil detaldan 12 tasi sifatli. Tavakkaliga 4 ta detal olindi.Ulardan 3 tasini sifatli bo‘lish ehtimoli topilsin.

Misol-7. 5 ta bir xil qogozga u,o,s,t,z harflar yozilgan. Tavakkaliga ular olinib ketma-ket qo‘yilganda «ustoz» so‘zini hosil bo‘lish ehtimolini toping?

Misol-8. (36,5) sportloto blankasidan 1 dona olgan talabaning navbatdagi o‘yinda eng katta yutuq yutish ehtimolini toping?

Misol-9. Radiuslari 15 va 10 ga teng bo‘lgan konsentrik doiraga qaratib o‘q uzildi. Otilgan o‘qni kichik doira yuziga tegish ehtimolini toping.

Misol-10. Ikki o‘rtoq A va B soat 16 va 17 oraligida ma’lum bir joyda uchrashishga kelishishdi. Birinchi kelgani ikkinchisini 30 minut kutib, ikkkinchisi kelmasa ketadi. Uchrashuv sodir bo‘lish ehtimolini hisoblang.

§ 4. Ehtimollarni qo‘shish, ko‘paytirish teoremalari

A va B birgalikda bo‘lmagan hodisalar bo‘lib, ularni ro‘y berish ehtimollari mos ravishda $P(A)$va $P(B)$bo‘lsin.

Teorema. Birgalikda bo‘lmagan ikkita A va B hodisadan qaysinisi bo‘lsa ham birining ro‘y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollarining yig‘indisiga teng

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad (1.10)$$

Isbot. Bu teoremani hodisa ehtimolining klassik ta’rifidan foydalanib isbotlaymiz.

Aytaylik, tajriba natijasi *p* ta elementar hodisalar bo‘lib, bulardan $m_1$tasi *A* hodisaga, $m_2$tasi esa *B* hodisaga qulaylik tug‘dirsin.

U holda

$$P(A) = \frac{m_1}{n}, \quad P(B) = \frac{m_2}{n} \qquad (1.5)$$

bo‘ladi.

Shartga ko‘ra *A* va *B* birgalikda bo‘lmagan hodisalar. Shuning uchun yo *A* hodisa, yoki *B* hodisa ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi hodisalar soni m_1+m_2 ga teng bo‘ladi. Demak, *A*+*B* hodisaning ehtimoli

$$P(A+B) = \frac{m_1+m_2}{n}$$

bo‘ladi. Agar

$$P(A+B) = \frac{m_1+m_2}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n}$$

bo‘lishini e’tiborga olsak, unda (1.5) munosabatdan foydalanib,

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

ga ega bo‘lamiz. Teorema isbotlandi.

1-natija. *A hodisaga qarama-qarshi* $\overline{A}$ *hodisaning ehtimoli*

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

ga teng bo‘ladi.

Isbot. Haqiqatan ham, A va $\bar{A}$ qarama-qarshi bo‘lganligidan (2-§ ga qarang)

$$P(A+\overline{A}) = P(U) = 1. \qquad (1.6)$$

Yuqorida keltirilgan birgalikda bo‘lmagan hodisalar uchun ehtimollarni qo‘shish teoremasiga asosan

$$P(A+\overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}). \qquad (1.7)$$

(1.6), (1.7) munosabatlarda esa

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Natija. Juft-jufti bilan birgalikda bo‘lmagan $A_i \cap A_j = V$ (i≠j) bir nechta hodisalardan qaysinisi bo‘lsa ham, birini ro‘y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollari yig‘indisiga teng

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n). \qquad (1.11)$$

Agar bitta tajribada ikkita hodisadan birining ro‘y berishi ikkinchisini ro‘y berishini inkor etmasa, bu hodisalar birgalikda deyiladi. Faraz qilaylik A va B birgalikda bo‘lgan hodisalar bo‘lib, $P(A)$, $P(B)$ ehtimollar berilgan bo‘lsin. A+B, ya’ni A va B hodisalardan kamida bittasining ro‘y berish ehtimolini topish talab etiladi.

Teorema. Birgalikda bo‘lgan ikkita hodisadan bittasini ro‘y berish ehtimoli shu hodisalarning ehtimollari yig‘indisidan ularning birgalikda ro‘y berish ehtimolini ayrilganiga tengdir:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) \qquad (1.12)$$

Isbot. Shartga ko‘ra *A* va *B*birgalikda bo‘lgan hodisalar. Ravshanki, $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ va *AB* hodisalar o‘zaro birgalikda emas va

$$A + B = A\bar{B} + \bar{A}B + AB$$

bo‘ladi. Unda, teorema-1ga ko‘ra

$$P(A) + P(B) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) \qquad (1.8)$$

bo‘ladi.

A hodisa hamda *B* hodisaning ro‘y berishi uchun *AB* hamda *AB* hodisalardan bittasi ro‘y berishi kerak. Yana teorema-1 ga ko‘ra, shuningdek

$$P(A) = P(A\bar{B}) + P(AB), \qquad (1.9)$$

$$P(A) = P(\bar{A}B) + P(AB) \qquad (1.10)$$

bo‘ladi. (1.9), (1.10) munosabatlardan

$$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB),$$

$$P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB)$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Natijada (1.8) tenglikdagi $P(A\bar{B})$ va $P(\bar{A}B)$ning o‘rniga ularning topilgan qiymatlarini qo‘ysak,

$$P(A+B) = P(A) - P(AB) + P(B) - P(AB) + P(AB) =$$
$$= P(A) + P(B) - P(AB)$$

hosil bo‘ladi. $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Demak, *P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).* Teorema isbotlandi.

To‘la guruppa tashkil etuvchi A_1, A_2, ..., A_n hodisalar ehtimollari yig‘indisi 1 ga teng.

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(U) = 1 \quad .$$

Agar $A + B = U$, $AB = V$ bo‘lsa, u holda A va B hodisalarni o‘zaro qarama-qarshi hodisalar deyiladi.

Agar ikkita hodisadan birining ro‘y berishi ikkinchisining ro‘y berish yoki ro‘y bermasligiga bog‘liq bo‘lmasa, bu hodisalar erkli hodisalar deyiladi. Agar ikki hodisadan birining ro‘y berish ehtimoli ikkinchi hodisaning ro‘y berish yoki ro‘y bermasligiga bog‘liq bo‘lsa, bu hodisalar bog‘liq deyiladi.

A , B birgalikda va erkli hodisalar bo‘lib, ularning $P(A)$ va $P(B)$ ehtimollar berilgan bo‘lsin.

Teorema. Ikkita A va B erkli hodisalarni birgalikda ro‘y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollari ko‘paytmasiga teng.

$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (1.13)$$

Natija. Birgalikda, uzaro bog‘liq bo‘lmagan bir nechta hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehtimoli shu hodisalar ehtimollarining ko‘paytmasiga teng

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) \qquad (1.14)$$

B hodisaning A hodisa ro‘y berdi degan shartda hisoblangan ehtimoliga shartli ehtimol deyiladi va uni $P(B / A) = P_A(B)$ bilan belgilanadi.

Teorema. Ikkita A va B bog‘liq hodisalarning birgalikda ro‘y berish ehtimoli, ulardan birininng ehtimolini shu hodisa ro‘y berdi degan shartda hisoblangan ikkinchi hodisaning shartli ehtimoliga ko‘paytmasiga teng

$$P(AB) = P(A)P_A(B) \qquad (1.15)$$

Xususan 3ta bog‘liq hodisalarni birgalikda ro‘y berish ehtimolliklari uchun ushbu formula o‘rinlidir

$$P(ABC) = P(A)P_A(B)P_{AB}(C) \qquad (1.16)$$

Birgalikda bog‘liq bo‘lmagan A_1, A_2, ….., A_n hodisalardan kamida bittasini sodir bo‘lish ehtimoli

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = 1 - q_1 q_2 .... q_n \qquad (*)$$

Bu yerda $P(\overline{A_1}) = q_1$, $P(\overline{A_2}) = q_2$, …., $P(\overline{A_n}) = q_n$.

§ 5.To‘la ehtimolva Bayes formulalari

Ehtimollarni qo‘shish va ko‘paytirish teoremalaridan to‘la ehtimol va Bayes formulalari kelib chiqadi. *A* hodisa to‘la guruppa tashkil etuvchi, birgalikda bo‘lmagan $B_1, B_2, \dots, B_n$ hodisalardan biri ro‘y berganda ro‘y bersin $A = AB_1 + AB_2 + \dots + AB_n$, $P(A) = ?$..

Talab qilingan ehtimollik quyidagi to‘la ehtimol formulasi bilan hisoblanadi:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + ... + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A) \qquad (1.17)$$

Amaliyotda A hodisa ro‘y berganligi shartida $B_1, B_2, \dots, B_n$. Hodisalardan birining ro‘y berish ehtimolini topish, ya’ni $P_A(B_i) = P(B_i / A)$ shartli ehtimollarni topish zarur bo‘ladi. Bu ehtimolliklar $P(A) \neq 0$ shartda, ushbu Bayes formulasi bilan hisoblanadi:

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)\cdot P(A/B_i)}{P(B_1)\cdot P(A/B_1) + ... + P(B_n)\cdot P\ (A/B_n)} = \frac{P(B_i)P(A/B_i)}{P(A)} \qquad (1.18)$$

§ 6. Mavzuga doir namunaviy misollarni yechimi.

Masala 1: O‘tkazilgan o‘rik va gilos ko‘chatlarining ko‘karish ehtimoli 0,8 va 0,6 bo‘lsa a) shulardan aqalli bittasi ko‘karish ehtimoli; b) ikkalasini ham ko‘karish ehtimoli topilsin.

Yechish: A-bilan o‘rik ko‘chatini ko‘karish hodisasini, B-bilan gilos ko‘chatini ko‘karish hodisalarini belgilasak, masala shartiga asosan $P(A) = 0{,}8$ va $P(B) = 0{,}6$ bo‘ladi, talab qilingan ehtimollik (1.12) formulaga asosan

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0{,}8 + 0{,}6 - 0{,}8\cdot 0{,}6 = 0{,}92$$

b) Erkli hodisalar uchun ehtimollarni ko‘paytirish teoremasiga (1.13) asosan

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0{,}8\cdot 0{,}6 = 0{,}48\,.$$

Misol 2. 36 talik o‘yin qartasidan ketma-ket 2 ta qarta olingan. a) ikkalasi ham valet b) biri valet ikkinchisi dama bo‘lish hodisalarining ehtimollari topilsin.
Yechish: Ushbu hodisalarni kiritamiz: A, B , K. A - birinchi qarta valet; B - ikkinchi qarta valet; K - ikkinchi qarta dama bo‘lish hodisalari bo‘lsin.
Masala shartiga ko‘ra

$$P(AB) = P(A)P_A(B) = \frac{4}{36}\cdot\frac{3}{35} = \frac{1}{105}\,,$$

$$P(AC) = P(A)P_A(C) = \frac{4}{36}\cdot\frac{4}{35} = \frac{4}{315}\,.$$

Misol- 3. Pahta zavodiga birinchi xo‘jalik 50% , ikkinchi xo‘jalik 20% , uchinchi xo‘jalik 30% mahsulot beradi. Undan birinchi xo‘jalik mahsulotining 70% , ikkinchi xo‘jalikning 85% , uchinchi xo‘jalikning 95% birinchi nav bo‘lsa, tavakkaliga tekshirish uchun olingan tolaning birinchi nav bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish**.** A–olingan tolani birinchi nav bo‘lish hodisasi, B_1, B_2, B_3, –mos ravishda birinchi, ikkinchi va uchinchi xo‘jalikni paxta tolasi bo‘lish hodisalari bo‘lsin.

Masala shartiga asosan $P(B_1) = 0{,}5$ $P(B_2) = 0{,}2$ $P(B_3) = 0{,}3$ va shartli ehtimollari $P_{B_1}(A) = P(A/B_1) = 0{,}7$ $P_{B_2}(A) = P(A/B_2) = 0{,}85$ $P_{B_{13}}(A) = P(A/B_3) = 0{,}95$

To‘la ehtimol formulasiga asosan talab qilingan ehtimollik

$$P(A) = P(B_1)\cdot P_{B_1}(A) + P(B_2)\cdot P_{B_2}(A) + ... + P(B_n)\cdot P_{B_n}(A) = 0{,}5\cdot 0{,}7 + 0{,}2\cdot 0{,}85 + 0{,}3\cdot 0{,}95 = 0{,}805\,.$$

Misol- 4. Ikki xil nav chigit bor. Undan 70% i maydonga birinchi nav chigit ekildi. Birinchi nav chigitning unib chiqish ehtimolligi 0.98, ikkinchi nav chigitni unib chiqish ehtimolligit 0.8 ga teng. Agar maydonga ekilgan chigit unib chiqqan bo‘lsa, uni birinchi nav chigit bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish. A–ekilgan chigitlarni unib chiqish hodisasi, B_1– maydonga ekilgan chigitni birinchi nav bo‘lish hodisasi, B_2– ekilgan chigitni ikkinchi nav

bo‘lish xodisalari bo‘lsin. Masala shartga asosan B_1, B_2 xodisalarning ehtimollari $P(B_1) = 0{,}7$, $P(B_2) = 0{,}3$, $P_{B_1}(A) = P(A/B_1) = 0{,}98$, $P_{B_2}(A) = P(A/B_2) = 0{,}8$

Talab qilingan ehtimollik Bayes formulasiga asosan

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)\cdot P(A/B_1)}{P(B_1)\cdot P(A/B_1) + ... + P(B_n)\cdot P\ (A/B_n)} = \frac{0{,}7\cdot 0{,}98}{0{,}7\cdot 0{,}98 + 0{,}3\cdot 0{,}8} = \frac{0{,}686}{0{,}926} = 0{,}741\,.$$

Demak, bu maydonga birinchi nav chigit ekilgan bo‘lish ehtimolligi 0.741 ekan.

Mustaqil Yechish uchun masalalar.

Misol-1. Bahorda o‘rik va gilos ko‘chatlari ekildi. Agar o‘rik ko‘chatining ko‘karish ehtimolligi 0.7 ga, gilosniki 0,6 teng bo‘lsa, ulardan kamida bittasining ko‘karish ehtimolligini toping.

Misol-2. O‘tkazilgan olma va nok ko‘chatlari ko‘karib ketish ehtimollari mos ravishda 0,9 va 0,4. Shulardan aniq bittasini ko‘karish ehtimolini toping.

Misol-3. Agar biror xo‘jalik yilida davlatga sotgan qorako‘l terilarining 95% standart, shundan 80% birinchi sortli bo‘lsa, shu xo‘jalikdan olingan terilardan tavakkaliga olingan bittasining birinchi sort bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-4. Ekish uchun to‘rt xil nav bug‘doy urug‘i bor. Maydonni 90% ga birinchi nav, 5% ga ikkinchi nav, 3% ga uchinchi nav, 2% ga to‘rtinchi nav urug‘i ekiladi. Bug‘doyning har bir bo‘shog‘ida 50 donadan ortiq don bo‘lish ehtimolligi birinchi nav urug‘i uchun 0.6, ikkinchi nav urug‘i uchun 0.2, uchinchi nav uchun 0.15 va to‘rtinchi nav uchun 0.06 bo‘lsa, tasodifiy olingan bo‘shoqda kamida 50 dona don bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-5. Uch stanok fabrikagi mos ravishda 25% , 30% va 45% mahsulot yetishtirib beradi. Birinchi stanokni 1% , ikkinchi stanokni 2% , uchinchi stanokni 3% mahsuloti brak. Tasodifiy olingan mahsulotni brak ekanligi ma’lum bo‘lsa, uni qaysi stanokda tayyorlanganligi eng katta ehtimolga ega.

Misol-6. Dub daraxtining ikki xil urug‘i bor. Ekilgan dub urug‘ining 60% birinchi nav. Birinchi nav urug‘ining 90%, ikkinchi nav 65% unib chiqadi. Agar ekilgan urug‘lar unib chiqqan bo‘lsa, shu maydonga birinchi nav urug‘ ekilgan bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-7. Guruppada 25 student bo‘lib, imtixon topshirishga kelgan studentlarning a’lo bahoga tayyorlangani 6 ta, yaxshi bahoga 10 ta, o‘rta bahoga 7 ta, hamda qoniqarsiz bahoga 2 ta. Imtixon savollari 30 ta bo‘lib, a’lochi student hammasini, yaxshi bahoga tayyorlangan student 24 savolni, o‘rta bahoga tayyorlangan student 16 savolni, yomon tayyorlangan student 10 savolni biladi. Tavakkaliga chaqirilgan student 3 ta savolga ham javob bergan bo‘lsa, uni a’lo bahoga tayyorlangan student bo‘lish ehtimolini toping.

Misol-8. Skladga 3 ta xo‘jalikdan mahsulotlar keltirilgan. Bu mahsulotlardan 35% birinchi sovxozda, 40% ikkinchi va 25% uchinchi xo‘jalikda tayyorlangan. Bu xo‘jalikla uchun sifatsiz mahsulotlarning o‘rtacha protsenti mos ravishda 5% , 3% va 2% ni tashkil etadi. Tavakkaliga olingan mahsulot sifatsiz bo‘lsa, uning ikkinchi xo‘jalikda tayyorlangan bo‘lish ehtimoli topilsin.

Misol-9. SamPI ning maxsus kasalxonasiga B_1- kasallik bilan 40% , B_2- kasallik bilan 26% va B_3- kasallik bilan esa 34% kasallar keltiriladi. B_1 kasallik bilan og'rigan bemorning to'la sogayib chiqish ehtimoli 0.9 ga, B_2 va B_3 kasalliklar bilan og'rigan bemorlar uchun bu ehtimolliklar mos ravishda 0.8 va 0.95 ga teng. Kasalxonaga keltirilgan bemor to'la sog'ayib chiqqan bo'lsa, uning B_1 kasallik bilan og'rigan bo'lish ehtimoli topilsin.

Misol-10. Kuzatish uchun olingan 10 dona pilladan 2 tasi yaroqsiz. Tavakkaliga olingan 6 ta pilladan yaroqsizi bittadan ortiq bo'lmaslik ehtimoli topilsin.

Tekshirish uchun savollar:

1) Ehtimollarni qo'shish, ko'paytirish teoremalari formulalarini yozing?
2) To'la ehtimol va Bayes formulalariga misollar keltiring?

Kalit so'zlar

Ehtimol, qo'shish, ko'paytirish, teorema, formula, to'la ehtimol,Bayes

Xulosa

Ehtimollarni qo'shish, ko'paytirish teoremalari, to'la ehtimol va Bayes formulalari o'rganilib ularga doir misollar yechilgan.

§7. Bog'liq bo'lmagan tajribalar ketma-ketligi. Bernulli formulasi. Muavr - Laplasning lokal va integral teoremalari. Puasson formulasi

Bog'liq bo'lmagan (erkli) tajribalar ketma-ketligi o'tkazilayotgan bo'lib, tajribaning har birida A hodisa yoki $\bar{A}$ hodisa ro'y bersin $(A, \bar{A})$, $A+\bar{A}=U$, $A\cdot\bar{A}=V$ (Bernulli sxemasi), har bir tajribada A hodisaning ro'y berish ehtimoli o'zgarmas $P(A)=p$, uning ro'y bermaslik ehtimoli $P(\bar{A})=1-p=q$. n ta erkli tajribalar ketma-ketligida A hodisaning k marta ro'y berish $P_n(k)$ ehtimolini hisoblash talab etilgan bo'lsin([1] - [5]).

Bernulli formulasi.

Teorema-1. n ta erkli tajribalar ketma-ketligida *A* hodisaning k marta ro'y berish ehtimoli $P_n(k)$ quyidagi Bernulli formulasi bilan hisoblanadi:

$$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}=C_n^k p^k q^{n-k} \quad (1.19)$$

Bu yerda k=0, 1, 2, ..., n, $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ $(n!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n)$

Isboti. Bu teorema quyidagicha mulohaza bilan isbotlanadi:

Bog'liq bo'lmagan *p* ta tajribaning har birida kuzatilayotgan *A* hodisaning ro'y berish ehtimoli *p,* ro'y bermaslik ($\bar{A}$ – hodisaning ro'y berishi) ehtimoli *q (q*=1-*p)* bo'lsin.

Aytaylik, nta tajribada $\bar{A}$ hodisa biror marta ham ro'y bermasin. Demak, birinchi tajribada $\bar{A}$hodisa, ikkinchi tajribada ham $\bar{A}$ hodisa va hokazo n-tajribada ham $\bar{A}$ hodisa ro'y bergan. Natijada ushbu

$$\underbrace{\bar{A}\bar{A}\,\bar{A}\ldots\bar{A}}_{n\,ma}$$

murakkab hodisaga ega bo'lamiz. Uning ehtimoli erkli hodisalar uchun ehtimollarni ko'paytirish teoremasiga asosan:

$$P(\underbrace{\bar{A}\bar{A}\,\bar{A}\ldots\bar{A}}_{n\,ma})=\underbrace{P(\bar{A})\,P(\bar{A})\,P(\bar{A})\ \ldots P(\bar{A})}_{n\,ma}=\underbrace{q\ q\ q\ \ldots\ q}_{n\,ma}=q^n.$$

Bu holda, ya'ni *n* ta tajribada *A* hodisaning biror marta ham ro'y bermaslik ehtimoli

$$P_n(0)=q^n$$

bo'ladi.

Aytaylik, *p* ta tajribada *A* hodisa faqat bir marta ro'y bergan bo'lsin. Bunda quyidagi *n* ta murakkab hodisaga ega bo'lamiz:

$\underbrace{A\ \bar{A}\ldots\ \bar{A}}_{n\ ta}$ (birinchi tajribada *A* ro'y berdi),

(ikkinchi tajribada *A* ro'y berdi) $\underbrace{\bar{A}\ A\ \bar{A}\ldots\ \bar{A}}_{nma}$ (uchinchi tajribada *A* ro'y berdi),

$\overline{AA}\ \ldots\ \bar{A}\ A$ (*n*-tajribada *A* ro'y berdi).

Bu murakkab erkli hodisalarning ehtimollarni ko'paytirish teoremasiga asosan

$$P(A\bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A})=P(A)P(\bar{A})\ldots P(\bar{A})=pq\cdot q\ldots q=pq^{n-1}$$

....

$$P(\bar{A}\ \bar{A}\ \ldots.\bar{A}\ A)=P(\bar{A})\,p(\bar{A})\ldots P(\bar{A})\,P(A)=pq^{n-1}$$

*n*ta tajribada *A* hodisaning bir marta ro'y berish ehtimoli birgalikda bo'lmagan hodisalar uchun ehtimollarni qo'shish teoremasiga asosan

$$P_n(1)=P(A\bar{A}\ \bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A}+\bar{A}A\bar{A}\ldots\bar{A}+\bar{A}\bar{A}A\bar{A}\ldots\bar{A}+\ldots+\bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A}A=$$

$$=P(A\bar{A}\ldots\bar{A})+P(\bar{A}A\bar{A}\ldots\bar{A})+\ldots+P(\bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A}A)=$$

$$=pq^{n-1}+pq^{n-1}+\ldots+pq^{n-1}=npq^{n-1}=C_n^1pq^{n-1}$$

bo'ladi. Demak,

$$P_n(1)=C_n^1pq^{n-1}.$$

Aytaylik, *n* ta tajribada *A* hodisasi ikki marta ro'y bersin. Bu holda quyidagi

$$AA\bar{A}\ldots\bar{A},A\bar{A}A\bar{A}\ldots\bar{A},\ldots\ldots..,\bar{A}\bar{A}\ldots\bar{A}AA$$

murakkab hodisalardan biri ro'y berdi. Ularning soni

$$\frac{n(n-1)}{2}=C_n^2$$

bo'lib, har birining ehtimoli p^2q^{n-2}ga teng bo'ladi. Yuqoridagidek, n ta tajribada *A* hodisaning *k* marta ro'y berish ehtimoli

$$P_n(k)=C_n^kp^kq^{n-k}$$

ga teng bo'lishi ko'rsatiladi. (1.19) formula Bernulli formulasi deb ataladi.

n ta tajribada A hodisa ro‘y bermasligi mumkin, bir marta, ikki marta va h.k, nmarta ro‘y berishi mumkin. Bunday hodisalar yig‘indisi albatta muqarrar hodisa bo‘ladi. Shuning uchun ularning ehtimollari yig‘indisi 1 ga teng bo‘ladi. Demak,

$$P_n(0)+P_n(1)+P_n(2)+...+P_n(n)=1$$

ya’ni

$$\sum_{k=0}^{n} P_n(k)=1.$$

Misol. Har bir olma ko‘chatini ko‘karish (A hodisa) ehtimoli 0,8 ga teng. Ekilgan 5 ta olma ko‘chatidan 3 tasining ko‘karish ehtimoli topilsin.

Yechish. Masala shartiga binoan

$$n=5,\ k=3,\ P(A)=p=0{,}8,\ P(\overline{A})=q=1-p=0{,}2$$

bo‘lishini aniqlaymiz. Unda (1.19) Bernulli formulasiga ko‘ra

$$P_5(3)=C_5^3\cdot 0{,}8^3\cdot 0{,}2^2=\frac{5!}{3!(5-3)}\cdot 0{,}8^3\cdot 0{,}2^2=0{,}2048.$$

Agar n ta erkli tajribalar ketma-ketligida A hodisaning ro‘y berishlari soni μ bo‘lsa:

1) *A hodisa*ning k dan kam marta ro‘y berish $\{0\le\mu\le k-1\}$ ehtimoli

$$P_n\{0\le\mu\le k-1\}=\sum_{m=0}^{k-1}P_n(m)$$

2) *A hodisa*ning kamida k marta $\{k\le\mu\le n\}$ ro‘y berish hodisasining ehtimoli

$$P_n\{k\le\mu\le n\}=\sum_{m=k}^{n}P_n(m)$$

3) A hodisaning ko‘pi bilan k marta ro‘y berish hodisasining ehtimoli

$$P_n\{0\le\mu\le\kappa\}=\sum_{m=0}^{k}P_n(m)$$

4) A hodisaning kami bilan k_1 marta, ko‘pi bilan k_2 marta $\{k_1\le\mu\le k_2\}$ ro‘y berish hodisasining ehtimoli $P_n\{k_1\le\mu\le k_2\}=\sum_{m=k_1}^{k_2}P_n(m)$ bo‘ladi.

Misol. 1) chigitning unuvchanligi 80% bo‘lsa, ekilgan 4 ta chigitdan: a) uchtasining unib chiqishi; b) hech bo‘lmaganda ikkitasining unib chiqish ehtimolini toping.

Yechish. a) shartga ko‘ra $n=4, k=3, p=0{,}8, q=0{,}2$. Bernulli (1.19) formulasiga ko‘ra

$$P_4(3)=C_4^3(0{,}8)^3\cdot 0{,}2=0{,}4096;$$

b) A hodisa ekilgan 4 ta chigitdan hech bo‘lmaganda ikkitasining unib chiqishini, ya’ni 2 tasi, yoki 3 tasi, yoki 4 tasi unib chiqishini bildirsin. Ehtimollarni qo‘shish teoremasiga ko‘ra:

$$P(A)=P_4\ (yoki\ 2,\ yoki\ 3,\ yoki\ 4)=P_4(2)+P_4(3)+P_4(4).$$

$P_4(3)$ ehtimol a) bandda hisoblangan;

$$P_4(2)=C_4^2(0{,}8)^2\cdot(0{,}2)^2=0{,}1536;$$

$$P_4(4)=C_4^4(0{,}8)^4\cdot(0{,}2)^0=0{,}4096.$$

Demak, $P(A)=0{,}9728$.

Endi (1.19) Bernulli formulasining tahlili bilan shug‘ullanamiz.

Hodisa ro‘y berishining eng katta yehtimolli sonini aniqlash.

Ravshanki, berilgan tayin n va p da

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}\quad (k=0,\ 1,\ 2,\ ...,\ n)$$

ning qiymati k ga bog‘liq, ya’ni k ning funksiyasi bo‘ladi. Bunda k *o*‘zgaruvchining k=0, k=1, k=2, ... , k= n qiymatlarida $P_n(k)$ funksiyaning qiymatlari ushbu

$$P_n(0),\ P_n(1),\ P_n(2),\ ...,P_n(n) \tag{1.20}$$

sonlar ketma-ketligidan iborat bo‘ladi.

Bu (1.20) dagi sonlardan tayinlangan n uchun qaysi biri eng katta bo‘ladi, ya’ni A hodisa n ta erkli sinashda ro‘y berishlar sonining qanday qiymatlarida $P_n(k)$ eng katta ehtimolga ega bo‘ladi, degan savolga javob berish masalasini o‘rganamiz.

Shu maqsadda ushbu $\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)}$ nisbatni qaraymiz. Ravshanki,

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k},$$

$$P_n(k+1)=C_n^k p^k q^{n-k}=\frac{n!}{(k+1)(n-k-1)!}p^{k+1}(1-p)^{n-k-1}.$$

U holda

$$\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)}=\frac{n!\,p^{k+1}(1-p)^{n-k-1}\cdot k!(n-k)!}{(k+1)!(n-k-1)!n!\,p^k(1-p)^{n-k}}=\frac{n-k}{k+1}\cdot\frac{p}{1-p}$$

bo‘ladi.Agar

$$\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)}>1,$$

ya’ni

$$\frac{n-k}{k+1}\cdot\frac{p}{1-p}>1 \tag{1.21}$$

bo‘lsa, u holda $P_n(k+1)>P_n(k)$ bo‘ladi.

k ning qanday qiymatlarida $P_n(k+1)>P_n(k)$ bo‘lishini bilish uchun (1.21) tengsizlikni k ga nisbatan yechamiz:

$$\frac{n-k}{k+1}\cdot\frac{p}{1-p}>1\Rightarrow(n-k)p>(k+1)(1-p)\Rightarrow np-kp>k(1-p)+$$
$$+(1-p)\Rightarrow -kp-k(1-p)>(1-p)-np\Rightarrow -k>(1-p)-np\Rightarrow$$
$$\Rightarrow k<np-(1-p).$$

Demak,

$$k<np-(1-p)$$

bo‘lganda

$$P_n(k+1)>P_n(k)$$

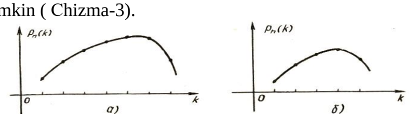
bo‘ladi.

Shunday qilib, *k* o‘zgaruvchining qiymatlari *np-(1-p)* sondan kichik bo‘lganda $P_n(k)$ ehtimol o‘sib bordi (ya’ni $P_n(k)$ funksiya o‘suvchi bo‘ladi).

Xuddi shunga o‘xshash, $k \geq np-(1-p)$ bo‘lganda $P_1(k+1)>P_n(k)$ bo‘lishini ko‘rsatish mumkin.

Shunday qilib, *k* o‘zgaruvchining qiymatlari *np-(1-p)=np-q* sondan katta bo‘lib borganda P_n *(k)* ehtimol kichiklashib boradi (ya’ni$P_n(k)$ funksiya kamayuvchi bo‘ladi. *K* o‘zgaruvchining qiymati *k=np-(1-p)= np* –q bo‘lganda esa $P_n(k+1) = P_n(k)$ bo‘ladi.

Shunday qilib, *k* o‘zgaruvchi 0, 1, 2, ... , *p* qiymatlarni qabul qila borib, uning qiymati *np-(1-p)* songa yetguncha $P_n(k)$ ning qiymati o‘saboradi, *k* ning qiymati *np -(1p)* sondan oshganda esa $P_n(k)$ ehtimol kamaya boradi. Bu holni chizma bilan tasvirlash mumkin (Chizma-3).



Chizma-3

Endi *n* ta tajribada *A* hodisa ro‘y berishining eng katta ehtimolli sonini topamiz. Aytaylik, bu eng katta ehtimol *k* o‘zgaruvchining k_0 qiymatida bo‘lsin. Unda yuqorida aytilganlarga ko‘ra, bir tomondan,

$$P_n(k_0+1) \leq P_n(k_0), \qquad (1.22)$$

ikkinchi tomondan esa

$$P_n(k_0-1) \leq P_n(k_0) \qquad (1.23)$$

bo‘ladi.

(1.22) munosabat, $k_0 \geq np-(1-p)$ (1.23) munosabat esa

$$k_0 - 1 \leq np-(1-p)$$

bo‘lganda bajarilishini yuqoridagidek ko‘rsatish mumkin.

Demak, ehtimolli k_0 eng katta son ushbu engsizliklarni

$$np-(1-p) \leq k_0 \leq np+p \qquad (1.24)$$

qanoatlantirar ekan. Bu tengsizlikni qanoatlantiradigan butun sonlar *np-(1-p)=np -q* songa bog‘liq bo‘ladi:

1) Agar *np-(1-p)* kasr son bo‘lsa, u holda (1.24) tengsizlikni qanoatlantiradigan k_0 son bitta bo‘ladi (Chizma-3).

2) agar *np-(1-p)* butun son bo‘lsa, u δ holda (1.24) tengsizliklarni qanoatlantiradigan sonlar ikkita bo‘ladi. Demak, bu holda eng katta ehtimolli son ikkita bo‘ladi.

Misol-1. Texnik nazorat bo‘limi 24 ta detaldan iborat guruhni tekshirmoqda. Detalning yaroqli standartga muvofiq bo‘lish ehtimoli 0,6 ga teng. Yaroqli deb tan olinadigan detalning eng katta ehtimolli soni topilsin.

Yechish. Shartga ko‘ra *n=24, p = 0,6* bo‘ladi. Unda

$$np-(1-p) = 24\cdot 0{,}6-(1-0{,}6) = 14{,}4-0{,}4 = 14,$$

$$np+p = 24\cdot 0{,}6+0{,}6 = 14{,}4+0{,}6 = 15$$

bo‘lib, eng katta ehtimolli k_0 son (1.2) munosabatga ko‘ra $14 \leq k_0 \leq 15$ tengsizliklarni qanoatlantirishi kerak. Demak, bu munosabatdan ko‘rinadiki, eng katta ehtimolli son ikkita bo‘ladi:

$$k_0 = 14, k_0 + 1 = 15.$$

Erkli sinashlar soni n katta bo‘lsa, talab qilingan ehtimolliklarni Bernulli formulasi bilan hisoblash qiyin bo‘ladi.

Teorema-2. (Muavr - Laplasning lokal teoremasi). Agar Bernulli sxemasida *n* yetarlicha katta bo‘lib, har bir sinashda *A* hodisaning ro‘y berish ehtimoli p ($0<p<1$) o‘zgarmas bo‘lsa $np > 10$ bo‘lganda, u $P_n(k)$ ehtimol uchun ushbu

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{(k-np)^2}{2np(1-p)}} \qquad (1.25)$$

taqribiy formula o‘rinli bo‘ladi.Agar

$$x = \frac{k-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

deyilsa, u holda

$$\frac{(k-np)^2}{2np(1-p)} = \frac{x^2}{2}$$

bo‘lib, yuqoridagi (1.25) formula quyidagi ko‘rinishga keladi.

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{x^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Ushbu $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ belgilash kiritsak, u holda

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} \varphi(x). \qquad (1.26)$$

Bu yerda φ(x) ning qiymatlari uchun jadvallar tuzilgan (Ilovadagi 1-jadval). $\varphi(x)$ funksiya juft funksiya bo‘lib, uning qiytmatlari ($0 \leq x \leq 4$) jadvallashtirilgan (ilovadagi 1-jadvalga qarang). Agarda $x > 4$ bo‘lsa, $\varphi(x) < 0{,}0001$ deb olish mumkin.

Misol. Har bir ekilgan chigitni unib chiqish *(A* hodisa) ehtimoli o‘zgarmas bo‘lib, *P(A)=p*=0,8 ga teng bo‘lsa, ekilgan 100 ta chigitdan unib chiqqanlar soni 85 ta bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish. Masala shartiga ko‘ra *n* =100, *p =P(A)*=0,8, *q=1-p* = 0,2, *k*=85.

Ravshanki, talab qilingan $P_{100}(85)$ ehtimolni Bernulli formulasi bilan $P_{100}(85)=\frac{100!}{85!85!}(0.8)^{85}\cdot(0.2)^{15}$ aniq hisoblash (*n* – katta bo‘lgan holda) juda qiyin, bunday holda *p* - o‘zgarmas ($0<p<1$) bo‘lganda $np > 10$ Muavr - Laplasning lokal teoremasidan (1.26) foydalanish maqsadga muvofiqdir. Bizni misolda bu taqribiy formuladan foydalanish uchun avvalo quyidagi miqdorni hisoblaymiz:

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{85 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = \frac{85 - 80}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1{,}25.$$

Muavr - Laplasning lokal teoremasiga asosan

$$P_{100}(85) \approx \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} \cdot \varphi(1{,}25) = \frac{1}{4}\varphi(1{,}25).$$

Ilovadagi jadvaldan $\varphi(1.25)\approx 0.1826$ ekanligidan, talab qilingan ehtimollik $P_{100}(85)\approx\frac{1}{4}\cdot 0{,}1826=0{,}0456$ bo‘ladi.

Mazkur bobning 7-§ da *p* taerklitajribada *A hodisa*ning kami bilan k_1 marta va ko‘pi bilan k_2 marta ro‘y berish hodisasi $\{k_1\leq\mu\leq k_2\}$ ning ehtimoli bo‘lishini ko‘rgan edik.

$$P_n\{k_1 \leq \mu \leq k_2\} = \sum_{m=k_1}^{k_2} P_n(m)$$

Muavr – Laplasning integral teoremasi *n* yetarlicha katta bo‘lganda $P_n\{k_1\leq\mu\leq k_2\}$ ehtimolni taqribiy ifodalovchi formulani beradi.

Teorema-3.(Muavr - Laplasning integral teoremasi). Bernulli sxemasida, lokal teorema shartlarini qanoatlantiruvchi ehtimol uchun, $np > 10$ bo‘lganda ushbu

$$P_n\{k_1 \leq \mu \leq k_2\} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{k_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}}}^{\frac{k_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \qquad (1.27)$$

taqribiy formula o‘rinli bo‘ladi, bu yerda $0 < p < 1$, ushbu

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \qquad (1.28)$$

Laplas funksiyasi toq funksiya bo‘lib, *x* ning turli qiymatlariga integralning mos qiymatlari jadvali tuzilgan (Ilova, 2-jadval).

Isbot. Haqiqatan ham, aniq integralning xossasiga ko‘ra

$$P_n\{k_1 \leq \mu \leq k_2\} \approx \int_{x'}^{x''} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \int_{x'}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \int_{0}^{x''} e^{-\frac{t^2}{2}} dt =$$

$$= \int_0^{x''} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \int_0^{x'} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

bo‘ladi. Bu yerda

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}}.$$

(1.28) ni hisobga olsak

$$P_n(k_1 \leq k \leq k_2) \approx \Phi(x'') - \Phi(x') \qquad (1.29)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Laplas funksiyasi $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ toq funksiya, qiytmatlari jadvallashtirilgan (([1] - [5]) ilova 2 jadvalga qarang) $0 \leq x \leq 5$. Agar $x > 5$ bo‘lsa, $\Phi(x) \approx 0{,}5$ deb olish mumkin.

Misol. Tavakkaliga olingan pillaning yaroqsiz chiqish ehtimoli 0,2 ga teng. Tasodifan olingan 400 ta pilladan 70tadan 130 tagacha yaroqsiz bo‘lish ehtimoli topilsin.

Yechish. Shartga ko‘ra $n = 400$, $k_1 = 70$, $k_2 = 130$, $p = 0{,}2$, $q = 1 - p = 0{,}8$ bo‘ladi. Ravshanki,

$$x'' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{70 - 400 \cdot 0{,}2}{\sqrt{400 \cdot 0{,}2(1-0{,}2)(1-0{,}2}} = -\frac{10}{8} = -1{,}25;$$

$$x'' = 6{,}25.$$

Yuqorida keltirilgan (1.29) formulaga muvofiq izlanayotgan ehtimol tahminan

$$P_n\{k_1 \leq \mu \leq k_2\} = P_{400}\{70 \leq \mu \leq 130\} \approx \Phi(6{,}25) - \Phi(-1{,}25)$$

bo‘ladi. Jadvaldan hamda $\Phi(x)$ ning toq funksiyaligini e’tiborga olib quyidagilarni topamiz:

$$\Phi(-1{,}25)=-0{,}39435, \quad \Phi(6{,}25)=0{,}5$$

(2-ilovaga qaralsin), u holda

$$P_{400}\{70 \leq \mu \leq 130\} \approx 0{,}5 - (-0{,}39435) = 0{,}89435$$

bo‘ladi. Demak, izlanayotgan ehtimollik

$$P_{400}\{70 \leq \mu \leq 130\} \approx 0{,}89435$$

Faraz qilaylik, *n* ta erkli tajribada *A* hodisa μ marta ro‘y bersin. Har bir tajribada *A* hodisaning ro‘y berish ehtimoli *p* $(0<p<1)$ bo‘lsin. Ma’lumki, $\frac{\mu}{n}$miqdor *A* hodisaning nisbiy chastotasi bo‘ladi.

Yuqorida keltirilgan Muavr - Laplasning integral teoremasidan foydalanib, nisbiy chastota $\frac{\mu}{n}$ ning o‘zgarmas ehtimol *r* dan chetlanish ehtimolini topish mumkin:

$\forall\, \varepsilon > 0$ olinganda ham ushbu $\left|\frac{\mu}{n} - p\right| < \varepsilon$ tengsizlik orqali ifodalanadigan hodisaning ehtimoli uchun

$$P\left\{\left|\frac{\mu}{n} - p\right| < \varepsilon\right\} \approx 2\Phi\left(\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right)$$

taqribiy formula o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Ravshanki,

$$\left|\frac{\mu}{n} - p\right| < \varepsilon \;\Leftrightarrow -\varepsilon < \frac{\mu}{n} - p < \varepsilon \;\Leftrightarrow -\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} <$$

$$< \frac{\mu - np}{n}\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} < \varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} \Leftrightarrow -\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} < < \frac{\mu - np}{\sqrt{np(1-p)}} < \varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}.$$

Demak,

$$P\left\{\left|\frac{\mu}{n} - p\right| < \varepsilon\right\} = P\left\{-\varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} < \frac{\mu - np}{\sqrt{np(1-p)}} < \varepsilon\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right\}. \qquad (1.30)$$

Muavr-Laplasning integral teoremasidan foydalanib (1.30) munosabatdan ushbu taqribiy formulaga ega bo‘lamiz:

$$P\left\{\left|\frac{\mu}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}\approx 2\Phi\left(\varepsilon\cdot\sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}\right) \qquad (1.31)$$

Misol. *A* - tangani tashlash tajribasida tanganing gerbli tomoni bilan tushish hodisasi bo‘lsin. Tangani 400 marta tashlanganda *A* hodisa nisbiy chastotasi $\frac{\mu}{400}$ning 0,5 ehtimoldan absolyut qiymat bo‘yicha chetlanishi 0,08 dan kichik bo‘lish ehtimolini toping.

Yechish. Shartga ko‘ra *n*=400, *p*=0,5, ε=0.08 (1.31) formulaga asosan:

$$P\left\{\left|\frac{\mu}{400}-0{,}5\right|<0{,}08\right\}\approx 2\Phi\left(0{,}08\cdot\sqrt{\frac{400}{0{,}5\cdot 0{,}5}}\right)=2\Phi(3{,}2).$$

Jadvaldan Φ*(3,2)* = 0,49931 niolsak, quyidagichabo‘ladi:

$$P\left\{\left|\frac{\mu}{400}-0{,}5\right|<0{,}08\right\}\approx 0{,}99862$$

Bu yerda $\lambda = np$, k=0, 1, 2,... .

Teorema-4. (Puasson teoremasi). *Agar Bernulli sxemasida* $n\to\infty$da $p\to 0$va $\lambda = np < 10$ $(\lambda>0)$ bo‘lsa, u holda $n\to\infty$da ushbu munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$P_n(k)\to\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \quad \text{yoki} \quad P_n(k)\approx\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}.$$

Bu taqribiy formulani Puasson formulasi deyiladi.

Isbot. Ma’lumki, *n* ta o‘zaro erkli tajribada *A* hodisaning *k* marta ro‘y berish ehtimoli $P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$bo‘ladi, bunda $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Keyingi tenglikni quyidagicha yozib olamiz:

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}=\frac{1\cdot2\cdot3...(n-k)(n-k+1)...n}{k!1\cdot2\cdot3...(n-k)}=$$

$$=\frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}=\frac{n\cdot n\left(1-\frac{1}{n}\right)n\left(1-\frac{2}{n}\right)...n\left(1-\frac{k-1}{n}\right)}{k!}=$$

$$=\frac{n^k}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{k-1}{n}\right).$$

Bu tenglikdan esa

$$\frac{k!}{n^k}C_n^k=\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{k-1}{n}\right) \qquad (1.32)$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Endi $0\le a_k\le 1$ $(1\le k\le n,\ n\ge 1)$ sonlar uchun o‘rinli bo‘lgan ushbu

$$(1-a_1)(1-a_2)...(1-a_n)\ge 1-(a_1+a_2+...+a_n)$$

sodda tengsizlikdan foydalanib topamiz.

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{k-1}{n}\right)\ge 1-\left(\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+...+\frac{k-1}{n}\right).$$

Ravshanki,

$$\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+...+\frac{k-1}{n}=\frac{1}{n}(1+2+...+(k-1))=\frac{1}{n}\ \frac{(k-1)k}{2}=\frac{k(k-1)}{2n}.$$

Demak,

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)...\left(1-\frac{k-1}{n}\right)\ge 1-\frac{k(k-1)}{2n}. \qquad (1.33)$$

Natijada (1.32), (1.33) munosabatlardan

$$\frac{k!}{n^k}C_n^k\ge 1-\frac{k(k-1)}{2n}$$

bo‘lishi kelib chiqadi. Agar $\frac{k!}{n^k}C_n^k\le 1$ ekanligini e’tiborga olsak, u holda

$$1-\frac{k(k-1)}{2n}\le\frac{k!}{n^k}C_n^k\le 1$$

bo‘lishini, ya’ni

$$\frac{n^k}{k!}\left(1-\frac{k(k-1)}{2n}\right)\le C_n^k\le\frac{n^k}{k!}$$

bo‘lishini topamiz. Bu tengsizlikni $p^k q^{n-k}$ ga ko‘paytirsak, unda quyidagi tengsizliklar hosil bo‘ladi:

$$\left(1-\frac{k(k-1)}{2n}\right)\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}\le C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\le\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}.$$

Demak,

$$\left(1-\frac{k(k-1)}{2n}\right)\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}\le P_n(k)\le\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}. \qquad (1.34)$$

Endi shu tengsizlikda qatnashuvchi $\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}$ ifodani quyidagicha yozamiz:

$$\frac{n^k}{k!}p^k(1-p)^{n-k}=\frac{(np)^k}{k!}(1-p)^{-k}(1-p)^n=$$

$$=\frac{(np)^k}{k!}(1-p)^{-k}\left(1-\frac{np}{n}\right)^n=\frac{(np)^k}{k!}(1-p)^{-k}\left[\left(1-\frac{np}{n}\right)^{-\frac{n}{np}}\right]^{-np}.$$

Agar $n\to\infty$ da $np\to\lambda,\ 1-\frac{k(k-1)}{2n}\to 1,\ (1-p)^{-k}\to 1\ (p\to 0)$ va

$$\frac{(np)^k}{k!}(1-p)^{-k}\left[\left(1-\frac{np}{n}\right)^{-\frac{n}{np}}\right]^{-np}\to\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

bo‘lishini e’tiborga olsak, unda (1.34) munosabatdan

$$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\to\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

bo‘lishini topamiz. Teorema isbotlandi.

Puasson formulasi tajribalar soni n yetarlicha katta bo‘lib, har bir tajribada hodisaning ro‘y berish ehtimoli p yetarlicha kichik bo‘lganda $P_n(k)$ ehtimolni taqribiy hisoblashga imkon beradi.

Tekshirish uchun savollar:

1) Erkli takroriy sinashlar, Bernulli sxemasini tushuntirib bering?
2) Bernulli, Muavr-Laplas va Puasson formulalaridan foydalanish shartlarini aytib, qachon qaysi formuladan foydalanish aniqroq natija beradi?

Kalit so‘zlar

Erkli, takroriy, sinash, Bernulli sxemasini, Muavr-Laplas, Puasson, formula,

Xulosa

Erkli takroriy sinashlar, Bernulli sxemasini, Bernulli, Muavr-Laplas va Puasson formulalaridan foydalanish shartlarini keltirilib ulaga doir misollar yechib ko‘rsatilgan.

§8 . Mavzuga doir namunaviy misollarni yechimi

Misol-1. Har bir chigitni unib chiqish ehtimoli 0,9 teng bo‘lsa, 4ta ekilgan chigitdan a) aniq 3 tasini unib chiqish $P_4(3)$ ehtimolini ; b) eng katta ehtimolli sonni toping?

Yechish. a) Masala shartiga asosan $n = 4, k = 3$, $P(A) = p = 0,9$, $P(\overline{A}) = 1 - p = q = 0,1$. Talab qilingan ehtimollik (1.19) Bernulli formulasiga asosan quyidagicha bo‘ladi:

$$P_4(3) = C_4^3 0,9^3 0,1 = \frac{4!}{3!(4-3)!} 0,729 \cdot 0,1 = 0,2916$$

v). Bu misolda eng katta ehtimolli sonni (1.20) dan aniqlaymiz

$np - q < k_0 < np + q$, $4 \cdot 0,9 - 0,1 < k_0 < 4 \cdot 0,9 + 0,1$

$$3,5 < k_0 < 4,5.$$

Bu oraliqda faqat bitta butun son mavjud $k_0 = 4$ va u eng katta ehtimolli son bo‘ladi. Bundan eng katta ehtimollik

$$\max P_4(4) = C_4^4 0,9^4 0,1^0 = 0,9^4 = 0,6561 .$$

Misol-2. Agarda biror o‘simlik urug‘ining 80% ti unib chiqadigan bo‘lsa, ekilgan 300 dona urug‘dan unib chiqqanlar soni a) Aniq $P_{300}(240)$ dona,

b) $P_{300}(220 \le k \le 260)$ oraliqda bo‘lish ehtimollarini toping?

Yechish.Masala shartiga ko‘ra n =300, har bir urug‘ni unib chiqish ehtimoli $P(A) = p = 0,8$, chiqmaslik ehtimoli $P(\overline{A}) = 1 - p = q = 0,2$ ga teng. a) k=240, talab qilingan $P_{300}(240)$ =?. Bernulli formulasi bilan

$$P_{300}(240) = \frac{300!}{240! \cdot 60!} 0,8^{240} 0,2^{60}$$

Ko‘rinib turibdiki bu holda ehtimolikni aniq hisoblash juda qiyin. Umuman n -ni qiytmati katta bo‘lganda Bernulli formulasidan foydalanish qiyinlashadi.

Bunday hollarda, ya’ni n -katta bo‘lib, har bir sinashda hodisaning ro‘y berish ehtimolligi o‘zgarmas, ya’ni $np \ge 10$ bo‘lsa, n ta erkli sinashda A hodisaning k -marta ro‘y berish ehtimoli $P_n(k)$ ni taqriban Muavr-Laplas formulasi (1.21) (lokal teoremasi) yordamida hisoblash mumkin. Agarda x>4 bo‘lsa, $\varphi(x) < 0,0001$ bo‘ladi(B holni qarang).

Bizni misolda n=300, k=240, p=0.8, q=0.2 bo‘lganligidan

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{240 - 300 \cdot 0.8}{\sqrt{300 \cdot 0.8 \cdot 0.2}} = \frac{240 - 240}{\sqrt{48}} = 0$$

talab qilingan ehtimollik

$$P_{300}(240) \approx \frac{1}{\sqrt{48}} \varphi(0) \approx \frac{1}{6.93} \varphi(0)$$

1-ilovadagi jadvaldan φ(0)=0,3989 bo‘lganligidan

$$P_{300}(240) \approx \frac{1}{6.93} \cdot 0.3989 \approx 0.0576$$

b) Buholda n=300 , p=0,8, q=0,2 ,k_1=220, k_2=260, $P_{300}(220 \le k \le 260)$ ehtimollikni hisoblashda Muavr-Laplasning integral (1.22) teoremasidan foydalanamiz. Bizni misolda

$$x^{1} = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{220 - 300 \cdot 0.8}{\sqrt{300 \cdot 0.8 \cdot 0.2}} = \frac{220 - 240}{\sqrt{48}} \approx -2.89$$

$$x^{11} = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{220 - 300 \cdot 0.8}{\sqrt{300 \cdot 0.8 \cdot 0.2}} = \frac{260 - 240}{\sqrt{48}} \approx 2.89$$

Talab qilingan ehtimollik (1.22) formulaga asosan: $P_{300}(220 \le k \le 260)$

$P_{300}(220 \le k \le 260) \approx \Phi(2,89) - \Phi(-2,89) \approx$

$\approx \Phi(2,89) + \Phi(2,89) \approx 2\Phi(2,89)$

2 -ilovadagi jadvaldan $\Phi(2,89) \approx 0,4980$, u holda

$$P_{300}(220 \le k \le 260) \approx 2 \cdot 0,4980 = 0,996 .$$

Demak, 300 ta ekilgan chigitdan unib chiqqanlari soni (220; 260) oralig‘ida bo‘lishi ehtimoli 0,996 qariyib muqarrar hodisa ekan.

Misol-3. Har bir to‘p g‘o‘zani vilt kasaliga chalinish ehtimoli $P(A) = p = 0,002$ bo‘lsa, tavakkaliga olingan $n = 500$ to‘p g‘o‘za ichida vilt bilan kasallanganlar soni ko‘pi bilan bitta bo‘lish ehtimolini toping?

Yechish. $n = 500$, $p = 0,002$, $P_{500}(k \le 1) = ?$,

$\lambda = np = 500 \cdot 0,002 = 1 < 10$, demak talab qilingan ehtimolni (1.23) Puasson formulasi bilan taqriban hisoblash mumkin:

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$$P_{500}(k \le 1) = P_{500}(0) + P_{500}(1) \approx \frac{1^0 e^{-1}}{0!} + \frac{1^1 e^{-1}}{1!} = \frac{1}{e} + \frac{1}{e} \approx \approx \frac{2}{2{,}718} = 0{,}73$$

Natijada talab qilingan ehtimollik

$P_{500}(k \le 1) = 0{,}73$.

Mustaqil Yechishuchunmisollar

Misol-1. Ekilgan chigitning unib chiqish ehtimoli 0,8 bo‘lsa , a) 4 ta chigitdan 3 tasini unib chiqish ehtimolini, b) ko‘pi bilan bittasini unib chiqish ehtimolini toping.

Misol-2. Chigitning unuvchanligi 75% bo‘lsa 100 chigitdana) 70 bilan 80 orasida unib chiqish ehtimoli, b) kamida 80 tasiuni chiqish ehtimoli topilsin.

Misol-3. Karam ko‘chatining ko‘karish ehtimoli 0,9 bo‘lsa, ekilgan 400 ta ko‘chatdana) 350 tasini ko‘karish ehtimoli, b) unib chiqanlari (350, 370) oralig‘ida bo‘lish ehtimoli.

Misol-4. Pillalar orasida yaroqsizi 0,1 % ni tashkil etadi. Tekshirish uchun olingan 2000 ta pilla orasida ko‘pi bilan 3 tasi yaroqsiz bo‘lish ehtimoli topilsin.

Misol-5. O‘rtacha 1 m^2 yerda 3 dona begona o‘t uchrasa, tasodifan olingan 1m^2 yerda a) begona o‘t uchramaslik; b) begona o‘t 2 tadan ortiq bo‘lmaslik ehtimollarini toping.

Misol-6. Bug‘doy donasiga mita tushish ehtimoli $p = 0{,}001$ bo‘lsa tasodifan olingan 3000 dona bug‘doyni a) 2 tasi; b) kamida 3 tasiga mita tush tushgan bo‘lish ehtimolini hisoblang.

Misol-7. Inkubatorga 1000 tuxum qo‘yildi. Har bir tuxumning jo‘ja ochib chiqish ehtimolli 0,9 bo‘lsa, 1000 ta tuxumdan ochib chiqqan jo‘jalar soni a) 900 ta;b) kamida 850 ta bo‘lish ehtimollarini hisoblang.

Misol-8. Respublikamizning janubiy rayonlarida qishda ko‘milmagan anorning sovuq urish ehtimolligi 0,015 bo‘lsa, bahorda tavakkaliga kuzatilgan 200 anordan sovuq o‘rganlari soni ko‘pi bilan 3 ta bo‘lish ehtimollini toping.

Misol-9. Har bir tup g‘o‘zaning vilt kasalligiga chalinish ehtimolligi 0.0005 bo‘lsa, tasodifiy kuzatilgan 6000 tup g‘o‘zadan kasallanganlar soni 2 tadan kam bo‘lmaslik ehtimolligini hisoblang.

Misol-10. Har bir to‘p g‘o‘zani vilt kasaliga chalinish ehtimoli $P(A) = p = 0{,}002$ bo‘lsa, tavakkaliga olingan $n = 1000$ to‘p g‘o‘za ichida vilt bilan kasallanganlar soni ko‘pi bilan ikkita bo‘lish ehtimolini toping?

TASODIFIY MIQDORLAR

§ 9. Tasodifiy miqdorlar va ularning turlari. Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni va uning sonli xarakteristikalarini hisoblash

Tasodifiy miqdor tushunchasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biridir ([1] - [5]).

Ta’rif. Tasodifiy miqdor deb, avvaldan qanday qiymat qabul qilishi noma’lum bo‘lgan va sinash natijasida qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlaridan bitta va faqat bittasini qabul qiluvchi miqdorga aytiladi.

Tasodifiy miqdorlar uch xil diskret, uzluksiz va singulyar bo‘ladi, biz ulardan diskret va uzluksiz hollarini qisqacha o‘rganamiz.

Diskret tasodifiy miqdor deb, chekli, sanoqli qiytmatlarni ma’lum ehtimollar bilan qabul qiluvchi miqdorga aytiladi. Diskret tasodifiy miqdorning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari soni chekli yoki sanoqli bo‘lishi mumkin.

Uzluksiz tasodifiy miqdor deb, chekli yoki cheksiz oraliqdagi barcha qiytmatlarni qabul qilishi mumkin bo‘lgan miqdorga aytiladi.

Tasodifiy miqdorlarga misollar keltiramiz.

Misol-1. 100 ekilgan chigitdan o‘nib chiqqanlari soni, diskret tasodifiy miqdor bo‘lib, quyidagi qiytmatlardan birini: 0, 1, 2, 3, ..., 100 qabul qiladi.

Misol-2. Qishloq xo‘jalik ekinlarini vegetatsiya davrida o‘sish jarayoni uzluksiz tasodifiy miqdor bo‘ladi.

Odatda tasodifiy miqdorlarni X, Y, Z......, bo‘sh harflar bilan, ularning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari mos ravishda tegishli x, y, z kichik harflar bilan belgilanadi.

Tasodifiy miqdorni to‘la xarakterlash uchun uning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari bilan, bu qiytmatlarni qanday ehtimolliklar bilan qabul qilishini bilish kerak bo‘ladi. X tasodifiy miqdorning x_i qiytmatni qabul qilish ehtimolini $P(X = x_i) = p_i$ (i=1, 2,..) bilan belgilaymiz.

Diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deb, uni qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari bilan, shu qiytmatlarni mos qabul qilish ehtimolliklari jadvaliga aytiladi:

X_i	x_1	x_2	…..	x_n
P_i	p_1	p_2	…..	p_n

bu yerda x_1 , x_2 ,….., x_nX diskret tasodifiy miqdorni qabul qiladigan qiymatlari, $p_1, p_2, ..., p_n$ mos ravishda shu qiymatlarni qabul qilish ehtimolliklari $P(X = x_i) = p_i, (i = 1,2,3,..., n)$. Taqsimot qonuni bo‘lishi uchun, quyidagi tenglik bajarilishi kerak yani ehtimollari yig‘indisi birga teng bo‘lishi kerak

$p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

Diskret taqsimotga, tipik misol sifatida Binominal, Puasson va geometrik taqsimotlarni keltirish mumkin.

1. Binomial taqsimot. Bog'liq bo'lmagan tajribalar ketma-ketligi o'tkazilayotgan bo'lib, tajribaning har birida o'zaro qarama-qarshi $(A;\bar{A})$, $A+\bar{A}=U$, $A\cdot\bar{A}=V$ hodisalardan biri ro'y bersin. Har bir tajribada A hodisaning ro'y berish ehtimoli $P(A)=p$, ro'y bermaslik ehtimoli $P(\bar{A})=1-p=q$ bo'lsa, n ta erkli tajribada, A hodisaning ro'y berishlari soni X : 0, 1, 2,...., n - qiymatlardan birini qabul qiluvchi, diskret tasodifiy miqdor bo'lib, u quyidagi Binomial taqsimotga ega bo'ladi:

X	0	1	...	n
P	p_0	p_1		p_n

bu yerda $P_n(X=k)=\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k q^{n-k},\ k=\overline{0,n}$

$$\sum_{k=0}^{n} P_n(k)=\sum C_n^k p^k q^{n-k}=C_n^0 p^0 q^n+C_n^1 p^1 q^{n-1}+.....+C_n^n p^n q^0=(p+q)^n=1.$$

2. Geometrik taqsimot. Bernulli sxemasida ya'ni,$(A;\bar{A})$, $A+\bar{A}=U$, $A\cdot\bar{A}=V$ har bir tajribada A hodisaning ro'y berish ehtimoli $P(A)=p$, ro'y bermaslik ehtimoli $P(\bar{A})=q,(0<q<1)$ bo'lsa va tajribalar birinchi marta A hodisa ro'y berguncha davom ettirilsa, u holda tajribalar soni X diskret tasodifiy miqdor bo'lib, quyidagi geometrik taqsimotga ega bo'ladi:

X	1	...	n	...
P	p_1	...	p_n	...

$p_k=P(X=k)=pq^{k-1},k=1,2,...$

bu yerda $\sum_{k=1}^{\infty} p_k=\sum_{k=1}^{\infty} P(X=k)=p+pq+pq^2+.....+pq^{k-1}+....=$

$p(1+q+q^2+....+q^{k-1}+....)=\frac{p}{1-q}=\frac{p}{p}=1$

3.Puasson taqsimoti. Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan X tasodifiy miqdorning X: 0,1,2,....,k,... taqsimot qonuni quyidagicha:

X	0	1	...	n	...
P	p_0	p_1	...	p_n	...

$P_k=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\ \lambda>0,\ \ell=2{,}7182\ ...,\ k=1,2,...$,

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(X=k)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}=\ell^{-\lambda}(1+\frac{\lambda}{1!}+\frac{\lambda^2}{2!}+.....)=\ell^{-\lambda}\ell^{\lambda}=\ell^0=1.$$

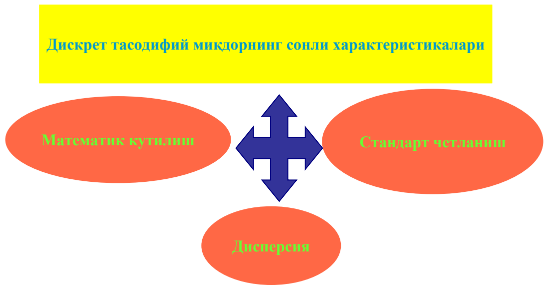
§10. Diskret tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalarini hisoblash va ularning xossalari

Bizga ma'lumki, tasodifiy miqdor o'zining taqsimot qonuni bilan to'liq aniqlanadi.

X_i	x_1	x_2	…..	x_n
P_i	p_1	p_2	…..	p_n

$\sum_{k=1}^{n} P_n(X=k)=\sum_{k=1}^{n} p_k=1.$

Ba'zi hollarda tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalarini hisoblash yetarli bo'ladi. Tasodifiy miqdorning muhim sonli xarakteristikalariga matematik kutilish, dispersiya, o'rtacha kvadratik chetlanish, bo'shlang'ich va markaziy momentlar kiradi.



A) **Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishi.**

X diskret tasodifiy miqdorning $M(X)$- matematik kutilishi, uning barcha qabul qilishimumkin bo'lgan qiytmatlarini mos ehtimollariga ko'paytirib qo'shilganiga teng

X_i	x_1	x_2	…..	x_n
P_i	p_1	p_2	…..	p_n

$p_1+p_2+....+p_n=1.$

$$M(X)=x_1p_1+x_2p_2+...+x_np_n \qquad (1.35)$$

Diskret tasodifiy miqdor matematik kutilishininig xossalari:

1). O'zgarmas sonning matematik kutilishi shu sonning o'ziga teng $M(C)=C$.

2).O‘zgarmas ko‘paytuvchini matematik kutilish belgisidan tashqariga chiqarish mumkin $M(CX) = CM(X)$.

3). Ikkita tasodifiy miqdorning yig‘indisini matematik kutilishi, shu tasodifiy miqdorlarning matematik kutilishlarini yig‘indisiga teng
$M(X+Y) = M(X) + M(Y)$

4). Agar X tasodif miqdorni qanday qiymat qobul qilishi, Y tasodif miqdorni qanday qiymat qobul qilishiga bog‘liq bo‘lmasa, X va Y o‘zaro erkli $X \perp Y \Rightarrow$ tasodifiy miqdorlar deyiladi.

Ikkita erkli tasodifiy miqdorning ko‘paytmasini matematik kutilishi, shu tasodifiy miqdorlarning matematik kutilishlarini ko‘paytmasiga teng

$$X \perp Y \Rightarrow M(X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y)$$

Misol. $M(X) = 3, M(Y) = 2$ ekani ma’lum bo‘lsa Z=8X-5Y+7 tasodifiy miqdorning matematik kutilishini hisoblang.

Yechish. Matematik kutilishning 1,2,3-xossalaridan foydalanib

M(Z) = 8M(X)−5M(Y)+ 7 $= 8 \cdot 3 - 5 \cdot 2 + 7 = 21$

Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi.

Ta’rif. X tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb, $M(X - M(X))^2$ ga aytiladi va $D(X)$ deb belgilanadi

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = M(X)^2 - (MX)^2 \qquad (1.36)$$

Diskret tasodifiy miqdordispersiyasining xossalari :

1) O‘zgarmas sonning dispersiyasi nolga teng $D(C) = 0$.

2) O‘zgarmas ko‘paytuvchi, dispersiyabelgisidan kvadratga oshirilib chiqariladi
$D(CX) = C^2 D(X)$

3) Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo‘lsa
$X \perp Y \Rightarrow D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

4). $X \perp Y \Rightarrow D(X-Y) = D(X) + D(Y)$

Misol-2. Agar X va Y erkli tasodifiy miqdorlar bo‘lib, **D**(X) = 3, D(Y) = 2 bo‘lsa, quyidagi tasodifiy miqdorning dispersiyasini Z=5X-2Y+1 hisoblang.

Yechish. Dispersiyaning 1,2,3-xossalaridan foydalanamiz

$$D(Z) = 5^2 D(X) + (-2)^2 D(Y) + D(1) = 25 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 0 = 83.$$

B) **Diskret tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi(standart chetlanish).**

Ta’rif. X tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi deb, uning $D(X)$ dispersiyasidan chiqarilgan kvadrat ildizga aytiladi

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Yuqorida keltirilgan Binomial, Geometrik, Puasson taqsimotlarini matematik kutilishi , dispersiyalarini hisoblaymiz.

1) Binomial taqsimotga ega bo‘lgan tasodifiy miqdorning matematik kutilishi $M(X) = np$, dispersiyasi $D(X) = npq$.

2)Geometrik taqsimotning matematik kutilishi va dispersiyasi mos ravishda quyidagicha bo‘ladi $M(X) = \frac{1}{p}$, $D(X) = \frac{q}{p^2}$.

3) Pbasson taqsimotning matematik kutilishi va dispersiyasi quyidagicha
$M(X) = \lambda$, $D(X) = \lambda = np$.

Tekshirish uchun savollar:

1) Tasodifiy miqdorga ta’rif bering va uni qanday turlarini bilasiz?
2) Diskret tasodifiy miqdorga tipik misollar misollar keltiring?
3) Diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilishini hisoblash formulasini yozib, xossalarini ayting?
4) Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasini hisoblash formulasini yozib, xossalarini ayting?

Kalit so‘zlar

Tasodifiy miqdor, turlari, diskret, matematik kutilish, xossalari, dispersiya.

Xulosa

Tasodifiy miqdorlarga ta’rif berilib, diskret tasodifiy miqdorga tipik misollar keltirilgan, uning matematik kutilishini, dispersiyasini hisoblash formulalari, xossalari o‘rganilgan.

§11. Mavzuga doir namunaviy misollarni yechimi.

Misol-1. O‘yin kubogi (soqqasi) bir marta tashlandi. Chiqqan ochkolar sonining taqsimot qonunini tuzing.

Yechish. X-o‘yin kubogi bir marta tashlaganda tushadigan ochkolar soni bo‘lsin. Uni qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari 1, 2, ..., 6 bo‘lib, bu qiymatlarni qabul qilish ehtimollari teng ehtimolli $P(X = i) = \frac{1}{6}$ (i=1,2,3,4,5,6).

Natijada X diskret tasodifiymiqdornitaqsimot qonuni quyidagicha bo‘ladi:

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Misol-2. Ikki dona chigit erkildi, har-bir chigitning unib chiqish ehtimoli $p = 0{,}5$ ga teng bo‘lsa, 2 ta ekilgan chigitdan unib chiqqanlari soni X diskret tasodifiy miqdoni taqsimot qonuni tuzing.

Yechish: Har-bir chigitni unib chiqish ehtimoli, masala shartiga asosan $p = q = \frac{1}{2}$ ga teng bo‘lganligidan, unib chiqqan chigitlar soni X: 0.1,2 bo‘ladi.

Bu diskret tasodifiymiqdor, binomial taqsimotga ega bo‘lganligidan, Bernulli formulasiga ko‘ra, tasodifiy miqdoni X: 0,1,2 qiymatlarni qabul qilish ehtimollari quyidagicha bo‘ladi:

$$p_0 = P(X = 0) = C_2^{\,0}0,5^0 0,5^2 = \frac{1}{4},\ p_1 = P(X = 1) = C_2^{\,1}0,5^1 0,5^1 = \frac{1}{2},$$

$$p_2 = P(X = 2) = C_2^{\,2}0,5^2 0,5^0 = \frac{1}{4}.$$

Natijada talab qilingan taqsimot qonuni quyidagicha bo‘ladi:

X	0	1	2
P	1/4	1/2	1/4

Misol-3. Diskret tasodifiymiqdor quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan bo‘lsin

X_i	1	3	5	7
P_i	0.1	0.2	0.4	0.3

Shu tasodifiy miqdorning: 1) $M(X)$ matematik kutilishini, 2) $D(x)$ dispersiyasini, **3)** $\sigma(x) = \sqrt{D(X)}$ o‘rtacha kvadratik chetlanishini hisoblang.

Yechish. 1) (1.24) formulaga asosan

$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n$ $M(X) = 1\ 0.1 + 3 * 0.2 + 5 * 0.4 + 7 * 0.3 =$
$= 0.1 + 0.6 + 2 + 2.1 = 4.8.$ $M(X) = 4.8.$

2). Diskret tasodifiymiqdorni dispersiyasini (1.25) formula yordamida hisoblaymiz.

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = M(X^2) - (MX)^2$$

Bu yerda $M(X^2) = x_1^{\,2} p_1 + x_2^{\,2} p_2 + ... + x_n^{\,2} p_n$.

Bizni misolda $M(X^2) = 1^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,2 + 5^2 \cdot 0,4 + 7^2 \cdot 0,3 = 0,1 + 1,8 + 10 + 14,7 = 26,6$.

Bundan, $D(x) = 26.6 - (4.8)^2 = 26.6 - 23.04 = 3.56$

3). O‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma(x) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{3.56} \approx 1.9$

Mustaqil Yechish uchun misollar.

Quyidagi 1–10 misollarda diskret tasodifiymiqdorni taqsimot qonuniga ko‘ra, uning: 1) $M(X)$ matematik kutilishi, 2) $D(x)$ dispersiyasi, **3)** o‘rtacha kvadratik chetlanishini $\sigma(x) = \sqrt{D(X)}$ hisoblansin:

1.

X_i	-2	-1	0	1	2
P_i	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

2.

X_i	1.2	1.7	2.2	2.7	3.2
P_i	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

3.

X_i	10	12	14	16
P_i	0.2	0.35	0.25	0.2

4.

X_i	22	28	32	33
P_i	0.1	0.4	0.3	0.2

5. Har bir chigitni unib chiqish ehtimoli 0,9 teng. Ekilgan 4 ta chigitdan unib chiqqanlari soni X tasodifiy miqdorni taqsimot qonunini tuzib, uni matematik kutilishi va dispersiyasini hisoblang.

6. Har bir sut sog‘ish aparatining beto‘xtov ishlash ehtimoli 0,9 teng bo‘lsa, 3 ta aparatdan uzluksiz ishlaydiganlarining soni X tasodifiy miqdorni taqsimot qonunini tuzing

§12. Uzluksiz tasodifiy miqdor.
Uzluksiz tasodifiy miqdorni sonli xarakteristikalarini hisoblash. Normal taqsimot va uning tatbiqlari

Biz yuqorida o‘rgangan diskret tasodifiy miqdor, chekli yoki sanoqli qiymatlar qabul qiladi. Agar diskret tasodifiy miqdor biror oraliqdagi barcha qiymatlarni qabul qilsa, uni taqsimot qonunini diskret holdagidek jadval shaklda yozib bo‘lmaydi([1] - [5]).

Biz ixtiyoriy diskret yoki uzluksiz tasodifiy miqdor uchun o‘rinli bo‘lgan taqsimot funksiya tushunchasini quyidagicha.

Faraz qilaylik, hodisa $A = \{X < x\} = \{-\infty < X < x\}$ bo‘lsin. Ravshanki, A hodisaning ehtimoli x ning funksiyasidan iborat bo‘ladi.

Ta’rif. Har bir x qiytmat uchun X tasodifiymiqdorning x dan kichik qiytmat qabul qilish ehtimolini aniqlovchi $F(x)$ funksiyaga, X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi yoki taqsimotning integral funksiyasi deyiladi,

$$P(X < x) = F(x) \tag{1.37}$$

Ta’rif. Agar X tasodifiy miqdorni taqsimotining integral funksiyasi $F(x)$ uzluksiz differensiallanuvchi bo‘lsa, u holda X tasodifiy miqdor uzluksiz tasodifiy miqdor deyiladi.

Taqsimotning integral funksiyasining xossalari:

1. Taqsimot funksiyaning qiytmatlari [0, 1] kesmaga yotadi

$0 \le F(x) \le 1$.

2. $F(x)$ kamaymaydigan funksiya, ya’ni agar $x_1 < x_2$ bo‘lsa, u holda $F(x_1) \le F(x_2)$.

3. Xtasodifiy miqdorning (a; b) intervalga tegishli qiytmatni qabul qilish ehtimoli integral funksiyaning shu intervalda giorttirmasiga teng

$$P(a \le X < b) = F(b) - F(a) \tag{1.38}$$

Xususan, X uzluksiz tasodifiy miqdorning bitta(alohida) qiymat qabul qilish ehtimoli (1.38) ga asosan nolga teng

$$P(X = a) = F(a) - F(a) = 0 \,.$$

3. Taqsimot $F(x)$ funksiya chapdan uzluksiz

$$\lim_{x \to a-0} F(x) = F(a)\,.$$

5. Agar uzluksiz tasodifiy miqdorning qabul qiladigan qiytmatlari X∈ (-∞ ; +∞) bo‘lsa, u holda quyidagi limitlar o‘rinli:

$\lim\limits_{x\to -\infty} F(x) = 0,\ chunki\ ,\ P(X < -\infty) = 0$ mumkin bo‘lmagan hodisa.

$\lim\limits_{x\to +\infty} F(x) = 1,\ Chunki\ ,\ P(X < +\infty) = 1$ muqarar hodisa.

Aksincha hol hamma vaqt ham o‘rili emas, ya’ni bu xossalarga ega bo‘lgan funksiya har doim ham taqsimot funksiyasi bo‘lmasligi mumkin.

Taqsimot funksiyaning $f(x)$ differensial(zichlik) funksiyasi deb, integral funksiyadan olingan birinchi tartibli $f(x) = F'(x)$ hosilaga aytiladi

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Differensial funksiyaning xossalari:

1^0. Ixtiyoriy x uchun $f(x) \geq 0$.

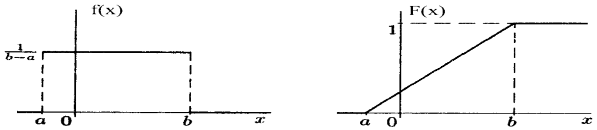
2^0. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

3^0. $P(a \leq X < b) = \int_a^b f(x)dx$.

Amaliy masalalarni Yechishda ko‘p qo‘llaniladigan uzluksiz tasodifiy miqdorni taqsimot qonunlariga misol sifatida tekis, ko‘rsatkichli va normal taqsimotlarni keltirish mumkin:

1) **Tekis taqsimot.** Uzluksiz tasodifiy miqdor $X \in [a;b]$ oraliqda tekis taqsimotga ega deyiladi, agar uning taqsimotini differensial funksiyasi quyidagtcha aniqlangan bo‘lsa

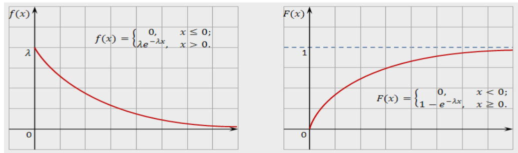
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)}, & agar\ x \in [a;b] \\ 0, & agar\ x \overline{\in} [a;b] \end{cases} \qquad (1.39)$$



Chizma-5

2). Ko‘rsatkichli taqsimot. X∈ (0 ;+∞) uzluksiz tasodifiy miqdor ko‘rsatkichli taqsimotga ega deyiladi, agar uning taqsimotini differensial funksiyasi quyidagicha aniqlangan bo‘lsa

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad \lambda > 0 \qquad (1.40)$$



Chizma-6

3) . **Normal taqsimot va uning tatbiqlari**.

Qishloq xo‘jaligi, meditsina va boshqa sohalarga doir amaliy masalalarni Yechishda keng qo‘llaniladigan taqsimot funksiyalardan biri normal taqsimotdir. X- uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutilishi $M(X) = a$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ bo‘lgan normal taqsimotga ega $N(a;\ \sigma)$ deyiladi, agar uning taqsimotini differensial funksiyasi quyidagi formula bilan

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.41)$$

Taqsimotning integral funksiyasi quyidagi formula bilan aniqlangan bo‘lsa

$$\Phi_{a,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}} dz \qquad (1.42)$$

bu yerda $-\infty < a < +\infty$, $0 < \sigma < +\infty$.

Standart $N(0;\ 1)$normal taqsimotning differensial funksiyal va integral funksiyalarining qiymatlari jadvallashtirilgan $(a = 0,\ \ \sigma = 1)$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad , \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \qquad (1.43)$$

Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni $(0, x)$ intervalga tushish ehtimoli

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

$\Phi(x)$- Laplas funksiyasi, $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ toq funksiya.

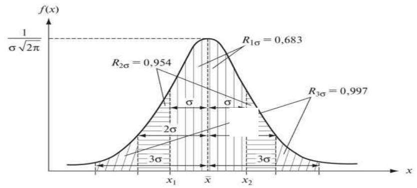
$X \in N(a, \sigma)$ parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni (α,β) oraliqda yotuvchi qiytmat qabul qilish ehtimolli quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$P\{\alpha \le X \le \beta\} = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right) \qquad (1.44)$$

Bu formuladan xususiy holda, $X \in N(a,\sigma)$ tasodifiy miqdorni, matematik kutilishidan farqini absalut qiymat bo‘yicha, δ musbat sondan kichik bo‘lish ehtimollini hisoblash formulasi kelib chiqadi

$$P\{|X - a| \le \delta\} = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right) \qquad (1.45)$$

$X \in N(a,\sigma)$ parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni taqsimotining differensial funksiyasini quyidagicha geometrik izohlash mumkin(shakl- 1).



Chizma-7

Agar (1.45) formulada $\delta = 3\sigma$ bo‘lsa, amaliyotda keng qo‘llaniladigan “uch sigma” qoidasi kelib chiqadi:

$$P\{|x - a| \le 3\sigma\} = 2\Phi(3) = 2 \cdot 0{,}49865 = 0{,}9973$$

Uzluksiz tasodifiy miqdorning sonli xarakteritikalarini hisoblash.

Uzluksiz tasodifiy miqdorni qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiytmatlari $X \in [a;b]$ kesmaga tegishli bo‘lsa, bu tasodifiy miqdorni matematik kutilishi quyidagi formula bilan hisoblanadi

$$M(X) = \int_a^b x f(x) dx \qquad (1.46)$$

dispersiyasini hisoblash formulasi

$$D(X)=\int [x-M(X)]^2 f(x)dx \qquad (1.47)$$

Dispersiyani quyidagi formula bilan ham hisoblash mumkin:

$$D(X)=\int [x-M(X)]^2 f(x)dx= M(X^2) - [M(X)]^2 \qquad (1.48)$$

Uzluksiz tasodifiy miqdorni o‘rtacha kvadratik chetlanishi

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \qquad (1.49)$$

Tekshirish uchun savollar:

1) Uzluksiz tasodifiy miqdorga ta’rif bering va uning integral, differensial funksiyalari orasidagi bog‘lanishni ayting.

2) Taqsimot funksiya qanday xossalarga ega?
3) Uzluksiztasodifiy miqdorni matematik kutilishi, dispersiyasini hisoblash formulalarini yozing.
4) Uzluksiztaqsimot qonunlariga misollar keltiring.
5) Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni berilgan oraliqqa tushish va matematik kutilishidan chetlanish ehtimollarini hisoblash formulalarini, "3σ" qoidasini yozib amaliy ahamiyatini tushuntiring.

Kalit so‘zlar

Uzluksiz, tasodifiy, miqdor, integral, differensial, funksiya, taqsimot funksiya, xossalari, matematik kutilish, dispersiya, normal, tasodifiy miqdor, oraliq, matematik kutilish, chetlanish, "3σ" qoidasi.

Xulosa

Uzluksiz tasodifiy miqdor, uning integral, differensial funksiyalari orasidagi bog‘lanish, taqsimot funksiya, xossalari, uzluksiz tasodifiy miqdorni matematik kutilishi, dispersiyasini hisoblash formulalari, normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni berilgan oraliqqa tushish va matematik kutilishidan chetlanish ehtimollarini hisoblash formulalarini, "3σ" qoidasi o‘rganilgan.

§13. Mavzuga doir namunaviy masalalarni yechimi.

Misol 1. X uzluksiz tasodifiymiqdor ushbu taqsimot funksiyaga ega bo‘lsin

$$F(x) = \begin{cases} 0, & agar \quad x \le -1, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}, & agar \quad -1 < x \le 2, \\ 1, & agar \quad x > 2. \end{cases}$$

Sinash natijasida tasodifiymiqdorni $X \in [0;1]$ intervalda yotuvchi qiytmat qabul qilish ehtimolini hisoblang([1] - [5]).

Yechish. Uzluksiz tasodifiymiqdornini $(\alpha;\ \beta)$) oraliqda yotuvchi qiymat qabul qilish ehtimoli (1.27) formulaga asosan

$$P(0 \le X < 1) = F(1) - F(0) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

Misol-2. Tovuqchilik fermasidan jo‘natilayotgan tuxumlarning o‘rtacha og‘irligi X ni a =60 g va o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ= 5g bo‘lgan, normal taqsimlangan tasodifiy miqdor $X \in N(60g, 5g)$ deb qarab, jo‘natilayotgan tuxumlardan tasodifiy ravishda olinganining og‘irligi 1) 50 grammdan 70 grammgacha bo‘lish; 2) tasodifiy olingan tuxum og‘irligini uning o‘rtacha og‘irligidan absalyut qiytmat bo‘yicha $\delta = 5g$ dan oshmaslik; 3) 70 grammdan ortiq bo‘lish ehtimollarini toping.

Yechish. X olingan tuxum og‘irligi bo‘lsin, masala shartiga asosan $M(X) = a = 60g$, $\sigma(x) = \sqrt{D(X)} = 5g$, $\alpha=50$, $\beta=70$.

Hisoblash kerak tasodifiy olingan tuxumning og‘irligl (50; 70) gramm jraliqda bo‘lish ehtimolini $P\{50 < X < 70\} = ?$

Tasodifiy miqdor X-normal taqsimlanganligidan yuqoridagi (1.44) formulaga asosan talab qilingan ehtimollik:

$$P\{50 < X < 70\} = \Phi\left(\frac{70-60}{5}\right) - \Phi\left(\frac{50-60}{5}\right) = \Phi(2) - \Phi(-2)$$

Bu yerda $\Phi(x)$ - toq funksiya bo‘lganligidan $\Phi(-x) = -\Phi(x)$. Ilovadagi 2 jadvaldan, Laplas funksiyasining qiymatini topamiz: $\Phi(2) = 0{,}4772$ u holda

$$P\{50 < X < 70\} = \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) + \Phi(2) = 2\Phi(2) = 2\cdot 0{,}4772 = 0{,}9544 .$$

Demak, jo‘natilayotgan tuxumlar ichida og‘irliklari 50 grammdan to 70 grammgacha bo‘lganlari, umumiy tuxumlarning 95% dan ortiqrog‘ini tashkil qilar ekan.

2) $M(X) = a = 60\,g$,δ=5, σ=5g bo‘lganligidan talab qilingan $P\{|X-60| < 5\} = ?$

Bu ehtimollikni yuqoridagi (1.45) formula yordamida topamiz:

$\Phi(1) = 0{,}3413$. $P\{|X-60| < 5\} = 2\Phi(1) = 2\cdot 0{,}3413 = 0{,}6826$.

3) Masala shartiga asosan olingan tuxumning og‘irligi α=70 gramm va undan ortiq bo‘lish ehtimolini hisoblaymiz $P\{X > 70\} = ?$

$$P\{X > 70\} = P(70 < X < +\infty) = \Phi(+\infty) - \Phi(2) \approx 0{,}5 - 0{,}4772 = 0{,}0228 .$$

Demak, tuxumlarning 70 grammdan ortiqlari, taxminan jami jo‘natilgan tuxumlarning 2% ni tashkil qilar ekan.

Mustaqil Yechish uchun misollar.

Quyidagi misollarda X uzluksiz tasodifiy miqdorni taqsimot funksiyasi berilgan. Talab qilingan 1) $P\{a < x < в\}$ ehtimolni; 2) uzluksiz tasodifiy miqdorni sonli xarakteristikalarini hisoblash.

a) $M(x)$; b) $D(x)$.

1) $F(x) = \begin{cases} 0, & агар \quad x < 0, \\ x^2, & агар \quad 0 \le x \le 1, \\ 1, & агар \quad x > 1. \end{cases}$ $\qquad P\left\{\frac{1}{2} < x < 1\right\} = ?$

2) $F(x) = \begin{cases} 0 & агар \quad x < 2, \\ x-2 & агар \quad 2 \le x \le 3, \\ 1 & агар \quad x > 3. \end{cases}$ $P\{2 < x \le 2{,}5\} = ?$

3) $F(x) = \begin{cases} 0 & агар \quad x < 0, \\ \frac{x^3}{8} & агар \quad 0 \le x \le 2, \\ 1 & агар \quad x > 2. \end{cases}$ $\qquad P\{0{,}5 \le x \le 1{,}5\} = ?$

4) $F(x) = \begin{cases} 0 & агар \quad x < 0, \\ \frac{x^2}{9} & агар \quad 0 \le x \le 3, \\ 1 & агар \quad x > 3. \end{cases}$ $\qquad P\{2 \le x < 3\} = ?$

5) $F(x) = \begin{cases} 0 & агар \quad x < 0, \\ \frac{x^3}{27} & агар \quad 0 \le x \le 3, \\ 1 & агар \quad x > 3. \end{cases}$ $\qquad P\{2 \le x \le 2{,}5\} = ?$

Quyidagi 1-10 masalalarda o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorni matematik qutilishi $M(X) = a$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ(x)=$\sqrt{D(X)}$ normal taqsimlangan tasodifiy miqdor $X \in N(a,\sigma)$ deb, quyidagilar topilsin:

1) X tasodifiy miqdorni (α;β) oraliqda yotuvchi qiytmat qabul qilish ehtimoli;

2) tasodifiy miqdorning matematik kutilishidan farqini absalyut qiytmat bo‘yicha δdan kichikbo‘lish ehtimoli $P\{|X - a| \le \delta\} = ?$

1 . a=20, b=1, α=15, β=24, δ=5. **2.** a=19, b=2, α=14, β=23, δ=4.
3. a=18, b=3, α=13, β=22, δ=3. **4.** a=17 b=4 α=12 β=21 δ=2.
5. a=16, b=5, α=11, β=20, δ=1. **6.** a=15 b=1 α=10 β=19 δ=5.
7. a=14, b=2, α=9, β=18, δ=4. **8.** a=13 b=3 α=8 β=17 δ=3.
9. a=12, b=4, α=7, β=16, δ=2. **10.** a=11 b=5 α=6 β=15 δ=1.

§14. Katta sonlar qonuni. Chebishev tengsizligi va teoremasi.

Biz o‘tgan ma’ruzalarda tasodifiymiqdor, ularning turlari, taqsimot qonunlari va sonli xarakteristikalarini hisoblash masalalarini o‘rgandik ([10] - [14]).

Ma’lumki, alohida tajriba (sinov) natijasida, tasodifiy miqdorni qanday qiytmatni qabul qilishini oldindan aytib bo‘lmaydi. Qanday shartlarda tasodifiy miqdorlarni yig‘indisinining qonuniyati haqida asosli xulosa chiqarish mumkin? Bu savollarga katta sonlar qonuni yordamida javob berish mumkin.

Chebishev tengsizligi va teoremasi

Bizga chekli $M(X) = a$ matematik kutilish va $D(X) = \sigma^2$ dispersiyaga ega bo‘lgan X tasodifiy miqdor berilgan bo‘lsin.

Chebishev tengsizligi. Chekli dispersiyaga ega bo‘lgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilishidan chetlanishining absolyut qiytmatini ixtiyoriy musbat ε sonidan kichik bo‘lish ehtimoli uchun quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$$P\{|X - M(X)| < \varepsilon\} \ge 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \qquad (1.46)$$

Bu tengsizlikdan quyidagi munosabat kelib chiqadi

$$|X - M(X)| < \varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon < X - M(X) < \varepsilon \Rightarrow M(X) - \varepsilon < X < M(X) + \varepsilon .$$

Agar (1) ehtimollik birga yaqin bolsa, X tasodifiy miqdorni qabul qiladigan qiymatlarini $X \in (M(X) - \varepsilon; M(X) + \varepsilon)$ oraliqda yotish ehtimoli qariyib muqarar hodisa bo‘ladi.

Teorema. Agar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ juft-jufti bilan erkli tasodifiy miqdorlarni dispersiyalari $D(x_i) = \sigma_i^2 < C < +\infty$ tekis chegaralangan bo‘lsa, bu tasodifiy miqdorlar uchun quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$\lim P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(x_i)\right| < \varepsilon\right\} = 1. \qquad (1.47)$$

Katta sonlar qonunidan, chekli dispersiyaga ega bo‘lgan tasodifiy miqdorlarni, o‘rta arifmetik qiymati, yetarli katta n uchun qariyib o‘zgarmas bo‘lishi kelib chiqadi, ya’ni o‘zini tasodifiylik xususiyatini “yo‘qotadi”.

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanlarini barcha qonuniyatlari katta sonlar qonuniga asoslanadi. Shu sababli Chebishyev teoremasining amaliy masalalarni Yechishda ahamiyati katta.

Mavzuga doir namunaviy misollarni yechimi.
Chebishev tengsizligi.

Misol-1. Agar $D(X) = \sigma^2 = 0{,}004$ bo‘lsa, Chebishev tengsizligidan foydalanib quyidagi hodisani $\{|X - M(X)| < 0{,}2\}$ ehtimolini baholang .

Yechish: Masala shartiga ko‘ra $D(X) = \sigma^2 = 0{,}004$, ε=0.2 , Chebishev tengsizligiga asosan talab qilingan ehtimollik

$P\{|X - M(X)| < 0{,}2\} \geq 1 - \frac{0{,}004}{(0{,}2)^2} = 0{,}9$.

Misol-2. Erkli tasodifiy mikdorlar ketma-ketligi $X_1, X_2, .., X_n$,.. ushbu taqsimot qonun bilan berilgan. Bu ketma-ketlikka Chebishev teoremasini qo‘llash mumkinmi?

X	-3n	0	3n
P	$1/(2n)^2$	$1-1/2n^2$	$1/(2n)^2$

Yechish**:** Ma’lumki, tasodifiymiqdorni ketma- ketligiga Chebishev teoremasini qo‘llash uchun, ular juft-juft bilan erkli bo‘lishi va chegaralangan dispersiyalarga ega bo‘lishi kerak. Bu misol uchun MX_i=0 va $D(x_i)$ =9 bo‘lganligidan Chebishev teoremasini barcha shartlari bajariladi. Demak, qo‘llash mumkin.

§15. Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi

Biz bog‘liq bo‘lmagan tajribalar ketma-ketligi mavzusida, har-bir tajribada o‘zaro qarama-qarshi $(A, \overline{A}), A + \overline{A} = U, A \cdot \overline{A} = V$ hodisalardan biri $P(A) = p$, ($P(\overline{A}) = 1 - p = q$) ehtimol bilan ro‘y bersa, n -ta erkli tajribada A hodisaning $k_1 \leq k \leq k_2$ oraliqda ro‘y berish $P_n(k_1 \leq k \leq k_2)$ ehtimolini, 0<<p<<1 o‘zgarmas, n yetarli katta bo‘lganda, Muavr-Laplasning integral teoremasi yordamida taqriban hisoblanishini o‘rgangan edik([10] - [13]).

Bu teorema keyingi chuqur nazariy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan, izlanishlarga zamin yaratdi. Jumladan ehtimollar nazariyasini markaziy limit

teoremasini isbotlanishiga va uni turli amaliy masalalarni Yechishga qo‘llanilishiga keng yo‘l ochdi.

Bizga $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo‘lsin. Shu tasodifiy miqdorlarni $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ yigindisini qaraymiz.

Qanday shartda n ta tasodifiy miqdorlar yig‘indisi S_n normal taqsimotga ega bo‘ladi? Bu savolga javob beruvchi, ya’ni S_n tasodifiy miqdorlarning yigindisini normal taqsimlanganligini tasdiqlovchi barcha teoremalar ehtimollar nazariyasini markaziy limit teoremasi deyiladi. Birinchi marta umumiyroq shartda markaziy limit teoremani XX asr bo‘shida rus olimi A.M. Lyapunov isbotlagan.

Faraz qilaylik o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi chekli $M(X_k) = a_k$, $D(X_k) = б_k^2$ (k=1, 2, ...) matematik kutilish va dispersiyalarga ega bo‘lsin. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$MS_n = MX_1 + MX_2 + \ldots + MX_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = A_n$$
$$DS_n = DX_1 + DX_2 + \ldots + DX_n = б_1^2 + б_2^2 + \ldots + б_n^2 = B_n^2$$

Talab qilingan tasodifiy miqdorlarga qanday shart qo‘yilganda, quyidagi yigindi $\frac{1}{B_n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - a_k) = \frac{S_n - A_n}{B_n}$ normal taqsimotga yaqinlashadi? Bu savolga javob beruvchi yetarli shartlardan ayrimlarini isbotsiz keltiramiz.

Lyapunov teoremasi. Agar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun, shunday δ >0 musbat son mavjud bo‘lib, n→∞ bilan quyidagi shart bajarilsa

$$\frac{1}{B_n^{2+\delta}}\sum_{k=1}^{n} M\left|x_k - a_k\right|^{2+\delta} \to 0,$$

u holda n→∞ barcha x uchun

$$P\left\{\frac{1}{B_n}\left(S_n - A_n\right) < x\right\} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}dt \qquad (1.48)$$

ya’ni markaziy limit teorema o‘rinli bo‘ladi.

Agar $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bir hil taqsimotga ega bo‘lsa, ya’ni

$$MX_k = a, \quad DX_k = б^2, \quad MS_n = na, \quad DS_n = nб^2$$

bo‘lganda,

$$\frac{S_n - A_n}{B_n} = \frac{S_n - na}{\sqrt{n}б}$$

uchun kuchsizroq shartda ham markaziy limit teorema o‘rinli bo‘ladi.

Teorema. Agar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan, bir xil taqsimlangan $X_1, X_2, \ldots, X_n \ldots$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi noldan farqli chekli dispersiyaga $0 < D(x_i) = \sigma_i^2 < C < +\infty$ ega bo‘lsa, n→∞ bilan barcha x uchun quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi

$$P\left\{\frac{S_n - na}{\sqrt{n}\,б} < x\right\} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}dt \quad . \qquad (1.49)$$

<u>**Ehtimollar nazariyasini keyingi tadqiqotlari shuni ko‘rsatadiki, bir-biridan katta farq qilmaydigan tasodifiy miqdorlar yigindisi yanada umumiyroq shartda normal taqsimotga ega bo‘ladi.**</u>

Misol- 1. Faraz qilaylik, o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan X_1, X_2,..., X_n ,…. tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo‘lsin. Bu yerda X_i ($i=\overline{1,n}$) 1 qiymatni $P(X_i = 1) = p$ ehtimol bilan (agar A hodisa ro‘y bersa), 0 qiymatni $P(X_i = 0) = q$ (agar A hodisa ro‘y bermasa) ehtimol bilan qabul qilsin. U holda $S_n=X_1+X_2+...+X_n$) yig‘indi n ta bog‘liq bo‘lmagan tajribada A hodisani ro‘y berishlari soni bo‘ladi. Bu tasodifiy miqdor

X_i	1	0
P	p	q

barcha $i=\overline{1,n}$ uchun bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lganligidan

$$M(X) = 1\cdot p + 0\cdot q = p,\; M(X^2) = 1^2\cdot p + 0^2\cdot q = p$$

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = M(X^2) - (MX)^2 = p - p^2 = p(1-p) = pq \;.$$

Natijada n ta bog‘liq bo‘lmagan tajribada A hodisaning ro‘y berishlari soni S_n tasodifiy miqdor uchun

$$M(S_n) = \sum_{i=1}^{n} M(X_i) = np = A_n,\; D(S_n) = \sum_{i=1}^{n} D(X_i) = npq = B_n^2,$$

Agar $0<p<1$ bo‘lsa, $Dx_i=pq>0$ bo‘lib, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar uchun markaziy limit teorema sharti bajarilganligidan $n\to\infty$ bilan

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{S_n - np}{\sqrt{npq}} < x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}dt$$

$$P\{\kappa_1 \le S_n \le \kappa_2\} = P\{\frac{\kappa_1 - np}{\sqrt{npp}} \le \frac{S_n - np}{\sqrt{npp}} \le \frac{\kappa_2 - \kappa p}{\sqrt{npp}}\} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{k_1 - kp}{\sqrt{npp}}}^{\frac{k_2 - kp}{\sqrt{npp}}} e^{-t^2/2}dt = \Phi(\frac{\kappa_2 - np}{\sqrt{npp}}) - \Phi(\frac{\kappa_1 - np}{\sqrt{npp}})$$

bo‘ladi. Demak, Muavr-Laplasning integral teoremasi markaziy limit teoremaning xususiy bir holi ekan.

Misol -2. Bir xil taqsimlangan $x_1, x_2, ..., x_n$ n ta tasodifiy miqdor berilgan bo‘lsin. Shu tasodifiy miqdorlarni o‘rta arifmetik qiymatini qaraymiz:

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

Agar $M(x_i) = a,\; D(x_i) = \sigma^2$ bo‘lsa ($i=\overline{1,n}$),

$$D(\overline{X}) = D\left(\frac{x_1 + x_2 ... + x_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2}(Dx_1 + Dx_2 + ... + Dx_n) = \frac{nб^2}{n^2} = \frac{б^2}{n}$$

bo‘ladi.

Agar $0 < D(x_i) = \sigma_i^2 < C < +\infty$ bo‘lsa, y ehtimollar nazariyasini markaziy limit teoremasiga asosan, n katta bo‘lganda, o‘rta arifmetik qiymat $\overline{x}$ ham taqriban quyidagi parametrli normal taqsimotga ega bo‘ladi.

$$\overline{X} \sim N(a; \frac{б}{\sqrt{n}})$$

Tekshirish uchun savollar:

1) Katta sonlar qonuni. Chebishev tengsizligi va teoremasini aytib, uning amaliyotdagi mohiyatini tushuntiring.
2) A.M. Lyapunovning ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi ayting.
3) Markaziy limit teoremani qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishiga misollar keltiring ?

Kalit so‘zlar

Katta, sonlar, qonun, Chebishev tengsizligi, teorema, A.M. Lyapunov, teorema, Markaziy, limit, teoreman, qishloq, qo‘llanilishi.

Xulosa

Katta sonlar qonunining xulosa chiqarishdagi tub mohiyati yoritilgan. Chebishev tengsizligi va teoremasini amaliyotda qo‘llanilishi, A.M. Lyapunovning ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi va uni qishloq xo‘jaligi masalalarini yechishga qo‘llash masalalari o‘rganilgan.

§16. Markaziy limit teoremani qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi doir misollarning yechimi.

Ma’lumki, qishloq xo‘jalik ekinlari paxta, bug‘doy, sholi,.. katta maydonlarda ekilib, ular qariyib bir xil sharoitda o‘stiriladi.Bu ekinlarni ekish sxemalari do‘yicha qalinliklari, barcha agrotexnik ishlovlar, parvarish qilish jarayonlari bir vaqtda, bir xil sharoitda amalga oshiriladi. Shu sababli, o‘rganilayotgan qishloq xo‘jalik ekinlarini o‘rtacha bo‘yini uzunligi, shoxlari, barglari soni, o‘rtacha hosildorligi ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasiga asosan, normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb olinishi mumkin. Bunga qishloq xo‘jaligidan misollar keltiramiz([1] - [5]).

Misol-1. Norma bo‘yicha 1 ga yerga 45 kg tuksiz chigit ekiladi. O‘rtacha kvadratik chetlanishi 5 kg bo‘lsa, xo‘jalikni 100 ga yeriga 97% li kafolat bilan ketadigan chigit miqdorini aniqlang?

Yechish. Aslida 1 ga maydonga ketadigan chigit miqdori, tasodifiy miqdor bo‘lib, tuproqning mayinligiga, namligiga, texnika vositasining ish faoliyatiga va boshqa ko‘plab omillarga bog‘liq boladi. $X_i -$ tasodifiy miqdor bilan ichiga yerga ketadigan chigit miqdorini beliglaymiz, masalashartiga asosan seyalka (nazariy) har bir ga yerga 45 kg dan chigit tashlaydi. Ekishga ketadigan chigit miqdori $X_i -$ barcha maydon uchun bir hil taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lib, matematikkutilishi $M(X_i) = a = 45kg$ vao‘rtachakvadratikchetlanishi

$б = \sqrt{D(x_i)} = 5кг$ (i=$\overline{1,n}$) bo‘ladi.

Agar X bilan 100 ga yerga ketadigan chigit miqdorini belgilasak,

$$S_{100}=X_1+X_2+...+X_{100}=\sum_{i=1}^{100} x_i$$

bo‘ladi, bu yerda X_1, X_2, ..., X_{100} o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlardir. Ehtimollar nazariyasini markaziy limit teoremasi shartlari bajariladi. Demak, S_{100} ni quyidagicha parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb olishimiz mumkin:

$$M(S_{100})=\sum_{i=1}^{100} M(x_i)=100\cdot 45=4500 \text{ kg}= 4{,}5\text{t}.$$

$D(S_{100})=\sum_{1}^{100} D(X_i) = 100\cdot 5^2 = 100\cdot 25=2500$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi

$б = \sqrt{D(x)} = \sqrt{2500} = 50\,кг = 0{,}05$ t

β bilan 100 ga erni kamida 97% ga etadigan chigit miqdorini belgilaymiz. Masala shartiga asosan P{X<β}=0,97, n=100 yetarli katta bo‘lganligidan S_{100}-tasodifiy miqdorni N(4,5; 0,05) parametrli normal taqsimlangan miqdor deb qarashimiz mumkin. Normal taqsimlangan S_{100} ~ N(a;б) miqdorni (α;β) oraliqda yotuvchi qiymat qabul qilish ehtimoli formulasidan foydalanamiz:

$$P\{\alpha < x < \beta\} = \Phi\left(\frac{\beta - a}{б}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{б}\right)$$

$P\{-\infty < x \le \beta\} \approx \Phi\left(\frac{\beta - 4{,}5}{0{,}05}\right) - \Phi(-\infty) = 0{,}97$, $\quad \Phi\left(\frac{\beta - 4{,}5}{0{,}05}\right) + \Phi(\infty) = 0{,}97$

Bu yerda $\Phi(x)$ - Laplas funksiyasi $\Phi(\infty) = 0{,}5$ $\Phi\left(\frac{\beta - 4{,}5}{0{,}05}\right) = 0{,}47$.

$\Phi(x)$ - normal taqsimot funksiya jadvalidan $\Phi(1{,}88) = 0{,}47$ bo‘lganligidan

$$\frac{\beta - 4{,}5}{0{,}05} = 1{,}88, \quad \beta = 4{,}5 + 0{,}05 \cdot 1{,}88 = 4{,}594\text{t} = 4594 \text{ kg}.$$

Demak, 100 ga maydoni kamida 97% ga, ya’ni kamida 97 ga yeriga yetadigan chigit miqdori 4594 kg ekan.

Turli qishloq xo‘jalik ekinlarini ekish normasi $M(X_i) = a$ va o‘rtacha kvadratik chetlanishi $б = \sqrt{D(x_i)}$ berilgan holda, n ga maydonga 97% li kafolat bilan ketadigan urug‘ miqdori β ni quyidagi formuladan foydalanib aniqlash mumkin:

$$\frac{\beta - MS_n}{\sqrt{DS_n}} = 1{,}88,$$

$$\beta = MS_n + 1{,}88\sqrt{DS_n} = na + 1{,}88\sqrt{n}б \qquad (1.50)$$

Misol-2. Ekilgan paxtani terish oldidan tekshirilganda har bir to‘pida o‘rtacha 10 ta ochilgan chanoq borligi va uni o‘rtacha kvadratik chetlanishi bir

ekanligi aniqlandi. Har bir to‘p guzadagi ochilgan chanoqlar soni normal taqsimlangan. X~N(10;1) tasodifiy miqdor deb quyidagilar baholansin:

1) Paxtazordan ixtiyoriy olingan go‘zada ochilgan chanoqlar soni $P\{8 < x < 12\}$ oraligida bo‘lish ehtimoli hisoblansin.

Yechish: Normal taqsimlangan X~N(a,б) tasodifiy miqdorni (α,β) oraliqda yotuvchi qiymat qabul qilish ehtimolini hisoblash formulasiga asosan, talab qilingan ehtimollik a=10,б=1, α=8, β= 12

$$P\{8 < x < 12\} \approx \Phi\left(\frac{12-10}{1}\right) - \Phi\left(\frac{8-10}{1}\right) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) + \Phi(2) = 2\Phi(2)$$

Laplas funksiyasi qiymatlar jadvalidan $\Phi(2) = 0{,}4772$,

$P\{8 < x < 12\} = 2 \times 0{,}4772 = 0{,}9544 \approx 0{,}95$,

Demak, paxtazordagi go‘zalarni kamida 95% da ochilgan chanoqlar soni (8;12) oralig‘ida bo‘ladi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, ehtimollar nazariyasini markaziy limit teoremasini barcha qishloq xo‘jalik masalalariga qo‘llab, amaliy, iqtisodiy xulosalar chiqarish, hosildorliklarini yetarli kafolat bilan avvaldan bashorat qilish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1) Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasini qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishiga misollar keltiring ?
2) Ehtimollar nazariyasini markaziy limit teoremasini qo‘llab qishloq xo‘jalik ekinlarini hosildorliklarini yetarli kafolat bilan avvaldan bashorat qilish mumkinmi?

Kalit so‘zlar

Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi, qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishi, hosildorliklarini kafolatli bashorat qilish.

Xulosa

Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi, qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishi, hosildorliklarini kafolatli avvaldan bashorat qilish masalalari mavzuda o‘rganilgan.

Mustaqil Yechish uchun misollar

Misol-1. X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonun bilan berilgan:

X	0.3	0.6
P	0.2	0.8

Chebishev tengsizligidan foydalanib, $P\{|X - M(X)| < 0{,}2\}$ bo‘lish ehtimolini baholang.

Misol-2. Agar D(x)=0.009 va P(| x-M(x)| <ℇ) ≥ 0.9, bo‘lsa, ℇ ni toping?

Misol-3. Diskret tasodifiymiqdor X ushbu taqsimot qonun bilan berilgan

X	0,1	0,4	0,6

P	0,2	0,8	0,2

Chebishev tengsizligidan foydalanib $P\{|X - M(X)| < 0,4\}$ hodisaning ruy berish ehtimolini baholang.

Misol -4. 1-10 misollardada 1 ga yerga ekiladigan to‘kli chigit miqdorini X~N(a,б) matematik kutilishi $M(X_i) = a$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma = \sqrt{D(x_i)}$ bo‘lgan normal taqsimlangan tasodifiymiqdor deb, xo‘jalikni n-ga yeriga (**γ**=0,97)97% li kafolat bilan ketadigan chigit miqdorini aniqlang

Variant	a kg	σ kg	n(ga)	γ
1	60	3	80	0,97
2	70	5	120	0,97
3	60	4	130	0,97
4	65	5	70	0,97
5	70	5	80	0,97
6	60	7	90	0,97
7	60	6	55	0,97
8	70	5	40	0,97
9	65	6	70	0,97
10	60	1	45	0,97

§17. Markov zanjiri. Asosiy tushunchalar va teoremalar.

Biz o‘tgan mavzularda bog‘liq bo‘lmagan (erkli) tajribalar ketma-ketligi mavzusini o‘rgangan edik. Bevosita, bu mavzuning umumlashmasi, Markov zanjiri tashkel qiluvchi tasodifiy jarayondir. Bu nazariyaga XX-asr bo‘shida ulug rus olimi A.A. Markov asos solgan. Biz Markov zanjiridirni bo‘shlang‘ich tushunchalari bilan qisqacha tanishamiz ($[1]-[5]$).

Har biri $\Omega = \{1,2,\dots\dots,S\}$ $(S \geq 2)$ qiymatlardan birini qabul qiluvchi $x_0, x_1, \dots\dots, x_n, \dots..$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo‘lsin.

Ta`rif: Agar X_n tasodifiy miqdorni $X_n = j$ qiymat qabul qilish ehtimoli, o‘zidan oldingi $X_{n-1} = i$ tasodifiy miqdorni i qabul qilishga bog‘liq bo‘lib, undan oldingi $X_{n-2}, X_{n-3}, \dots\dots$ tasodifiy miqdorlarning qanday qiymat qabul qilishga bog‘liq bo‘lmasa,bu tasodifiy miqdorlar ketma-keltigi oddiy Markov zanjirini tashkil etadi

$$P(x_n = j/x_0 = l, x_1 = m, \dots\dots, x_{n-2} = k, x_{n-1} = i) =$$
$$= P(x_n = j/x_{n-1} = i) = P_{ij}(n) \qquad (1.51)$$

Agar bir qadamga o‘tish ehtimolli $P_{ij}(n)$ n ga bog‘liq bo‘lmasa, ya`ni

$$P(x_n = j/x_{n-1} = i) = P_{ij} \qquad (1.52)$$

bo‘lsa, bu $x_0, x_1, \dots\dots, x_n, \dots..$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkel qiladi.

S holatli, bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil qiluvchi jarayonning, bo‘shlang‘ich holat taqsimoti

$$P(x_0 = i) = p_i(0), \quad i = 1,2,3,\dots, S. \sum_{i=1}^{S} p_i(0) = 1. \ \bar{\pi}(p_1(0), p_2(0), \dots, p_s(0)),$$

bir qadamga o‘tish matritsasi quyidagicha bo‘ladi

$$P = (P_{ij}) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} & \dots & P_{1S} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{S1} & P_{S2} & & P_{SS} \end{pmatrix} \qquad (1.53)$$

Bir qadamga o‘tish matritsasi quyidagi xossalarga ega:

1) $P_{ij} \geq 0$ barcha i, j lar uchun.

2) $\sum P_{ij} = 1$ har bir satr bo‘yicha ehtimollar yig‘indisi 1 ga teng. Ya`ni i holatdan j holatga j= $1, 2, \dots, S$ o‘tishi muqarrar hodisadir.

Bu ikki xossaga ega bo‘lgan matritsa stoxastik(ehtimolli) matritsa deyiladi.

Bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil etuvchi jarayon, bo‘shlang‘ich taqsimot $\bar{\pi}$ va bir qadamga o‘tish matritsasi $P = (P_{ij})$ orqali to‘liq aniqlanadi. Bu yerda

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} & \dots & P_{1S} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{S1} & P_{S2} & & P_{SS} \end{pmatrix}.$$

$P(x_{n+m} = j/x_m = i) = p_{ij}^{(n)}$ -bilan bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkel qiluvch tasodifiy jarayonni i holatdan j holatga n qadamda o‘tish ehtimolini belgilaymiz. Mos ravishda jarajonning n - qadamga o‘tish matritsasi to‘la ehtimol formulasiga asosan quyidagi bo‘ladi (Kolmogorov-Cherman tenglamasi) :

$$P(n) = P(k)P(n-k) = P^n$$

Demak, bir jinsli Markov zanjiri tashkil qiluvchi tasodifiy jarayonni n qadamga o‘tish matritsasi, bir qadamga o‘tish matritsasining n darajasiga teng.

Ko‘p hollarda quyidagi ehtimolni $P(x_{n+m} = j/x_m = i) = p_{ij}^{(n)}$ ya`ni i holatdan n qadamga j holatga o‘tish ehtimolini boholash lozim bo‘ladi.

Markov teoremasi. Agar shunday n_0 son mavjud bo‘lib, bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkel qiluvchi tasodifiy jarajonning n -qadamga o‘tish matritsasini P^n barcha elementlari musbat $p_{ij}^{(n)} > 0$ bo‘lsa, bo‘shlang‘ich i holatga bog‘liq bo‘lmagan holda quyidagi limit mavjud bo‘ladi

$$\lim_{n\to\infty} P_{ij}(n) = P_j \qquad (1.54)$$

P_j −final ehtimollik deyiladi, $\sum_{j=1}^{s} P_j = 1$.

Final ehtimolliklar P_j quyidagi tenglamalar sistemasini yechib topiladi:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{S} P_i = 1 \\ \sum_{i=1}^{S} P_i P_{ij} = P_j j = 1,\bar{S} \end{cases} \quad yoki \quad (1.54) \begin{cases} P_1 + P_2 + \cdots . + P_S = 1 \\ P_1 P_{1j} + P_2 P_{2j} + \cdots .. + P_S P_{Sj} = P_j \end{cases}$$

Bu teoremadan foydalanib quyidagi miqdorlarni aniqlash mumkin:

a) T vaqtda i holatga o‘rtacha qaytishlari sonini $T \cdot p_i$; (1.55)

b) i holatdan i holatga o‘rtacha qaytishlari sonini $m_{ii} = \frac{1}{P_i}$. (1.56)

Markov zanjiri tashkil qiladigan jarayonlarning qonuniyatlari bir jinsli va birjinsli bo‘lmagan hollar uchun ham yaxshi o‘rganilgan [15], [17].

Tekshirish uchun savollar:

1) Markov zanjirga ta’rif berib unga misollar keltiring.
2) Bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni bo‘shlangich taqsimoti π va bir qadamga o‘tish matritsasi $P = (P_{ij})$ ni xossalarini keltiring.
3) Bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni final ehtimolliklarini topish tenglamalarini yozing.
4) Markov zanjirini qishloqxo‘jaligigaqo‘llanilishiga doir misollar keltiring.

Kalit so‘zlar

Markov zanjiri, bir jinsli, bo‘shlangich taqsimot, matritsa, final ehtimol.

Xulosa

Markov zanjirga ta’rif berilib, bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni bo‘shlangich taqsimoti π va bir qadamga o‘tish matritsasi $P = (P_{ij})$ va uni xossalarini, final ehtimolliklarini topish tenglamalari va ularni qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishi masalalari o‘rganilgan.

§ 18. Markov zanjirini qishloq xo‘jalik masalalarini y echishga qo‘llanilishi.

Misol -1. Ikki holatli bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkelm qiluvchi tasodifiy jarajonning bir qadamga o‘tish matritsasi quyidagicha bo‘lsa

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$$

1) P^8=? to‘rt qadamga o‘tish matritsasini aniqlang, **2)** Final ehtimolliklarni hisoblang , 3) Har birholatga o‘rtacha birinchi marta qaytish qadamini toping.

Yechish. 1). Matrisani, matrisaga ko‘paytirish qoidasiga asosan

$$P^2 = P \cdot P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,6 & 0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,52 & 0,48 \\ 0,36 & 0,64 \end{pmatrix}$$

$$P^4 = P^2 \cdot P^2 = \begin{pmatrix} 0,52 & 0,48 \\ 0,36 & 0,64 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,52 & 0,48 \\ 0,36 & 0,64 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,443 & 0,557 \\ 0,417 & 0,583 \end{pmatrix}$$

3) Final ehtimollarni (1.54) sistemani yechib topamiz:

$$\begin{cases} 0{,}2p_1+0{,}6p_2=p_1 \\ 0{,}8p_1+0{,}4p_2=p_2 p_1=3p_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 0{,}8p_1=0{,}6 \\ p_1+p_2=1 \end{cases} \quad 3p_2/4+p_2=1 \quad 7p_2=4,$$

$p_2=4/7\approx0{,}57$ $p_1=3p_2/4=3/4*4/7=0{,}43$

Hisoblangan final ehtimollarni P^4 ning elementlari bilan solishtirsak, ikkalasini o‘zaro juda yaqin ekanligini $p_1\approx0{,}43$, $p_2\approx 0{,}57$ ko‘ramiz.

3). O‘rtacha 11 holatgava 22 holatga o‘tish qadami (3) formulaga asosan mos ravishda quyidagicha bo‘ladi:

$m_{11}=1/p_1\approx2{,}33$ qadamda, $m_{22}=1/p_2=7/4=1{,}75$qadamda.

Misol-2. Olma yetishtiruvchi bog‘dorchilik xo‘jaligini hosildorligi, har yili quyidagi ikki holatdan birida bo‘ladi $\Omega = [E_1, E_2]$, $\boldsymbol{E_1}$ −olma hosildorligining yaxshi (serhosil yil) bo‘lish hodisasi, $\boldsymbol{E_2}$ −olma hosildorligining yomon(kam hosilli yil) bo‘lish hodisalari. Fermer xo‘jaligini olma yetishtirish jarayonini quyidagi bir qadamga o‘tish matrisasiga ega bo‘lgan

$$P = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,7 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

ikki holatli , bir jinsli, oddiy Markov zanjiri tashkil qiladi degan shartda, uning final ehtimolliklarini hisoblang.

Yechish. Bu yerda P_{11} −o‘tgan yili hosildorlik yaxshi bo‘lgan bo‘lsa,bu xo‘jalik yilida ham hosildorlikni yaxshi bo‘lish ehtimoli; P_{12} - o‘tgan yili hosildorlik yaxshi bo‘lgan bo‘lsa, bu yilda hosildorlik yomon bo‘lish ehtimoli; P_{21} −o‘tgan yilda hosildorlik yomon bo‘lgan bo‘lsa, bu yildahosil yaxshi bo‘lish ehtimoli; P_{22} −o‘tgan yilda olma hosildorligi yomon bo‘lgan bo‘lsa, bu yilda ham hosildorlik yomon bo‘lish ehtimolini bildiradi.

Ko‘p yillar davomida kuzatishlar shuni ko‘rsatadiki olma uchun P_{12} va P_{21} ehtimollar doimo P_{11} va P_{22} ga qaraganda katta bo‘ladi.

Formula (1.54) yordamida final ehtimollarini chiziqli tenglamalar sistemasini yechib hisoblaymiz:

$$\begin{cases} P_1 P_{11} + P_2 P_{12} = P_1 \\ P_1 P_{21} + P_2 P_{22} = P_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.3P_1 + 0.7P_2 = P_1 \\ 0.8P_1 + 0.2P_2 = P_2 \, dan \\ P_1 + P_2 = 1 \end{cases}$$

$0.7P_2 = 0.7P_1 \Rightarrow P_1 = P_2$ kelib chiqadi.

$P_1 + P_2 = 1$ dan $2P_1 = 1$ final ehtimollar $P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$=0,5 kelib chiqadi.

Formula (1.56) ga asosan olma uchun o‘rtacha serhosil yil $m_{11} = \left(\frac{1}{P}\right) = 2$ yil ekanligi kelib chiqadi.

Demak,olmaning hosildorligini 2 yillik davriylikka ega bo‘lgan, bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil etadi deb qarash mumkin.

Misol 3. Daryo suvlarining yillik oqimi miqdorini o‘zgarib turishini to‘rtta holatli Ω={1,2,3,4}, 1-chiholat qurg‘ochilik kelgan yil (eng kam suvli yil), 2-chi holat kam miqdorda suvli yil, 3 –chi holat o‘rtacha suvli yil, 4-chi holat sersuvli yil bo‘lish hodisasi deb, bu jarayonning quyidagicha bir qadamga o‘tish matrisaga ega bo‘lgan $P=(P_{ij})$bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayon deb qarab, o‘rtacha necha yilda qurgoqchilik, seryogin yillart akrorlanishini baholang

$$P=\begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Yechish. Bir qadamga o‘tish matrisasidan, o‘tgan yili daryoda eng kam suv bo‘lgan bo‘lsa, bu yil ham eng kam suv bo‘lish ehtimoli p_{11} =0,2 , o‘tgan yil eng kam suv bo‘lgan bo‘lsa, bu yil yetarli miqdorda suv bo‘lish ehtimoli p_{12} = 0,4, o‘tgan yili eng kam suv bo‘lgan bo‘lsa, bu yil ham eng ko‘p suv bo‘lishi ehtimoli p_{14}=0. Bu jarayonni bir qadamga o‘tish matritsasi yordamida avvalo, (1.54) sistemani yechib, final ehtimollarini hisoblaymiz. Yuqorida keltirilgan nazariy ma’lumotlarga (1.56) ko‘ra, i holatdan i holatga o‘rtacha qaytishlari sonini $m_{ii}=\frac{1}{P_i}$asosan aniqlaganimizda, qurgoqchilik kelishi p_i - final ehtimollik orqali aniqlanadi. Demak, bu misolda final ehtimllar orqali o‘rtacha qurg‘oqchilik takrorlanishi 6 - 7 yilda, seryog‘in yil bo‘lishi 12-13 yilda bo‘lishini aniqlaymiz.

Misol-4. O‘simliklarga solinadigan fosfor o‘g‘iti molekulasini «Ekologik sistema» jarayonida o‘tishini bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil etadi, - deb o‘rganamiz. To‘rt holatli: E_1- tuproq, E_2 - o‘simlik, E_3 - o‘simlikni iste’mol qiluvchi hayvonlar, E_4 - sotish uchun tayyorlangan barcha mahsulotlar bo‘lsin. Natijada bu jarayon uchun quyidagicha o‘tish matritsasi aniqlangan

$$P=\begin{array}{c} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 \end{array} \\ \begin{Vmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 & 0 \\ 0,75 & 0 & 0,2 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \end{array}$$

P^2, P^3 va P^4 larnihisoblaymiz:

$$P^2=\begin{Vmatrix} 0,390 & 0,300 & 0,150 & 0,160 \\ 0,475 & 0,190 & 0,300 & 0,035 \\ 0,600 & 0,225 & 0,040 & 0,135 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \quad P^4=\begin{Vmatrix} 0,34600 & 0,207750 & 0,154500 & 0,253150 \\ 0,455500 & 0,246100 & 0,140250 & 0,158150 \\ 0,364875 & 0,231750 & 0,159100 & 0,244275 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Fosformolekulasini E_1 holatdan 4 qadamda E_4 holatga o‘tish ehtimoli 0,25315. Agar fosfor molekulasini qaysi holatdan bo‘shlanishi noma’lum bo‘lsa, ya’ni tasodifiy bo‘lsa, P_0 – bo‘shlangich taqsimoti $P^0=\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$ teng imkoniyatli bo‘lib, Markov teoremasiga asosan 4 qadamda o‘tish ehtimoli quyidagicha bo‘ladi:

$$\pi=P^0\cdot P^4=(0,3012\ ;0,1714\ ;0,1135\ ;0,4139\ )$$

Demak, fosfor molekulasining o‘rganilayotgan eko sistemasidan 4 qadamda chiqish ehtimoli quyidagicha ekan $P^{(4)}(\ 4\ )=0,4139$.

§-19. Tuproq unumdorligini saqlashning muqobil strategiyasini aniqlashda Markov zanjirining qo‘llanilishi

Qishloq xo‘jalik ekinlarining hosildorligi tuproq unimdorligiga, urug‘ning sifatiga, agrotexnik tadbirlarga, ob-havo va boshqa ko‘p omillarga bog‘liq bo‘lgan murakkab tasodifiy jarayondir.

Ushbu mavzuda, hosildorlikda muhim faktor bo‘lgan, tuproq unimdorligini saqlash strategiyasini bir jinsli Markov zanjiri modeli yordamida tahlil qilish masalasini o‘rganamiz($[10]-[12]$).

Tuproqning unimdorligi quyidagi uch holatdan birida bo‘lishi mumkin: 1-yaxshi, 2- qoniqarli, 3-yomon(qoniqarsiz). Bu holatlarni Ω={1,2,3} shaklida yozish mumkin.

Fermer har yili turg‘un hosil olish uchun, tuproq unimdorligini saqlashi kerak bo‘ladi. Butun er sharida bu muammoni yechishda, asosan mineral va mahalliy o‘g‘itlardan foydalanib kelmoqda.

Dehqonchilik qilinadigan tuproqning Ω={1,2,3} holati, har xo‘jalik yilida ximiyaviy tahlil asosida aniqlanadi. Agar bu xo‘jalik yilidagi tuproqning holati, faqat o‘tgan yilgi tuproqning holatiga bog‘liq;- deb o‘rganilsa, bu jarayonni uch holatli bir jinsli oddiy Markov zanjiri shaklida tahlil qilish mumkin. Aslida, tuproqning unimdorligi yillar davomida o‘zgarib turadi va u faqat o‘tgan yilgi holatiga emas, balki undan avvalgi yillardagi holatiga ham bog‘liq bo‘ladi, ya’ni murakkab Markov zanjirini tashkil etadi. Biz soddalik uchun, yillar davomida tuproqning holatini o‘zgarib borishini, faqat o‘tgan yilgi holatiga bog‘liq bo‘lgan tasodifiy, uch holatli Ω={1,2,3} oddiy Markov zanjiri shaklida o‘rganamiz.

Faraz qilaylik, tuproqning mazkur xo‘jalik yilidagi holati Ω={1,2,3} uch holatli, bir jinsli oddiy Markov zanjiridan iborat bo‘lib, uning bir qadamga o‘tish matritsasi quyidagicha bo‘lsin:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$P=\begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0,3 & 0.6 & 0.1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \end{bmatrix}=(p_{ij})$$

Bu yerda p_{11} = 0,5 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yaxshi bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida ham yaxshi bo‘lish ehtimoli, p_{12} = 0,4 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yaxshi bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida qoniqarli (o‘rtacha) bo‘lish ehtimoli,p_{13} = 0,1 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yaxshi bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida yomon bo‘lish ehtimoli, p_{21} = 0,3 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi o‘rtacha bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida yaxshi bo‘lish ehtimoli, p_{22} = 0,6 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi o‘rtacha bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida ham o‘rtacha bo‘lish ehtimoli, p_{23} = 0,1 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi o‘rtacha bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida yomon bo‘lish ehtimoli,p_{31} = 0,1 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yomon yomon bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida yaxshi bo‘lish ehtimoli,p_{32} = 0,7 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yomon bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida o‘rtacha bo‘lish ehtimoli,p_{33} = 0,2 o‘tgan xo‘jalik yilida tuproqning unimdorligi yomon bo‘lgan bo‘lsa, mazkur xo‘jalik yilida ham yomon bo‘lish ehtimolini bildiradi.

Tuproq unimdorligini imkon qadar turg‘un saqlash uchun, fermer mineral va mahaliy o‘g‘itlardan foydalanadi. Qanday strategiyani fermer qo‘llasa yuqori hosil oladi, daromadi maksimum bo‘ladi?

Agar bir jinsli oddiy Markov zanjiri tashkil qilgan jarayonning n qadamdan keyin i holatda bo‘lish ehtimolini $\bar{\pi}_i(n)$ bilan belgilasak, bu jarayon uchun quyidagi tengliklar o‘rinli bo‘ladi[1], [5]:

$$\sum_{i=1}^{s}\bar{\pi}_i(n) = 1 \qquad (1.57)$$
$$\bar{\pi}_1(n+1) = \pi(n)\mathrm{P} = \pi(n)\big(p_{ij}\big), \quad n = 0,1,2,3,\dots$$

Bo‘shlang‘ich holatda, tuproqning unimdorligi $i = 1$ ya’ni 1-yaxshi bo‘lsa $\bar{\pi} = (1;0;0)$, ushbu tenglik o‘rinli bo‘lib $\bar{\pi}_1(n+1) = \pi(n)P$ bundan

$$\bar{\pi}_1(1) = \pi(0)P\ ,\bar{\pi}_1(n) = \pi(0)P^2,\bar{\pi}_1(n) = \pi(0)P^3, \dots,$$
$$\bar{\pi}_1(n) = \pi(0)P^{\mathrm{n}}(1.58)$$

Demak, $\bar{\pi}_1(n) = \pi(0)P^{\mathrm{n}}$ *kelib chiqadi.*

$$\bar{\pi}_1(1) = \pi(0)\mathrm{P} = (1,0,0)\begin{Vmatrix}0,5 & 0,4 & 0,1\\ 0,3 & 0,6 & 0,1\\ 0,1 & 0,7 & 0,2\end{Vmatrix} = \|0,5 \quad 0,4 \quad 0,1\|$$

(1.58) formulaga $n = 1,2,3,\dots$ qiymatlarni qo‘yib, matritsani matritsaga ko‘paytirish qoidasiga asosan, tuproqning unimdorligi bo‘shlang‘ich 1-yaxshi holatda $\bar{\pi} = (1;0;0)$ bo‘lsa, undan boshqa holatlarga 1, 2, 3, 4 qadamda o‘tish ehtimollari quyidagicha bo‘ladi:

n	0	1	2	3	4
1	0,5	0,38	0,354	0,3486	0,34750
0	0,4	0,51	0,535	0,5403	0,54139
0	0,1	0,11	0,111	0,1111	0,11111

Xuddi shunday bo‘shlang‘ich $\bar{\pi} = (0;1;0)$ holatda $i = 2$ bo‘lsa, ya’ni tuproqning unimdorligi 2- qoniqarli holatda bo‘lsa, boshqa holatlarga 1, 2, 3, 4 qadamda o‘tish ehtimollari quyidagicha bo‘ladi:

n	0	1	2	3	4
0	0,3	0,34	0,346	0,3470	0,34718
1	0,6	0,55	0,543	0,5419	0,54171
0	0,1	0,11	0,111	0,1111	0,11111

Agar tuproqning unimdorligi 3-yomon holatda bo‘lsa $\bar{\pi} = (0;0;1)$, undan boshqa holatlarga 1, 2, 3, 4 qadamda o‘tish ehtimollari quyidagicha bo‘ladi:

n	0	1	2	3	4
0	0,1	0,28	0,332	0,3440	0,34656
0	0,7	0,60	0,556	0,5448	0,54232
1	0,2	0,12	0,112	0,1112	0,11112

Yuqorida hisoblangan jadvallarning oxirgi ustinidagi qiymatlari, qariyib bir xil ekanligini ko‘ramiz. Ya ’ni, 3-4 yildan keyin, tuproq bo‘shlang‘ich qanday holatda bo‘lmasin, bir xil holatga kelishini ko‘ramiz.

Bu fikrni to‘g‘rilligini, oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni, final ehtimollarini ushbu tenglamalar sistemasini echib, yuqoridagi ehtimollar bilan taqqoslab ham ko‘rishimiz mumkin:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{s} p_i\, p_{ij} = p_j\\ \sum_{j=1}^{s} p_j = 1\end{cases} \qquad (1.59)$$

Bizni misolda tenglamalar sistemasi (1.58) ni yechib, final ehtimollarni aniqlab ularni avvalgi qiymatlarga yaqinligini ko‘ramiz:

$$p_1 = 0{,}3521,\ p_2 = 0{,}4648, \qquad p_3 = 0{,}1831.$$

Biz o‘rganayotgan tuproqning uchta holati bo‘yicha Ω={1,2,3}, oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni, quyidagicha z-almashtirishlar yordamida ham o‘rganib:

$$P(z) = \pi(0)(I - zP)^{-1} \qquad (1.60)$$

Bu yerda $I = \|\delta_{ij}\|$, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & agar \quad i = j, \\ 0, & agar \quad i \neq j. \end{cases}$ Kroneker simvoli.

(3) ni asimptotik yoyilmasidan, final ehtimolliklarni aniqlaganimizda ham $\bar{\pi} = (0{,}3521; 0{,}4648; 0{,}1831)$ bo‘lishini ko‘rdik.

Faraz qilaylik, tuproqning uchta holati bo‘yicha Ω={1,2,3} oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni i *holatdan* j *holatga* o‘tishidan keladigan daromad r_{ij} bo‘lsin. Barcha qilingan daromadlar matritsasini $R = \|r_{ij}\|$ bilan belgilaymiz.

Natijada, Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayonni n qadamda keyin, *iholatda* bo‘lishidan keladigan fermer xo‘jaligining jami daromadi $v_i(n)$, quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$v_i(n) = \sum_{i=1}^{s} p_{ij} r_{ij} + \sum_{i=1}^{s} p_{ij} v_j\,(n-1) \quad (1.61)$$

Asosiy maqsad daromadning maksimum qiymatini max $v_i(n+1)$topish:

$$\max v_i(n+1) = \max \left(\sum_{i=1}^{s} p_{ij}^{k} r_{ij}^{k} + \sum_{i=1}^{s} p_{ij}^{k} v_j\,(n) \right) \qquad (1.62)$$

$v_i^k(n+1) = \max \left(v_i^k + \sum_{i=1}^{s} p_{ij} v_j\,(n) \right)$, bu yerda $v_i^k = \sum_{i=1}^{s} p_{ij}^{k} r_{ij}^{k}$, *iholatda* k strategiyani qo‘llashdan kelgan daromad miqdori.

Fermer xo‘jaligini uch xo‘jalik yilida, tuprog‘ining o‘zgarishi, uch holatli Ω={1,2,3} oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayondan iborat bo‘lsin. Quyidagi strategiyalardan qaysi birini tanlaganda, fermer tuproq unimdorligini saqlagan holda, yuqori daromad olishga erishadi:

a). Tuproqqa mineral va mahalliy o‘g‘it solmagan holda, bir qadamga o‘tish matritsasi R_1 va 1 ga maydondan olgan daromadi R_1 bo‘lgandami?

$$P_1 = \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \quad R_1 = \begin{Vmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{Vmatrix}$$

b). Yoki , mineral va mahalliy o‘g‘itlardan foydalangan holda, bir qadamga o‘tish matritsasi R_2 va 1 ga maydondan olgan daromadi R_2 bo‘lgandami?

$$P_2 = \begin{Vmatrix} 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}7 & 0{,}2 \end{Vmatrix}, \quad R_2 = \begin{Vmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 6 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & -2 \end{Vmatrix}$$

Bu holatlarni tahlil qilamiz. Yuqorida keltirilgan formulalardan foydalanib, fermer o‘g‘itlardan foydalanmagan k=1 holda , fermer xo‘jaligini 1 ga yerdan oladigan daromadi quyidagicha bo‘ladi:

$$v_1^1 = 0{,}4 \cdot 5 + 0{,}5 \cdot 4 + 0{,}1 \cdot 3 = 4{,}3 \;\; mln.so‘m,$$
$$v_2^1 = 0 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 3 + 0{,}6 \cdot 1 = 1{,}8 \;\; mln.so‘m\,,$$
$$v_3^1 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}4 + 1 \cdot (-2) = -2 \;\; mln.so‘m.$$

i	v_i^1	v_i^2	Muqobil yechim	k
1	4,3	6,3	6,3	2
2	1,8	4,9	4,9	2
3	-2,0	2,9	2,9	2

k=2 bo‘lganda, ya’ni fermer o‘g‘itlardan foydalangan holda , fermer xo‘jaligini 1 ga yerdan oladigan daromadi quyidagicha bo‘ladi:

$$v_1^2 = 0{,}5 \cdot 7 + 0{,}4 \cdot 6 + 0{,}1 \cdot 4 = 6{,}3 \;\; mln.so‘m,$$
$$v_2^2 = 0{,}3 \cdot 6 + 0{,}6 \cdot 5 + 0{,}1 \cdot 1 = 4{,}9 \;\; mln.so‘m\,,$$
$$v_3^2 = 0{,}1 \cdot 5 + 0{,}7 \cdot 4 + 0{,}2 \cdot (-2) = 2{,}9 \;\; mln.so‘m$$

$$v_i^k(n+1) = \max \left(v_i^k + \sum_{i=1}^{s} p_{ij} v_j\,(n) \right)$$

i	K=1	K=2	Muqobil echim	k
1	4,3+0,4· 6,3 + 0,5 · 4,9 + +0,1 · 2,9 = 9,56	6,3+0,5· 6,3 + 0,4 · 4,9 + +0,1 · 2,9 = 11,7	11,7	2
2	1,8+0· 6,3 + 0,4 · 4,9 + 0,6 · 2,9 = 5,5	4,9+0,3· 6,3 + 0,6 · 4,9 + 0,1 · 2,9 = 10,02	10,02	2
3	-2+0· 6,3 + 0 · 4,9 + +1 · 2,9 = 0,9	2,9+0,1· 6,3 + 0,7 · 4,9 + +0,2 · 2,9 = 7,54	7,54	2

Tahlillardan ko‘rinadiki, fermer b) strategiyani qo‘llasa yani birinchi va ikkinchi xo‘jalik yillaryida mineral va mahalliy o‘g‘itlardan foydalansa, tuproqning unimdorligi saqlanadi va yaxshi daromad qiladi.

$$v_i^k(n+1) = \max \left(v_i^k + \sum_{i=1}^{s} p_{ij} v_j\,(n) \right)$$

i	K=1	K=2	Muqobil yechim	k
1	4,3+0,4· 11,7 + 0,5 · 10,02 + +0,1 · 7,54 = 14,844	6,3+0,5· 11,7 + 0,4 · 10,02 + +0,1 · 7,54 = 16,912	16,912	2
2	1,8+0· 11,7 + 0,4 · 10,02 + +0,6 · 7,54 = 10,332	4,9+0,3· 11,7 + 0,6 · 10,02 + +0,1 · 7,54 = 15,176	15,176	2
3	-2+0· 11,7 + 0 · 10,02 + +1 · 7,54 = 5,54	2,9+0,1· 11,7 + 0,7 · 10,02 + +0,2 · 7,54 = 12,592	12,592	2

Xulosa

Yuqorida keltirilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, fermer tuproq unimdorligini saqlab qolishi hamda yuqori daromad olishi uchun, birinchi va ikkinchi yillarda tuproqning holati qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, mineral o‘g‘itlardan foydalanishi kerak, uchunchi yilda tuproqning holati 2-qoniqarli va 3-yomon bo‘lgan maydonlarda mineral o‘g‘itlardan foydalanish strategiyasini qo‘llashi lozim bo‘ladi.

Mustaqil Yechish uchun misollar

Misol 1-6. Quyidagi misollarda chekli holatli oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil qiluvchi jarayonlarning bir qadamga o‘tish matritsasi berilgan $P=||p_{ij}||$. Talab qilingan: 1) To‘rt qadamga o‘tish matritsasini topish $P^4=?$;
2) Final ehtimolliklarni hisoblash:

1). $P=\begin{pmatrix}0,7 & 0,3\\ 0,2 & 0,8\end{pmatrix}$, 2) $P=\begin{pmatrix}0,1 & 0,9\\ 0,7 & 0,3\end{pmatrix}$. 3) $P=\begin{pmatrix}0,2 & 0,8\\ 0,6 & 0,4\end{pmatrix}$,

4). $P=\begin{pmatrix}0,7 & 0,3\\ 0,5 & 0,5\end{pmatrix}$, 5) $P=\begin{pmatrix}0,3 & 0,7\\ 0,6 & 0,4\end{pmatrix}$, 6) $P=\begin{pmatrix}0,2 & 0,8\\ 0,8 & 0,2\end{pmatrix}$,

Misol – 7. Fermer xo‘jaligini uch yilda tuprog‘ini o‘zgarishi, uch holatli $\Omega=\{1,2,3\}$ oddiy bir jinsli Markov zanjiri tashkil etuvchi tasodifiy jarayondan iborat bo‘lsin. Quyidagi strategiyalardan qaysi birini tanlaganda, fermer tuproq unimdorligini saqlagan holda, yuqori daromad olishga erishadi:

a) Tuproqqa mineral va mahalliy o‘g‘it solmagan holda, bir qadamga o‘tish matritsasi P_1 va 1 ga maydondan olgan daromadi R_1 bo‘lgandami?

b)

$$P_1=\begin{Vmatrix}0,7 & 0,2 & 0,1\\ 0 & 0,6 & 0,4\\ 0 & 0 & 1\end{Vmatrix}, \quad R_1=\begin{Vmatrix}6 & 5 & 4\\ 0 & 4 & 2\\ 0 & 0 & -1\end{Vmatrix}$$

b) Yoki , mineral va mahalliy o‘g‘itlardan foydalangan holda, bir qadamga o‘tish matritsasi P_2 va 1 ga maydondan olgan daromadi R_2 bo‘lgandami?

$$P_2=\begin{Vmatrix}0,6 & 0,3 & 0,1\\ 0,3 & 0,5 & 0,2\\ 0,1 & 0,8 & 0,1\end{Vmatrix}, \quad R_2=\begin{Vmatrix}8 & 5 & 4\\ 7 & 5 & 2\\ 4 & 3 & -2\end{Vmatrix}$$

I I-bob

MATEMATIK STATISTIKA

§ 1. Matematik statistika fanining vazifalari. Asosiy tushunchalar. Statistik ma’lumotlarni to‘plash

Qishloq xo‘jalik ekinlari katta maydonlarda ekilib, qariyibbir-xil sharoitda yetishtiriladi va uning hosildorligi urug‘ning sifatiga, tuproqni unimdorligiga, solingan o‘g‘itlarga, agrotexnik tadbirlarga, obu-havoga va boshqa ko‘plab omillarga bog‘liq bo‘lgan murakkab tasodifiy jarayondir. Maydondagi g‘o‘zalar bir xil sharoitda, qalinlikda, bir xil agrotexnik ishlov bilan yyetishtirilganligi uchun, ular bir-birlaridan barcha ko‘rsatkichlari bo‘yicha katta farq qilmaydi. Bunday xollarda barcha o‘rganilayotgan yermaydonidagi g‘o‘zalar qariyib bir-xil ob’ektlar to‘plamini tashkil etadi (bir jinsli ob’ektlar to‘plami) ([1] - [12]).

Birjinsli ob’ektlar to‘plamini sifat yoki son belgisiga ko‘ra o‘rganish talab etiladi. Masalan, fermer yetishtirgan paxta hosilini sifat belgisi uning tolasining uzunligi, pishiqligi bo‘lsa, son belgisi uning o‘rtacha hosildorligi bo‘ladi.

Matematik statistika fanining asosiy vazifasi tasodifiylik bilan bog‘liq ommaviy jarayonlar bo‘yin chastatistik ma’lumotlarni to‘plash, bu ma’lumotlarni tahlil qilish usullarini ishlab chiqish, qilingan tahlil asosida ilmiy va amaliy xulosalar chiqarishdan iboratdir. Bu vazifalarni amalga oshirishda ehtimollar nazariyasi qonuniyatlariga asoslanadi.

Tahlil qilish, o‘rganish uchun ajratilgan bir jinsli ob’ektlar to‘plami bo‘sh to‘plam deyiladi.

Bo‘sh to‘plamni o‘rganishda, unga tegishli barcha elementlarni to‘liq tekshirish hamma vaqt ham jismonanmumkin bo‘lmaydi. Bunday hollarda bo‘sh to‘plamdan ma’lum bir qismi ajratib olinadi.

Bo‘sh to‘plamdan tahlil qilish uchun, tasodifiy ravishda tanlab olingan ma’lum bir elementlar to‘plami tanlanma to‘plam deyiladi.

Masalan, fermerning 100 ga yermaydonidagi g‘o‘zalar soni bo‘sh to‘plam bo‘ladi, undan tahlil qilish uchun tasodifan ajratilib olingan 100 tup go‘za, tanlanma to‘plam bo‘ladi. Tanlanma to‘plamning hajmi deb shu to‘plamdagi barcha elementlar soniga aytiladi. Masalan 1000 tup go‘zadan, tahlil qilish uchun 50 dona go‘za ajratib olingan bo‘lsa, bo‘sh to‘plamning hajmi N=1000, tanlanma to‘plamning hajmi 50 ta bo‘ladi.

Agar bo‘sh to‘plamdan ma’lum bir element olinib, kuzatish o‘tkazilgandan so‘ng, yana bo‘sh to‘plamga qaytarilsa, bunday tanlanma takroriy tanlanma deyiladi. Agar tekshirish uchun olingan elementlar bo‘sh to‘plamga qaytarilmasa, takroriy bo‘lmagan tanlanma deyiladi.

Bo‘sh to‘plamdan tanlanma to‘plamni shunday ajratish lozimki, unda bo‘sh to‘plamning muhim xarakterli xususiyatlari to‘liq saqlasin. Bunday tanlanma to‘plam reprezentativ tanlanma to‘plam deyiladi. Tanlanma reprezentativ bo‘lishi uchun, tanlash tasodifiy ravishda amalga oshirilgan bo‘lishi va bo‘sh to‘plamni barcha elementlarini tanlanma to‘plamga tushish ehtimollari bir xil bo‘lishi kerak. Aksholda barcha o‘tkazilgan statistik tadqiqotlar noto‘g‘ri xulosalarga olib kelishi mumkin. Masalan, paxta terimi oldidan 100 ga maydondan terib olinadigan paxta hosildorligini baholash, prognoz (bashorat) qilish talab etilgan bo‘lsin. Ma’lumki, 1 ga yermaydonida (1ga=10000m^2) paxtani 90x10 ekish sxemasi bo‘yicha (oziqlanish maydonini e’tiborga olgan holda) o‘rtacha 111111 tupg‘o‘zabo‘lishinie’tiborgaolsak, jami 100ga maydon bo‘yicha to‘liq kuzatishlar olib borish imkoni bo‘lmaydi. Shu sababli, asosli statistik tahlil qilish uchun, 100 ga maydondan bir-necha m^2 reprezentativ tanlanma to‘plam ajratib, ular bo‘yicha statistik ma’lumotlarni to‘plash kifoya.

Statiktik ma’lumotlarni to‘plashda, ya’ni tanlanma to‘plamlarni ajratishda turli usullar mavjud bo‘lib, ularni asosan ikki guruhga bo‘lish mumkin: 1) bo‘sh to‘plamni qismlarga ajratmasdan tanlash; a) oddiy tasodifiy tanlash; b) oddiy takroriy tasodifiy tanlash; 2). bo‘sh to‘plamni qismlarga ajratib tanlash: a) tipik tanlash; b) mexanik tanlash; b) seriyali tanlash.

Bo‘sh to‘plamni elementlaridan bittala bolinadigan tanlash oddiy tasodifiy tanlash deyiladi.

Tipik tanlashda elementlar bo‘sh to‘plamni ma’lum bir qismlaridan olinadi.

Mexanik tanlashda, bo‘sh to‘plam bir nechta guruppaga ajratilib, har bir guruppadan bittadan element olinadi.

Seriyali tanlashda ob’ektlar bo‘sh to‘plamdan bittalab emas, balki «seriyalab» olinadi va ular yalpisiga tekshiriladi.

Albatta bo‘sh vazifa, katta yer maydonida yyetishtirilgan qishloq xo‘jalik ekini hosildorligini avvaldan baholash, prognoz (bashorat) qilish hisoblanadi . Bu savollarga matematik statistika usullari yordamida kafolatli javob berish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1) Qanday to‘plamlar bo‘sh, tanlanma to‘plam deyiladi, ularga qishloq xo‘jaligidan misollar keltiring?
2) Tanlanma to‘plam bo‘sh to‘plamdan qanday ajratilishi kerak?
3) Tanlanma to‘plam reprezentativ bo‘lishi uchun, bo‘sh to‘plamdan tanlanma to‘plam qanday ajratilishi kerak?
4) Matematik statistika faninig asosiy vazifalari nimalardan iborat?
5) Statiktik ma’lumotlarni to‘plashda, tanlanma to‘plamlarni ajratishda qanday usullarni bilasiz?

Kalit so‘zlar:

Bo‘sh, tanlanma, tasodifiy, to‘plam, reprezentativ, tanlash usullari, seriyalitanlash.

Xulosa:

Matematik statistika fanining asosiy vazifasi, tasodifiylik bilan bog‘liq ommaviy jarayonlar bo‘yicha statistik ma’lumotlarni to‘plash, bu ma’lumotlarni tahlil qilish usullarini ishlab chiqish, qilingan tahlil asosida ilmiy va amaliy xulosalar chiqarishdan iboratdir. Bo‘sh to‘plamdan tanlanma to‘plamni shunday ajratish lozimki, unda bo‘sh to‘plamning barcha muhim xarakterli xususiyatlari to‘liq saqlasin, ya’ni tahlil qilish uchun ajratgan qishloq xo‘jalik ma’lumotlari barcha maydonni to‘liq xarakterlaydigan bo‘lshi kerak.

§-2. Tanlanmaning statistik taqsimoti va uni geometrik izohlash. Statistik ma’lumotlarni bo‘shlang‘ich statistik tahlil qilish

Matematik statistikada barcha xulosalarlar, to‘plangan statistik ma’lumotlarni ehtimollar nazariyasi qonuniyatlari asosida tahlil qilinib, kafolatli nazariy va amaliy xulosalar chiqariladi.

Bo‘sh to‘plamni Xsonyoki sifat belgisini o‘rganish uchun, shu bo‘shto‘plamdan hajminga teng bo‘lgan tanlanma to‘plam olamiz:

$$\text{X} : \hat{x}_1, \hat{x}_2, ... \hat{x}_k \quad (2.1)$$

Bu yerda kuzatilgan tajriba ma’lumotlari $\hat{x}_1, \hat{x}_2, ... \hat{x}_k$ variantalar, variantalarning o‘sib borish tartibida yozilgan ketma-ketligi $x_1 \leq x_2 \leq, ... \leq x_k$ Variatsion qator deyiladi. Variantalarni $x_1, x_2, ..., x_k$ absalyut chastotalarini, mosravishda $n_1, n_2, ... n_k$ bilan belgilaymiz, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ tanlanmaning hajmi. X bo‘sh to‘plamdan olingan $x_1, x_2, ..., x_k$ tajriba natijalarini o‘zaro erkli, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar deb qarash mumkin.

Ta’rif. Variatsion qatorning variantalari va ularga mos absalyut chastotalari yoki nisbiy chastotalari ro‘yxatiga tanlanmaning statistik taqsimoti deyiladi:

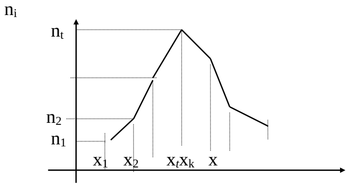
(2.2)

X_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k
W_i	W_1	w_2	...	w_k

Bu yerda $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ tanlanmaning hajmi, $w_i = \frac{n_i}{n_i}$ nisbiy chastota yoki statistik ehtimollik bo‘lib, nisbiy chastotalar yig‘indisi

$$\sum_{i=1}^{k} w_i = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{n} = 1 .$$

Statistik taqsimotning poligon chizig‘ini chizish uchun, X O Y tekislikda $(x_1;n_1)$, $(x_2; n_2)$, ..., $(x_k; n_k)$ nuqtalar topiladi. Bu nuqtalarni to‘g‘ri chiziq kesmalari bilan tutashtirishdan hosil bo‘lgan grafik chastotalar poligoni deyiladi (Chizma-1).



Chizma-1

Agar o‘rganilayotgan X son belgi uzluksiz o‘zgaruvchan variant dan iborat bo‘lsa, yoki diskre tbo‘lib, qabul qiladigan qiymatlari soni juda katta (n>30) va ular har-xil bo‘lsa, bunday holda interval livariatsion qator tuzish lozim bo‘ladi.

O‘rganilayotgan tanlanma to‘plamni qanday guruhlarga ajratish lozimki, natijada bo‘sh to‘plamning statistik qonuniyatlarini yaxshi o‘rganish mumkin bo‘lsin. Intervalli variatsion qator tuzishda, quyidagi Sterdjess formulalaridan foydalanib, tanlanma to‘plamnik-taintervallarga bo‘lib o‘rganish mumkin:

$$k = 1 + 3.32 \lg n$$

$$\Delta x = h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3.32 \lg n} \quad \textbf{(2.3)}$$

Interval uzunligi $\Delta x = h$, $R_{qul} = x_{\max} - x_{\min}$ variatsiya qulochi mos ravishda variatsion qatorning eng katta va eng kichik qiymatlarining ayirmasini bildiradi. $k-$chi interval sifatida [x_{min}+(k-1)h; x_{min}+ch) interval olinadi. Xususan, k = 1 bo‘lganda birinchi interval [x_{min}; x_{min}+h) bo‘ladi, $x_{i+1} = x_i + \Delta x$. Albatta [x_i; x_{i+1}) intervallarni shunday olish kerakki, har bir variant faqat bitta intervalga tegishli bo‘lsin.

Tanlanmaning hajmiga qarab intervallar sonini(nechta guruhga bo‘lishni) aniqlashda quyidagi jadvaldan foydalanishlarini tavsiya etamiz:

Tanlanmaning hajmin	25-40	40-60	60-100	100-200	p >200
intervallar soni k	5-6	6-8	7-10	8-12	10-15

Uzluksiz o‘zgaruvchan variantadan iborat bo‘lgan tanlanma to‘plamning intervalli statistik taqsimoti quyidagicha bo‘ladi:

Variantaintervallari [X_i; X_{i+1})	Intervalga tegishli variantalar soni n_i	Nisbiy chastota W_i	$\dot{X}_i = \frac{1}{2}[X_i + X_{i+1}]$ xar bir inter-valni o‘rtacha arifmetigi
[X_{min}; X_{min}+h)	n_1	W_1	X_1
[X_{min}+h; X_{min}+2h)	n_2	W_2	X_2
...	...	...	
[X_{min}+(k-1)h; X_{min}+ch)	n_k	W_k	X_K

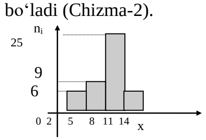
Bu yerda $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$, $w_i = \frac{n_i}{n}$, $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$.

Intervalli statistik taqsimotning gistogrammasini yasash uchun abssissalar o‘qidan **h** uzunlikdagi qismiy intervallarni, bo‘shlang‘ich va oxirgi nuqtalaridan ordinatalari **n_i/h** kattalikdagi (abssissalar o‘qiga parallel) kesmalar o‘tkaziladi, hosil bo‘lgan pagonasimon to‘g‘ri to‘rtburchaklar shu statistik taqsimotnig gistogrammasi bo‘ladi. Masalan, ushbu intervalli statistik taqsimotni gistogrammasini chizamiz:

Intervallar soni [X_i; X_{i+1})	Intervaldagi varian-talarning absalyut chastotalari yig‘in-disi n_i	Chastotazichligi
[2 ; 5)	9	3
[5 ; 8)	10	10
[8 ; 11)	25	25
[11; 14)	6	2

O‘rganilayotgan X son belgini berilgan statistik taqsimoti yordamida uning poligon, gistogramma, doiraviy diagramma, kumulyat va ogi va chizig‘larini chizib geometrik izohlash mumkin.

Bizni misolda tanlanmaning hajmin n=50. Bu intervalli statisistik taqsimotning gistogrammasi quyidagicha bo‘ladi (Chizma-2).



Chizma -2

Tekshirish uchun savollar:

1) Variatsion qator nima va statistik taqsimot qanday tuziladi?
2) Statistik taqsimotni poligon chizig‘i va doiraviy diogrammalari qanday yasaladi?
3) Intervalli statistik taqsimot qachon tuzilada ?
4) Intervallar soni, interval uzunliklarini hisoblashda qo‘llaniladigan Sterdjess formulalarini yozing.
5) Intervalli statistik taqsimotni gistogrammasi, doiraviy diogrammasi qanday yasaladi?

Kalit so‘zlar

Variatsion qator, statistik taqsimot, poligon, doiraviy diogramma, intervalli statistik taqsimot, intervallar soni, interval uzunligi, Sterdjess, formulala, gistogramma, doiraviy diogramma.

Xulosa

O‘rganilayotgan X son belgini berilgan statistik taqsimoti yordamida uning poligon, gistogramma, doiraviy diagramma, kumulyat va ogiva chizig‘larini chizib geometrik izohlash masalalari o‘rganilgan.

§-3. Empirik taqsimot funksiya

Agar tahlil qilinayotganX tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi ma’lum bo‘lsa, uning muhim xususiyatlarini yanada chuqurroq o‘rganish mumkin. Amaliyotda o‘rganilayotgan X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi noma’lum bo‘lib, uni tanlanma ma’lumotlari bo‘yicha baholash kerak bo‘ladi. Ehtimollar nazariyasidan ma’lumki, X tasodifiy miqdorning taqsimot (yoki integral) funksiyasi, X tasodifiy miqdorning x dan kichik qiymat qabul qilish ehtimoli F(x) ga teng

$$P\,(X<x)= F(x). \qquad (2.4)$$

Taqsimot funksiyani statistik ma’lumotla bo‘yicha baholash masalasini o‘rganamiz. Faraz qilaylik X son belgining statistik taqsimoti berilgan bo‘lsin.

X_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$n(x)=\sum_{i=1}^{k} n_i I(x_i < x)$$

Bu yerda $n = n_1 + n_2 + ... + n_k$ tanlanmaning hajmi, n(x) x-dan kichik varianlar soni

$$I(x_i < x)=\begin{cases} 1, & agar \quad x_i < x \quad bo'lsa \\ 0, & agar \quad x_i \ge x \quad bo'lsa \end{cases}$$

Demak, $n(x)$, n ta o‘tkazilgan kuzatishlarda x hodisaning ro‘y berishlari soni.

Ta’rif. Tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasi deb $F_n(x)=\dfrac{n(x)}{n}$ nisbatga aytiladi

$$F_n(x)=\frac{n(x)}{n}=\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{n}*I(x_i < x)=\begin{cases} 0, & agar \quad x < x_1 bo'lsa \\ \frac{n_1}{n}, & agar \quad x_1 \le x < x_2 bo'lsa \\ \frac{n_1}{n}+\frac{n_2}{n}, & agar \quad x_2 \le x < x_3 bo'lsa \\ .... & .... \\ \frac{n_1}{n}+....+\frac{n_{k-1}}{n}, & agar \quad x_{k-1} \le x < x_k bo'lsa \\ 1, & agar \quad x \ge x_k bo'lsa \end{cases} \qquad (2.5')$$

Empirik taqsimot funksiya $F_n(x)$ bilan nazariy taqsimot funksiya $F(x)$ ning farqi shundan iboratki, $F(x)$=**P**$(X < x)$ hodisaning ehtimoli bo‘lsa, empirik taqsimot funksiyasi $F_n(x)$ xuddi shu hodisaning ro‘y berishlari sonining nisbiy chastotasidan iboratdir. Empirik taqsimot funksiya $F_n(x)$ ehtimollar nazariyasida o‘rganilgan nazariy taqsimot funksiyaning $F(x)=P(X<x)$ barcha xossalarini qanoatlantiradi.

Bundan tashqari Glivenko isbotlagan teoremaga asosan

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\sup\left|F_n(x)-F(x)\right| < \varepsilon\right)=1 \qquad \textbf{(2.6)}$$

Empirik taqsimot funksiya $F_n(x)$, tanlanmaning hajmi n ortishi bilan, juda tez $F(x)$ nazariy taqsimot funksiyaga intilib boradi. Empirik taqsimot funksiya $F_n(x)$ ning shakli, zinapoyasimon bo‘lib, $x_1, x_2, ..., x_k$ nuqtalarda sakrashlarga ega va x_m nuqtadagi sakrashi qiymati $\frac{n_m}{n}$ ga teng.

Empirik taqsimot funksiya $F_n(x)$ quyidagi xossalarga ega:

1) Empirik taqsimot funksiyaning qiymatlari [0; 1] kesmaga tegishli $0 \le F_n(x) \le 1$;
2) $F_n(x)$ - kamaymaydigan funksiya,agar $x_1 \le x_2$ bo‘lsa, $F_n(x_1) \le F_n(x_2)$;
3) Agar $x < x_1$ bo‘lsa, u holda $F_n(x)=0$, $x > x_k$ bo‘lsa, u holda $F_n(x)=1$ bo‘ladi.

Tekshirish uchun savollar:

1. Empirik taqsimot funksiya statistik taqsimotga ko‘ra qanday tuziladi?
2. Taqsimot funksiyaning shakli qanday yasaladi?
3. Taqsimot funksiyani xossalarini ayting.

Kalit so‘zlar

Empirik, taqsimot funksiya, statistik taqsimot, taqsimot funksiya, xossalari.

Xulosa

Statistik taqsimotga ko‘ra empirik taqsimot funksiyani tuzish, taqsimot funksiyani geometrik izohlash, taqsimot funksiyani xossalari o‘rganilgan.

§-4. Taqsimot parametrlarining statistik baholari. Nuqtaviy statistikbaho

Matematik statistika fanining asosiy vazifalaridan biri to‘plangan statistik ma’lumotlar asosida o‘rganilayotgan X son belgining noma’lum parametrlariga kafolatli statistik baho qurishdir. Amaliy masalalarni yechishda, o‘rganila-yotgan X- son belgining muhim sonli xarakteristikalarini tanlanma ma’lumotlari asosida baholash lozimbo‘ladi. Masalan, qishloq xo‘jaligida paxta, bug‘doy, sholidan joriy yilda olinadigan o‘rtacha hosildorlikni, o‘stirilayotgan daraxtlarning o‘rtacha yillik bo‘yini o‘sishini aniqlash, statistik taqsimotning tanlanma sonli xarakteristikalarini hisoblashga olib keladi.

Bizga X sonbelgining statistik taqsimoti berilganbo‘lsin:

X_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

Bu yerda tanlanmaning hajmi $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$

Bitta son qiymat bilan aniqlanadigan bahoga, nuqtaviy statistik baho deyiladi. Masalan, tanlanma o‘rta qiymat, tanlanma dispersiya, tuzatilgan tanlanma dispersiya, o‘rtacha kvadratik chetlanish, bo‘shlang‘ich va markaziy empirik momentlar: $\overline{x}_T$, D_T, S_T^2, σ_T, m_k va boshqalar nuqtaviy statistik baholardir.

1).Tanlanma o‘rtacha qiymat. Tanlanma o‘rtacha qiymat, ehtimollar nazariyasidagi matematik kutilishning statistik bahosi bo‘lib, tanlanma to‘plamning o‘rtacha arifmetik qiymatiga teng $\overline{x}_T$.

Agar n hajmli tanlanmada X son belgining barcha kuzatilgan qiymatlari **x_1, x_2, ..., x_n** turlicha bo‘lsa, u holda tanlanma o‘rtacha qiymat quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\overline{x}_T = \frac{1}{n}\sum x_i = \frac{1}{n}\left[x_1 + x_2 + ... + x_k\right] \quad \textbf{(2.7)}$$

Agar X son belgining **x_1, x_2, ..., x_k** qiymatlari mosravishda **n_1, n_2, ...n_k** martadan uchrasa (absalyut chastotalarga ega bo‘lsa) tanlanma o‘rtacha qiymat quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\overline{x}_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i\, n_i = \frac{1}{n}\left[x_1 n_1 + x_2 n_2 + ... + x_k n_k\right] \quad \textbf{(2.8)}$$

2) **Turli o‘rtacha qiymatlarni hisoblash.** Matematik statistikada masalani qo‘yilishiga qarab turli o‘rtacha qiymatlarni hisoblash mumkin, masalan tanlanma o‘rta qiymat (o‘rta arifmetik), o‘rtacha geometrik, o‘rtacha kvadratik va boshqalar. Ular umumiyholda darajali o‘rtacha qiymat formulasidan kelib chiqadi:

$$\nu_k = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^{\,k} n_i\right]^{\frac{1}{k}} \quad (2.9)$$

a) Tanlanma o‘rtacha arifmetik qiymat (2.7) , (2.8) formulaga=1 qo‘yishdan hosil bo‘ladi:

$$\overline{x_T} = \nu_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i\, n_i \ ,$$

b) o‘rtacha garmonik qiymat, (2.8) formulada, k= -1 bo‘lganda kelib chiqadi

$$\overline{x_{гар}} = \nu_{-1} = \frac{n}{\sum \frac{n_i}{x_i}} \ , \quad (2.10)$$

k) xuddi shunday o‘rtacha geometrik

$$\overline{x}_{геомет} = \sqrt[n]{x_1 x_2 ..... x_n} \quad (2.11)$$

d) (2.9) formulada $k = 2$ бўлганда o‘rtacha kvadratik qiymat hosil bo‘ladi

$$\overline{x}_{квадр} = \nu_2 = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^{\,2} n_i\right]^{\frac{1}{2}} .$$

Bu tanlanma xarakteristikalar uchun doimo quyidagi tengsizlik o‘rinli bo‘ladi:

$$\overline{x}_{gar.} < \overline{x}_{geom} \ \overline{<} \ \overline{x}_{arif} < \overline{x}_{kvad}$$

Misol. Faraz qilaylik qishloq xo‘jalik korxonasining ishchilari soni kvartal bo‘yicha quyidagicha o‘zgargan bo‘lsin: 1-kvartalda - 750 kishi, 2-kvartalda-763 kishi, 3- kvartalda -777 kishi, 4-kvartalda-785 kishi.

Ishchilar sonini kvartaldan– kvartalga nisbatan o‘zgarishi quyidagicha bo‘ladi:

2- kvartalda 1-kvartalga nisbatan K_1=763/750=1,0173 ,

3- kvartalda 2-kvartalga nisbatan K_2=777/763=1,0183 ,

4-kvartalda 3-kvartalga nisbatan K_3=785/777=1,0103

O‘rtacha geometrik yordamida, ishchilar sonini kvartallar bo‘yicha o‘rtacha o‘sishi yanada aniqroq aniqlanadi:

$$\overline{K} = \sqrt[3]{k_1 k_2 k_3} = \sqrt[3]{1{,}01173 \ .1{,}083 \ .1{,}0103} \approx 1{,}015$$

yoki 101,5% . Demak, har bir kvartalda xo‘jalikni ishchilari soni o‘rtacha 1,5% ortgan.

Bu natijani quyidagi o‘rtacha o‘sish koeffitsienti yordamida ham aniqlash mumkin

$$\overline{K} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_0}} \ ,$$

bu yerda n –davr oraligi, x_0 va x_n bo‘shlang‘ich va oxirgi davr natijasi:

Bizni misolda n=4 kvartalda

$$\overline{K} = \sqrt[3]{\frac{785}{750}} = \approx 1{,}015.$$

Ya’ni bundan hamavvalgi natija kelib chiqadi.

Agar statistik taqsimot intervalli variatsion qator shaklida berilgan bo‘lsa, u holda tanlanma o‘rtacha qiymatni hisoblashda x_i sifatida i-chi intervalning o‘rtacha qiymati olinib, hosil bo‘lgan diskret statistik taqsimot uchun, yuqoridagidek statistik qonuniyatlari o‘rganiladi, tanlanma xarakteristikalari hisoblanadi.

3)Tanlanma dispersiya. Tanlanma o‘rtacha qiymat statistik taqsimot haqida to‘la ma’lumot bermaydi. Taqsimotlari har xil ammo bir xil matematik kutilishga ega bo‘lgan tasodifiy miqdorlar mavjud. Bundan tashqari, x_i kuzatilgan variantda qiymatlarini uning tanlanma o‘rtacha qiymati $\overline{x}_T$ atrofida joylashish tarqoqligini (sochilishini), bilish lozim bo‘ladi. Masalan, korxonadagi ishchilarning yillik o‘rtacha daromadi, ishchining o‘rtacha oylik daromadidan qanchaga farqlanishini bilish amaliy ahamiyatga egadir.

Kuzatilgan varianta qiymatlarini tanlanma o‘rtacha qiymati $\overline{x}_T$ atrofida joylashish tarqoqligini tanlanma dispersiya xarakterlaydi.

X son belgining tanlanma dispersiya deb, uning har-bir kuzatilgan qiymatini, $\overline{x}_T$ o‘rtacha qiymatidan chetlanishi kvadratlarining, o‘rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi.

Tanlanma dispersiya D_T bilan belgilanadi. Agar n tanlanmaning hajmi bo‘lib, **$x_1, x_2, ..., x_k$** qiymatlari mos ravishda **$n_1, n_2, ..., n_k$** absalyut chastotalarga ega bo‘lsa, tanlanma dispersiya quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$D_T = \mu_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \overline{x}_T)^2 n_i \qquad \textbf{(2.12)}$$

Agar belgining **$x_1, x_2, ..., x_n$** qiymatlari turlicha bo‘lsa, tanlanma dispers

$$D_T = \mu_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \overline{x}_T)^2$$

Bu formulani quyidagicha ham yozish mumkin

$D_T = \overline{x^2} - (\overline{x}_T)^2$ bu yerda $\overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i = \frac{1}{n}(x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + ... + x_k^2 n_k)$.

Bu formuladan variantlarning qiymatlari kichik sonlar bo‘lganda foydalanish qulay.

1) **Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish**.

Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish deb, tanlanma dispersiyasidan chiqarilgan kvadrat ildizga aytiladi va σ_T bilan belgilanadi:

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \overline{x}_T)^2 n_i} \qquad (2.13)$$

5) **Moda.** Statistik taqsimotning eng katta chastotaga ega bo‘lgan variantasining qiymatiga M_0 moda deyiladi.

6) **Mediana.** Statistik taqsimotni teng ikkiga bo‘ladigan variantaning qiymatiga mediana deyiladi:

$$M_e = \begin{cases} x_{m+1}, & \text{agar } k=2m+1 \text{ toq bo‘lsa,} \\ (1/2)(x_m + x_{m+1}), & \text{agar } k=2m \text{ juft bo‘lsa.} \end{cases} \qquad (2.14)$$

7) **Variatsiya koeffitsienti.** Turli tanlanmalarni qiymatlarini, o‘rtacha qiymati atrofida joylashish tarqoqligini, taqqoslashda variatsiya koeffitsientidan foydalaniladi

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\overline{x}_T} 100\,\% \qquad (2.15)$$

§-5. Statistik baholarga qo‘yiladigan asosiy talablar

Yuqorida keltirilgan barcha tanlanma xarakteristikalar, tanlanmaning funksiyasidan iborat bo‘lgan,tasodifiy miqdordir. Ularning qiymatlari tanlanmaning hajmi o‘zgarishi bilan, o‘zgarib turadi.

Nazariy taqsimotni θ noma’lum parametrining statistik bahosi deb, tanlanma to‘plamdan tuzilgan $\theta_n^* = \theta_n^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ funksiyaga aytiladi.

$\theta_n^* - \theta$ ayirma bahoning aniqligi deyiladi. Ayirma qancha kichik bo‘lsa, θ_n^* baho θ parameter uchun shuncha aniq baho hisoblanadi.

Tanlanma to‘plam asosida, o‘rganilayotgan X son belgining noma’lum parametri θ ga qurilgan θ_n^* statistik baho qanday talablarni qanoatlantirganida, eng muqobil statistik baho bo‘ladi?

Matematik statistikada isbotlanganki [7] – [12], noma’lum parametrga qurilgan statistik baho quyidagi uchta talabni qanoatlantirishi kerak:

1) $M(\theta_n^*) = \theta$,

siljimagan, sistematik xatoga ega bo‘lmagan;

2)**asosli**, ya’ni har qanday ε>0 son uchun $n\to\infty$ da

$$\lim_{n\to\infty} P(|\theta_n^* - \theta| < \varepsilon) = 1$$

1) **effektiv statistik baho** bo‘lishi kerak, ya’ni n hajmli tanlanma uchun, eng kichik dispersiyaga ega bo‘lgan

$$D(\theta^* - \theta)^2 = minimum$$

Biz yuqorida o‘rgangan, statistik baholardan $\overline{x}_T$ tanlanma o‘rtacha qiymat, bo‘sh to‘plamning matematik kutilishiga $M(\overline{x}_T) = a$ siljimagan, asosli va effektiv statistik baho bo‘ladi.

Ammo, D_T -tanlanma dispersiya, statistik baholarga qo‘yilgan barcha shartlarni to‘liq qanoatlantirmaydi, u siljigan statistik baho hisoblanadi. Ushbu, tuzatilgan tanlanma dispersiya

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x}_T)^2 n_i \ , \qquad (2.16)$$

bo‘sh to‘plamning dispersiyasi D(X) uchun siljimagan, asosli statistik baho bo‘ladi.

Tuzatilgan tanlanma dispersiya bilan, tanlanma dispersiya orasida quyidagi tenglik o‘rinli $S^2 = \frac{n}{(n-1)} D_T$ bo‘lganligidan, tanlanmaning hajmi n katta bo‘lganda, bu statistik baholar bir-biridan katta farq qilmaydi. Kichik hajmli tanlanma to‘plamlar uchun (n<30), dispersiyani baholashda S^2_T tuzatilgan tanlanma dispersiya formulasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Tuzatilgan S^2_T tanlanma dispersiyasidan olingan kvadrat ildizga $S_T = S$ o‘rtacha kvadratik chetlanish deyiladi

$$S = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sigma_T$$

Tekshirish uchun savollar:

1). Statistik taqsimotning qanday tanlanma xarakteristikalarini bilasiz?
2). Tanlanma o‘rta qiymat, o‘rtacha geometrik, o‘rtacha kvadratik chetlanish va boshqa tanlanma xarakteristikalarni hisoblash formulalarini yozing.
3). Barcha tanlanma xarakteristikalar o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorning tub qonun va mohiyatini ochishda qanday ahamiyatga ega?

Kalit so‘zlar
Statistik taqsimot, tanlanma o‘rta qiymat, o‘rtageometrik, tanlanma xarakteristikalar, tanlanma dispersiya, tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish, moda, mediana, variatsiya koeffitsientlari, boshlangich, markaziy empirik momentlar.

Xulosa
Statistik taqsimotning tanlanma xarakteristikalarini tanlanma o‘rta qiymat, o‘rtachageometrik, tanlanma dispersiya, tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish, moda, mediana, variatsiya koeffitsienti, bo‘shlangich va markaziy empirik momentlarni hisoblash formulalari va ularnibg mohiyati o‘rganilgan.

§-6. Shubhali kuzatish natijasini tekshirish

O‘tkazilgan tajriba natijasida, ma’lum bir variantalarni haqiqiyligiga shubha tug‘ilsa, bu variantani xatolik tufayli, tasodifiy ravishda, tanlanma to‘plamga tushib qolganini quyidagi τ kriteriya bilan aniqlab uni chiqarib tashlash mumkin([10] - [11]):

$$\tau(x_1) = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}, \qquad \tau(x_n) = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2} \quad (2.17)$$

Bu yerda x_1 *va* x_n shubhali variantalar, x_2 *va* x_{n-1} tajriba natijasiga shubha tug‘dirmaydigan variantalarning qiymati.τ_{kuz} –ning (2.17) qiymatini, quyida (Jadval-1 da) keltirilganτ_{kritik}qiymati bilan taqqoslanadi:

1). Agar $\tau_{kuz} > \tau_{kritik}$bo‘lsa, shubhali variantaning qiymati tashlab yuboriladi;

2). Agar $\tau_{kuz} < \tau_{kritik}$bo‘lsa, shubhali variant chiqarib tashlanmaydi tanlanma to‘plamda qoladi.

τ_{kritik} –kriteriyaning (5% li) qiymatdorlik darajasidagi kritik qiymatlari jadvalini keltiramiz:

Jadval-1

n- tanlanmaning hajmi	$\tau(n;\ 0{,}05)$	n- tanlanmaning hajmi	$\tau(n;\ 0{,}05)$
4	0.995	14	0.395
5	0.807	16	0.369
6	0.689	18	0,349
7	0.610	20	0.334
8	0.554	22	0,320
9	0.512	24	0.309
10	0.477	26	0.299
11	0.450	28	0.291
12	0.428	30	0.283

Masalan, yonma-yon ekilgan, qariyib bir xil sharoitda yyetishtirilgan paxta navidan olingan hosildorliklar quyidagicha bo‘ldi: 16 s/ga, 24 s/ga, 25 s/ga, 27 s/ga, 26 s/ga, 36 s/ga.
Bu yerda $x_1 = 16s/ga$ *va* $x_6 = 36$ s/ga qiymatlarni aniqligiga shubha tug‘iladi. (2.16) τ- kriteriyani τ_{kuz}, τ_{kritik}qiymatlarini yuqoridagi tushuntirishlar asosida hisoblaymiz:

$$\tau(x_1) = \frac{x_2 - x_1}{x_5 - x_1} = \frac{24-16}{26-16} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\tau(x_6) = \frac{x_2 - x_6}{x_5 - x_6} = \frac{24-36}{26-36} = \frac{-12}{-10} = 1.2$$

Ilovadan $\tau(n;\ \alpha)$- kritik qiymatini $\tau_{krit} = \tau(6;\ 0.05) = 0.689$topamiz
Ikkala holda ham $\tau_{kuz} > \tau_{kritik}$bo‘lganligidan $x_1 = 16s/ga$ *va* $x_6 = 36$ s/ga shubhali variantani qiymatlarini chiqarib tashlash mumkin.
Agar o‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamning X-son belgisi normal taqsimlangan bo‘lsa, yoki tanlanmaning hajmi $n > 30$ bo‘lsa, shubhali variantaning qiymatini qurilgan oraliqqa yotish yoki yotmasligiga qarab
1) $\bar{x} \pm 2S$ 95% li kafolat bilan uni chiqarib tashlash, tashlanmasligini aniqlash mumkin.

Tanlanmaning hajmi $n < 30$ bo‘lgan holda ham, X-son belgisi normal taqsimlangan bo‘lsa, St’yudent kriteriyasdan foydalanib $\bar{x}\pm$ S t(n-1; α) (ilova-3) javob topish mumkin. Bu yerda S -o‘rtacha kvadratik chetlanishning qiymatini taqriban quyidagi formula bilan baholash mumkin:

$$S = k(x_{max} - x_{min})$$

k –ning qiymati tanlanma hajmiga bog‘liq ravishda quyidagi jadvaldan (Jadval-2) aniqlanishi mumkin:

Jadval-2

N	2-3	4-5	6-10	11-25	26-100
k	0,75	0,50	0,33	0,25	0,20

§-7. Sheppard tuzatmasi

Ma’lumki, intervalli statistik taqsimot berilgan holda, undan diskret taqsimot tuzishda, har-bir intervalni o‘rtacha qiymati olinadi. Barcha intervallarda variantlarni tekis taqsimlanmagan bo‘lishidan va ularning aksariyat qismi, o‘rtacha qiymat atrofida joylashganligi sababli, o‘rganilayotgan uzluksiz tasodifiy miqdorning tanlanma xarakteristikalarni hisoblashda intervalni uzunligiga bog‘liq ravishda sistematik xatolarga yo‘l qo‘yiladi. Interval uzunligi qancha katta bo‘lsa, xato ham shuncha katta bo‘ladi. Bu kamchilik o‘rganilayotgan son belgining tanlanma o‘rtacha qiymatiga qaraganda, tanlanma dispersiyaga ta’siri katta bo‘ladi. Bu kamchilikni tuzatish uchun V. Sheppard quyidagi tuzatmani kiritgan:

$$S_{tuz}^2 = S_T^2 - \frac{1}{12}\lambda^2 \qquad (2.18)$$

Bu yerda $\frac{1}{12}\lambda^2$ ayirma, tuzatilgan tanlanma dispersiya uchun Shippard tuzatmasi deyiladi va u interval uzunligi orqali aniqlanadi:

$$\Delta x = \lambda = \frac{x_{max} - x_{min}}{1+3.32\, lgn}$$

Masalan, yuqorida 2-bob, **§.4** da keltirilgan misolda, k -intervallar /guruhlar/ sonini va Δx = h interval uzunligini Sterdjess tavsiya qilgan formulalar bilan aniqlaymiz:

$$\lambda = \frac{x_{max} - x_{min}}{1+3.32\, lgn}, \quad R_{qul} = x_{max} - x_{min} = 8$$

$$k = 1 + 3.32\lg n = 1 + 3.32\lg 50 = 1 + 3.32 * 1.699 = 6.64,$$

bizni misolda $\Delta x = h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + 3.32\lg n} = \frac{8-0}{6.64} = 1.2$

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{3,27} \approx 1,81, \quad S_T = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sigma_T = \sqrt{\frac{50}{49}}1.81 \approx 1.83 \quad .$$

Sheppard tuzatmasi, tuzatilgan tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish uchun bizni misolda quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{1}{12}\lambda = \frac{1}{12}1.2 = 0.1, \quad S_{tuz}^2 = S_T^2 - \frac{1}{12}\lambda^2 = 1.83 - 0.1 = 1.73$$

Shuni takidlash lozimki, Sheppard tuzatmasidan juda katta aniqlikda talab qilingan ya’ni, tanlanmaning hajmi $n > 500$ dan katta bo‘lganda foydalaniladi. Shu sababli bu Sheppard tuzatmasi formulasidan $S_{tuz}^2 = S_T^2 - \frac{1}{12}\lambda^2$ juda kam hollarda foydalaniladi.

§-8.Qishloq xo‘jaligi ma’lumotlarini bo‘shlang‘ich statistik tahlil qilishga misollar

Misol-1. Fermer xo‘jaligini 100 ga maydonida yyetishtirilgan paxtaning, birinchi terimda hosildorligini baholash uchun shu maydondan tasodifiy ravishda barcha maydonni xarakterlaydigan qilib 50 tupgo‘za olindi. Ulardagi ochilgan chanoqlar soni sanalganida quyidagicha bo‘ldi:

2,4,5,3,2,4,5,3,1,6,4,5,4,0,4,5,2,4,5,3,4,0,1,8,2,4,7,5,1,3,6,4,3,4,6,4,3,6,5,3,4,7, 4,5,2,6,4,5,3,4.

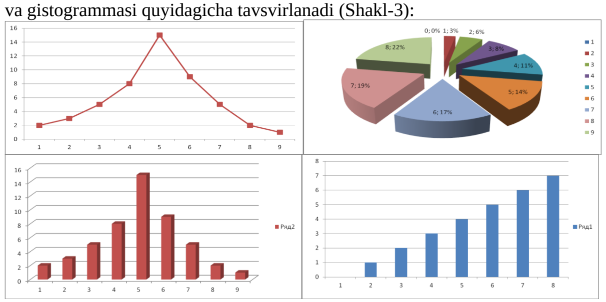
Talab qilingan ochilgan chanoqlar soni X tasodifiy son belgining: 1) statistik taqsimotini tuzish va uni poligon, gistogrammasini yasash; 2) tanlanma o‘rta qiymatini; 3) tanlanma dispersiyasini; 4) tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanishini;

5) moda, mediana, hamda variatsiya koeffitsentlarini hisoblash; 6) empirik taqsimot funksiyasini tuzish talab qilingan.

Yechish. 1) Har bir go‘zadagi ochilgan ko‘saklar sonini X tasodifiy miqdor bilan belgilaymiz, ajratilgan 50 tup g‘o‘za ichida bitta ham ochilgan chanog‘i bo‘lmagan go‘za (0,0) -2 ta, 1-ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (1,1,1) - 3 ta, 2-ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (2,2,2,2,2)- ta, 3–ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (3,3,3,3,3,3,3,3) - 8 ta, 4-ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4,4)- 15 ta, 5-ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (5,5,5,5,5,5,5,5,5)- 9 ta, 6 ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (6,6,6,6,6) - 5ta, 7 ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (7,7)- 2 ta, 8 ta ochilgan chanog‘i bo‘lgani (1)- 1 ta ekanligini ko‘ramiz. Natijada bu misol uchun X-ochilgan ko‘saklar sonini statistik taqsimoti quyidagicha bo‘ladi:

X_t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
n_i	2	3	5	8	15	9	5	2	1

Bu yerda X:0,1,....,8 -ochilgan chanoqlar soni, n_i : 2,3,....,1 mos ravishda go‘za tuplari soni. Bu statistik taqsimotning poligon chizigi, doiraviy diogrammasi va gistogrammasi quyidagicha tavsvirlanadi (Shakl-3):



Chizma -3

Yuqorida takitlanganidek, ba’zi hollarda, masalan uzluksiz X son belgi bo‘yicha kuzatishlar o‘tkazilganida yoki tanlanmani hajmi katta bo‘lib, variantalarni qiymatlari har-xil bo‘lsa, intervalli variatsion qator tuzish kerak bo‘ladi. k–intervallar sonini va Δx=h interval uzunligini Sterdjess tavsiya qilgan (2.3) formulalar bilan aniqlaymiz:

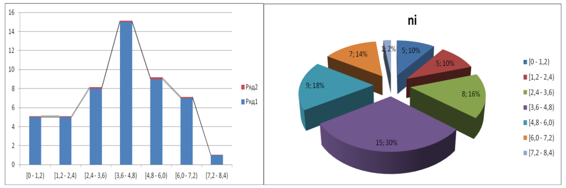
$$k = 1 + 3.32\lg n = 1 + 3.32\lg 50 = 1 + 3.32 * 1.699 = 6.64,$$

$$\Delta x = h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + 3.32\lg n} = \frac{8-0}{6.64} = 1.2$$

Demak, $R_{qul} = x_{max} - x_{min} = 8$ barcha kuzatishlarni [k] =7 guruhga bo‘lib o‘rganish lozim $\Delta x = h = 1.2$, interval uzunligi. Natijada intervalli va ratsion qator quyidagicha bo‘ladi:

Intervallar soni	$[x_i;x_{i+1})$	n_i	W_i
1	[0 - 1,2)	5	0,1
2	[1,2 - 2,4)	5	0,1
3	[2,4 - 3,6)	8	0,16
4	[3,6 - 4,8)	15	0,13
5	[4,8 - 6,0)	9	0,18
6	[6,0 - 7,2)	7	0,14
7	[7,2 - 8,4)	1	0,02
∑		50	1,00

Bu yerda $x_{i+1}=x_i+\Delta x = x_i+h$ va har bir oraliqni yuqori chegarasi shu oraliqqa qarashli emas, quyi chegarasi qarashli bo‘ladi. Yuqoridagi jadval asosida intervalli variatsion qatorni gistogrammasini, doiraviy diogrammasini chizamiz(shakl-4):



Chizma -4

2) Tuzilgan statistik taqsimotning tanlanma xarakteristikalarini hisoblaymiz.

Tanlanma o‘rta qiymati

$$\overline{x_T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i\, n_i = \frac{1}{50}(0{,}2+1{,}3+3{,}8+4{,}15+5{,}9+6{,}5+7{,}2+8{,}1) = 3.88 \approx 3.9$$

Demak, 100 tup go‘zada o‘rtacha 388 ta ochilgan chanoq bo‘ladi.

3) Tanlanma dispersiya D_T ni hisoblaymiz.

$$D_T = \mu_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i = \frac{1}{50}\Big[(0-3.9)^2 2 + (1-3.9)^2 3 + (2-3{,}9)^2 5 + (3-3{,}9)^2 8 + (4-3{,}9)^2 15 +$$

$$+ (5-3{,}9)^2 9 + (6-3{,}9)^{2^2} 5 + (7-3{,}9)^2 2 + (8-3{,}9)^2 1\ \Big] = 3{,}27.$$

$D_T = 3{,}27.$

4) Endi tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish σ_T ni hisoblaymiz.

$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{3{,}27} \approx 1{,}81$

5) Ma’lumki eng kattachastotali varianta M_0 – modda bo‘lganligidan, bizni misolda$M_0=4$ chunki, 4 ta ochilgan chanoqli g‘o‘za eng ko‘p 15 marta uchraydi. Variatsion qatorni teng ikkiga bo‘luvchi varianta mediana bo‘lganligidan $M_e= 4$, Variatsiya koeffitsienti kuzatish natijalarini joylashish tarqoqligini baholaydi (o‘zgaruvchanlik koeffitsenti ham deyiladi)

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\bar{x}_T}100\,\% = \frac{1.81}{3{,}9}100\,\% = 46{,}4\%\,.$$

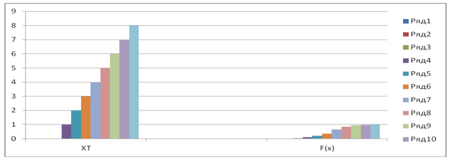
6) Ochilgan chanoqlarsoni X tasodifiy miqdorning empirik taqsimot funksiyasini tuzamiz.

Agar $x\le 0$ bo‘lsa$F^*_{30}=0$, $0\le x<1$, $F^*_{50}=2/50$, $x<2$,

$F^*_{50}= 5/50$, $x<3$, $F^*_{50}=10/50,\ldots$, $x<8$, $F^*_{50}=49/50$, $x\ge 8$ bo‘lsa$F^*_{50}=1$(Chizma -5).

X_T	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_n(x)$	0,04	0,1	0,2	0,36	0,66	0,84	0,94	0,98	1

$F_n(x)$- empirik taqsimot funksiyani grafigi:



Chizma - 5

Misol-2. Ma’lum bir kartoshka navida o‘rtacha necha dona kartoshka bo‘lishini baholash maqsadida, ekin maydondan tasodifiy ravishda 50 tupi olinib, ularning kartoshkalari qazib olinganida har biridagi kartoshkalari soni quyidagicha boldi: 6, 7, 5, 8, 3, 7, 9, 5, 8, 7, 4, 6, 8, 7, 5, 8, 10, 6, 7, 8, 9, 7, 8, 6, 9, 6, 7, 5, 10, 9, 7, 8, 6, 11, 7, 5, 4, 6, 7, 8, 10, 6, 7, 8, 11, 9, 7, 8, 10, 12.

Talab qilinadi: 1) tuplangan statistik ma’lumotlar asosida, har bir tup kartoshkadan terib olingan kartoshkalar soni X son belgining, statistik taqsimotini tuzib geometrik izohlang; 2) tuzilgan statistik taqsimotning muhim sonli xarakteristikalarini tanlanma o‘rtacha qiymatini, tanlanma dispersiyasini, o‘rtacha kvadratik chetlanishini, moda, mediana va variatsiya koeffitsientlarini hisoblang.

Yechish: 1) qazilgan 50 tupning har biridan terib olingan kartoshkalar soni X_i ning qiymatlarini o‘sish tartibida yozib chiqamiz(variatsion qator tuzamiz): 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12.

Hosil qilingan variatsion qator yordamida tanlanmaning statistik taqsimotini tuzamiz:

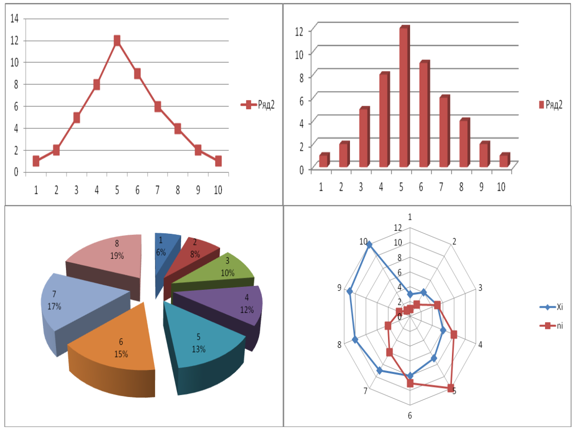
X_i	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n_i	1	2	5	8	12	9	6	4	2	1

Tanlanma to‘plamning hajmin n = 50.

1) . Tuzilgan statistik taqsimotning polygon chizig‘ini chizish uchun abssissalar o‘qiga X_i ning qiymatlarini,ordinatalar o‘qiga ularning soni n_i absalyut

chastotalarning qiymatlarini qo'yamiz. Dekart koordinatalar sistemasida har bir juft (x_i ; n_i) ga mos nuqtalarni tutashtirish natijasida statistik taqsimotni polygon chizigini, gistogrammasini, hamda doiraviy diogrammasini hosil qilamiz(Chizma - 6.).

2). Tuzilgan statistik taqsimot yordamida tanlanma to'plamning sonli xarakteristikalarini hisoblaymiz:



Chizma - 6

a) X_i ning qiymatlari takrorlanib kelgani uchun tanlanma o'rtacha qiymatni (2.7) formula bilanhisoblaymiz:

$\overline{x}_T$ = 1/50(1·3+2·4+5·5+8··6+12·7+9·8+ 6·9+4··10+2·11+1·12)=
=1/50(3+8+25+48+84+72+54+40+22+12)=7,06 , $\bar{x}$ = 7,06 .

b) Tanlanma dispersiyani (2.11) formula bilan hisoblaymiz:

$\overline{x}^2$=1/50(1·3^2+2·4^2+5·5^{2+}8·6^2+12·7^2+9·8^2+6·9^2+4·10^2+2·11^2+1·12^2)=
=1/50(1·9+2·16+5·25+8·36+12·49+9·64+6·81+4·100+2·121+1·144)=
(1/50) (9+32+125+288+588+576+486+400+242+144)=2890/50=57,8

Demak, D_T=57,8 - $(7,06)^2$ = 57,8 - 49,84=7,96 , D_T=7,96.

c) O'rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{7,96}$ =2,82

d) Statistik taqsimotning moda qiymati: M_o=7, medianasi variantalar soni juft bo'lganidan 2k=10, k=5; m_e=1/2(x_5+x_6)=1/2(12+9)=10,5; variatsiya qulochi R= $\overline{x}_{max}$- $\overline{x}_{min}$=12-3=9;
variatsiya koeffitsienti

V_k=(6_T/ $\overline{x}_T$)*100%= (2,82/7,06)*100%=40%

Misol- 3. Pilla omboridan tasodifiy ravishda olingan n=30 dona pillaning og'irliklarini o'lchash natijasi X (gramm hisobida) quyidagicha bo'ldi:
1,80; 1,75; 1,60; 1,85; 1,90; 1,70; 1,75; 1,55; 1,60; 1,60; 1,80; 2,0; 2,0; 1,75; 1,70; 1,75; 1,95; 1,65; 1,85; 1,65; 1,95; 1,80; 2,05; 1,90; 1,80; 1,85; 1,90; 1,70; 1,65; 1,80.

Hisoblash talab qilinadi:
1. O'rganilayotgan X son belgini statistik taqsimoti tuzilsin.
2. Tuzilgan statistik taqsimotning tanlanma o'rta qiytmati, tanlanma dispersiyasi, hamda tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanishi, variatsiya koeffitsientlari hisoblansin.

Yechish**:** **1).** Pilla og'irligining statistik taqsimotini tuzish uchun avvalo variantlarni ortib borish tartibida yozamiz, ya'ni variatsion qator tuzamiz:
1,55; 1,60; 1,60; 1,65; 1,65; 1,65; 1,70; 1,70; 1,70; 1,75; 1,75; 1,75; 1,75; 1,80; 1,80; 1,80; 1,80; 1,80; 1,85; 1,85; 1,85; 1,80; 1,90; 1,90; 1,90; 1,95; 1,95; 2,00; 2,00; 2,05.
Natijada bu misol uchun statistik taqsimot quyidagicha bo'ladi:

X_i	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05
n_i	1	3	3	3	4	5	3	3	2	2	1

2. a) Statistik taqsimotning tanlanma o'rta qiytmatini quyidagi formula bilan hisoblaymiz:

$$\overline{x}_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + ... + x_k n_k}{n}$$

Bir dona pillaning tanlanma o'rtacha qiytmati(og'irligi)

b) tanlanma dispersiyani quyidagi formula bilan 0

$$D_T = \frac{\sum (x_i - \overline{x_T})^2 n_i}{n} = \overline{x^2} - \left(\overline{x_T}\right)^2$$ hisoblaymiz, bu yerda

$$\overline{x^2} = \frac{x_1^{\ 2} n_1 + x_2^{\ 2} n_2 + ... + x_k^{\ 2} n_k}{n},$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{30}\left((1.55)^2 \cdot 1 + (1.60)^2 \cdot 3 + (1.65)^2 \cdot 3 + (1.70)^2 \cdot 3 + (1.75)^2 \cdot 4 + (1.80)^2 \cdot 5 + (1.85)^2 \cdot 3 + (1.90)^2 \cdot 3 + (1.95)^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 2 + (2.05)^2 \cdot 1\right)$$

$$= \frac{96.275}{30} = 3.209$$

Bundan tanlanma dispersiya:

$$D_T = \overline{x^2} - \left(\overline{x_T}\right)^2 = 3.209 - 1.79^2 = 3.209 - 3.2041 = 0.0049 .\ D_T = 0.0049 .$$

v) Endi tanlanma va tuzatilgan o‘rtacha kvadratik chetlanishlarini topamiz:

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{0.0049} = 0.07\,.$$

$$S_T = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sigma_T = \sqrt{\frac{50}{49}}0{,}07 \approx 1{,}01 * 0{,}07 = 0.0707 \approx 0{,}071\,.$$

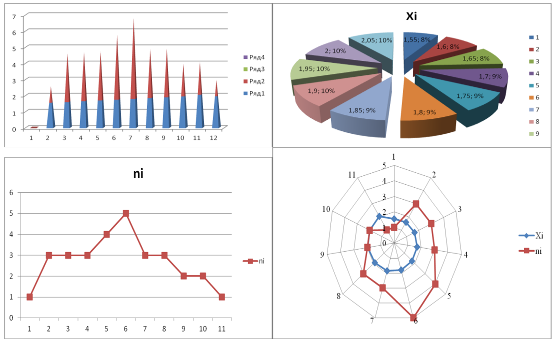
$$S_T \approx \sigma_T = 0{,}071\,.$$

s) Bu tasodifiy miqdorning moda va medianalari teng

$$M_0 = M_e = 1{,}80\,.$$

variatsiya koeffitsienti

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\bar{x}_T}100\,\% = \frac{0{,}07}{1{,}79}100\,\% = 3{,}91\,\%$$



Chizma - 7

Tekshirish uchun savollar:

1. Statistik taqsimotni tanlanma xarakteristikalari: $\bar{x}_t$, D_t, M_0, M_e ,V_k larini hisoblash formulalarini yozing.
2. Statistik taqsimotni qanday shakllarda geometrik izohlash mumkin?
3. Tanlanma xarakteristikalarini hisoblashdan maqsad nima, ularni o‘rganilayotgan tasodifiy miqdor haqida nazariy va amaliy xulosalar chiqarishdagi ahamiyati qanday ?

Kalit so‘zlar

X son, sifat, belgi, statistik taqsimot, tanlanma, xarakteristikai $\bar{X}_T$,$\bar{D}_T$, M_0, M_e ,V_k , geometrik, izohlash.

Xulosa

O‘rganilayotgan X son yoki sifat belgining statistik taqsimotini tuzish va tanlanma xarakteristikalarini $\bar{X}_T$,D_T, M_0, M_e ,V_k hisoblash va ularning mohiyati, geometrik izohlash masalalari o‘rganilgan.

§-9. Tanlanma to‘plamning sonli xarakteristikalarini ko‘paytmalar usuli bilan hisoblash

Agar variantlarni qiymatlari katta sonlar bo‘lsa, tanlanma xarakteristikalarini yuqorida keltirilgan formulalar bilan hisoblash qiyinlashadi. Bunday hollarda ko‘paytmalar va yig‘indilar usularidan foydalanib hisoblash mumkin. Bu usullarda shartli variantalarga o‘tilib talab qilingan sonli xarakteristikalar baholanadi.

Bizga o‘rganilayotgan X son belgining statistik taqsimoti berilgan bo‘lsin. Teng uzoqlikdagi variantalar deb, $h = x_{i+1} - x_i$ ayirmasi(o‘zgarmas) yani arifmetik progressiya tashkil etadigan variantalarga aytiladi.

Shartli variantalarga o‘tamiz:

$$U_i = \frac{x_i - C}{h} \qquad (2.19)$$

bu yerda k - soxta nol (ko‘pincha moda yoki o‘rtacha qiymati olinadi), $h = x_{i+1} - x_i$ - qadami, ikkita ketma-ket qo‘shni variantalar orasidagi farq.

Shartli variantalar butun sonlardan iborat bo‘lganligidan, ular bilan turli arifmetik amallarni bajarish yengil bo‘ladi .

Bo‘shlangich, oddiy va markaziy empirik momentlarni hisoblash

Tanlanmani sonli yig‘ma xarakteristikalarini hisoblashda empirik momentlar-dan foydalanish qulay bo‘ladi. Empirik momentlar statistik taqsimot ya’ni kuzatish natijalari bo‘yicha hisoblanadi. k-chi tartibli oddiy bo‘shlang‘ich empirik moment-ni hisoblash formulasi quyidagicha:

$$\alpha_k = \frac{1}{n}\sum x_i^k n_i \qquad \mathbf{(2.20)}$$

xususan (2.20) da k=1 bo‘lsa, $\alpha_1 = \bar{x}_T = \frac{1}{n}\sum x_i n_i$ bo‘ladi. Demak, birinchi tartibli bo‘shlang‘ich empirik moment tanlanma o‘rtacha qiymatga teng.

k - tartibli markaziy empirik moment

$$m_k = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x}_T)^k n_i \qquad \mathbf{(2.\ 21)}$$

xususan k=2 bo‘lsa, $D_T = m_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i$ kelib chiqadi.

Ikkinchi tartibli markaziy empirik moment tanlanma dispersiyaga teng.

Markaziy momentlarni oddiy momentlar orqali ifodalash mumkin: masalan

$$m_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i = M_2^* - (M_1^*)^2 .$$

Markaziy momentlarni shartli empirik momentlar bo‘yicha hisoblashni ko‘rsatamiz. k-tartibli shartli empirik moment deb, shartli variantalar uchun hisoblangan k-tartibli bo‘shlang‘ich momentga aytiladi

$$U_i = \frac{x_i - C}{h},$$

$$M_K^* = \frac{1}{n}\sum_{i=-}^{k} \left[\frac{x_i - C}{h} \right]^k n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} U_i^k n_i \qquad (2.22)$$

Xususan k=1 bo‘lganda $M_1^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} \left[\frac{x_i - C}{h} \right]^1 n_i = \frac{1}{h}[\bar{X}_T - C]$ bo‘ladi.

Bu tenglikdan $$\bar{X}_T = C + hM_1^- \qquad \mathbf{(2.23)}$$

Tanlanma dispersiya shartli momentlar orqali ushbu formuladan topiladi

$$D_T = h^2[M_2^* - (M_1^*)^2] \qquad \mathbf{(2.24)}$$

Markaziy yuqori tartibli empirik momentlar shartli momentlar orqali quydagicha ifodalanadi: $m_2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i = h^2[M_2^* - (M_1^*)^2],$

$$m_3 = h^3[M_3^* - 3M_2^* M_1^* + 2(M_1^*)^3],$$

(2.25)

$$m_4 = h^4[M_4^* - 4M_3^* M_1^* + 6M_2^*(M_1^*)^2 - 3(M_1^*)^4]$$

Ko‘paytmalar usuli yordamida tanlanma o‘rtacha qiymat va tanlanma dispersiya (2.23) va (2.24) formulalar orqali hisoblanadi.

Bundan tashqari, o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorni normal taqsimotga ega ekanligini parametrik kriteriyalar yordamida ham tekshirish mumkin. Buning uchun tasodifiy miqdorning asimmetriya va ekssessasi hisoblanadi:

$$A_s = \frac{m_3}{S_T^3},\; E_R = \frac{m_4}{S_T^4} - 3, \qquad (2.26)$$

Agar ularning qiymatlari nulga yaqin bo‘lsa, tasodifiy miqdorni normal taqsilangan deb olish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1) O‘rganilayotgan tasodifiy miqdorning qiymatlari qanday sonlar bo‘lganda, ko‘paytmalar usuli bilan tanlanma xarakteristikalarini hisoblash qulay?
2) Bo‘shlangich, oddiy, markaziy empirik momentlarni hisoblashda ko‘paytmalar usuli bilan tuziladigan jadvalning umumiy sxemasini tushintiring.
3) Yuqori tartibli markiziy empirik momentlarni, shartli momentlar orqali ifodalangan formulalarini yozing.

4) Tasodifiy miqdorni tanlanma xarakteristikalari asimmetriya va ekssessani geometrik izohi va ma’nosini tushuntiring?

Kalit so‘zlar

Shartli, markaziy, moment**,** asimmetriya, ekssessa, ko‘paytmalar usuli.

Xulosa

Ko‘paytmalar usuli bilan tanlanma xarakteristikalarini hisoblash o‘rganilgan.

§-10. Qishloq xo‘jaligi masalalarini ko‘paytmalar usuli bilan Yechish

Misol. 100 ta xo‘jalikda yyetishtirilgan don hosildorligi (s/ga) va mos tuproq unumdorligi (ball banateti) bo‘yicha statistik ma’lumotlarni intervalli statistik taqsimoti quyidagicha bo‘ldi (Bu yerda yig‘ilgan statistik ma’lumotlar Sterdjess formulalari yordamida k=7 intervalga, hosildorlik uchun interval uzunligi h_1=(42-14)7=4 s/ga, tuproq unumdorligi uchun h_2=(91 - 61)/6=5 ball olingan):

Jadval-1

Guruh -lar	O‘rtacha hosildorlik (s/ga)	Tuproqunimdorligi (ballbanateti)						Jami
		[61,0-6,0)	[66,1-71,0)	[71,1-76,0)	[76,1-81,0)	[81,0-86,0)	[86,1-91,0)	n_i
1)	[14,0-18,0)	5	3	-	1	-	-	9
2)	[18,1-22,0)	1	10	4	-	-	-	15
3)	[22,1-26,0)	-	2	9	5	-	-	16
4)	[26,1-30,0)	-	1	3	15	5	-	24
5)	[30,1-34,0)	-	-	1	3	11	3	18
6)	[34,1-38,0)	-	-	-	-	2	4	6
7)	[38,1-42,0)	6	16	17	25	22	14	100

Bu jadvaldan don hosildorligini diskret statistik taqsimoti quyidagicha bo‘ladi:

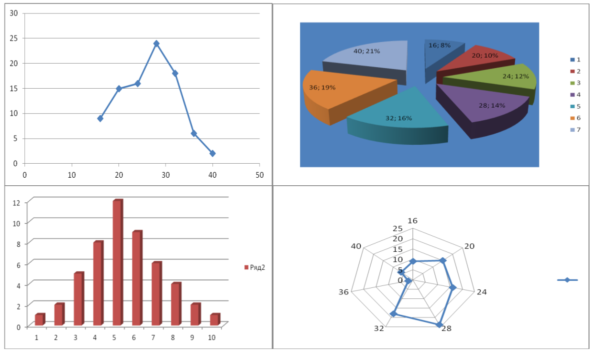
Jadval-2

Guruhlarsoni	Hosildorlik (s/ga)[x_i- x_{i+1})	Intervalni o‘rtacha $\bar{x}_i = \frac{1}{2}[x_i + x_{i+1}]$qiymati	Xo‘jaliklarsoni n_i	$n_i x_i$
I	[14,0- 18,0)	16,0	9	144
II	[18,1- 22,0)	20,0	15	300
III	[22,1- 26,0)	24,0	16	384
IV	[26,1- 30,0)	28,0	24	672
V	[30,1- 34,0)	32,0	18	576
VI	[34,1- 38,0)	36,0	2	432
VII	[38,1- 42,0)	40,0	6	240
JAMI	-		100	2748

Bu taqsimotni poligon, doiraviy diogrammasi va gistogrammasi Chizma - 8 da berilgan. Barcha xo‘jaliklar uchun o‘rtacha hosildorlikni hisoblaymiz:

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + ... + x_k n_k}{n} = \frac{2748}{100} = 27,48\ s/ga$$

Hisoblashlarni yengillashtirish maqsadida shartli variantlarga o‘tamiz. Bizni misolda $\bar{X}_T$=27,48 s/ga bo‘lganligidan shartli variant uchun K=28s/ga deb olib,



Chizma -8

$U_i = \frac{X_i - 28}{4}$ quyidagi yordamchi jadavalni tuzamiz:

JADVAL-3

Guruh-lar	Hosildorlik $[x_i\ ;\ x_{i+1}[$	O‘rtacha qiymati x_i	Xo‘ja liklar soni n_i	Shartli variantani qiymatlari (s/ga)		n_iU_i	$n_iU_i^2$	$n_iU_i^3$	$n_iU_i^4$
				x_i-K	U_i=(x_i-K)/h				
I	[14,0...18,0)	16,0	9	-12	-3	-27	81	-243	729
II	[18,1...22,0)	20,0	15	-8	-2	-30	60	-120	240
III	[22,1...26,0)	24,0	16	-4	-1	-16	16	-16	16
IV	[26,1...30,0)	28,0	24	0	0	0	0	0	0
V	[30,1...34,0)	32,0	18	4	1	18	18	18	18
VI	[34,1...38,0)	36,0	2	8	2	24	48	96	192
VII	[38,1...42,0)	40,0	6	12	3	18	54	162	486
JAMI		-	100	-	-	-13	279	-103	1681

Shartli tanlanma momentlarni hisoblash formulasiga asosan (h=x_{i+1}-x_i=4).

$$U_i = \frac{x_i - C}{h},\ M_K^* = \frac{1}{n}\sum_{i=-}^{k}\left[\frac{x_i - C}{h}\right]^k n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} U_i^k n_i$$

Xususan k=1 bo‘lganda $M_1^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{x_i - C}{h}\right]^1 n_i = \frac{1}{h}\left[\bar{x}_T - C\right]$ bo‘ladi.

Bu tenglikdan $\bar{x}_T = C + hM_1$ $\bar{M}_1 = \frac{-13}{100} = -0,13$ natijada, hosildorlik uchun

tanlanma o‘rtacha qiymat $\bar{x}_T = C + hM_1 = 28 + (-0,13) * 4 = 27,48$

Yuqorida keltirilgan formulalar yordamida shartli momentlarni va ular yordamida markaziy empirik momentlarni jadvaldan(jadval-3) foydalanib hisoblaymiz:

$$M_2^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7}\left[\frac{x_i - 28}{4}\right]^2 n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} U_i^2 n_i = \frac{279}{100} = 2,79$$

$$D_T = h^2\left[M_2^* - (M_1^*)^2\right] = 4^2\left[2,79 - (-0,13)^2\right] = 16(2,79 - 0,0169) = 16 * 2,7731 = 44,3696$$

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{44,3696} = 6.661\ .$$

$$M_3^* = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{7}\left[\frac{x_i - 28}{4}\right]^3 n_i = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{7} U_i^3 n_i = \frac{-103}{100} = -1,03$$

$$M_4^* = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{7}\left[\frac{x_i - 28}{4}\right]^4 n_i = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{7} U_i^4 n_i = \frac{1681}{100} = 16,81$$

$$m_3 = h^3\left[M_3^* - 3M_2^* M_1^* + 2(M_1^*)^3\right] = 4^3\left[-1,03 - 3 * 2,79 * (-0,13) + 2(-0,13)^3\right] =$$
$$= 64\left[-1,03 + 1,0881 + 2(-0,002197)\right] = 64 * 0,0537 = 3,4368\ .$$

$$m_4 = h^4\left[M_4^* - 4M_3^* M_1^* + 6M_2^*(M_1^*)^2 - 3(M_1^*)^4\right] = 4^4\left[16,81 - 4 * (-1,03) * (-0,13) +\right.$$
$$\left. + 6 * 2,79(-0,13)^2 - 3 * (-0,13)^4\right] = 256(16,81 - 0,05356 + 0,2829 - 0,0008568) =$$
$$= 256 * 17,03848 = 4361,85165\ .$$

O‘rganilayotgan tasodifiy miqdorni muhim xarakteristikalari bo‘lgan asimmertiya va ekssessasini hisoblaymiz:

$$A_s = \frac{m_3}{S_T^3} = \frac{3,4368}{6,661^3} = \frac{3,4368}{295,5414} = 0,01163\ ,$$

$$E_s = \frac{m_4}{S_T^4} - 3 = \frac{4361,85165}{1968,6013} - 3 = 2,21571 - 3 = -0,7843\ .$$

Asimmertiya, ekssessasini hisoblangan qiymatlaridan ko‘rinadiki, xo‘jalikda yyetishtirilgan o‘rtacha don hosildorligi, normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb olinishi mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1. Jadvalda shartli variantaga qanday o‘tilganini tushuntiring?
2. Shartli momentlar yordamida, markaziy momentlarni hisoblash formulalarini yozing.
3. Asimmetriya va ekssessani hisoblash formulalarini yozib bu sonli xarakteristikalarni mohiyatini ayting.

Kalit so‘zlar

Jadval, shartlivarianta, shartlimoment, markaziymoment, asimmetriya, ekssessa, formulalar.

Xulosa

Berilgan qishloq xo‘jalik ma’lumotlari bo‘yicha shartli variantalarga o‘tilib momentlari, asimmetriya va ekssessalari hisoblanib ular asosida xulosalar chiqarilgan.

§-11. Intervalli statistik baho

Bitta son qiymat bilan aniqlanadigan nuqtaviy statistik bahoni o‘tgan mavzularda o‘rgandik. Tanlanmaning hajmi kichik bo‘lganda, nuqtaviy statistik bahoning aniqligi kamayadi. Masalan, qishloq xo‘jaligida yangi yaratilgan nav bo‘yincha ko‘pi bilan 3-5 yil tajriba o‘tkaziladi, ya’ni asosan kichik hajmli tanlanma to‘plamlar bilan ishlanadi. Bunday hollarda intervalli statistik baho qurish lozim bo‘ladi([7] - [12]).

Intervalli statistik baho **(**oraliq baho) deb, ikkita son – intervalning uchlari bilan aniqlanadigan statistik bahoga aytiladi.

Farazqilaylik $\theta *$ – noma’lum θ parametrning bahosi bo‘lsin. Barcha nuqtaviy baholar tanlanma asosida baholanadi, lekin tanlanmalar tasodifiy bo‘lganligi uchun, baholar ham tasodifiy miqdor bo‘ladi va ular θ parametrlardan farq qiladi. Bahoning aniqliligini $\Delta(\Delta > 0)$deb belgilasak, u holda $|\theta - \theta *| \le \Delta$ bo‘ladi, Δ qanchalik kichikbo‘lsa, $\theta *$ bahoshunchalik aniq bo‘ladi. Statistik usullar $\theta *$ baho $|\theta - \theta *| \le \Delta$ tengsizlikni doimo qanoantlantiradi deb qat’iy davo qilishga imkon bermaydi, har qanday aniqlikni, ma’lum bir γ ehtimol bilan olish mumkin.

$$P\{|\theta - \theta *| \le \Delta\} = \gamma \qquad (2.\ 27)$$

va $|\theta - \theta *| \le \Delta$ tengsizlikni unga teng kuchli bo‘lgan $\theta * - \Delta \le \theta \le \theta * + \Delta$ tengsizlik bilanalmashtirsak (2.26) quyidagi ko‘rinishni oladi

$$P\{\theta * - \Delta \le \theta \le \theta * + \Delta\} = \gamma \ (2.28)$$

(2.27**)**tenglik $[\theta * - \Delta, \theta * + \Delta]$oraliq, θ noma’lum parametrning qiymatini γ ishonch ehtimoli bilan qoplashini bildiradi. $[\theta * - \Delta, \theta * + \Delta]$oraliqqa ishonchlilik oralig‘i deyiladi, γ - ehtimollikka ishonchlilik ehtimoli ham deyiladi. Ko‘p hollarda γ birgayaqin qilib tanlanadi (masalan 0,95; 0,98, 0.99 va x.k.). Ammo, shuni unutmaslik kerakki, γ ni birga juda yaqin tanlash ba’zan (qo‘pol) 2-tur xatoga olib kelishi mumkin (Neyman-Pirson isbotlagan teorema). Demak, masalani quyilishiga qarab γ ni qanday tanlashni bilish kerak bo‘ladi.

§-12. Statistik tadqiqotlarda qo‘llanadigan ayrim muhim taqsimotlar

1) Pirsonning χ^2 taqsimoti.

Statistik gipotezalarni tekshirishda keng qo‘llaniladigan, normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning funksiyasidan iborat bo‘lgan ayrim muhim taqsimotlarga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz.

Agar $X_1, X_2, ..., X_n$ matematik kutilishi $MX_i = 0$, dispersiyasi $DX = \sigma^2 = 1$ bo‘lgan, o‘zaro erkli normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo‘lsa, u holda bu miqdorlarning kvadratlarini yig‘indisi

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \qquad \mathbf{(2.29)}$$

$k = n$ erkinlik darajali Pirsonning χ^2 (“xi kvadrat”) qonuni bo‘yicha taqsimlangan bo‘ladi([1], [11]). Bu tasodifiy miqdorlar bitta chiziqli munosabat bilan bog‘langan bo‘lsa $\sum_{i=1}^{n} X_i = n * \overline{X_T}$, uning erkinlik darajalari soni $k = n - 1$ bo‘ladi. Isbotlanganki, erkinlik darajalari soni n ortishi bilan χ^2 taqsimot, normal taqsimotga yaqinlashadi.

Pirsonning χ^2 (“xi kvadrat”) kriteriyasi, o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni haqidagi statistik gipotezalarni tekshirishda qo‘llaniladi. Uning kritik qiymatlari ushbu qo‘llanmaning ilova- 6 dan olinadi.

2). St’yudent taqsimoti.

O‘rganilayotgan Z tasodifiy miqdor, matematik kutilishi $M(Z) = 0$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma(Z) = 1$, bo‘lgan $Z \in N(0,1)$ normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lsin. $V = (n-1)S_T^2 / \sigma^2$ miqdor, k erkinlik darajali χ^2 qonun bo‘yicha taqsimlangan va Z ga bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdor bo‘lsa, u holda

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{V}{k}}} \quad \mathbf{(2.\ 30\ )}$$

$$S_k(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{k\pi}\,\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}\left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}, \quad -\infty < x < \infty \qquad (2.31\ )$$

$k \to \infty$ da, St’yudent taqsimoti, standart normal taqsimotga yaqinlashadi

$$S_k(x) \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Bu (2. 31) miqdor t - taqsimot yoki k erkinlik darajali St’yudent (ingliz statistigi V. Gosset) taqsimoti bo‘lib([1]- [12]), uning kritik qiymatlari ushbu qo‘llanmaning ilova – 3 da berilgan.

Erkinlik darajalari soni ortishi bilan Styudent taqsimoti, normal taqsimotga juda tez yaqinlashganligidan, tanlanmaning hajmi $n > 30$ katta bo‘lganda St’yudent taqsimotining qiymati, normal taqsimotni qiymatidan katta farq qilmaydi.

Qishloq xo‘jalik ma’lumotlarini statistik tahlil qilishda, xususan kelgusi yillar uchun hosildorlikni ma’lum bir kafolat bilan prognoz (bashorat) qilishda, Styudent taqsimoti muhim rol o‘ynaydi.

§-13. Normal taqsimotning noma’lum parametrlariga intervalli statistik baho qurish

Qishloq xo‘jalik ekinlari yetarli katta maydonlarda ekilib, barcha maydon uchun agrotexnik ishlov va boshqa tadbirlar bir vaqtda, qariyib bir xil sharoitda amalga oshiriladi. Natijada, maydondagi g‘o‘zalarni qalinliklari, uzunliklari, har biridagi shoxlari, ko‘saklari soni, ochilgan chanoqlari soni diyarli bir xil bo‘ladi. Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasiga asosan, qishloq xo‘jalik ekinlarining aksariyat holda yuqorida sanalgan barcha parametrlarini o‘rta arifmetik qiymatlarini, tanlanmaning hajmi $n > 30$ katta bo‘lganda, normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlar;- deb qarashimiz mumkin([1] - [12]).

Bu muhim tasdiq, ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasining xulosasi bo‘lib, undan barcha ilmiy tajriba natijalarini tahlil qilishda xususan qishloq xo‘jalik masalalarini yechishda keng foydalaniladi.

Faraz qilaylik, o‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamning X son belgisi matematik kutilishi $M(X) = a$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma = \sqrt{D(X)}$ bo‘lgan normal taqsimotga ega bo‘lsin. Bu normal taqsimlangan tasodifiy miqdor, qisqacha X~$N(a;\sigma)$ yoziladi. Normal taqsimot ikkita parametri orqali bir qiymatli aniqlanadi, shu sababli birinchi asosiy vazifa, tanlanma to‘plam yordamida, noma’lum parametr matematik kutilish $M(X) = a$, va o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma = \sqrt{D(X)}$ ni baholashdan iborat bo‘ladi. Bunda σ ma’lum va noma’lum hollarani alohida o‘rganamiz.

1. Normal taqsimotning noma’lum matematik kutilishi $M(X) = a$ ga, uning o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ ma’lum holda, intervalli statistik baho qurish.

Faraz qilaylik o‘rganayotgan bo‘sh to‘plamning X son belgisi $N(a;\sigma)$ parametrli normal taqsimotga ega bo‘lib, σ o‘rtacha kvadratik chetlanishi ma’lum bo‘lsin. Olingan $x_1, x_2, \dots x_n$ tanlanma to‘plam yordamida, uning noma’lum matematik kutilishi a -ga γ kafolat bilan intervalli statistik baho qurish talab etiladi. Bu holda avvalo tanlanma o‘rta qiymat hisoblanadi

$$\overline{X}_T = \frac{1}{n}\sum x_i = \frac{1}{n}\left[x_1 + x_2 + \dots + x_k\right].$$

Bu tasodifiy miqdor $\overline{X}_T$ ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasigaasosan $N(a; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ parametrli normal taqsimotga egabo‘ladi, $\gamma = P\left\{|\,\overline{x} - a\,|\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < Z_\gamma\right\} = 2\Phi(Z_\gamma)$

Bu yerda Laplas funksiyasining qiymati $\Phi(Z_\gamma)$ normal taqsimot qonuni jadvalidan (ilova – 2dan) topiladi. Natijada, γ kafolat bilan noma’lum matematik kutilish a – ga intervalli statistik baho σma’lum holda quyidagi munosabat yordamida quriladi:

$$\left(\overline{x}_T - \frac{\sigma Z_\gamma}{\sqrt{n}}, \overline{x}_T + \frac{\sigma Z_\gamma}{\sqrt{n}}\right) \quad (2.32)$$

2) Normal taqsimotning noma’lum matematik kutilishi $M(X) = a$ ga, uning o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ noma’lum holda, intervalli statistik baho qurish.

Bo‘sh to‘plamning X son belgisi normal taqsimlangan va uni matematik kutilishi a va o‘rtacha kvadratik chetlanish σ-noma’lum bo‘lsin. Normal taqsimotning noma’lum matematik kutilish a ga γ kafolat bilan ishonch intervali qurish talab etiladi.

Bu savolga javob berish uchun tanlanma to‘plam ma’lumotlariga asosan, uning tanlanma xarakteristikalarini hisoblab,

$$\overline{x}_T = \frac{1}{n}\sum x_i\, n_i\,,\; S^2 = \frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x}_T)^2 n_i$$

ular yordamida quyidagi tasodifiy miqdorni tuzamiz

$$T_n = \frac{\sqrt{n}}{S}(\overline{x}_T - a)$$

Isbotlanganki[1], [2], bu miqdor $k = n - 1$ ozodlik darajali Styudent taqsimotga ega bo‘ladi. Bu yerda $\overline{x}_t$ – tanlanma o‘rtacha qiymat, S – tuzatilgan tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish, n – tanlanmaning hajmi

$$P\left(\frac{\sqrt{n}}{S}\left|\,\overline{x}_T - a\,\right| < t_\gamma\right) = \gamma \quad (2.33)$$

munosabat bajarilishi kerak, γ- berilgan ishonchlilik (kafolatli) ehtimoli. Bundan:

$$P\left(\overline{x}_T - t_\gamma\frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \overline{x}_T + \frac{S}{\sqrt{n}}t_\gamma\right) = \gamma \quad (2.34)$$

Natijada 6 noma’lum bo‘lganda, noma’lum matematik kutilishga γ kafolat (ishonchlilik) bilan ishonch intervalini quyidagi munosabat orqali qurish mumkin:

$$\overline{x}_T - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \overline{x}_T + \frac{S}{\sqrt{n}} t_\gamma \qquad (2.35)$$

Bu yerda $t_\gamma = t(n,\gamma)$ ning qiymati berilgan n va γ lar bo‘yicha St’yudent taqsimoti jadvalidan olinadi (Masalan, ushbu qo‘llanmaning ilova-3 dan foydalanib topiladi).

Xulosa: (2.35) munosabatdan foydalanib, o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligiga γ kafolat bilan intervall istatistik baho qurish mumkin.

2) Normal taqsimotning noma’lum o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ uchun intervalli statistik baho qurish.

Bo‘sh to‘plamning X son belgisi normal taqsimlangan bo‘lsin X~ $N(a;\sigma)$. Normal taqsimotning noma’lum o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ-ni, tuzatilgan o‘rtacha kvadrat chetlanish S orqali baholash talab qilinadi. Noma’lum dispersiya uchun eng yaxshi statistik baho tuzatilgan tanlanma dispersiya bo‘ladi. Quyidagi tasodifiy miqdor ([1]- [12]) $(n-1)S^2/\sigma^2$, $k = n-1$ ozodlilik darajali χ^2 taqsimot qonuniga ega ekanligidan foydalanib, quyidagi noma’lum o‘rtacha kvadratik chetlanish σ ni, γ kafolat (ishonchlilik) bilan qoplaydigan intervalli statistik bahoga ega bo‘lamiz:

1) $q < 1$, $S_T(1-q) < \sigma < S_T(1+q)$ (2.36)

2) $q > 1$, $0 < \sigma < S_T(1+q)$ (2.37)

Bu yerda $q(n;\gamma) = q$ ning qiymati mazkur qo‘llanmaning ilova– 6 da berilgan χ^2 - ning kritik qiymatlari jadvalidan topiladi.

Tekshirish uchun savollar:

Qurilgan nuqtaviy statistik baholar qanday talablarni qanoatlantirganda yaxshi statistik baho hisoblanadi?

1. Tanlanma o‘rtacha qiymat va tanlanma dispersiyalar uchun siljimagan, asosli va effektiv statistik baholarni yozing.
2. Normal taqsimotning noma’lum parametrlariga qurilgan intervalli statistik baholarni yozib, unga qishloq xo‘jaligidan misollar keltiring?

Kalit so‘zlar

Qurilgan, nuqtaviy, statistikbaho, talablar, tanlanma o‘rtacha qiymat, dispersiya, siljimagan, asosli, effektivstatistikbaholar, normal taqsimot, noma’lum parametrlar, iervalli statistik baho.

Xulosa

Nuqtaviy statistik baholar va ularga qo‘yiladigan asosiy talablar, tanlanma o‘rtacha qiymat va tanlanma dispersiyalar uchun siljimagan, asosli

va effektiv statistik baholarni qurilgan. Normal taqsimotning noma’lum parametrlariga intervalli statistik baholar qurilib, unga qishloq xo‘jaligidan misollar keltirilgan.

§ 14. Qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligiga intervalli statistik baho qurishga doir misollar yechish

Misol-1 . Xar-bir tup g‘o‘zadan o‘rtacha birinchi terimda terib olingan paxta miqdori(§1.4-dagi misol-1 ga qarang) X tasodifiy miqdorni quyidagi tanlanma xarakteristikali normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb qarab,

$$\sigma_T = \sqrt{D_T}\ \sqrt{3,27} \approx S_T \approx 1,81, \quad n = 50$$

uning:

a) noma’lum (matematik kutilish) haqiqiy birinhi terimda terib olinadiganhosildorligi a ga ; b) o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ ga γ=0,95 (95% li)–kafolat bilan intervalli statistik baho quring?

Yechish. a) O‘tgan mavzuda takidlanganidek, bir-biridan katta farq qilmaydigan tasodifiy miqdorlarning o‘rta arifmetik qiymati $n > 30$ dan katta bo‘lganda, normal taqsimotga ega bo‘ladi. Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni noma’lum matematik kutilishi a uchun**γ**- kafolat bilan intervalistatistik bahoni, (2.35) formulaga asosan quramiz([1] - [12]):

$$\overline{x}_T - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \overline{x}_T + \frac{S}{\sqrt{n}} t_\gamma$$

St’yudent taqsimot jadvalidan **t**(50;0,05) = 2,009 (ushbu qo‘llanmaning ilova-4 dan) va yuqorida keltirilgan hisoblashlarga asosan $\overline{x}_T \approx 3.9g$ $\sigma_T \approx 1,81$ birinchi terimda har-bir paxta donasidan o‘rtacha terib olingan paxta chanog‘i soni 95% likafolat bilan quyidagicha bo‘ladi:

$$3,9 - 2,009\frac{1,81}{\sqrt{50}} \le a \le 3,9 + 2,009\frac{1,81}{\sqrt{50}},$$

$$3,386 \le a \le 4,414$$

b) Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorning noma’lum o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ-ga intervalli statistik baho (2.35) munosabat yordamida quriladi:

$$S_T(1-q) < \sigma < S_T(1+q)$$

Bizni misolda $S_T = 2,82, n = 50$ bo‘lganligidan va jadvaldan (ilova-4) $q(n;\gamma) = q = q(50,0,05) = 0,21$ qiymatlarni formulaga qo‘yib σ-ga ishonch intervali quyidagicha bo‘lishini aniqlayiz :

$$2,82(1-0,21) < \sigma < 2,82\ (1+0,21) \Leftrightarrow 2,23 < \sigma < 3,41$$

Misol-2. Ma’lum bir nav kartoshkani 50 tupi kavlanganida, ularni X har biridan ((§1.4-dagi misol-2 ga qarang) terib olingan kartoshkalar sonini tanlanma xarakteristikalari $\overline{x}_T = 7,06, \sigma_T = \sqrt{D_T} \approx S_T = 2,82, n = 50$ bo‘yicha, uni normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb, uning a) haqiqiy hosildorligi a -ga va b) o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ ga γ=0,95 (95% li)–kafolat bilan intervalli statistik baho quring?

Yechish. a) St’yudent taqsimot jadvalidan t(50;0,05) = 2,009 (ushbu qo‘llanmani ilova-4dan) va yuqorida berilgan tanlanma qiymatlarini (2.35) formulaga qo‘yib, quyidagi intervalli statistik bahoga ega bo‘lamiz:

$$7{,}06 - 2{,}009\ \frac{2{,}82}{\sqrt{50}} \le a \le 7{,}06 + 2{,}009\ \frac{2{,}82}{\sqrt{50}} \Rightarrow 6{,}259 \le a \le 7{,}861\ .$$

1ga maydonda o‘rtacha 47620 tup kartoshka bo‘lishini e’tiborga olsak, shumaydondagi o‘rtacha kartoshkalar soni (298053; 374341) oralig‘ida bo‘lishini aniqlaymiz.

b) σ- uchun 95% li kafolat bilan qurilgan ishonch intervali quyidagicha bo‘ladi:

$$2{,}82\,(1-0{,}21) < \sigma < 2{,}82\ \ (1+0{,}21) \Leftrightarrow 2{,}23 < \sigma < 3{,}41$$

Misol-3. 4-paragrifdagi 3-misolda pillaxonadan tasodifiy ravishda olingan 50 dona pilla og‘irligini o‘rtacha qiymati normal taqsimlangan tasodifiy miqdor degan shartda uning noma’lum a –matematik qutilishiga 95% li kafolat bilan ishonch intervalini, quyidagi tanlanma xarakteristikalariga asosan $\bar{x}_T = 1{,}79\,, n = 30\,, \sigma_T \approx S_T = 0{,}071$ quring?

Yechish. Pilla uchun yuqorida hisoblangan tanlanma o‘rtacha qiymat, tuzatilgan tanlanma dispersiya, tanlanmaning hajmi va St’yudent taqsimot jadvalidan t(30;0,05)=2,04 topilgan qiymatlarini (2.35) formulaga qo‘yib
bir dona pillaning o‘rtacha og‘irligiga qurilgan intervalli statistik baho quyidagicha bo‘ladi:
1,76<a<1,82
Demak, yuqorida kuzatilgan pilla navidan tasodifiy ravishda olingan 100 ta sinikamida 95 tasining og‘irligi 1,76 grammdan 1,82 grammgacha oraliqda bo‘ladi. Agar bir quti pillada (19 gramm) o‘rtacha n=40000 dona pilla bo‘lishini e’tiborga olsak, ishonch intervali bir quti pilla uchun quyidagicha bo‘ladi:

70,4 kg < a < 72,6 kg, (70,4; 72,6) kg.

Demak, statistik ma’lumotlarni tahlil qilish yordamida, o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorni matematik kutilishini, xususan qishloq xo‘jalik ekinlarini hosildorligini avvaldan prognoz (bashorat) qilish mumkin.

Qishloq xo‘jaligi ma’lumotlarini statistik tahlil qilishga doir mustaqil yechish uchun misollar

Ushbu tanlanma to‘plamlar bo‘yicha (1-9) misollarda:

1. O‘rganilayotgan X son belgining berilgan tajriba ma’lumotlari bo‘yicha, diskret yoki intervalli statistik taqsimotini tuzib, uning poligon chizig‘ini, doiraviy diogrammasini va gistogrammasini chizing;
2. Tuzilgan statistik taqsimotni: a) $\bar{x}_T$ tanlanma o‘rtacha qiytmatini; b) σ_T tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanishini; k) moda, mediana va variatsiya koeffitsentini hisoblang;

3. X son belgini normal taqsimlangan tasodifiy miqdor;-deb uning noma’lum matematik kutilishi a -ga va o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ gaγ = 0,95 kafolat bilan ishonch intervallarini quring?

Misol-1. ToshDAU o‘quv tajriba xo‘jaligini fermerlarini 2019 xo‘jalik yilida o‘rtacha paxtadan olgan hosildorligi s/ga hisobida quyidagicha bo‘ldi:
27,25,26,25,28,24,29,30,30,26,26,28,27,25,26,28,29,29,2625,24,24,25,25,26,26,26 ,27,28,29,30,32,26, 26,26,25,24,32,30,28,26,26,27,27,27,25,28,29,30,26

Misol-2. Respublikamizning lalmikor 50 ta fermer xo‘jaligida yyetishtirilgan kuzgi bug‘doy hosildorligi quyidagicha bo‘ldi (s/ga):
25, 23, 22, 21, 20, 25, 20, 1, 9, 20, 21, 22, 23, 20, 20, 21, 22, 22, 23, 25, 23, 23, 22, 22, 22, 22, 21,19, 18, 19, 19, 22, 22, 22, 22, 24, 24, 22, 22, 21, 21, 22, 24, 21,20, 19, 21, 22.

Misol-3. Tasodifiy ravishda olingan 50 tafermer xo‘jaliklarini 2019 yilda sug‘oriladigan yerdan bug‘doydan olgan hosildorligi quyidagicha bo‘ldi (s/ga):
40,42,45,48,50,45,46,47,46,45,42,43,43,44,44,45,45,45,46,48,40,49,48,46,45,46
46,47,45,45, 42,40,41,41,41,45,45,45,41,41,49,50,48,47,47,46,46,45,45,44.

Misol-4. Ma’lum bir paxta navi g‘o‘zasini asosiy poyasidagi bo‘g‘inlari soni quyidagicha bo‘ldi:
10, 11, 10, 10, 10, 9, 9, 11, 10, 9, 11, 11, 9, 7, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 10, 10, 10, 10, 11, 9, 10, 9, 9, 9, 9, 11, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11, 8, 8,6.

Misol-5. Paxtazordan tasodifiy ravishda olingan 50 dona g‘o‘zani har birini hosil shoxlari soni quyidagicha:
9, 7, 7, 7, 6, 4, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 6, 8, 8, 7, 5, 5, 8, 8, 10, 8, 8, 8, 7, 8, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 10, 7, 5, 8, 7, 8, 7, 8, 8, 8, 7, 7, 6, 6, 6, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9:

Misol-6. Paxtazordan tasodifiy ravishda olingan 50 dona g‘o‘zani har birini paxtasi terib o‘lchanganida gramm hisobida quyidagicha bo‘ldi:
28, 30, 28, 27, 26, 26, 29, 29, 30, 26, 29, 25, 25, 32, 24, 27, 27, 28, 24, 25, 25, 32, 28, 28, 28, 27, 27, 26, 29, 29, 26, 28, 28, 27, 27, 27, 30, 27, 30, 28, 28, 28, 28, 28, 26, 29, 28, 29, 29:

Misol-7. Paxtazordan tasodifiy ravishda tanlangan 50 dona g‘o‘zaning har bir tupidagi ko‘saklari soniquyidagicha bo‘ldi:
9,10,11,6,9,9,8,7,9,8,7,10,8,9,12,5,8,9,9,10,8,7,9,9,11,7,6,9,8,8,6,10,7,6,9,12,8,9, 10,7,7,9,10,8,9,11,8,9,7,5.

Misol-8. Mahalliy sog‘iladigan 40 ta sigir sutining o‘rtacha yog‘lilik darajasi foiz hisobida quyidagicha bo‘ldi:
3,45; 3,56; 3,68; 3,66; 3,70; 3,76; 3,75; 3,78; 3,80; 3,94; 3,2; 3,86; 3,88; 3,94; 3,93;
3,90; 3,96; 4,3; 4,03; 3,98; 4,00; 3,95; 4,10; 4,18; 4,30; 3,90; 3,85; 3,94; 3,92; 3,88;
3,98; 4,00; 4,20; 4,35; 4,10; 3,9.

Misol-9. Xorazm viloyatdagi 50 ta fermer xo‘jaligida 2018 yilda sholidan olingan hosildorlik quyidagicha bo‘ldi (ts/ga):

40, 42, 45, 48, 50, 45, 46, 47, 46, 45, 42, 43, 43, 44, 44, 45, 45, 45, 46, 48, 40, 49, 48, 46, 45, 46, 46, 47, 45, 45,42, 40, 41, 41, 41, 45, 45, 45, 41, 41, 49, 50, 48, 47, 47, 46, 46, 45, 45, 44.

§-15. Statistik gipotezalarni tekshirish.

Bir jinsli ob'ektlar to'plamining son yoki sifat belgisi tasodifiy miqdor bo'lib, ma'lum bir taqsimot qonuniga ega bo'ladi. Amaliyotda o'rganilayotgan son belgining taqsimot qonuni ko'pincha noma'lum bo'ladi. Statistik tahlil qilishda o'rganilayotgan son belgining taqsimot qonuni haqida ma'lum bir taxmin olg'a suriladi. Noma'lum taqsimotning ko'rinishi yoki ma'lum taqsimotning parametrlari haqidagi gipotezaga statistik gipoteza deyiladi.

Masalan, quyidagi gipotezalar statistik gipoteza bo'ladi:

1) Bo'sh to'plam normal taqsimotga ega;

2) Ikkita normal to'plamning o'rta qiytmatlari o'zaro teng.

Olg'a surilgan asosiy gipoteza nolinchi gipoteza deyiladi va H_0 bilan belgilanadi. Nolinchi gipotezaga zid bo'lgan gipotezani (konkurent) alternativ gipoteza deyiladi va u H_1 bilan belgilanadi.

Faqat bitta gipotezani o'z ichiga olgan bo'lsa, oddiy statistik gipoteza deyiladi. Masalan, H_0: $a = 4$ ga, ya'ni normal taqsimotning matematik kutilishi 4-ga teng (6-ma'lum holda) degan taxmin oddiy statistik gipotezadir.

Murakkab gipoteza, chekli yoki cheksiz sondagi oddiy gipotezalardan iborat bo'ladi. Masalan H_0: $a \neq 7$ (6-noma'lum) gipoteza murakkab statistik gipotezadir.

Olg'a surilgan statistik gipotezani to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshirish natijasida, quyidagi ikki turdagi xatoga yo'l qo'yish mumkin: 1) Birinchi tur xato shundan iboratki, bunda, aslida to'g'ri statistik gipoteza, tekshirish natijasida rad qilinadi; 2) Ikkinchi tur xato - bunda aslida noto'g'ri statistik gipoteza tekshirish natijasida qabul qilinadi.

Birinchi tur xatoga yo'l qo'yish ehtimoli α bilan belgilanadi va u qiytmatdorlik darajasi deyiladi. Ko'pincha α qiymatdorlik darajasi masalani qo'yilishiga qarab 0,05 (5%li), 0,07(7%li)yoki 0,1(10%li) olinadi.

Statistik kriteriy deb, H_0 nolinchi gipotezani tekshirish uchun xizmat qiladigan K tasodifiy miqdorga aytiladi.

Statistik gipotezalarni tekshirishni eng muqobil usullarini yaratish, matematik statistika fanining asosiy vazifalaridan biridir.

Tajriba natijalari asosida, ikkita paxta navidan, qaysi birini hosildorligi yuqori yoki sifati yaxshi ekanligini yetarli kafolat bilan aniqlash, qishloq xo'jaligida muhim amaliy hamda iqtisodiy ahamiyatga ega bo'lgan masalalardan biridir. Bu savollarga keyingi paragraflarda o'rganiladigan Fisher-Snedekor va Styudent kriteriyalari yordamida javob olish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1) Qanday gipoteza statistik gipoteza bo'ladi?

2) Oddiy va murakkab gipotezalar bir-biridan qanday farq qiladi?
3) Statistik gipotezalarni tekshirishda qanday xatolarga yo'l qo'yilishi mumkin?

Kalit so'zlar

Statistik, gipoteza, oddiy, murakkab, 1-tur, 2-tur xato, qiymatdorlik darajasi.

Xulosa

Bir jinsli tasodifiy ob'ektlarning son yoki sifatbelgisini ma'lum taqsimot qonuniga ega bo'lishi, son belgining noma'lum parametrlari haqidagi gipotezalarni tekshirish masalalari hamda statistik gipotezalarni tekshirishda | va ||-tur xatolar bo'lish va qiymatdorlik darajasi haqidagi masalalar o'ganilgan.

§-16. Normal taqsimlangan bo'sh to'plamlarning dispersiyallari tengligi haqidagi statistik gipotezani Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan tekshirish

Faraz qilaylik, o'rganilayotgan, X va Y bo'sh to'plamlar normal taqsimlangan bo'lsin. Ma'lumki, normal taqsimot matematik kutilishi a va o'rtacha kvadratik chetlanishi σ orqali to'liq aniqlanadi. Umumiy holda σ – ma'lum va σ - noma'lum hollar alohida o'rganiladi. Aslida, amaliyotda har ikkala parametrlar a va σ noma'lum hol ko'p uchraydi([1] - [14]).

X va Y bo'sh to'plamlar normal taqsimlangan bo'lib, ularni ikkala parametrlari ham noma'lum bo'lsin. Shu bo'sh to'plamlardan hajimlari n va m ga teng bo'lgan tanlanma to'plamlarni olamiz:

$$\left.\begin{array}{l} X: x_1, x_2, ..., x_n \\ Y: y_1, y_2, ..., y_m \end{array}\right\} \qquad (2.38)$$

(1) Tanlanma to'plamlar asosida, asosiy $H_0: D(X) = D(Y)$ gipotezani $H_1: D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda, α qiytmatdorlik darajasi bilan tekshirish talab qilingan bo'lsin.

Bo'sh to'plamlarning dispersiyalari tengligi haqidagi statistik gipotezani α qiytmatdorlik darajasi bilan Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida tekshirish mumkin. Yuqorida keltirilgan (2.38) tanlanma to'plamlar yordamida, avvolo tanlanma o'rta qiytmatlarni $\overline{X}_T$, $\overline{Y}_T$ va tuzatilgan tanlanma dispersiyalarni hisoblaymiz:

$$S_X^2 = \frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_T)^2 n_i \quad S_Y^2 = \frac{1}{(m-1)}\sum_{i=1}^{k}(y_i - \bar{y}_T)^2 m_i$$

Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida quyidagi tasodifiy miqdorni hisoblaymiz:

$$F_{kuz} = \frac{S^2_{katta}}{S^2_{kichik}} \qquad (2.39)$$

Isbotlaganki, bu tasodifiy miqdor $F_{kuz} = \frac{S^2_{katta}}{S^2_{kichik}}$ Fisher-Snedekor taqsimotiga ega bo‘lib, uning kritik qiymati (ushbu qo‘llanmadagi 4-ilova) jadvaldan topiladi $F_{kritik} = F(f_1; f_2; \alpha)$.

Bu yerda f_1 va f_2 katta va kichik dispersiyalarning ozodlik darajalari soni bo‘lib y n va m tanlanmalarning hajmi orqali aniqlanadi.

Bu yerda ikki hol bo‘lishi mumkin:

1) agar $F_{kuz} < F_{krit}$ bo‘lsa, asosiy gipoteza $H_0 : D(X) = D(Y)$ ni rad etishga asos yo‘q, ya’ni H_0 asosiy gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi;

2) agar $F_{kuz} > F_{krit}$ bo‘lsa, bu holda asosiy $H_0 : D(X) = D(Y)$ gipoteza rad etilib, unga alternativ $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Fisher-Snedekorkriteriyasiyordamida tasodifiy miqdorlarning aniqliklarini (xatoliklarini) taqqoslash mumkin. Masalan, bir xil ishni bajaradigan ikkita stanokdan, qaysi biri bu vazifani bajarishda afzal ekanligini, ular ishlab chiqargan mahsulotlarini statistik tahlil qilib, yetarli kafolat bilan (masalan 95%li kafolat bilan) Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida aniqlash mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1). Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi ?

2). Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida statistik gipotezalarni tekshirish jarayonini tushuntiring.

Kalit so‘zlar

Fisher-Snedekor, kriteriya, dispersiylar tengligi, statistik gipoteza, tekshirish, qiytmatdorlik darajasi.

Xulosa

X va Y normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamlarning dispersiylar tengligi $H_0 : D(X) = D(Y)$ haqidagi statistik gipotezani $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda, α qiytmatdorlik darajasi bilan Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida tekshirish masalalari o‘rganilgan.

§-17. Normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiytmatlari tengligi haqidagi statistik gipotezani Styudent kriteriyasi bilan tekshirish

X va bo‘sh to‘plamlar normal taqsimlangan bo‘lib, ularni ikkala parametrlari ham noma’lum bo‘lsin. Bu bo‘sh to‘plamlardan hajmlari n va m ga teng bo‘lgan tanlanma to‘plamlar olingan (2 .38) bo‘lsin:

$$\left.\begin{array}{l} X: x_1, x_2, ..., x_n \\ Y: y_1, y_2, ..., y_m \end{array}\right\} \qquad (2.38)$$

Faraz qilaylik, normal taqsimlangan X va Y bo‘sh to‘plamlarning dispersiyalari tengligi haqidagi statistik gipoteza, α qiytmatdorlik darajasi bilan Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida qabul qilingan bo‘lsin.

Bizdan, bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiymatlari tengligi haqidagi asosiy

$H_0 : M(X) = M(Y)$ gipotezani,

$H_1 : M(X) \neq M(Y)$, alternativ shartda α qiytmatdorlik darajasi bilan, tanlanma to‘plamlar (2.38) asosida, tekshirish talab qilingan bo‘lsin.

St’udent kriteriyasi yordamida quyidagi tasodifiy miqdorni hisoblaymiz:

Isbotlanganki, asosiy $H_0 : M(X) = M(Y)$ gipoteza to‘g‘ri bo‘lsa, (2.39) tasodifiy miqdor - ozodlik darajali St’yudent taqsimotiga ega bo‘ladi ya’ni, Styudent taqsimot $T_{krit} = T(n+m-2; \alpha) = t_{krit}(n+m-2;\ \alpha)$ jadvalidan (ushbu qo‘llanmadagi 3 -ilova) $T_{krit} = T(n+m-2; \alpha)$ qiymati topilib, uni $t_{kuz} = T_{kuz}$ miqdor bilan taqqoslaymiz:

1. agar $T_{kuz} < T_{krit} = T(n+m-2; \alpha)$ bo‘lsa, asosiy $H_0 : M(X) = M(Y)$ gipotezani rad etishga asos yo‘q, ya’ni H_0 gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi;
2. Agar $T_{kuz} > T_{krit} = T(n+m-2; \alpha)$ bo‘lsa, asosiy H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ gipoteza, α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Izoh: Yuqorida keltirilgan Styudent kriteriyasi yordamida, ikki nav paxta yoki boshqa qishloq xo‘jalik ekinlari bo‘yincha o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, ulardan yuqori hosildorlisini $\alpha = 1 - \gamma$ qiymatdorlik darajasi (γ , $90 - 95\%$ li kafolat) bilan aniqlash mumkin. Bu jarayon xulosasi qishloq xo‘jaligiga, muhim amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan natijadir.

Tekshirish uchun savollar:

1) St’yudent kriteriyasi yordamida, normal taqsimlangan X va Y bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipotezalarni tekshirishdan avval, qanday statistik gipotezani tekshirilishi kerak bo‘ladi?

2) St’yudent kriteriyasi yordamida, qanday statistik gipotezalar tekshiriladi va uning qishloq xo‘jaligida qo‘llanilishini mohiyatini tushuntiring?

Kalit so‘zlar

St’yudent kriteriyasi, normal taqsimlangan, X va Y bo‘sh to‘plamlarni o‘rta qiymatlari, tengligi haqidagi, statistik gipoteza, tekshirish.

Xulosa

Normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiytmatlari tengligi

Haqidagi statistik gipotezani Styudent kriteriyasi bilan tekshirish va uni qishloq xo‘jaligida qollanishini amaliy ahamiyati bayyon etilgan.

§-18. Qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga Fisher-Snedekor va St’yudent kriteriyalarini qo‘llanishiga doir misolarni yechimi

Misol-1. X va Y paxta navlari bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, bo‘sh to‘plamlarni normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlar deb, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan) 1) $H_0: D(X) = D(Y)$ gipotezani, $H_1: D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida; 2) $H_0: M(X) = M(Y)$ gipotezani, $H_1: M(X) < M(Y)$ alternativ shartda Styudent kriteriyasi bilan tekshiring.

Yechish. Hisoblashlarni yengillashtirish uchun statistik ma’lumotlar bo‘yicha quyidagi jadvalni tuzamiz([10] , [11]):

Tajribalar soni	Xnav s/ga	Ynav s/ga	$X_i - \bar{X}_T$	$Y_i - \bar{Y}_T$	$(X_i - \bar{X}_T)^2$	$(Y_i - \bar{Y}_T)^2$
1	25	30	-4	-3	16	9
2	30	35	1	2	1	4
3	28	40	-1	7	1	49
4	32	27	3	6	9	36
5	29	-	0	-	0	-
	$\overline{X}_T = 29$	$\overline{Y}_T = 33$			27	98

1) Avvalo $H_0: D(X) = D(Y)$ statistik gipotezani Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan $H_1: D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda tekshirish uchun, jadvaldan foydalanib $n = 5, m = 4$ tuzatilgan tanlanma dispersiyalarni hisoblaymiz S^2_X, S^2_Y

$$S_X^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i = \frac{1}{4} \; 27 = 6{,}75$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{(m-1)} \sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y}_T)^2 m_i = \frac{1}{3} \; 98 = 32{,}67$$

Fisher-Snedekor kriteriyasiga asosan

$$F_{kuz} = \frac{S^2_{katta}}{S^2_{kichik}} = \frac{32{,}67}{6{,}75} = 4{,}84\,;$$

Fisher –Snedekor kriteriyasining qiymatlari jadvali ilova- 5 dan

$F_{kritik} = F(f_1; f_2; \alpha) = F(3;4;0{,}05). = 6{,}59$. $F_{kuz} < F_{krit}$ bo‘lganligi uchun, $H_0: D(X) = D(Y)$ asosiy bo‘sh to‘plamlarning dispersiyalari tengligi haqidagi gipoteza 95% li kafolat bilan qabul qilinadi.

2). Styudent kriteriyasi yordamida talab qilingan $H_0: M(X) = M(Y)$ gipotezani alternativ $H_1: M(X) < M(Y)$ shartda tekshiramiz.

Jadval ma’lumotlaridan foydalanib, Styudent kriteriyasini kuzatilgan qiymatini hisblaymiz:

$$T_{kuz}(n+m-2;\ \alpha) = t_{kuz}(n+m-2;\ \alpha) = \frac{|\bar{X}_T - \bar{Y}_T|}{\sqrt{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}} \tag{2.40}$$

Ushbu qo‘llanmaning ilovasidagi 3-jadvaldan kritik qiymati $T_{krit} = T(n+m-2;\alpha) = T(7;0{,}05) = 2{,}36$ bo‘lganligidan $T_{kuz} < T_{krit}$ bo‘ladi.

Demak, ikkala nav paxtani o‘rtacha hosildorliklari teng degan asosiy gipoteza

$$H_0: M(X) = M(Y),\ \alpha = 0{,}05$$

qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Bu yechilgan misoldan ko‘rinadiki, garchi bir-biridan 4 s/ga farq qilishiga qaramasdan, X va Y paxta navlari bir xil hosildorlikka ega bo‘lgan navlar ekanligi 95% li kafolat bilan tasdiqlanadi. Bu farq agrotexnik tadbirlar tufayli yuzaga kelgan, ya’ni Y paxta naviga eng muqobil vaqtda agrotexnik tadbirlar o‘tkazilgan, aslida ular bir xil hosildorlikka ega bo‘lgan paxta navlaridir.

Misol-2. X va Y paxta navlari bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, bo‘sh to‘plamlarni normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlar deb qarab, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan 1) $H_0: D(X) = D(Y)$ gipotezani, $H_1: D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida; 2) $H_0: M(X) = M(Y)$ gipotezani, $H_1: M(X) < M(Y)$ alternativ shartda Styudent kriteriyasi bilan tekshiring.

Tajribalar soni	Xnav s/ga	Ynav s/ga	$X_i - \bar{X}_T$	$Y_i - \bar{Y}_T$	$(X_i - \bar{X}_T)^2$	$(Y_i - \bar{Y}_T)^2$
1	28	30	-1	-3	1	9
2	27	33	-2	0	4	0
3	29	32	0	-1	0	1
4	30	36	1	3	1	9
5	-	34		1		1
	$\overline{X}_T = 29$	$\overline{Y}_T = 33$			6	20

Yechish. B nmisol ham, misol-1dagi formulalardan foydalanib yechiladi.

1) Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan $H_0: D(X) = D(Y)$ gipotezani $H_1: D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda tekshirish uchun , jadvaldan foydalanib $n = 4,\quad m = 5$ бўйинча tuzatilgan tanlanma dispersiyalarni hisoblaymiz

$$S_X^2 = \frac{1}{3} 6 = 2, \qquad S_Y^2 = \frac{1}{4} \cdot 20 = 5.$$

Bundan, Fisher-Snedekor kriteriyasini kuzatilgan qiymati

$$F_{kuz} = \frac{S^2_{katta}}{S^2_{kichik}} = \frac{5}{2} = 2{,}5.\ ;$$

Fisher –Snedekor kriteriyasining kritik qiymatlari jadvalidan (ilova-4)

$F_{Krit}(4; 3; 0{,}05) = 9{,}12$ бўлганлиги учун, H_0 гипотеза $D(X) = D(Y)$ 95 % li kafolat bilanqabul qilinadi.

2). Styudent kriteriyasi yordamida $H_0 : M(X) = M(Y)$ gipotezani alternativ $H_1 : M(X) < M(Y)$ shartda tekshiramiz:

$$t_{kuz} = T_{kuz} = \frac{|29-33|\sqrt{\frac{4\cdot5\cdot7}{9}}}{\sqrt{6+20}} = 3{,}095 \approx 3{,}1$$

Ushbu qo‘llanmaning ilovasidagi 4-jadvaldan kritik qiymati $T_{krit} = T(n+m-2;\alpha) = T(7;0{,}05) = 2{,}36$ bo‘lganligidan, $T_{kuz} > T_{krit}$ bo‘ladi. Asosiy gipoteza $H_0 : M(X) = M(Y)$, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan rad etilib, unga alternativ $H_1 : M(X) < M(Y)$ gipoteza shu qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi. Demak, Y paxta navi, X paxta naviga qaraganda, hosildorligi yuqori ekan.

Xulosa. Misol-1 va misol-2 ni tahlil qilish shuni ko‘rsatadiki, ikkalasida ham o‘rtacha hosildorlik bir xil bo‘lishiga qaramasdan, xulosa ikki xil. Bunga asosiy sabab, ikkinchi misolda o‘rtacha qiymat atrofida joylashish tarqoqligi kichik (ya’ni, xato, dispersiyasi kichik) bo‘lganligidir. Xato qancha kichik bo‘lsa, ehtimollar nazariyasining qonuniyatlariga asosan, qilingan xulosa shuncha aniq bo‘ladi ya’ni tajriba o‘tkazish jarayonida agrotexnik tadbirlar o‘z vaqtida o‘tkazilganini bildiradi. Ya’ni, misol-2 ning xulosasi to‘g‘ri.

§-19. Fisher-Snedekor va St’yudent kriteriyalarini qishloq xo‘jaligiga qo‘llanishiga doir mustaqil yechish uchun misollar

Ushbu, 1-6 misollarda, ikki xil X va Y paxta navlari bo‘yicha, o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan (bo‘sh to‘plamlarning o‘rtacha hosildorliklari normal taqsimlangan tasodifiy miqdor degan shartda) quyidagi statistik gipotezalarni: 1) $H_0 : D(X) = D(Y)$ gipotezani, $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ alternativ shartda Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan;
2) $H_0 : M(X) = M(Y)$ gipotezani, $H_1 : M(X) < M(Y)$ alternativ shartda, Styudent kriteriyasi bilan tekshiring?

1

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
	28	33
2	30	35
3	28	40
4	33	37
5	32	-
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

2

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
1	25	32
2	30	36
3	27	40
4	28	38
	32	
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

3

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
1	32	30
2	30	35
3	28	40
4	36	36
5	-	29
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

4

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
1	34	30
2	30	35
3	28	40
4	36	36
5	40	29
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

5

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
1	36	34
2	30	38
3	34	40
4	40	36
5	35	32
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

6

Tajribalar soni	X nav s/ga	Y nav s/ga
1	31	36
2	30	35
3	28	42
4	32	33
	$\overline{X_T} =$	$\overline{Y_T} =$

§-20. O‘zaro bog‘liq bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiymatlarini taqqoslash. Eng kichik ahamiyatli farq va uni qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi

O‘tgan mavzuda o‘zaro erkli, normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamlarning o‘rta qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipotezani St’yudent kriteriyasi bilan tekshirishni o‘rgandik. Bu mavzuda normal taqsimlangan X, Y bo‘sh to‘plamlar o‘zaro bog‘liq bo‘lgan holda, ularning o‘rta qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipotezani tekshirishni o‘rganamiz([10] - [12]).

Normal taqsimlangan X, Y bo‘sh to‘plamlardan, hajmlari mos ravishda n va m bo‘lgan tanlanma to‘plamlarni olib, ularning tanlanma o‘rta qiytmatlarini $\overline{X_T}, \overline{Y_T}$ va tanlanma dispersiyalarini hisoblaymiz. Soddalik uchun biz tanlanmalarni hajmlari n=m bir xil va bu bo‘sh to‘plamlarning dispersiyalari teng $\sigma_1 = \sigma_2$ holni qaraymiz.

Normal taqsimlangan X, Y bo‘sh to‘plamlar o‘zaro bog‘liq bo‘lgan holda, ularning o‘rta qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish quyidagicha amalga oshiriladi:

1) Tanlanma to‘plamlar o‘zaro bog‘lik bo‘lganligi uchun, juft-juft o‘zaro bog‘liq tanlanma natijalarini farqini taqqoslaymiz. Ya’ni, asosiy va alternativ gipotezalar quyidagicha bo‘ladi:

$$H_0 : d = \left|\overline{X_T} - \overline{Y_T}\right| = 0 \qquad (2.41)$$
$$H_1 : d = \left|\overline{X_T} - \overline{Y_T}\right| \neq 0$$

Bu asosiy H_0 statistik gipotezani tekshirishda eng muqobil statistik kriteriya St'yudent kriteriyasi hisoblanadi.

2) Tanlanma to'plam yordamida quyidagi miqdorni hisoblaymiz

$$d_1 = \frac{\sum d_i}{n}$$

1) Bu miqdorlarni tuzatilgan tanlanma dispersiyalarini hisoblaymiz

$$S_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - n(d_1)^2}{n-1}$$

2) O'rtacha farqning, o'rtacha kvadratik chetlanishi hisoblanadi

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{S_d^2}{n}}$$

3) St'yudent kriteriyasining T_{kuz} qiymatini tajriba ma'lumotlari asosida hisoblaymiz

$$T_{kuz} = \frac{|d_1|}{\lambda_d}$$

4) Kuzatish natijalarining juftliklari soni bo'yicha ozodlilik darajalari sonini aniqlaymiz $\kappa = n - 1$,

5) St'yudent taqsimot jadvalidan $T_{kuz}=T(n-1;\ \alpha)$ kritik qiymati topiladi (ushbu darslikdadagi 3- ilova)

6) Nihoyat T_{kuz} va T_{krit} qiymatlar taqqoslanib xulosa chiqariladi:

a) Agar $T_{kuzat}<T_{kritik}$ bo'lsa, asosiy H_0 gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi;

b) Agar $T_{kuz} >T_{krit}$ bo'lsa, asosiy H_0 gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan rad etilib, unga H_1 alternativ gipoteza shu qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Misol-1. O'g'itlarning turli miqdorlarini paxta hosildorligiga ta'siri H_1 amiyatli, yoki H_0 amiyatsiz ekanligini aniqlash maqsadida bir xil nav paxtani birinchi maydonning (har-bir ga/siga) 200 kg azot, 250 kg kaliy va boshqa ikkinchi maydonga 250 kg azot, 300 kg kaliy, 250 kg fosforli o'g'it solinib harbiri bo'yincha 6 tadan variantda tajriba o'tkazildi. Ushbu tajriba ma'lumotlari bo'yicha o'g'itlarning turli miqdorlarini paxta hosildorligiga ta'siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini St'yudent kriteriyasi yordamida, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan, quyidagi tajriba ma'lumotlari bo'yicha tekshiring?

Tajribalar soni	Hosildorlik s/ga		$d_i = x_i - y_i$	$d_i^2 = (x_i - y_i)^2$
	$X(N_{250},P_{200},K_{300})$	$U(N_{200},K_{250})$		
1	32	28	4	16
2	30	26	4	16
3	34	31	3	9
4	36	32	4	16
5	33	30	3	9
6	36	33	3	9
∑	201	180	21	75
O'rtacha qiymati	$X_T = 33,5$	$Y_T = 30$	3,5	

Jadvaldan foydalanib, yuqorida keltirilgan formulalar bilan quyidagi mikdorlarni hisoblaymiz

$$d_1 = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{21}{6} = 3{,}5,\quad S_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - n(d_1)^2}{n-1} = \frac{75 - 6*(3{,}5)^2}{5} = \frac{75 - 73{,}5}{5} = \frac{1{,}5}{5} = 0{,}3$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{S_d^2}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}3}{6}} = 0{,}224 \qquad T_{kuz} = \frac{|d_1|}{\lambda_d} = \frac{3{,}5}{0{,}224} = 15{,}63$$

St'yudent taqsimot jadvalidan (ushbu darslikning 3-ilovasidan)

Kritik qiymati topiladi $T_{krit}=T(n-1;\ \alpha)= T(5;\ 0{,}05) = 2{,}57$.

Bizni misolda, $T_{kuzat} > T_{kritik}$ bo'lganligidan, asosiy H_0 gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan rad etilib, unga alternativ H_1 gipoteza shu qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi. Boshqacha aytganda, birinchi yer maydoninig har ga/siga yuqorida keltirilgan miqdorda fosfor , kaliy o'g'itlari solinganiga qaraganda, ikkinchi yer maydoninig har ga/siga yuqorida keltirilgan miqdorda azot, fosfor, kaliy o'g'itlari solinganida paxtaning hosildorligi 95% li kafolat bilan ahamiyatli miqdorda oshar ekan.

Tanlanma to'plamlar o'zaro bog'liq bo'lganda, ularning o'rtacha qiytmatlarning farqi $d = \overline{X_T} - \overline{Y_T}$ qachon ahamiyatli yoki ahamiyatsiz bo'lishini quyidagicha ham talqin qilish mumkin:

Avvalo, tanlanma dispersiya

$$D(d) = D(\overline{X_T} - \overline{Y_T}) = D(\overline{X_T}) + D(\overline{Y_T}) = S^2_{\overline{X_T}} + S^2_{\overline{Y_T}}$$

va uning o'rtacha kvadratik chetlanishi hisoblanadi

$$S_T(d) = \sqrt{S^2_{\overline{X_T}} + S^2_{\overline{Y_T}}}$$

Bu tasodifiy miqdorlar normal taqsimlangan holda, ularning farqi uchun intervalli statistik baho quyidagicha bo'ladi:

$$(d - t_\gamma s_d;\ d + t_\gamma s_d)(2.42)$$

Bu yerda $T_\gamma=T_{kritik}=T(n-1;\alpha)=t_\gamma$– St'yudent taqsimotining kritik qiymatlari (darslikning 3 -ilovasidan):

1) Agar ayirma $d < T_\gamma s_d$ bo'lsa, H_0: $MX_T = MY_T = Md = 0$ gipotezani rad etishga asos yo'q;

2)Agarayirma $d>T_\gamma s_d$ bo'lsa, H_0 gipoteza rad etiladi va H_1 : $d = |\overline{X_T} - \overline{Y_T}| \neq 0$ alternativ gipoteza qabul qilinadi.

Tasodifiy chetlanishni limitik, ya'ni **chegaraviy qiytmatiga eng kichik ahamiyatli farq deyiladi va u qisqacha NSR deb belgilanadi.** Uning qiymati quyidagi tenglik orqali aniqlanadi **$NSR=T_\gamma s_d$.** Bu yerda $T_\gamma=T(n+m-2; 0.05)$ ni qiytmati Styudent taqsimot jadvalidan topiladi (ilova - 3):

1) Agar $d < NSR$ bo‘lsa $\Rightarrow$ H_0 gipotezani rad etishga asos yo‘q, ya’ni 95%li kafolat bilan H_0 : $d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| = 0$ statistik gipoteza qabul qilinadi;

2). Agar $d \geq NSR$ bo‘lsa $\Rightarrow$ H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1 : $d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| \neq 0$ gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

NSRdan tajriba natijalari bo‘yicha, qishloq xo‘jalik ekinlarini haqiqiy hosildorligiga intervalli statistik baho qurishda va eng asosiy H_0 : $d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| = 0$ statistik gipotezani tekshirishda keng foydalaniladi.

Misol-2. Yuqorida yechilgan misol-1 ma’lumotlari bo‘yicha NSR ni aniqlab xulosa chiqaring?

Jadval yordamida va ilova-dan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| = \left| 33,5 - 30 \right| = 3,5$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{S_d^{\,2}}{n}} = \sqrt{\frac{0,3}{6}} = 0,224$$ $T_{krit} = T(n-1; \alpha) = T(5; 0,05) = t_{0,05;5} = 2,57$.

Bundan

$NSR=T_\gamma s_d=2,57 \cdot 0,224= 0,5757$.

$$d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| = 3,5 > HCP = 0,5757$$

Bo‘lganligi uchun, alternativ gipoteza H_1 : $d = \left| \overline{X_T} - \overline{Y_T} \right| \neq 0$, ya’ni paxtaga yuqorida keltirilgan miqdorda N_{250}, P_{200}, K_{300} azot, fosfor, kaliy o‘g‘itlari solinsa, paxtaning hosildorligi yuqori bo‘lishligi haqidagi statistik gipoteza 95% li kafolat bilanqabul qilinadi.

Zaruriy tanlanma hajmini aniqlash

Misol-1. Faraz qilaylik 800 ga maydonga kuzgi bug‘doy ekilgan. Qancha yer maydonida kuzatishlar olib borilganda, haqiqiy hosildorlikni 0,8 s/ga dan oshmaydigan xatoda, 0,954 ehtimol bilan baholash mumkin. Agar bo‘shlang‘ich kuzatishlarda uni o‘rtacha kvadratik chetlanishi 3,6s/ga teng bo‘lsa.

Yechish. N=800 ga bo‘sh to‘plam, σ=3,6s/ga, ε_x=0,8s/ga, p=0.954, **$t(n;\gamma)=2$** bo‘lganligidan, qaytarilmaydigan tanlanma uchun zaruriy tanlanma hajmi quyidagi formula bilan aniqlanadi

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\sigma^2 t^2 + \varepsilon_{\bar{x}}^2 N}, \qquad n = \frac{2^2 \cdot 3.6^2 800}{2^2 \cdot 3.6^2 + 0.8^2 \cdot 800} = 74$$

Demak, 800 ga maydondagi bug‘doy hosildorligini 0,954 ehtimol bilan baholash uchun 74 ga maydonda kuzatishlar olib borish kerak.

Agar 74 ga 74000 m^2 ekanligini e’tiborga olsak, pagonno‘y metr hisobida qancha zaruriy tanlanma olinishi kelib chiqadi.

Agar takroriy tanlanma bo‘lsa

$$n_2 = \frac{t^2 \sigma^2}{\varepsilon_{\bar{x}}^2} = \frac{2^2 \cdot 3.6^2}{0.8^2} = 81$$

pagonno‘y metr maydonda kuzatishlar olib borilishi kerakligi kelib chiqadi.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar:

1) Qanday gipotezalar statistik gipoteza bo‘ladi?
2) Oddiy va murakkab gipotezalar bir-biridan qanday farq qiladi?
3) Statistik gipotezalarni tekshirishda qanday xatolarga yo‘l qo‘yilishi mumkin?
4) Fisher-Snedekorkriteriyasi yordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi ?
5) Fisher-Snedekor kriteriyasi yordamida statistik gipotezalarni tekshirish jarayonini tushuntiring.
6) St’yudent kriteriyasi yordamida statistik gipotezalarni tekshirishdan avval qanday statistik gipoteza tekshirilishi kerak?
7) St’yudent kriteriyasi yordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi va uni qishloq xo‘jaligida qo‘llanilishini, ahamiyatini tushuntiring?
8) O‘zaro bog‘liq tanlanma to‘plamlarni o‘rtacha qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipotezani St’yudent kriteriyasi bilan qanday tekshirish mumkin?
9) Eng kichik ahamiyatli farq NSR qanday aniqlanadi?
10) Yer maydoniga qarab kuzatish o‘tkazish zarur bo‘lgan, tanlanma to‘plamning hajmi qanday aniqlanadi?

Kalit so‘zlar:

Statistik, oddiy, murakkab, gipoteza, tekshirishdagi xatolar, qiymatdorlik darajasi, Fisher-Snedekor , St’yudent kriteriyalari, qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi, bog‘liq tanlanma, eng kichik ahamiyatli farq (NSR).

Xulosa:

Statistik gipotezalar, oddiy va murakkab gipotezalar va ularning bir-biridan farqi, statistik gipotezalarni tekshirishda qanday xatolarga yo‘l qo‘yilishi mumkin, Fisher-Snedekor , St’yudent kriteriyalari yordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi va ularni qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi masalalari, o‘zaro bog‘liq tanlanma to‘plamlarni o‘rtacha qiymatlari tengligi haqidagi statistik gipoteza tekshirish, eng kichik ahamiyatli farqning mohiyati (NSR) o‘rganilgan.

§-21. Bir faktorli dispersion tahlil usuli va uni qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi

Biz **§ 17** da, Styudent kriteriyasi yordamida, faqat ikkita paxta yoki boshqa qishloq xo‘jalik ekini bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, ulardan yuqori hosil dorlisini, yetarli kafolat bilan aniqlash mumkinligini o‘rgandik ([1] - [12]).

Ushbu mavzuda XX-asr bo‘shlarida, Fisher asos solgan va qishloq xo‘jaligida juda keng qo‘llaniladigan dispersion tahlil usuli bilan, asosan uning amaliyotga qo‘llanilishiga e’tibor qaratgan holda qisqacha tanishamiz.

Bir vaqtda kamida $k \geq 3$ paxta navlari bo‘yicha, o‘tkazilgan tajriba natijalariga ko‘ra, ulardan qaysi birining yuqori hosildor paxta navi ekanligini, yoki ma’lum bir ball banatetga ega bo‘lgan yer maydoniga uch va undan ortiq mineral va mahaliy o‘g‘itlardan qanday miqdorda solinganida eng yuqori hosil olish mumkinligini, dispersion tahlil usuli yordamida yetarli kafolat bilan aniqlash mumkin.

Masalan, faktorlarning faqat o‘rtacha hosildorlikka ta’siri o‘rganilsa, birfaktorli dispersiontahlilusuli bo‘ladi. Agar ham hosildorlikka hamda uning sifatiga ta’siri bir vaqtda o‘rganilsa, ikki faktorli dispersion tahlil usuli va xakazo. Bu yerda faktorlar qishlobq xo‘jalik ekinlarining navlari, foydalanilayotgan o‘g‘itlarning yoki qo‘llanilayotgan agrotexnik tadbirlarning turlari va boshqalar.

Bu usulni qo‘llashdagi asosiy talab, o‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamlarning son yoki sifat belgilarini normal taqsimotga ega bo‘lishidir.

Yuqorida takidlanganidek, qishloq xo‘jalik ekinlari yetarli katta maydonlarda ekilib, qariyib bir xil sharoitda yetishtiriladi, bir xil agrotexnik ishlov beriladi, shu sababli ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasiga asosan bu jarayonning barcha parametrlarini xususan o‘rtacha hosildorligini normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb qarash mumkin.

O‘rganilayotgan X_1, X_2, ..., X_k bo‘sh to‘plamlar normal taqsimlangan, noma’lum, ammo bir xil dispersiyalarga ega bo‘lsin. Berilgan α qiymatdor-lik darajasi bilan barcha matematik kutilishlar tengligi haqidagi asosiy H_0 gipotezani

$$H_0 : M(X_1) = M(X_2) = M(X_3) = ... = M(X_K) \qquad (2.43)$$

$$H_1 : M(X_1) \neq M(X_2) \neq M(X_3) \neq ..... \neq M(X_K)$$

H_1 alternativ shartda, o‘tkazilgan tajriba natijalari bo‘yicha tekshirish talab qilinadi. Bir nechta o‘rta qiymatlarni taqqoslash, ularni dispersiyalarini taqqoslashga asoslanganligi uchun, uni dispersion tahlil usuli deb yuritiladi. Amaliy masalalarni Yechishda dispersion tahlil usuli k- ta F_1, F_2,..., F_k darajaga ega bo‘lgan F sifat faktorning o‘rganilayotgan miqdorga ta’siri muhim yoki muhim emasligini aniqlash uchun qo‘llaniladi.

Masalan, ma’lum bir ball banatetga ega bo‘lgan paxta maydonini har bir gektariga azot, fosfor, kaleymineral o‘g‘itlaridan necha kilogrammdan solinganida eng yuqori hosil olinadi? Bu misolda o‘g‘itlarning turlari faktor bo‘lsa, ularning har biridan solingan miqdorlari faktor darajalari bo‘ladi.

Dispersion tahlil usulini asosiy g‘oyasi faktor ta’sirida vujudga keladigan S^2_{fak} Faktor dispersiya» va tasodifiy sabablar bilan bo‘ladigan S^2_{qol} «qoldiq dispersiya» ni taqqoslab xulosa chiqarishdan iboratdir.

Bizga k ta faktorni(masalan, k-xildagi turli mineral o‘g‘itlarni), qishloq xo‘jalik ekini hosildorligiga ta’sirini ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini aniqlash bo‘yicha n ta o‘tkazilgan tajriba natijalari berilgan bo‘lib (jadval-1), α qiymatdorlik darajasi bilan, normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamlarning guruppaviy

o‘rtacha qiymatlari tengligi haqidagi asosiy H_0 gipotezani (ularning dispersiyalari teng degan shartda),

$$H_0 : M(X_1) = M(X_2) = M(X_3) = ... = M(X_K)$$

quyidagi alternativshartda

$$H_1 : M(X_1) \neq M(X_2) \neq M(X_3) \neq ..... \neq M(X_K)$$

Tekshirish talab qilingan bo‘lsin:

jadval-1

O‘tkazilgan tajribalar sonin	Faktordarajalari(O‘g‘itlarningyokiularningmiqdorining turlari)				
	F_1	F_2	....	....	F_k
1	X_{11}	X_{21}	....	....	X_{K1}
2	X_{12}	X_{22}	....	....	X_{K2}
…….	....	....	....	....	....
…….	....	....	....	....	....
n	X_{1K}	X_{2K}	....	....	X_{Kn}
$\sum$	X_1	X_2	....	....	X_k

Bu savolga javob berish uchun, avvalo o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida (jadval-1 yordamida) quyidagi miqdorlarni hisoblaymiz:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^{k} X_{ij}^2 \ , \quad Q_2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} X_j^2 \ , \quad Q_3 = \frac{1}{kn}\left\{\sum_{j=1}^{K} X_j\right\}^2 . (2.44)$$

faktorlar bo‘yincha o‘tkazilgan tajriba natijalariniX_{ij},$X_j = \sum_{i=1}^{n} X_{ij}$ ustun bo‘yicha tajriba natijalarining yig‘indisi.

Bu miqdorlar yordamida faktor va qoldiq dispersiyalar hisoblanadi

$$S^2_{qolqiq} = \frac{Q_1 - Q_2}{k(n-1)} \quad S^2_{faktor} = \frac{Q_2 - Q_3}{k-1} \qquad (2.45)$$

Bu miqdorlar yordamida,F_{kuzat}tasodifiy miqdor hisoblanadi

$$F_{kuzat} = \frac{S^2_{faktor}}{S^2_{qoldiq}} \qquad (2.45)$$

Isbotlaganki, asosiy statistik gipoteza H_0 o‘rinli bo‘lganda, F_{kuzat} tasodifiy miqdor Fisher-Snedekor taqsimotiga ega bo‘ladi va uning kritik qiymati $F(f_1, f_2, \alpha) = k_{kritik}(k-1, k(n-1); \alpha)$ ushbu darslikning ilovasidagi 5-jadvaldan topiladi.

Bir faktorli dispersion tahlil usuli yordamida asosiy va alternativ statistik gipotezalarni tekshirishning umumiy sxemasi quyidagicha:

1) Tajriba natijalarigaasoslanib, S^2_{fakt}va S^2_{qoldiq} dispersiyalar hisoblaniladi;

2) H_0 gipotezani tekshirish kriteriyasining $F_{kuzat} = \frac{S^2_{faktor}}{S^2_{qoldiq}}$ qiymati o‘tkazilgan tajribalar natijalari asosida hisoblanadi;

3) Ushbu darslikning ilovasidagi 5-jadvalidan berilgan α qiymatdorlik va ozodlik darajalari $f_1 = k-1, f_2 = k(n-1)$ bo‘yicha Fisher-Snedekor taqsimotining

kritik qiymatlari jadvalidan $F(f_1, f_2, \alpha) = k_{kritik}(k-1, k(n-1); \alpha)$ qiymati aniqlanadi. Bu yerda k-faktor darajalari soni, n-harbirfaktor darajasi bo‘yicha o‘tkazilgan tajribalar soni;

4) Agar **F_{kuzat}<F_{kritik}** bo‘lsa, H_0 gipoteza αqiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi, bizni misolda ya’ni faktorlarning qishloq xo‘jalik ekini hosildorligiga ta’siri ahamiyatsiz bo‘ladi;

5) Agar **F_{kuzat} > F_{kritik}** bo‘lsa, u holda asosiy H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1 gipoteza qabul qilinadi, ya’ni faktorlarning qishloq xo‘jalik ekini hosildorligiga ta’siri ahamiyali bo‘ladi;

Eslatma. Agar X_{ij} o‘tkazilgan tajriba natijalari, katta sonlar bo‘lsa, dispersiyaning xossasi asasan $D(X_{ij})$, barcha tajriba natijalaridan bir xil o‘zgarmas K sonini ayirib, hisoblashlarni bajarsak ham, chiqariladigan xulosa o‘zgarmaydi.

Dispersion tahlil usuli juda katta hisoblashlarni talab qilganligidan, bu usuldan foydalanishda, EHMda tuzilgan maxsus paket programmalardan foydalanib hisoblash mumkin.

Izoh: Agar $X_1, X_2, ..., X_p$ bo‘sh to‘plamlar normal taqsimlangan bo‘lib, ularning dispersiyalarini tengligi noma’lum bo‘lsa, u holda avvalo Bartlett kriteriyasi yordamida, bo‘sh to‘plamlarning dispersiyalari tengligini haqidagi statistik gipotezani tekshirish lozim bo‘ladi.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar:

1) Birva ko‘p faktorlidispersiontahlilusuli va uning tub mohiyati haqida tushuncha bering.

2) Bir faktorlidispersiontahlilusuliyordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi?

3) Bir faktorli dispersion tahlil usuli yordamida asosiy va alternativ statistik gipotezalarni tekshirish sxemasini va qishloq xo‘jaligiga qo‘llanishini tushuntiring, misollar keltiring.

Kalit so‘zlar:

Bir, ko‘p, faktorli, dispersion tahlil usuli, mohiyati, statistik, gipoteza, tekshirish, qo‘llanilishi, qishloq xo‘jalikk, tatbiqlari.

Xulosa:

Bir va ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli va uning tub mohiyati, qanday statistik gipotezalarni tekshirishga qollanilishi, xususan qishloq xo‘jalik masalalarini Yechishga tatbiqlari o‘rganilgan.

§-22. Bir faktorli dispersion tahlil usulini qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanishiga doir namunaviy misollarning yechimi

Misol-1. Uch xil A, B, K arpa navlari bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida, ularning o‘rtacha hosildorliklari teng degan asosiy $H_0: M(X) = M(Y) = M(Z)$

statistik gipotezani, al’ternativ $H_1: M(X) \neq M(Y) \neq M(Z)$ ular har-xil hosildorlikka ega bo‘lgan turli xil arpa navlari degan H_1 shartda, $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajasi bilan tekshiring:

Navlar	Tajriba natijalari (s/ga)				O‘tkazilgan tajribalar soni	Yig‘in-disi	O‘rta-chasi
	1	2	3	4			
A	24,6	29,2	26,8	29,4	4	110,0	27,5
B	22,4	27,3	27,4	23,3	4	100,4	25,1
K	21,3	25,2	24,5	22,2	4	93,2	23,3
$\sum$					12	303,6	25,3

Yechish. Hisoblashlarni yengillashtirish maqsadida, dispersiyani $D(X_{ij} - C) = D(X_{ij})$ xossasidan foydalanib, barcha tajriba natijalaridan umumiy o‘rtachaga yaqin, K=25 ni ayirib, hosil bo‘lgan sonlar uchun faktor va qoldiq dispersiyalarni hisoblaymiz:

	1	2	3	4	yig‘indi
A	-0,4	4,2	1,8	4,4	10
B	-2,6	2,3	2,4	1,7	3,8
K	-3,7	0,2	0,5	1,8	-1,2
$\sum$					12,6

Bu misolda arpani k=3 - xil navi bo‘yicha, o‘tkazilgann=4ta tajribalar soni.

Asosiy gipotezani tekshirish uchun jadval yordamida quyidagi miqdorlarni hisoblaymiz :

$Q_1, Q_2, Q_3, S^2_{qol}, S^2_{fak}, F_{kuz}$

$Q_1 = \sum_{i=1}^{k} X_{ij}^2$ = 0,16+6,76+13,69+17,64+5,29+0,04+3,24+5,76+0,25+ 19,36+2,89+3,24=78,3

$Q_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i^2$ =1/4[10^2+$3,8^2$+$(-1,2)^2$]=1/4(100+14,44+1,44)+115,88/4=28,97

$Q_3 = \frac{1}{kn}[\sum_{i=1}^{k} X_i]^2 =$ 1/12$(10+3,8-1,2)^2$=1/12*$12,6^2$=158,76/12=13,23

$S^2_{qolqiq} = \frac{Q_1 - Q_2}{k(n-1)} =$ (78,32-28,97)/(3*(4-1))=49,35/9=5,48(3)

$S^2_{faktor} = \frac{Q_2 - Q_3}{k-1} =$ (28,97-13,23)/2=15,74/2=7,87

$F_{kuzat} = \frac{S^2_{faktor}}{S^2_{qoldiq}}$ =7,87/5,48=1,44 . Ushbu darslikning ilovasidagi 4-jadvalidan

F_{kritik}= F(2; 9; 0,05) = 4,26.

Demak, $F_{kuzat} < F_{kritik}$, H_o gipoteza α=0.05 qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi, ya'ni uch xil arpa navlarining o'rtacha hosildorliklari teng ekan. Boshqacha aytganda ular bir xil arpa navlari ekanligi 95%li kafolat bilan tasdiqlanadi.

Misol-2. Ushbu jadvalda keltirilgan tajriba natijalariga ko'ra α=0,05 qiytmatdorlik darajasi bilan har – xil o'g'itlarning paxta hosildorligiga ta'siri $H_1: M(X) \neq M(Y) \neq M(Z)$ ahamiyatli yoki ahamiyatsiz $H_0: M(X) = M(Y) = M(Z)$ ekanligini bir faktorli dispersion tahlil usuli bilan tekshiring:

Tajribalar soni n	O'g'itlarning turlari (faktor darajalari)		
	A_1(N)	$A_2(P_2O_5)$	$A_3(K_2O)$
1	25	30	20
2	27	28	24
3	23	27	25
4	29	27	27
O'rtacha qiymati	26	28	24

Yechish. Bu misolda paxtaga solingan mineral o'g'itlar sonik=3 xil, har bir solingan o'g'it bo'yich ao'tkazilgan tajribalari soni n=4. Jadvaldagi o'tkazilgan tajriba natijalaridan bir-xil K= 26 sonini ayirib quyidagi jadvalga ega bo'lamiz:

Tajribalar soni n	O'g'itlarning turlari (faktor darajalari)		
N	A_1	A_2	A_3
1	-1	4	-6
2	1	2	-2
3	-3	1	-1
4	3	1	1
$\sum$	$X_1 = 0$	$X_2 = 8$	$X_3 = -8$

Bu yerda ustunlar bo'yicha yig'indilari:

$X_1 = \sum_j x_{ij} = -1+1-3+3=0$, $X_2 = \sum_j x_{2j} = 4+2+1+1=8$

$X_3 = \sum_j x_{3j} = -6-2-1+1=-8$

Quyidagi miqdorlarni hisoblaymiz

$$Q_1, Q_2, Q_3, S^2_{qol}, S^2_{fak}, F_{kuz}:$$

Jadvaldagi barcha miqdorlar kvadratlarining yig'indisi

$Q_1 = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 = (-1)^2 + 1^2 + ... + 1^2 = 84$

Ustunlar bo'yicha kvadratlarining yig'indisi .

$Q_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{3} x_i{}^2 = \frac{1}{4}(0^2 + 8^2 + (-8)^2) = 32.$

Ustun elementlar yig'indisining kvadratlari

$Q_3 = \frac{1}{kn}\left(\sum_i x_i\right)^2 = \frac{1}{3\cdot 4}(0+8-8)^{\overline{2}} = 0$

Bu miqdorlar yordamida S^2_{fakt} faktor, hamda S^2_{qoldiq}- qoldiq dispersiyalarni quyidagi formulalar bilan hisoblaymiz:

$S_K^2 = \frac{Q_1 - Q_2}{k(n-1)} = \frac{84-32}{3(4-1)} = \frac{52}{9} = 5.78$,

$S_\Phi^2 = \frac{Q_2 - Q_3}{k-1} = \frac{32-0}{2} = 16$

Natijada S^2_q va S^2_f dispersiyalarning tengligi haqidagi gipotezani Fisher – Snedekor kriteriyasi yordamida tekshiramiz:

$F_{куз} = \frac{S_\Phi^2}{S_K^2} = \frac{16}{5.78} = 2.77$

Ilova-5 dagi jadvaldan kritik qiytmatini topamiz:

F_{krit}=F(0,05;k-1;k(n-1)), F_{kr}=F(0,05;2;9) = 4,3.

Hatijada,

F_{kuz}=2,78<F_{kr}= 4,3 bo'lganligidan, o'g'itlarning paxta hosildorligiga ta'siri ahamiyatsiz degan H_0 gipoteza 95% kafolat bilan qabul qiniladi.

§-23.Bir faktorli dispersion tahlil usulini qishloq xo'jaligiga qo'llanishiga doir mustaqil yechish uchun misollar

Bir faktorli dispersion tahlil usuli bilan, paxtaga solingan 4-xil o'g'itlarning paxta hosildorligiga ta'siri ahamiyatsiz degan statistik gipotezani

1) $H_0: M(X_1) = M(X_2) = M(X_3) = M(X_4)$,

2) $H_1: M(X_1) \neq M(X_2) \neq M(X_3) \neq M(X_4)$

ahamiyatli deganalternativ shartda, quyidagi o'tkazilgan tajriba natijalari asosidaα=0.05 qiymatdorlik darajasi bilan (bo'sh to'plamlar normal taqsimlangan va ularning dispersiyalari teng degan shartda) tekshiring:

1

N	Faktor darajalari(o'g'itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	24	32	33	29
2	30	28	34	30
3	34	36	30	28

2

N	Faktor darajalari(o'g'itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	32	33	32	28
2	30	28	33	30
3	34	36	30	28

3

N	Faktor darajalari(o'g'itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	28	26	29	28
2	29	28	30	29

3	27	29	28	30

4

N	Faktor darajalari(o‘g‘itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	28	28	25	28
2	26	27	29	29
3	30	32	26	27

5

N	Faktor darajalari(o‘g‘itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	28	30	32	28
2	30	28	33	30
3	34	36	30	28

6

N	Faktor darajalari(o‘g‘itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	29	28	32	25
2	28	29	33	28
3	24	25	27	29

7

N	Faktor darajalari(o‘g‘itlarni turlari).			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	32	28	32	33
2	28	29	33	35
3	26	30	37	32

§-24. Ikki faktorli dispersion tahlil usuli va uni qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanilishi

Ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli yordamida tasodifiy omillarning bir vaqtning o‘zida ikki va undan ortiq ko‘rsatkichlarga ta’siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini aniqlash mumkin. Masalan, ikki faktorli dispersion tahlil usuli bilan, bir vaqtning o‘zida, paxtaning o‘rtacha hosildorligi va sifatiga ma’lum bir o‘g‘itlarning ta’siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini yetarli kafolat bilan aniqlash mumkin([1] - [12]).

Ushbu mavzuda ikki faktorli dispersion tahlil usuliga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz. Chunki, Ikki va ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli qishloq xo‘jaligida ktng qo‘llaniladi. Biz murakkab matematik formulalarni avvaldan keltirmasdan, uni qishloq xo‘jaligiga qo‘llanilishiga doir misol yechib ko‘rsatish jarayonida, bu usulni mohiyatini ochib, muhim va zaruriy formulalarni keltiramiz.

Masalan -1. Uch xilshakldagidorilash B_0, B_1, B_2 vasug‘orishA_0, A_1 , A_2 usullari qo‘llanib paxta yetishtirildi. Bu dorilash va sug‘orish usullarini paxta hosildorligiga tasiri ahamiyatsiz yoki ahamiyatli ekanligini quyidagi(jadval-1) tajriba natijalariga ko‘ra α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan ikki faktorli dispersion tahlil usuli yordamida tekshiring:

jadval-1

Sug‘orish usullari	Dorilashningturlari											
	B_0			B_1					B_2			
A_0	19	20	15	20	20	20	20	18	18	20	18	18
A_1	32	29	18	40	40	39	33	34	39	38	40	37
A_2	30	31	21	42	42	35	28	33	38	39	36	35

Yechish. Talab qilingan, ikkala faktorlarni paxta hosildorligiga ta’sirini ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini, dispersion tahlil usuli bilan tekshirish uchun, barcha o‘zgaruvchilar bo‘yicha dispersiyalarini hisoblash lozim. Ushbu yordamchi jadval-2 ni tuzamiz:

jadval-2

A	B_0		B_1		B_2		$\sum$	
	x	x^2	x	x^2	x	x^2	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$
A_0	19	361	20	400	18	324		
	20	400	20	400	20	400		
	15	225	20	400	18	324		
	16	256	18	324	18	324		
$\sum$	70	1242	78	1524	74	1372	222	4138
$\mathbf{A_1}$	32	1024	40	1600	39	1521		
	29	841	39	1521	38	1444		
	18	324	33	1089	40	1600		
	21	441	34	1156	37	1369		
$\sum$	100	2630	146	5366	154	5934	400	13930
	30	900	42	1764	38	1444		
A_2	31	961	35	1225	39	1521		
	21	441	28	784	36	1296		
	18	324	33	1089	35	1225		
	100	2626	138	4862	148	5486	386	12974
$\sum$	270		362		376		10008	31042

Jadval-2 da berilgan ma’lumotlar bo‘yincha quyidagi $\sum$ yig‘indilarni hisoblaymiz:

$S_1=\sum x= \sum x_i= \sum x_j = 1008$,

$S_2 = \sum(\sum x_i)^2= 222^2+400^2+386^2 =358280$,

$S_3=\sum(\sum x_j)^2 = 270^2+362^2+376^2=345320$,

$S_4 = \sum(\sum x_i)^2 = 70^2+78^2+74^2+100^2+146^2+154^2+100^2+138^2+148^2 = 122440$,
$S_5 = \sum(\sum x_j)^2 = 1242+1524+1372+2630+5366+5934+2626+4862+5486 = 31042$.

O‘rganilayotgan tanlanmaning hajmi $n = m_i\ m_j\ m_x = 3.3.4 = 36$. Bu yerda m_i - A faktor bo‘yicha o‘tkazilgan tajribalar soni, m_j – B faktor bo‘yicha o‘tkazilgan tajribalar soni, m_x- tajribalarning takrorlanishlari soni.
Bundan quyidagi miqdorlarni S_x, S_a, S_b, S_{ab} hisoblaymiz:

$$S_x = \frac{1}{n}\Big[\sum_{i=1}^{k} X_i\Big]^2 = \frac{1008^2}{36} = 28224\ ,$$

$$S_a = \frac{1}{m_i m_x} S_2 = \frac{358280}{3*4} = \frac{358280}{12} = 29856\ ,$$

$$S_b = \frac{1}{m_j m_x} S_3 = \frac{345320}{3*4} = \frac{345320}{12} = 28777\ ,$$

$$S_{ab} = \frac{1}{m_x} S_4 = \frac{122440}{4} = \frac{122440}{4} = 30610\ .$$

Dispersiyani hisoblash formulasiga asosan, barcha kerakli miqdorlarning S_X, S_A, S_B, S_{AB} dispersiyalarini hisoblaymiz:

$$S_A = S_a - S_x = 29857 - 28224 = 1633\ ,$$

$$S_B = S_b - S_x = 28777 - 28224 = 553\ ,$$

$$S_{AB} = S_{ab} + S_x - S_a - S_b = 30610 + 28224 - 28857 - 28777 = 200\ .$$

$$S_Z = S_a - S_{ab} = 31042 - 30610 = 432\ .$$

Jadval-1 dan har bir faktorning ozodlilik darajasi quyidagicha bo‘ladi:

$K_a=m_a -1, K_a=3 - 1 = 2$, $K_b=m_b -1=3-1=2$, $K_{ab} =K_a * K_b =2*2 =4$
$K_Z= m_a * m_b * (m_x - 1)= 3*3*(4-1)=27$.
Asosiy xulosani chiqarish uchun, Fisher kriteriyasini tajriba ma’lumotlari asosida qiymatlarini toopish lozim bo‘ladi. Shu sababli avvalo faktorlarning dispersiyalarini yuqridagi hisoblashlar asosida hisoblaymiz:

$S^2_A=(S_A/K_a)$, $S^2_A= (1633/2) = 816,5$.
$S^2_V= (S_B/K_b)$, $S^2_B= (553 /2)= 276,5$.
$S^2_{AV}= (S_{AB} /K_{ab})$, $S^2_{AB}= 200/4 = 50$.
$S^2_Z= S_Z /K_Z$, $S^2_Z=432/27=16$.

Bundan, Fisher kriteriyasini tajriba ma’lumotlari asosida kuzatilgan F_{kuzat} qiymatlari quyidagicha bo‘ladi:
$F_{kuzat}=F_{AB/Z}=S^2_{AB}/ S^2_Z= 50/16=3,12$, $F_{kuza}=F_{A/Z}=S^2_A/S^2_Z=816/16=51,01$
$F_{kuzat}=F_{B/Z}=S^2_B/S^2_Z =276,5/16=17,3$.
Fisher kriteriyasining kritik qiymatlari jadvalidan (ilova-4 dan), mos ozodlilik darajalariga ko‘ra, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilgan uning kritik qiymatlarini mos ravishda quyidagicha ekanligini aniqlaymiz:
$K_1=4$, $K_2=K_Z=27$ bo‘lganda $F_{krit}=F(4; 27; 0,05)=2,73$.

$K_3 = 2$ va $K_2=27$ bo‘lganda, $F_{krit}=F(2; 27; 0,05)=3,35$.
Barcha hollarda **F_{kuzat}› F_{krit}**ekanligidan, Fisher kriteriyasiga asosan
Turli shakldagi dorilash usullarini B_0, B_1, B_2 hamda sug‘orishnormalarini A_0, A_1, A_2 ni har-birini va ularning birgalikdagi paxta hosildorligiga ta’siri muhim ekanligi 95% likafolat bilan aniqlanadi.

Fisher asos solgan bir, ikki va ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli yordamida qishloq xo‘jaligida o‘tkazilgan ilmiy tajriba natijalarini statistik tahlil qilib, asosli va kafolotli nazariy va amaliy xulosalar chiqarish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:
1) Ikki faktorli dispersion tahlil usulini mohiyatini tushuntiring?
2) Ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli yordamida kamida $s \geq 3$ ta tasodifiy omillarni bir vaqtning o‘zida ikki va undan ortiq ko‘rsatkichlarga ta’siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini aniqlash mumkinmi?.
2) Ikki va ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli yordamida qanday qishloq xo‘jalik masalalarini yechish mumkin?

Kalit so‘zlar

Ikki, ko‘p faktor, dispersion, tahlil usuli, tasodifiy omillar, ta’siri ahamiyatli, ahamiyatsiz, qishloq xo‘jalik masalalarini Yechish.

Xulosa

Ikki va ko‘p faktorli dispersion tahlil usuli yordamida tasodifiy omillarning bir vaqtning o‘zida ikki va undan ortiq ko‘rsatkichlarga ta’siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini aniqlash masalasi, xususan ikki faktorli dispersion tahlil usuli bilan, bir vaqtning o‘zida, paxtaning hosildorligi va sifatiga ma’lum bir o‘g‘itlarning ta’siri ahamiyatli yoki ahamiyatsiz ekanligini yetarli kafolat bilan aniqlash masalalari o‘rganilgan.

§-25. Bo‘sh tuplamni normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Pirsonning χ^2 –kriteriyalari bilan tekshirish

Matematik statistikaning muvofiqlik kriteriyalari yordamida o‘rganilayotgan X son belgining noma’lum taqsimot qonuni haqidagi statistik gipotezalar tekshiriladi. O‘rganilayotgan X son belgini o‘tkazilgan tajriba natijalari asosida ma’lum bir taqsimotga ega deb faraz qilishmumkin. Muvofiqlik kriteriyalariga Pirson, Kolmogorov-Smirnov, Mizes kriteriyalari kiradi ([1] - [14]).

Bu kriteriyalar yordamida bo‘sh to‘plamning X son belgisini binomial, normal, Puasson yoki boshqa taqsimotga ega degan statistik gipotezalarni tekshirish mumkin.

X son belgining noma’lum taqsimot qonuni haqidagi asosiy H_0 statistik gipotezani tekshirishda keng qo‘llaniladigan Pirsonning χ^2 kriteriyasiga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz.

Ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi xulosalaridan ma’lumki, hayotda uchraydigan tasodifiy miqdorlarning aksariyati, normal taqsimotga ega bo‘ladi. Shu sababli o‘tkazilgan tajriba natijasiga ko‘ra, o‘rganilayotgan X-tasodifiy miqdorning normal taqsimotga ega ekanligini tekshirish, muhim nazariy va amaliy ahamiyatga egadir. Chunki, tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni ma’lum bo‘lsa, tasodifiy miqdor haqida yetarli va asosli xulosalar chiqarish mumkin.

Yuqorida takidlanganidek qishloq xo‘jaligida, barcha ekinlar katta yer maydonida ekilganligidan, o‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamning X son belgisini normal taqsimlangan deb faraz qilish, mantiqan to‘g‘ri bo‘ladi. Bu tasdiq asosida qishloq xo‘jaligi ekinlari hosildorligiga kafolatli intervalli statistik baho qurish, avvaldan uni hosildorligini bashorat (prognoz) qilish mumkin.

Bo‘sh to‘plamning X son belgisi, matematik kutilishi $M(X)=a$ 6=$\sqrt{D(X)}$ o‘rtacha kvadratik chetlanishi bo‘lgan, normal taqsimotga ega degan asosiy gipotezani

$$H_0: P(X<x)=\Phi_{a,\sigma}(x), \quad H_1: P(X<x)\neq\Phi_{a,\sigma}(x) \qquad (2.47)$$

alternativ shartda Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida tekshirish talab qilingan bo‘lsin.

X bo‘sh to‘plamdan hajmi n ga teng bo‘lgan, tanlanma to‘plam olinib, uning statistik taqsimoti bo‘yicha, har bir variantaning absalyut uchrashlar sonini aniqlaymiz:

X_i	x_1	x_2	...	x_K
n_i	n_1	n_2	...	n_K

Bu yerda $n_i x_i$ variantaning empirik chastotalarisoni, $n=n_1+n_2+....+n_k$ tanlanmaning hajmi. Bo‘sh to‘plam normal taqsimotga ega degan shartda, $n_i^{/}$ nazariy chastotalar quyidagicha hisoblanadi:

1). Statistik taqsimot bo‘yicha, tanlanma o‘rta qiymat $\bar{x}_T$ va tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish hisoblanadi $\sigma_T=\sqrt{D_T}$;

2). X tasodifiy miqdor normal taqsimotga ega degan shartda $n_i^{/}$ nazariy chastotalarni quyidagi formula bilan hisoblanadi

$$n_i^{/}=\frac{nh}{\sigma_B}\varphi(u_i) \qquad (2.48)$$

bu yerda n tanlanmaning hajmi,qo‘shni variantalarning ayirmasi

$h=X_{i+1}-X_i$, shartli varianta $u_i=\dfrac{X_i-\bar{x}_T}{\sigma_B}$, $\varphi(u)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\ell^{-\frac{u^2}{2}}$

normal taqsimotning differensial (zichlik) funksiyasi.

Natijada hisoblashlar yordamida har-bir empirik chastotaga mos kutilayotgan nazariy chastotalar hisoblanadi $n_1^{/}, n_2^{/}, ..., n_k^{/}$;

n_i	n_1	n_2	....	n_k
$n_i^{/}$	$n_1^{/}$	$n_2^{/}$	....	$n_k^{/}$

3) Pirsonning χ^2 kriteriyasiyordamida $\mathbf{n_i : n_1, n_2, ...,n_k}$ -kuzatilgan (empirik) va $n_i^{/}$ **:** $n_1^{/}$**,** $n_2^{/}$ **,......,** $n_k^{/}$ nazariy chastotalarga asosan χ^2_{kuz} hisoblanadi:

$$\chi^2_{куз}=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-n_i^{/})^2}{n_i^{/}} \qquad (2.48)$$

K. Pirson isbotlanganki ([1], [2]), n→∞da $\chi^2_{куз}$ tasodifiy miqdor, $s=k-r-1$ ozodlik darajali «xi-kvadrat» taqsimotga ega bo‘ladi. Bu yerda k-tanlanmadagi guruppalar soni, $r-$ taxmin qilinayotgan taqsimotning baholanayotgan noma’lum parametrlari soni. Bo‘sh to‘plam normal taqsimlangan degan shartda $r=2$ bo‘ladi va $s=k-3$.

Berilgan α va $s=k-r-1$ ozodlik darajalari bo‘yicha $\chi^2_{kr}(\alpha, s)$ topilib (Ushbu darslikning ilova-5 dan), bu qiymat (2.48) formula bilan hisoblangan χ^2_{kuz} bilan taqqoslanadi:

1) agar $\chi^2_{kuz}<\chi^2_{kr}$ bo‘lsa, qo‘yilgan asosiy H_0 gipotezani rad etishga asos yo‘q, ya’ni α qiymatdorlik darajasi bilan H_0, bo‘sh to‘plamning normal taqsimlanganligi haqidagi asosiy statistik gipoteza qabul qilinadi;

2) agar $\chi^2_{kuz}>\chi^2_{kr}$ bo‘lsa, H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1 gipoteza shu α qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Izoh: Agar statistik gipotezani tekshirishda har bir intervaldagi kuzatishlar soni $n_i^1=np_i<5$ bo‘lsa, bu intervalni qo‘shni interval bilan birlashtirish lozim bo‘ladi.

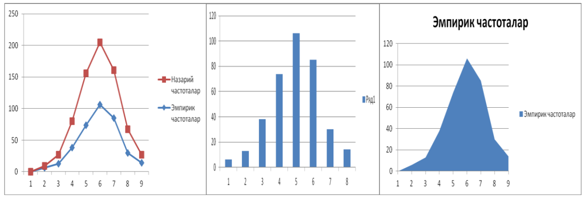
§-26. Bo‘sh tuplamni normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Pirsonning χ^2 kriteriyasi bilan tekshirishga namunaviy misollarning yechimi

Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida bo‘sh to‘plamni normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy statistik gipotezani, alternativ H_1 normal taqsimotga ega emas degan shartda αqiymatdorlik darajasi bilan tekshiramiz.

Misol-1. Quyidagi berilgan empirik va nazariy chastotalarga ko‘ra, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan, bo‘sh to‘plamning X son belgisini normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy gipotezani Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida tekshiring:

Empirikchastotalar n_i	6	13	38	74	106	85	30	14
Nazariychastotalar $n_i^{/}$	3	14	42	82	99	76	37	13

Yechish: Jadvalda n_i - empirik chastotalarning gistogrammasini, normal taqsimotga yaqinligini quyidagi shakldan ham ko‘rish mumkin:



Chizma –9

χ^2_{kuz}-ni hisoblash uchun ushbu jadvalni tuzamiz:

I	n_i	$n_i^/$	$n_i - n_i^/$	$(n_i - n_i^/)^2$	$\left[\frac{(n_i - n_i^/)^2}{n_i^/}\right]$
1	6	3	3	9	3
2	13	14	-1	1	0,07
3	38	42	-4	16	0,38
4	74	82	-8	64	0,78
5	106	99	7	49	0,49
6	85	76	9	81	1,07
7	30	37	-7	49	1,32
8	14	13	1	1	0,08
	366	366			$X^2_{kuz} = 7{,}19$

Jadvalning oxirgi ustunidan $\chi^2_{kuz}=7{,}19$ va jadvalidan S=8, K=8-3=5, $\alpha=0{,}05$ qiymatlarga mos Pirsonning χ^2 kriteriyasini kritik qiymatini topamiz $\chi^2_{kr}(0{,}05;\ 5) = 11{,}1$ (Ushbu darslikning 6-ilovasidan)

Demak, bu misolda $\chi^2_{kuz} < \chi^2_{kr}$ bo'lgani uchun, H_0 gipotezani rad etishga asos yuq, ya'ni X son belgini normal taqsimlangan deb qarash mumkin.

Misol-2. O'zbekiston Respublikasining lalmikor yerlarida 1958-1988 yillarda etishtirilagan kuzgi bug'doyning o'rtacha hosildorligini, normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy statistik gipotezani, quyidagi statistik ma'lumotlar bo'yicha Pirsonning χ^2 – kriteriysi bilan tekshiring.

Yechish: Tanlanma to'plamning intervalli variatsion qatorini tuzib, uning kuzatilgan empirik chastotasi n_i va bo'sh to'plamni normal taqsimotga ega degan farazda hisoblan gan n_i^1 nazariy chastotalari qiymatlari bo'yicha quyidagi jadvalga ega bo'lamiz:

Interval chegaralari $[x_i;\ x_{i+1})$	Empirik chastota n_i	Interval chegaralari $(u_{i+1};u_i)$	$p_i = \Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i)$	Nazariy chastota $n_i^/ = np_i$	$\frac{(n_i - n_i^/)^2}{n_i^/}$
[2,40;4,22)	6	$[-\infty;-0.939)$	0.1736	5.381	0.071
[4,22;6,04)	8	[-0.939;–0.304)	0.2085	6.464	0.365
[6,04;7,86)	5	[–0.304;0.336)	0.2510	7.781	0.994
[7,86;9,68)	6	[0.336;0.974)	0.2010	6.231	0.017
[9,68;11,50)	3	[0.974;1.612)	0.1122	3.478	0.066
[11,50;13,32)	3	$[1.612;+\infty)$	0.0537	1.665	1.071
$\sum$	31		1		$\chi^2_{kuz}= 2.58$

Jadvalda $u_i= (x_i–x_t)/ 6_T$ shartlivarianta, $u_{i+1} = u_i+h$;
$h= (x_{max}–x_{min})/(1+3.32\lg n)=1.82$, $u_i= (x_i–x_t)/6_T= (x_i–6.9)/2.854$,
$p_i = \Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i)$,

$$\chi^2_{kuz} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i^/)^2}{n_i^2} = 2{,}58;$$

χ^2–taqsimot jadvalidan $\alpha=0.05$ da,
$\chi^2_{kr} = \chi^2(0.05;3)=7.815$, bundan
$\chi^2_{kuz}<\chi^2_k$ ekanligikelibchiqadi.

Demak, O'zbekiston Respublikasining lalmikor yerlarida yetishtirilagan kuzgi bug'doyning o'rtacha hosildorligi normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 gipoteza 95% li kafolat bilan qabul qilinadi.

Misol-3. Chigitning unuvchanligiga ma'lum bir yangi dorini ta'sirini aniqlash maqsadida, tajriba o'tkazilganida 1000 dona yangi dori bilan dorilangan chigitdan 950 tasi, eski usul bilan dorilab ekilgan 1000 chigitdan 910 tasi(nazorat) unib chiqqan bo'lsa, yangi qo'llanilgan dorini chigitning unuvchanligiga ta'siri
H_0: $M(X) = M(Y)$
ahamiyatsiz degan gipotezani ,
H_1: $M(X) \neq M(Y)$
ahamiyatli degan shartda $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan tekshiring.

	A(unib chiqqan chigitlar soni)	V(unib chiqmagan chigitlar soni)	jami
S(yangi dori qo'llanilganda)	950	50	1000
D(eski dori qo'llanilganda)	910	90	1000
	1860	140	2000

Yechish. Ikkala holda ham chigitning unuvchanligi bir xil degan gipotezani H_0: $M(X) = M(Y)$ Pirsonning χ^2 kriteriyasi bilan tekshiramiz:

$$\chi^2_{kuz} = \sum\left(\frac{n_i - n_i'}{n_i'}\right)^2 = \frac{2000\big((950\cdot 90 - 910\cdot 50) - 1000\big)^2}{1000\cdot 1000\cdot 1860\cdot 140} = 11{,}682.$$

Pirsonning χ^2 kriteriyasining kritik qiymatlari jadvalidan (ilova-5) $\chi^2_{krit}(1;0{,}05) = 3{,}84$ topib ikkala qiymatni taqqoslaganimizda $\chi^2_{kuz} > \chi^2_{krit}$ ekanligidan H_0 gipoteza rad etilib, 95% li kafolat bilan unga alternativ H_1 gipoteza qabul qilinadi. Demak, yangi dorining chigitni unuvchanligiga ta'siri ahamiyatli.

Pirsonning χ^{2-}kriteriyasiga doir mustaqil yechish uchun misollar

Quyida 1-4 misollarda berilgan empirik va nazariy chastotalarga ko'ra, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan bo'sh to'plamning X son belgini normal taqsimlanganligi haqidagi asosiy gipotezani

$H_0: P(X < x) = \Phi_{a,\sigma}(x)$, $H_1: P(X < x) \neq \Phi_{a,\sigma}(x)$

alternativ shartda Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida tekshiring:

1.

Empirik chastotalar	n_i	5	8	12	15	18	20	25	28
Nazariy chastotalar	n_i'	3	7	12	16	19	21	23	30

2

Empirik chastotalar	n_i	15	18	21	25	28	30	33	35
Nazariy chastotalar	n_i'	13	17	19	24	27	33	35	38

3

Empirik chastotalar	n_i	7	9	12	15	18	22	25	28
Nazariy chastotalar	n_i'	9	10	14	16	19	21	23	30

4

Empirik chastotalar	n_i	25	28	32	35	38	40	43	45
Nazariy chastotalar	n_i'	23	27	33	36	39	41	45	48

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1) Muvofiqlik kriteriyalari. Pirson, Kolmogorov-Smirnovning muvofiqlik kriteriyalari haqida nimalarni bilasiz va ular yordamida qanday statistik gipotezalar tekshiriladi?
2) Pirsonningχ^2-muvofiqlik kriteriyasi yordamida, o'rganilayotgan son belgining normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish sxemasini tushuntiring.

3) Pirsonning χ^2-muvofiqlik kriteriyasini qishloq xo'jalik masalalarini yekyishga qo'llanishiga misollar keltiring.

Kalit so'zlar:
Muvofiqlik kriteriyalari, Pirson, Kolmogorov-Smirnov, Mizes , χ^2- kriteriya, normal taqsimlangan, statistik gipoteza.

Xulosa:
Kolmogorov-Smirnov, Mizes vaPirsonningχ^2 kriteriyalari yordamida, o'rganilayotgan tasodifiy miqdorning normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipoteza tekshirilib uni qishloq xo'jalik masalalarini yechishga qo'llanishi doir masalalar o'rganiladi.

§-27. Bo'sh to'plamni normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Kolmogorov – Smirnov kriteriyasi bilan tekshirish

Bo'sh to'plamni X son belgisi uzluksiz taqsimotga ega degan asosiy statistik gipotezani tekshirishda, Kolmagorov – Smirnov kriteriyasidan foydalaniladi. O'tkazilgan statistik kuzatish natijasida X son belgini uzluksiz nazariy $F(x)$ va uning empirik $F_n(x)$ taqsimot funksiyalarini absalyut qiyma tbo'yicha farqini asimptotik baholashda quyidagi Smirnov-Kolmogorov kriteryasidan foydalanish mumkin:

$$\ell im_{n\to\infty} P\left\{\sup\left|F_n(x) - F(x)\right| < \frac{z}{\sqrt{n}}\right\} = 1 - e^{-2z^2} \qquad (2.50)$$

Bu tenglikdan
λ_{kuz}= $\sqrt{n}$ max[F_n(x)-F(x)] = $\sqrt{n}$ D
hisoblanadi. Bu yerda
D = max[F_n(x)-F(x)] .
λ_α kritik qiymati Kolmogorov taqsimot jadvalidan (ilova-8 dan) topiladi:
1) Agar $\lambda_{kuz}<\lambda_\alpha$ bo'lsa, asosiy H_0 gipoteza α qiymatdorchilik darajasi bilan qabul qilinadi;
2) agar $\lambda_{kuz}>\lambda_\alpha$bo'lsa, αqiymatdorlik darajasi bilan H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1 gipoteza qabul qilinadi.

Tekshirish uchun savollar:
1) Kolmogorov-Smirnovning muvofiqlik kriteriyasi yordamida qanday statistik gipotezalar, qanday shartda tekshiriladi?

2) Kolmogorov-Smirnovning kriteriyasi yordamida o‘rganilayotgan son belgining normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish sxemasini tushuntiring.

Kalit so‘zlar
Kolmogorov-Smirnov, muvofiqlik kriteriyasi, statistik gipoteza, shartda, normal,taqsimlangan, tekshirish sxemasi.

Xulosa

Kolmogorov-Smirnovning muvofiqlikkriteriyasi yordamida X uzluksiz tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni haqidagi statistik gipotezani tekshirish masalasi o‘rganilgan.

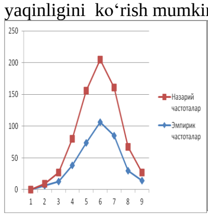
§-28. Bo‘sh tuplamni normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Pirsonning χ^2 va Kolmogorov – Smirnov kriteriyalari bilan tekshirishga namunaviy misollarni yechimi

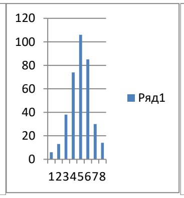
Ma’lumki, qishloq xo‘jalik ekinlarini o‘rtacha hosildorligi, aksariyat holda normal taqsimotga ega boladi. Shu sababli qishloq xo‘jaligidan o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorni normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish muhim amaliy ahamiyatga ega. Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida bo‘sh to‘plam-ni normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy statistik gipotezani, alternativ H_1 normal taqsimotga ega emas degan shartda αqiymatdorlik darajasi bilan tekshirish masalasini o‘rganamiz.

Misol-1. Quyidagi berilgan empirik va nazariy chastotalarga ko‘ra, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan, bo‘sh to‘plamning X son belgisini normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy gipotezani Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida tekshiring:

Empirikchastotalar	n_i	6	13	38	74	106	85	30	14
Nazariychastotalar	$n_i^{/}$	3	14	42	82	99	76	37	13

Yechish. n_i - empirik chastotalarni geometrik izohlaridan ham, normal taqsimotga yaqinligini ko‘rish mumkin:





Chizma - 10

bo‘sh to‘plamning X son belgisini normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy gipotezani, Pirsonning χ^2 kriteriyasi yordamida tekshiring uchun, ushbu jadvalni tuzamiz:

I	n_i	$n_i^{/}$	$n_i - n_i^{/}$	$(n_i - n_i^{/})^2$	$\left[\frac{(n_i - n_i^{/})^2}{n_i^{/}}\right]$
1	6	3	3	9	3
2	13	14	-1	1	0,07
3	38	42	-4	16	0,38
4	74	82	-8	64	0,78
5	106	99	7	49	0,49
6	85	76	9	81	1,07
7	30	37	-7	49	1,32
8	14	13	1	1	0,08
	366	366			χ^2_{kuz} = 7,19

Jadvalning oxirgi ustunidan (2 . 48) formula yordamida, χ^2_{kuz}=7,19 kuzatilgan qiymatini hisoblaymiz. Pirsonning χ^2 kriteriyasining kritik qiymatlari jadvalidan K=8-3=5 ozodlilik darajasiga mos, qiymatini (Ushbu qo‘llanmaning 5-ilovasidan)topamiz $\boldsymbol{\chi^2_{kr}}$(0,05; 5)= 11,1.

$\boldsymbol{\chi^2_{kuz}} < \boldsymbol{\chi^2_{kr}}$bo‘lgani uchun, H_0 gipotezani rad etishga asos yo‘q, ya’ni 95% li kafolat bilan X son belgini normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipoteza qabul qilinadi.

Misol-2. O‘zbekiston Respublikasining lalmikor yerlarida 1958-1988 yillarda yetishtirilagan kuzgi bug‘doyning o‘rtacha hosildorligi, normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 asosiy statistik gipotezani quyidagi statistik ma’lumotlar bo‘yicha Pirsonning χ^2 – kriteriysi bilan tekshiring.

Yechish: Tanlanma to‘plamning intervalli variatsion qatorini tuzib, uning kuzatilgan empirik chastotasi n_i va bo‘sh to‘plamni normal taqsimotga ega degan farazda hisoblangan n_i^1 nazariy chastotalari qiymatlari bo‘yicha quyidagi jadvalga ega bo‘lamiz:

Interval chegaralari $[x_i; x_{i+1})$	**Empirik chastota** n_i	**Interval chegaralari** $(u_{i+1}; u_i)$	$p_i = \Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i)$	**Nazariyc hastota** $n_i^{/} = np_i$	$\frac{(n_i - n_i^{/})^2}{n_i^{/}}$
[2,40;4,22)	6	[–∞;–0.939)	0.1736	5.381	0.071
[4,22;6,04)	8	[-0.939;–0.304)	0.2085	6.464	0.365
[6,04;7,86)	5	[–0.304;0.336)	0.2510	7.781	0.994
[7,86;9,68)	6	[0.336;0.974)	0.2010	6.231	0.017
[9,68;11,50)	3	[0.974;1.612)	0.1122	3.478	0.066
[11,50;13,32)	3	[1.612;+∞)	0.0537	1.665	1.071
∑	31		1		χ^2_{kuz}= 2.58

Jadvalda $u_i = (x_i - x_t)/6_T$ shartli varianta, $u_{i+1} = u_i + h$;
$h = (x_{max} - x_{min})/(1+3.32\lg n) = 1.82$; $u_i = (x_i - x_t)/6_T = (x_i - 6.9)/2.854$;

$$p_i = \Phi(u_{i+1}) - \Phi(u_i);$$

$\chi^2_{куз} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i^2} = 2,58$; χ^2–taqsimot jadvalidan α=0.05 qiymatdorlik darajasiga mos kritik qiymatini aniqlaymiz

$\chi^2_{kr} = \chi^2(0.05;3) = 7.815$.

Bu qiymatlarni taqqoslab $\chi^2_{kuz} < \chi^2_{kr}$ ekanligini ko‘ramiz.

Demak, O‘zbekiston Respublikasining lalmikor yerlarida yetishtirilagan kuzgi bug‘doyning o‘rtacha hosildorligi normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 gipoteza 95% li kafolat bilan qabul qilinadi.

Misol-3. Mashina traktor parkida (MTP) traktorlar uchun zaruriy bo‘lgan 150 dona bir-xil o‘lchamli detallar o‘lchanganida quyidagicha bo‘ldi. Detallarni o‘rtacha o‘lchamlari normal taqsimotga ega degan statistik gipotezani Kolmogorov-Smirnov kriteriyasi bilan tekshiring (bo‘sh to‘plam uzluksiz taqsimotga ega degan shartda).

Yechish: Hisoblashlarni yengillashtirish maqsadida jadval tuzamiz (jadval 1,2) bu yerda $F_n(x)$ – empirik taqsimot funksiya.

Jadval-1

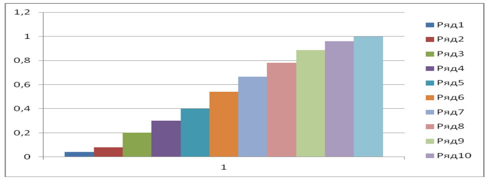
x_i	n_i	$x' = \frac{x_i - c}{i}$	$x_i' n_i$	$x_i'^2 n_i$
15,50	6	-5	-30	150
15,51	6	-4	-24	96
15,52	18	-3	-54	162
15,53	15	-2	-30	60
15,54	15	-1	-15	15
15,55	21	0	0	0
15,56	19	1	15	19
15,57	17	2	34	68
15,58	16	3	48	144
15,59	11	4	44	176
15,60	6	5	30	150

$i = 0,01;\ c = 15,15;\ \bar{x} = 15,55;\ s = 0,02629$

Jadval-2

x_i	n_i	$F(x_i)$	$F_n(x_i)$	$\lvert F_n(x_i) - F(x_i)\rvert$
1	2	3	4	5
15,50	6	0,04363	0,04000	0,00363
15,51	6	0,09176	0,08000	0,01176
15,52	18	0,17106	0,20000	0,02894
15,53	15	0,28434	0,30000	0,01566
15,54	15	0,42465	0,40000	0,02465
15,55	21	0,57535	0,54000	0,03535
15,56	19	0,71566	0,66666	**0,04900**
15,57	17	0,82894	0,77999	0,04895
15,58	16	0,90824	0,88665	0,02159
15,59	11	0,95637	0,95998	0,00361
15,60	6	0,98169	0,99998	0,01829

$F_n(x_i)$ - emperik taqsimot funksiyaning grafigi:



Chizma -11

Jadval asosida, Kolmogorov- Smirnov kriteriyasini qiymatini (ilova-8 dan) hisoblaymiz.

$$P\left\{\max \lvert F(x) - F_n(x)\rvert < \frac{\lambda}{\sqrt{n}}\right\} = k$$

Bizni misolda $n = 150$ va jadvaldan $k(\lambda) = 0,98$, $\lambda = 1,5175$ bo‘lganligidan

$$\max \lvert F(x) - F_n(x)\rvert < \frac{\lambda}{\sqrt{n}} = \frac{1,5175}{\sqrt{150}} \approx 0,1239$$

jadval-2 ni oxirgi ustinidan nazariy va empirik taqsimot funksiyalarni farqining absalyut qiymatini eng kattasi 0,049 ekanini aniqlaymiz. 0,049 <0,1239 bo‘lganligidan Kolmogorov-Smirnov kriteriyasiga asosan, o‘rganilayotgan detallarini o‘rtacha o‘lchamlari, normal taqsimotga ega degan statistik gipoteza 0,98 ehtimollik bilan qabul qilinadi.

§-29. Pirsonning χ^2 va Kolmogorov – Smirnov kriteriyalari bilan statistik gipotezalarni tekshirishga doir mustaqil yechish uchun misollar

Quyida 1-5 misollarda berilgan empirik va nazariy chastotalarga ko‘ra, α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan bo‘sh to‘plamning X son belgisini normal taqsimlanganligi haqidagi asosiy gipotezani $H_0 : P(X < x) = \Phi_{a,\sigma}(x)$, $H_1 : P(X < x) \neq \Phi_{a,\sigma}(x)$ alternativ shartda Pirsonning χ^2 kriteriyasi bilan tekshiring:

1.

Empirik chastotalar	n_i	5	8	12	15	18	20	25	28
Nazariy chastotalar	n_i'	3	7	12	16	19	21	23	30

2

Empirik chastotalar	n_i	15	18	21	25	28	30	33	35
Nazariy chastotalar	n_i'	13	17	19	24	27	33	35	38

3

Empirik chastotalar	n_i	7	9	12	15	18	22	25	28
Nazariy chastotalar	n_i'	9	10	14	16	19	21	23	30

4

Empirik chastotalar	n_i	25	28	32	35	38	40	43	45
Nazariy chastotalar	n_i'	23	27	33	36	39	41	45	48

5

Empirik chastotalar	n_i	51	58	62	65	68	70	75	78
Nazariy chastotalar	n_i'	47	57	64	68	71	73	78	80

6

Empirik chastotalar	n_i	26	29	33	35	39	41	43	45
Nazariy chastotalar	n_i'	24	27	32	36	40	42	45	46

Misol-7. Tasodifan olingan 50 ta lalmikor fermer xo‘jaliklrida, 2000-2018 yillarda yyetishtirilgan, kuzgi bug‘doyning o‘rtacha hosildorligi, normal taqsimlangan degan statistik gipotezani

$H_0 : P(X < x) = \Phi_{a,\sigma}(x)$, $H_1 : P(X < x) \neq \Phi_{a,\sigma}(x)$

alternativ shartda, quyidagi statistik ma’lumot-lar bo‘yicha Pirsonning χ^2 – kriteriysi yordamida α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan tekshiring.

Intervalli chegaralar $[x_i; x_{i+1})$	Empirik chastota n_i
[22;25)	**5**
[25;28)	**8**
[28;31)	**12**
[31;34)	**15**
[34;40)	**6**
[40;43)	**4**
	50

Misol-8. Respublikamizning 100 ta fermer xo‘jaligi 2018 yilda paxtadan olgan o‘rtacha hosildorligri s/ga hisobida quyidagicha bo‘ldi (jadvalda x_i). Bu

fermerlarni o‘rtacha paxtadan olgan hosildorligi normal taqsimotga ega degan statistik gipotezani

$H_0 : P(X < x) = \Phi_{a,\sigma}(x)$, $H_1 : P(X < x) \neq \Phi_{a,\sigma}(x)$

alternativ shartda, Kolmogorov-Smirnov kriteriyasi yordamida α=0,05 qiymatdorlik darajasi bilan tekshiring (bo‘sh to‘plam uzluksiz taqsimotga ega degan shartda):

x_i	n_i
25	**6**
28	**9**
30	**12**
32	**22**
35	**25**
38	**20**
40	**6**
43	**4**
	100

§-30. Korrelyatsiya nazariyasi elementlari. Korrelyatsiya koeffitsientini hisoblash formulasiva uning xossalari

Kundalik hayotimizda uchraydigan aksariyat tasodifiy miqdorlar, bir-birlari bilan ma’lum bir bog‘lanishga ega bo‘ladi. Ko‘pincha, tasodifiy miqdorni bir yoki bir nechta boshqa tasodifiy miqdorlar bilan bog‘lanishini aniqlash talab qilinadi. Tasodifiy miqdorlar funksional, statistik va korrelyatsion bog‘lanishga ega bo‘lishi mumkin ([4] - [12]).

Agar tasodifiy miqdorlardan biri X ni o‘zgarishi, ikkinchi Y tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini o‘zgarishiga olib kelsa, bu tasodifiy miqdorlar statistik bog‘lanishga ega deyiladi.

Agar X tasodifiy miqdorning o‘zgarshi, ikkinchi Y tasodifiy miqdorning o‘rtacha qiytmatini o‘zgarishiga olib kelsa, X va Y tasodifiy miqdorlar o‘zaro korrelyatsion bog‘lanishga ega deyiladi.

Masalan, daraxtning bo‘yi bilan, diametri orasidagi bog‘lanish, yoki tuproqning unimdorligi bilan, paxta hosildorligi orasidagi bog‘lanish, korrelyatsion bog‘lanishga ega bo‘ladi.

Korrelyatsiya nazariyasining birinchi asosiy masalasi – korrelyatsion bog‘lanish formasini aniqlash, ya’ni regressiya funksiyasining ko‘rinishini aniqlashdan iboratdir. Uchiziqli, kvadratik, ko‘rsatkichli, teskari proporsionalvaboshqa bog‘lanishlarga ega bo‘lishi mumkin.

Korrelyatsiya nazariyasining ikkinchi asosiy masalasi – korrelyatsion bog‘lanishning zichligini (kuchini) korrelyatsiya koeffitsientini aniqlashdir.

Bu savollarga javob berish uchun avvalo, o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorlar bo‘yincha o‘tkazilgan tajriba natijalarini geometrik izohlab, bog‘lanish turi tanlanadi va unda qatnashuvchi parametrlar eng kichik kvadratlar usuli bilan, statistik ma’lumotlar bo‘yicha baholanadi. Natijada, topilgan matematik modelning muqobil ekanligi statistik kriteriyalar yordamida tekshiriladi.

Agar X va Y tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi matematik model, muqobil model ekanligi yetarli kafolat bilan tasdiqlansa, unga asosan o‘rganilayotgan son belgilarning kelajakda qobul qiladigan qiymatlarini prognoz (bashorat) qilish mumkin.

Tasodifiymiqdor Y ning X bilan korrelyatsion bog‘liqligi deb, y_x shartli o‘rtacha qiytmatini x bilan funksional bog‘lanishiga aytiladi:

$$y_x = f(x) \qquad (2.51)$$

(2.51) tenglama y ning x ga regressiya tenglamasi deyiladi, $f(x)$ funksiya y ning x ga regressiya chizig‘i deyiladi.

Biz korrelyatsiya nazariyasiningeng soda holatlariga qisqacha to‘xtali bo‘lamiz.

Faraz qilaylik, X va Y son belgilar chiziqli korrelyatsion bog‘lanishga ega bo‘lsin. Empirik to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish uchun n ta (x, y) juftlik bo‘yincha, tajriba ma’lumotlarini olamiz:

$$(x, y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n). \qquad (2.52)$$

Tanlanma ma’lumotlarini koordinatalar sistemasida geometrik izohlash yordamida, bu miqdorlar orasidagi bog‘lanishning analitik turi tanlanadi va bu tanlangan modelda qatnashuvchi noma’lum parametrlar, eng kichik kvadratlar usuli bilan baholanadi.

Masalan, $y = \rho_{xy}x + b$ regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tenglamasini guruppalanmagan va guruppalangan ma’lumotlar bo‘yicha topish usullari mavjud, bu tenglamadagi ρ_{xy} regressiya koeffitsienti deyiladi. Regressiya to‘g‘ri chizig‘ining tenglamasi quyidagicha

$$y - \overline{y_T} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x_T}) \qquad (2.53)$$

Bu yerda qatnashuvchi korrelyatsiya koeffitsientining qiymati quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_T})(y_i - \overline{y_T})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_T})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y_T})^2}} \qquad (2.54)$$

Tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti umumiy holda, Y, X son belgilar orasidagi chiziqli bog‘lanishning zichligini xarakterlaydi. Bu formuladan tanlanmaning hajmi kichik va (x_i; y_i) juftliklar bir martadan uchragan holda foydalaniladi.

Katta hajmli tanlanma uchun, ya’ni juftlik bir-necha marta (x_i; y_i) uchragan holda, korrelyatsion jadval tuziladi. Bu holda tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti to‘rtmaydon usuli bilan hisoblanadi. Bu usulga keyingi mavzularda misol yechib ko‘rsatamiz.

Tanlanma korrelyatsiya koeffitsientining xossalari

O‘rganilayotgan tasodifiy miqdorlarning o‘zaro bog‘liqligini, tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti (2.54) xarakterlaydi. Tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti quyidagi xossalarga ega:

1. Tanlanma korrelyatsiya koeffitsientining absolyut qiytmati birdan katta bo‘lmaydi, ya’ni $|r_T| \leq 1, -1 \leq r_T \leq 1$;

2. Agar X va Y o‘zaro erkli tasodifiy miqdorlar bo‘lsa, u holda ularning $r_T = 0$, ammo aksincha hol hamma vaqt ham to‘g‘ri bo‘lmaydi. Ya’ni, tanlanma korrelyatsiya koeffitsientining qiymatini $r_T = 0$ ga tengligidan, bu tasodifiy miqdorlarning o‘zaro erkli tasodifiy miqdorlar bo‘lishi hamma vaqt ham kelib chiqmaydi;

3. Agar $r_T = \pm 1$ bo‘lsa, u holda o‘rganilayotgan son belgilarning kuzatilayotgan qiytmatlari chiziqli funksional bog‘lanish bilan bog‘langan bo‘ladi;

4. Tanlanmaning hajmi yetarli katta bo‘lganda $n \geq 50$, tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini normal taqsimlangan tasodifiy miqdor deb qarab, uning nazariy korrelyatsiya koeffitsienti r ga ushbu munosabat yordamida 97% li kafolat bilan intervalli statistik baho qurish mumkin:

$$\left(r_T - 3.\frac{1 - r_T^2}{\sqrt{n}} ; r_T + 3.\frac{1 + r_T^2}{\sqrt{n}} \right) \qquad (2.55)$$

Demak, r_T tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti X va Y tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanishni xarakterlovchi kattalikdir.

Agar r_T ning qiymati juda 0 ga yaqin bo‘lsa, tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanish kuchsiz, aksincha $r_T = \pm 1$ ga yaqin bo‘lsa, X va Y tasodifiy miqdorlar orasida bog‘lanish kuchli bo‘ladi.

Biz yuqorida asosan katta hajmli (n> 30) tanlanmalar uchun korrelyatsion bog‘lanish masalalarini yechish usullarini o‘rgandik. Tanlanmaning hajmi n< 30 bo‘lganda, Fisher tashkif qilgan quyidagi usul bilan, korrelyatsion bog‘lanish masalalarini asosli statistik tahlil qilish mumkin. Fisher isbotlaganki, tanlanma korrelyatsiya koeffitsientining quyidagi logarifmik funksiyasi, normal taqsimotga tanlanmaning hajmi kichik bo‘lganda ham juda tez yaqinlashadi

$$z = \frac{1}{2}Ln\frac{1 + r}{1 - r} \qquad (2.56)$$

Bu yerda z tasodifiy miqdorning o‘rtacha kvadratik chetlanishi, faqat tanlanmaning hajmiga bog‘liq bo‘lib, quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\mu_Z = \frac{1}{\sqrt{n - 3}} \qquad (2.57)$$

Bo‘sh to‘plamning noma’lum korrelyatsiya koeffitsienti r ga γ kafolat bilan intervalli statistik baho, tanlanmaning hajmi n< 30 bo‘lganda quyidagi munosabat yordamida quriladi:

$$z-\frac{\mu_z \mathbf{t}(\mathbf{n};\boldsymbol{\gamma})}{\sqrt{n-\mathbf{3}}}<r<z+\frac{\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{z}} \mathbf{t}(\mathbf{n};\gamma)}{\sqrt{n-\mathbf{3}}} \qquad (2.58)$$

Bu yerda $t_\gamma = t(n;\gamma) = T(n;\gamma)$ - ning qiymati St’yudent taqsimot

jadvalidan topiladi(Ushbu qo‘llanmada ilova- 3)

Tekshirish uchun savollar:

1).Qanday tasodifiy miqdorlar korrelyatsion bog‘lanishga ega deyiladi?

2). Korrelyatsiya nazariyasining asosiy masalalari nimalardan iborat va uning regressiya tenglamasi qanday tanlanadi?

3).Tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini hisoblash formulasini yozib, xossalarini ayting.

4). Tanlanmani hajmi kichik bo‘lganda tahlil qilishni Fisher usulini tushuntirib, bo‘sh to‘plamning korrelyatsiya koeffitsientiga intervalli baho qurish formulasini yozing.

Kalit so‘zlar

Korrelyatsion bog‘lanish, asosiy masalalar, regressiya tenglamasi, tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti, kichik hajmli, Fisher usuli, korrelyatsiya koeffitsientiga intervalli baho qurish.

Xulosa

Tasodifiy miqdorlar orasidagi korrelyatsion bog‘lanishning asosiy masalalari, regressiya tenglamasini tuzish, tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini hisoblash formulalari, xossalari, kichik hajmili tanlanma to‘plamlar uchun Fisher usulini qo‘llash, bo‘sh to‘plamning korrelyatsiya koeffitsientiga intervalli baho qurish masalalari o‘rganilgan.

§ 31. Egri chiziqli bog‘lanishning regressiya tenglamasini tuzish

Yuqorida o‘tilgan mavzuda takidlanganidek, tajriba ma’lumotlarini geometrik izohlash yordamida, yoki ma’lum bir mulohazaga asosan $X\ va\ Y$ son belgilarni aniq bir bog‘lanishga ega deb olish mumkin. Faraz qilaylik, o‘rganilayotgan $X\ va\ Y$ tasodifiy miqdorlar o‘zaro parobolik bog‘lanishga ega bo‘lsin

$$y = a + bx + cx^2 . \quad (2.59)$$

U holda, unda qatnashayotgan a, b, c nomalum parametrlarni eng kichik kvadratlar usuli bilan o‘tkazilgan tajriba natijalari bo‘yincha boholash lozim bo‘ladi. Statistik ma’lumotlarni (2 .59) tenglamaga qo‘yib, ushbu normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} an + b\sum x + c\sum x^2 = \sum y; \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 = \sum xy; & (2.60) \\ a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 = \sum yx^2 . \end{cases}$$

Bu yerda qatnashayotgan quyidagi yig‘indilar tanlanma ma’lumotlar asosida hisoblanadi:

$\sum x,\ \sum y,\ \sum xy,\ \sum x^2,\ \sum yx^2,\ \sum x^3,\ \sum x^4.$

Hosil bo‘lgan a,b,k bo‘yicha (2. 60) chiziqli tenglamalar sistemasini yechib, parabola tenlamasida qatnashuvchi parametrlar baholanadi $y = a + bx + cx^2$.

Xuddi shunday usul bilan boshqa turdagi bog‘lanish masalalari ham yechiladi.

Tekshirish uchun savollar:

1). Tanlanma regressiya tenglamasida qatnashuvchi noma’lum parametrlar qanday usul bilan baholanadi?

2). Chiziqli va parabolik bog‘lanishlarda normal tenglamalar sistemasi qanday tuziladi?

Kalit so‘zlar

Regressiya tenglamasi, noma’lum parametrlar, chiziqli, parabolik, normal tenglamalar sistemasi, eng kichik kvadratlar usuli.

Xulosa

Tajriba ma’lumotlarini geometrik izohlash yordamida, $X\ va\ Y$ son belgilarni o‘zaro parobolik bog‘lanishga ega $y = a + bx + cx^2$. bo‘lganda unda qatnashuvchi a, b, c nomalum parametrlarni, eng kichik kvadratlar usuli bilan boholanib, normal tenglamalar sistemasi hosil qilingan.

§ 32. Normal taqsimlangan bo‘sh to‘plamning korrelyatsiya koeffisientini qiymatdorligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish

Faraz qilaylik ikki o‘lchovli (X ; Y) bo‘sh to‘plam normal taqsimlangan bo‘lsin. Shu bo‘sh to‘plamdan n hajmli tanlanma to‘plamni olamiz:

$$(\mathbf{X};\ \mathbf{Y}): (\mathbf{x_1};\ \mathbf{y_1}), (\mathbf{x_2};\ \mathbf{y_2}), \ldots\ldots, (\mathbf{x_n};\ \mathbf{y_n}) (2.61)$$

(2.61) tanlanma to‘plam yordamida o‘rganilayotgan tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanishni xarakterlovchi $\boldsymbol{r_T}$ korrelyatsiya koeffisientini hisoblaymiz ($\boldsymbol{r_T} \neq \mathbf{0}$).

Talab qilingan asosiy $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$ gipotezani, al’ternativ $H_1: \boldsymbol{r_T} \neq \mathbf{0}$ shartda α qiymatdorlik darajasi bilan tekshirish talab qilingan bo‘lsin.

Talab qilngan asosiy $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$ gipotezani, quyidagi statistik kriteriya yordamida tekshiramiz:

$T_{kuz} = \frac{r_T\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$(*)

Isbotlanganki, T_{kuz} - tasodifiy miqdor $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$gipoteza to‘g‘ri bolganda $k = n-2$ ozodlilik darajali St’udent taqsimotiga ‘ga bo‘ladi. St’udent taqsimoti jadvalidan $T_{krit} = t(\alpha; n-2)$kritik qiymatini topib, uni T_{kuz} qiymati bilan taqqoslaymiz;

1) Agar $T_{kuz} < T_{krit} = t(\alpha; n-2)$ bo‘lsa, asosiy $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$ gipotezani rad etishga asos yo‘q, yani H_0 gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qobul qilinadi;

2) $T_{kuz} > T_{krit} = t(\alpha; n-2)$ bo‘lsa, asosiy $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$ gipoteza rad etilib, unga al’ternativ $H_1: \boldsymbol{r_T} \neq \mathbf{0}$ gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qobul qilinadi. Bu tasdiqdan, X va Y tasodifiy miqdorlarning o‘zaro korrelyatsion bog‘lanishga ega ekanligi klib chiqadi.

Misol – 1. X yerni haydash chuqurligi, Y shu yerdan olingan paxta hosildorligi orasidagi bog‘lanishning tanlanma $\boldsymbol{r_T}$ korrelyatsiya koeffisientini $\boldsymbol{r_T}$ =0,98 (ushbu qo‘llanmaning - betlarida, n=80) hisoblagan edik. Tabiiy ravishda savol tug‘iladi, haqiqatdan ham X yerni haydash chuqurligi, Y shu yerdan olingan paxta hosildorligi orasidagi bog‘lanish korrelyatsiyon bog‘lanishga egami?

Yechish. Bu savolga javob berish uchun, asosiy $H_0: \boldsymbol{r_T} = \mathbf{0}$ gipotezani, al’ternativ $H_1: \boldsymbol{r_T} \neq \mathbf{0}$shartda $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan tekshirishimiz kerak. Formula yordamida T_{kuz} qiymatini hisoblaymiz:

$$T_{kuz} = \frac{r_T \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0{,}98 \cdot \sqrt{78}}{\sqrt{1-0{,}98^2}} = \frac{0{,}98 \cdot 8{,}655}{0{,}199} \approx 43{,}49.$$

St’udent taqsimoti jadvalidan $T_{krit} = t(\alpha; n-2) = t(0{,}05; 78) = 1{,}99$ kritik qiymatini topib, uni T_{kuz} qiymati bilan taqqoslaymiz.

Bizni misolda $T_{kuz} > T_{krit}$ bo‘lganligidan asosiy $H_0: r_T = 0$ gipoteza etilib, unga al’ternativ $H_1: r_T \neq 0$ gipoteza 95% li kafolat bilan qobul qilinadi. Demak, X yerni haydash chuqurligi bilan, Y shu yerdan olingan paxta hosildorligi orasidagi bog‘lanish, korrelyatsiyon bog‘lanishga ega. Ma’lumki, bu tasdiq yerni haydash chuqurligi paxtadan olinadigan o‘rtacha hosildorlikni oshishiga olib kelishini bildiradi.

§ 33. Korrelyatsiya nazariyasiga doir namunaviy misollarni yechimi

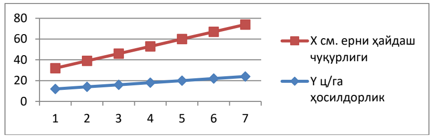
Misol-1. Respublikamizning lalmikor yerlarini haydash chuqurligi X sm. bilan, shu yerlardan olingan o‘rtacha bug‘doy hosildorligi Y s/ga bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba natijalariga asosan, ular orasidagi bog‘lanishning:

1) korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang;
2) bu miqdorlarni bog‘lanishni ifodalovchi regressiya tenglamasini tuzing:

X sm. yerni haydash chuqurligi	20	25	30	35	40	45	50
Ys/ga hosildorlik	12	14	16	18	20	22	24

Yechish. Berilgan statistik ma’lumotni geometrik izohidan ko‘ramizki

lalmikor yerlarni haydash chuqurligi X sm. Va shu yerdan olingan o‘rtacha bug‘doy hosildorligi Ys/ga orasidagi bog‘lanishni chiziqli deb olishimiz mumkin



Chizma -12

Korrelyatsiya koeffitsentini hisoblash uchun, berilgan statistik ma’lumotlar bo‘yicha yordamchi jadvalni tuzamiz:

Tajrib. soni	X_i sm.	Y_i s/ga	$X_i - \overline{X}_T$	$Y_i - \overline{Y}_T$	$(X_i - \overline{X}_T)(Y_i - \overline{Y}_T)$	$(X_i - \overline{X}_T)^2$	$(Y_i - \overline{Y}_T)^2$
1	20	12	-15	-6	90	225	36
2	25	14	-10	-4	40	100	16
3	30	16	-5	-2	10	25	4
4	35	18	0	0	0	0	0
5	40	20	5	2	10	25	4
6	45	22	10	4	40	100	16
7	50	24	15	6	90	225	36
Σ	$\overline{X}_T =$ 35	$\overline{Y}_T =$ 18			280	700	112

Jadvaldan
$$\overline{X_T} = \frac{1}{n}\sum_i x_i = \frac{126}{7} = 35,$$
$$\overline{Y_T} = \frac{1}{n}\sum_i y_i = \frac{245}{7} = 18$$

Topilgan qiytmatlarni formulaga qo‘yib, talab qilingan korrelyatsiya koeffitsentini (2 . 53) formula bilan hisoblaymiz

$$r_T = \frac{280}{\sqrt{112 * 700}} = \frac{28}{28} = 1$$

Demak, lalmikor yerlarda yyetishtirilgan bug‘doy hosildorligi bilan, yerni haydash chuqurligi orasidagi bog‘lanishning korrelyatsiya koeffitsentini qiytmati $r_T = 1$ekan, ya’ni bu miqdorlar orasida kuchli bog‘lanish mavjud va u chiziqli bog‘lanishdan iborat

$$y - \overline{y_T} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x_T})$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{112}{7}} = \sqrt{16} = 4,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{700}{7}} = \sqrt{100} = 10,$$

$$\overline{y}_x - 18 = 1 \cdot \frac{4}{10}(x - 35), \quad \overline{y}_x = 0{,}4x + 4.$$

Aniqlangan, chiziqli model yordamida, Respublikamizning lalmikor yerlaridan, kelgusi yillarda olinadigan o‘rtacha bug‘doy hosildorligini **prognoz (**bashorat**)** qilish mumkin. Masalan, 2023 yilda Respublikamizning lalmikor yerlaridan olinadigan o‘rtacha bug‘doy hosildorligi, oxirgi tenglamaga asosan 26 s/ga atrofida bo‘lishini aniqlaymiz.

§ 34. To‘rt maydon usuli bilan korrelyatsion bog‘lanish masalalarini yechish

Yuqorida takitlanganidek, katta hajmli tanlanmalar uchun, ya’ni $(x_i; y_i)$ juftlik bir-necha marta uchragan holda, korrelyatsion jadval tuzilib bu jarayonning statistik qonuniyatlari o‘rganiladi. Bu holda $X\ va\ Y$ tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanishni xarakterlovchi tanlanma korrelyatsiya koeffitsienti to‘rt maydon usuli bilan [12] hisoblanadi. Shu holga misollar keltiramiz.

Misol-1. Quyidagi korrelyatsion jadval ma’lumotlari bo‘yincha $X\ va\ Y$ tasodifiy miqdorlarning chiziqli bog‘lanish regressiya tenglamasini tuzing

$$y - \overline{y_T} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x_T})$$

Yechish. Bu misolda har bir juftlik bir-necha martadan uchragani uchun to‘rt maydon usuli bilan yechiladi:

x / y	30	35	40	45	50	55	n_y
18	4	6					10
28		8	10				18
38			4	35	5		44
48			4	12	6		22
58				1	3	2	6
n_x	4	14	18	48	14	2	$n = 100$

Soddalashtirish uchun shartli variantalarga o‘tamiz $u_i = \dfrac{x_i - 45}{5}, v_i = \dfrac{y_i - 38}{10}$:

u / v	-3	-2	-1	0	1	2	n_v
-2	4	6					10
-1		8	10				18
0			4	35	5		44
1			4	12	6		22
2				1	3	2	6
n_{ux}	4	14	18	48	14	2	n=100

Jadvaldan $\overline{u}$ i $\overline{v}$:

$$\overline{u} = \frac{\sum n_u u}{n} = \frac{4\cdot(-3) + 14\cdot(-12) + 18\cdot(-1) + 48\cdot 0 + 14\cdot 1 + 1\cdot 2}{100} = -0{,}4;$$

$$\overline{v} = \frac{\sum n_v v}{n} = \frac{10\cdot(-2) + 18\cdot(-1) + 44\cdot 0 + 33\cdot 1 + 6 : 2}{100} = -0{,}04$$

Yordam chimiqdorlarni hisoblaymiz $\overline{u^2}$ va $\overline{v^2}$:

$$\overline{u^2} = \frac{\sum n_u u^2}{n} = \frac{4\cdot 9 + 14\cdot 4 + 18\cdot 1 + 48\cdot 0 + 14\cdot 1 + 2\cdot 4}{100} = 1{,}32;$$

$$\overline{v^2} = \frac{\sum n_v v^2}{n} = \frac{10\cdot 4 + 18\cdot 1 + 44\cdot 0 + 22\cdot 1 + 6\cdot 4}{100} = 1{,}04.$$

Bundan σ_u va σ_v :

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\overline{u})^2} = \sqrt{1{,}32 - 0{,}4^2} = 1{,}077;$$

$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\overline{v})^2} = \sqrt{1{,}04 - 0{,}04^2} = 1{,}019.$$

$\sum n_{uv} uv$ to‘rtmaydon usuliga asosan:

u / v	-3	-2	-1	0	1	2	I	II
-2	4/6	6/4	-		-	-	4V	-
-1	-	6/2	10/1		-	-	2B	-
0							III	IV
1	-	-	4/-1		6/I	-	-4	6
2	-	-	-		3/2	2/4	-	14
I	24	40	10	II	-	-	74	-
II	-	-	-4	IV	12	V	-4	20

$$\sum n_{uv} uv = 74 - 4 + 20 = 90.,$$

$$r_B = \frac{\sum n_{uv} uv - n\overline{u}\,\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v} = \frac{90 - 100\cdot(-0{,}4)\cdot(-0{,}04)}{100\cdot 1{,}077\cdot 1{,}019} = 0{,}806.$$

Jadvaldan $\overline{x}, \overline{y}, \quad \sigma_x, \sigma_y$:

$$\overline{x} = \overline{u}h_1 + C_1 = -0{,}4\cdot 5 + 45 = 43;$$

$$\overline{y} = \overline{v}h_2 + C_2 = -0{,}04\cdot 10 + 38 = 37{,}6;$$

$$\sigma_x = h_1\sigma_u = 5\cdot 1{,}077 = 5{,}385; \quad \sigma_y = h_2\sigma_v = 10\cdot 1{,}019 = 10{,}19.$$

Talab qilingan chiziqli bog‘lanishning regressiya tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

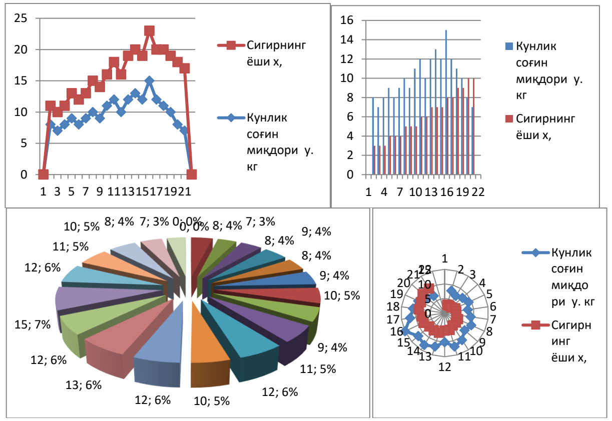
$$\overline{y}_x - \overline{y} = \tau \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \overline{x}\right), \quad \overline{y}_x - 37{,}6 = 0{,}806 \cdot \frac{10{,}19}{5{,}385}(x - 43),$$

$$\overline{y}_x = 1{,}525\,x - 27{,}975\,.$$

Misol-3. Simmental zotli sigirlarini yoshi va ulardan sog‘ib olingan o‘rtacha kunlik sut miqdori bo‘yicha, qo‘yidagi tajriba ma’lumotlari asosida ular orasidagi karrelyatsion bog‘lanishni tenglamasini tuzib, bog‘liqlikni xarakterlovchi kattaliklarini hisoblang:

п/п	Kunlik sog‘ in miqdori y, kg	Sigirning yoshi x,	Turli yordamchi miqdorlar						Kunlik nazariy kutilayotgan sog‘ in miqdori y_x, kg
			x^2	x^3	x^4	yx	yx^2	y^2	
1.	8	3	9	27	81	24	72	64	6,85
2.	7	3	9	27	81	21	63	49	6,85
3.	8	3	9	27	81	24	72	64	6,85
4.	9	4	16	64	256	36	144	81	9,19
5.	8	4	16	64	256	32	128	64	9,19
6.	9	4	16	64	256	36	144	81	9,19
7.	10	5	25	125	625	50	250	100	10,83
8.	9	5	25	125	625	45	225	81	10,83
9.	11	5	25	125	625	55	275	121	10,83
10.	12	6	36	216	1296	72	432	144	11,78
11.	10	6	36	216	1296	60	360	100	11,78
12.	12	7	49	343	2401	84	588	144	12,01
13.	13	7	49	343	2401	91	637	169	12,01
14.	12	7	49	343	2401	84	588	144	12,01
15.	15	8	64	512	4096	120	960	225	11,54
16.	12	8	64	512	4096	96	768	144	11,54
17.	11	9	81	729	6561	99	891	121	10,37
18.	10	9	81	729	6561	90	810	100	10,37
19.	8	10	100	1000	10000	80	800	64	8,49
20.	7	10	100	1000	10000	70	700	49	8,49
jami	201	123	859	6591	53995	1269	8907	2109	201,00

Yechish: **1) J**advalda berilgan tajriba ma’lumotlarini (x) sigirlarni yoshi bilan, (y) kunlik sigirlardan o‘rtacha sog‘ib olingan sut miqdori orasidagi bog‘lanishni, koordinatalar sistemasida chizib, uni $\overline{y}_x = a + bx + cx^2$, taqriban parabolik ko‘rinishga ega ekanligini ko‘ramiz.



Chizma-13

3) Eng kichik kvadratlar usuli yordamida parabolik bog‘lanishda qatnashuvchi noma’lum a, b, k parametrlarni berilgan tajriba ma’lumotlari yordamida baholashda quyidagi normal tenglamalar sistemasidan foydalanamiz:

$$\begin{cases} \sum y = an + b\sum x + c\sum x^2; \\ \sum yx = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3; \\ \sum yx^2 = a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4. \end{cases}$$

3) Normal tenglamalar sistemasini yechish uchun unda qatnashayotgan yig‘indilarni jadval ma’lumotlari bo‘yicha hisoblaymiz.

Natijada quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz uni yechib a, b, c — noma’lum parametrlarni topamiz:

$$\begin{cases} 201 = 20a + 123b + 859c; \\ 1269 = 123a + 859b + 6591c; \\ 8907 = 859a + 6591b + 53995c. \end{cases} \qquad \begin{cases} 10{,}0500 = a + 6{,}1500\,m + 42{,}9500\,c; \\ 10{,}3171 = a + 6{,}9837\,b + 53{,}5854\,c; \\ 10{,}3690 = a + 7{,}6729\,b + 62{,}8580\,c. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}2671 = 0{,}8337\,b + 10{,}6354\,c; \\ 0{,}0519 = 0{,}6892\,b + 9{,}2726\,c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}3204 = b + 12{,}7569\, c; \\ 0{,}0753 = b + 13{,}4541\, c; \end{cases}$$

Bundan, $0{,}2451 = -0{,}6972\, c$, $0{,}3204 = b + 12{,}7569 \cdot (-0{,}3515)$;
$201 = 20a + 123 \cdot 4{,}8044 + 859 \cdot (-0{,}3515)$; $a = -4{,}4001$, $b = 4{,}8044$,
$c = -0{,}3515$ kelib chiqadi.

Topilgan koeffitsientlarni to‘g‘ri topilganligini tekshiramiz $\overline{y} = a + b\overline{x} + c\overline{x}^2$,

$$\overline{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{201}{20} = 10{,}05; \quad \overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{123}{20} = 6{,}15; \quad \overline{x}^2 = \frac{\sum x^2}{n} = \frac{856}{20} = 42{,}95;$$

$$10{,}05 = -4{,}4001 + 4{,}8044 \cdot 6{,}15 + (-0{,}3515) \cdot 42{,}95.$$

Natijada, kunlik sog‘ib olinadigan sut miqdori y - bilan, sigirlarni yoshi x- orasidagi bog‘lanishni regressiya tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\tilde{y}_x = -4{,}4001 + 4{,}8044\, x - 0{,}3515\, x^2$$

Regressiya koeffitsienti $b = 4{,}8044$ sigirni yoshi 7 yoshga yetkuncha, kunlik sigirdan sog‘ib olinadigan sut miqdori o‘sib 4,8044 kg yetadi va sigirni yoshi 7 dan kattalashgan sari uni maxsuldorligi ya’ni suti kamayib boradi.

Sigirni eng ko‘p sut berish yoshi, bir o‘zgaruvchili funksiya ekstemumini topishga asosan

$$x = -\frac{b}{2c} = -\frac{4 \cdot 8044}{2 \cdot (-0{,}3515)} = 7$$

yoshni tashkil etadi. X- sigirni yoshiga 3,4,5,....,10 qiymatlar berib nazariy, o‘rtacha kunlik sog‘ib olinadigan sut miqdorini tuzilgan regressiya tenglamasidan aniqlashimiz mumkin:

$$\tilde{y}(3) = -4{,}4001 + 4{,}8044 \cdot 3 - 0{,}3515 \cdot 3^2 = 6{,}8496 = 6{,}85\,кг;$$

$$\tilde{y}(4) = -4{,}4001 + 4{,}8044 \cdot 4 - 0{,}3515 \cdot 4^2 = 9{,}1935 = 9{,}19\,кг$$

Sigirni yoshi bilan, undan kunlik sog‘ib olingan sut miqdori orasidagi bog‘lanish-ni parabolik funksiya shaklida

$$\tilde{y}_x = -4{,}4001 + 4{,}8044\, x - 0{,}3515\, x^2$$

to‘g‘ri tanlanganligini, ya’ni adekvat model ekanligini jadvalning ikkinchi va oxirgi ustunlardagi qiymatlarini taqqoslab, ularni farqi kichikligidan ham bilish mumkin.

§-35. Ko‘p o‘lchovli chiziqli bog‘lanishli tasodifiy miqdorlarning korrelyatsiya koefitsientini hisoblash

Qishloq xo‘jalik ekinlarining hosildorliklari juda ko‘p faktorlarga bog‘liq bo‘lgan murakkab tasodifiy jarayon ekanligini bilamiz. Ko‘p o‘lchovli tasodifiy miqdor bo‘yincha statistik tahlillar matritsaviy usul bilan yechilganligi sababli, tadqiqotchilar yaxshi tushunishlari uchun bu holga qishloq xo‘jaligidan misol keltirib, uni oddiy Yechish usullarini ko‘rsatamiz([4] - [12]).

Misol-1. 100 ta fermer xo‘jaligining bug‘doydan olgan y- hosildorligi, x_1 –tuproqning unimdorligining ball banateti, x_2- har bir gektar yerga o‘rtacha solingan mineral o‘g‘it miqdori, x_3- har 100 gektar maydonda ishlagan traktorlarga, ishchi kuchiga hosil yig‘ishtirib olguncha sarflangan (so‘m hisobida) pul miqdori, x_4 - har 100 gektar maydonda ishlagan ishchilar soniga bog‘liqligi quyidagicha chiziqli bog‘lanishga ega degan shartda,

$$\tilde{y}_x = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4.$$

ko‘p bog‘lamli korrelyatsion-regression tahlil usuli bilan, jadval-1 da keltirilgan statistik ma’lumotlarni tahlil qil:

jadval-1

№	Hosildorlik y, s/ga	Tuproqning ball banateti x_1	Xar bir gektar yerga solingan o‘g‘it miqdori x_2, kg	100 ga maydonga mashina va inson kuchiga sarflangan pul miqdori x_3, (mln. so‘m)	Ishlagan ishchilar soni x_4,
1	18,0	65	85	23,3	14
2	18,5	61	70	19,2	15
3	18,6	63	102	21,0	14
4	19,0	66	75	22,0	17
…	…	…	…	…	…
99	38,8	89	227	29,2	20
100	42,0	89	222	39,7	23

Statistik tahlil EHMda tuzilgan standart paket programma yordamida bajarilgan va uning natijalari jadval-2,3,4 da keltirilgan:

Jadval-2

1 Regressiya tenglamasining koeffitsientlari a_i	2. Regressiya koeffitsien-tlarining o‘rtacha xatolari μ_{b_i}	3. t – Koeffitsient t_i
-4,6414 0,1120 0,0818 0,2288 0,2110	0,0560 0,0105 0,0686 0,1006	1,9998 7,7756 3,3336 2,0981
4. Juftliklarning korrelyatsiya koeffitsient-lari t_{xy_i}	5. β – Koeffitsient β_i	6. Egiluvchanlak koeffitsientlari $Э_i$

0,886 0,950 0,910 0,814	0,1234 0,5647 0,2217 0,0987	0,3168 0,4476 0,2553 0,1483
7. Umumiy korrelyatsiya koefitsienti R 0,9636	8. Qoldiq dispersiya σ^2_{ocm} 1,8407	9. F – Koeffitsient 311,4680

O‘rtacha kvadratik chetlanish

Jadval-3

10. Korrelyatsiya koefitsienti 0,007	11. Asimmetriya 0,2390	12. Ekssessa 0,4639
13. $\overline{y}$ va $\overline{x}$ ning o‘rtacha qiymatlari 27,6230 78,1400 151,1700 30,8250 19,4200	14. Tanlanma o‘rta qiymatning o‘rtacha kvadratik xatosi 0,6882 0,7583 4,7516 0,6669 0,3219	15. O‘rtacha kvadratik chetlanish 6,8816 7,5829 47,5161 6,6690 3,2193
16. Variatsiya koeffitsienti v_i 0,249 0,097 0,314 0,216 0,165	17. Asimmtriya $k_{c\kappa}$ -0,0602 -0,2313 -0,0510 -0,1002 -0,2210	18. Ekssessa Ex -0,7666 -0,5269 -1,0103 -0,8257 0,0081

Juftliklarning regressiyasi

Jadval-4

19. Juftliklarni ozod Xadi a_0 -35,2281 6,8135 -1,3467 -6,2065	20. Koeffitsientlar a_i 0,8043 0,1377 0,9398 1,7420	21. t – Koeffitsientlar 19,1384 30,5850 22,0581 14,0602
22. Qoldiq dispersiya σ^2_{ocm} 3,186 2,138 2,841 3,988	23. Regressiya koeffi-sientlarining o‘rtacha xatolari μ_0 0,0420 0,0045 0,0426 0,1239	24. Korrelyatsion-matritsa 1 0,78 0,76 0,76 1 0,80 0,80 1 0,78 1

Jadvalda berilgan 1-24 hisoblash natijalarini tahlil qilamiz:

1) O‘rganilgan tasodifiy miqdorlar uchun, jadvalda keltirilgan ma’lumotlarga asosan, quyidagicha ko‘p bog‘lamli, chiziqli bog‘lanishli korrelyatsion-regression tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$\overline{y}_x = -4{,}6414 + 0{,}1120\,x_1 + 0{,}0818\,x_2 + 0{,}2288\,x_3 + 0{,}2110\,x_4 \cdot \quad (2.61)$$

2) Avvalo, regressiya koeffitsientlarini H_0 :a_1 , a_2, a_3, a_4 nolga tengligi haqidagi asosiy gipotezani, H_1 :a_1 , a_2, a_3, a_4 ularning barchasi noldan farqli degan alternativ shartda tekshiramiz.100 ta xo‘jalikning bug‘doydan olgan y - o‘rtacha hosildorligini, tanlanmaning hajmiN=100 (N > 30)bo‘lganligi uchun, normal taqsimotga ega deb olish mumkin. S’tyudent taqsimot jadvalidan(ilova- 3) topilgan t_{kritik}=t(100; 0,05) = 1,984 kritik qiymatdan, barcha t_{kuzat} –kuzatilgan qiymatlarning kattaligi

$$t_{a_1} = 1{,}9998\ ;\ t_{a_2} = 7{,}7756\ ;\ t_{a_3} = 3{,}3336\ ;\ t_{a_4} = 2{,}0981\ .$$

$$t_{kuzat} > t_{kritik} = t(100;\ 0{,}05),$$

H_0 gipoteza rad etib, unga alternativ H_1 –gipoteza 95%li kafolat bilan o‘rinli ekanligini tasdiqlaydi. Demak, aniqlangan ko‘p bog‘lamli chiziqli regressiya tenglamasi (2.60), bug‘doy hosildorligi uchun muqobil matematik model ekan.

1) Regressiya (2. 60) tenglamasining koeffitsientlari a_0 , a_1 , a_2 , a_3, a_4 quyidagicha ma’noni beradi. Agar tuproqning ball banateti 1 balga oshirilsa, bug‘doy hosildorligi o‘rtacha 0,112 s/gaga oshadi, tuproqqa solinayotgan o‘g‘it miqdorini har ga yerga 1 kg oshirilishi, hosildorlikni 0,0818 s/ga, 100 ga ekin maydonida ishlatilayotgan texnikalarga sarf bo‘layotgan pul miqdorini ming so‘mga oshirilishi, hosildorlikni 0.2288 s/ga, shu maydonda ishchilar sonini 1 kishiga oshirilishi, hosildorlikni 0,211 s/ga ga oshiradi.

2) Ko‘p bog‘lamli korrelyatsiya koeffitsientlarini statistik tahlili shuni ko‘rsatadiki, y_t-bug‘doy hosildorligi bilan, uning faktorlari orasidagi bog‘lanishning umumiy korrelyatsiya koeffitsienti 0,9636 teng ham bu miqdorlarni o‘zaro kuchli, chiziqli bog‘lanishga ega ekanligini bildiradi.

Umumiy holda y_t , x_1 , x_2 , x_3 , x_4 - miqdorlarning juft-jufti bilan bog‘lanishini xarakterlovchi korrelyatsiya koeffitsientlarining martitsaviy jadvali quyidagicha bo‘ladi:

	y	x_1	x_2	x_3	x_4
y	1	0,886	0,950	0,910	0,814
x_1		1	0,78	0,76	0,76
x_2			1	0,80	0,80
x_3				1	0,78
x_4					1

Korrelyatsiya koeffitsientlarining martitsaviy jadvaldagi r_{yx} -ni qiymatlaridan ko‘rinadiki, bug‘doyning hosildorligi, x_1 –tuproqning unimdorligiga, x_2- har bir gektar yerga solingan mineral o‘g‘it miqdoriga, x_3- texnika vositalariga sarflangan pul miqdoriga, x_4 - ishlagan ishchilar soniga kuchli bog‘liq.

6) Regressiya (2) tenglamasining koeffitsientlarini qiymatlaridan a_1 , a_2 , a_3, a_4 bug‘doyning hosildorligi birinchi navbatda ko‘proq a_3 =0,2288 agrotexnik ishlov beruvchi texnika vositalariga, a_4 = 0,2110 ishchi kuchiga, tuproq unumdorligiga a_1 = 0,1120, solingan mineral o‘g‘itlarga a_2 =0,0818 bog‘liq ekan.

7) Egiluvchanlik koeffitsienti E_k, boshqa miqdorlarga qaraganda, bug‘doy hosildorligiga ta’sir etuvchi faktorlarni yanada yaxshiroq aniqlash imkonini beradi

$$Э_1 = 0{,}3168\ ;\ Э_3 = 0{,}2553\ ;\ Э_2 = 0{,}4476\ ;\ Э_4 = 0{,}1483\ .$$

Egiluvchanlik koeffitsientlarini E_k bu qiymatlaridan quyidagicha xulosalar kelib chiqadi: tuproq unimdorligini 1% ga oshirilishi bug‘doy hosildorligini mos ravishda 0,3168% ga, solinayotgan mineral o‘g‘it miqdorini 0,4476% ga, texnika vositalariga qilinadigan sarf xarajatlarni 0.2553% ga va ishchi kuchini 0.1483% ga oshirilishiga olib keladi. Demak, bug‘doy hosildorligiga eng muhim ta’sir etuvchi omillar bu tuproqning unumdorligi va o‘g‘it ekan.

8) Quyidagi β_k- koeffitsientlarni qiymatlaridan ko‘rinadiki faktorlarning o‘zgarishi, asosiy bug‘doy hosildorligini σ_u o‘rtacha kvadratik chetlanishini o‘zgarishiga olib kelishini

$$\beta_1 = 0{,}1234\ ;\ \beta_2 = 0{,}5647\ ;\ \beta_3 = 0{,}2217\ ;\ \beta_4 = 0{,}0987\ .$$

Ya’ni, biz o‘rgangan chiziqli regression modelda, bug‘doy hosildorligini oshirish, asosan yergasolinadigano‘g‘itmiqdorigabog‘liqligini β_2=0,5647 koeffitsientning qiymati ko‘rsatadi va undan keyin texnik xarajatlar β_3=0,2217, tuproq unimdorligi β_1=0,1234 va sarflangan ishchi kuchiga β_4=0,0987 bog‘liq bo‘ladi.

9) Umumiy dispersiyani faktor dispersiyalarga yoyilmasi.

Faktorlar	Juftlikning korrelyatsiya koeffitsientlari r_{yx_i}	$\beta -$ koeffitsientlar β_i	Ko‘paytma $r_{yx_i}\beta_i$ % hisobida
x_1 – тупроқни балл банатети	0.886	0.1234	10.9
x_2 – harga yerg asolingan o‘g‘it miqdori	0.950	0.5647	53.7
x_3 – ishlatilgan ishch iva mashinaga sarflangan pul	0.910	0.2217	20.2
x_4 – ишлаган ишчилар сони	0.814	0.0987	8.0
Jami	-	-	92.8

Bug‘doy hosildorligining o‘zgaruvchanlik variatsiyasiga (juz’iy o‘zgarishiga), uning asosiy tashkil etuvchi faktorlarini variatsiyalarini ta’sirini tahlili shuni ko‘rsatadiki, asosan solingan o‘g‘itning o‘zgaruvchanlik variatsiyasi $r_{yx}\cdot\beta_2$=0,950·0,5647 = 0,537= 53,7% bilan, foydalanilgan texnika vositalarining $r_{yx}\cdot\beta_3$=0,91·0,2217 = 0,202=20,2% o‘zgaruvchanlik variatsiyalarini ta’siri muhim ekan.

Jami 92.8% bug‘doy hosildorligini variatsiyasini (o‘zgaruvchanligini), 10.9% ni tuproq unumdorligi, 53.7% ni solingan o‘g‘it miqdori, 20.2%ni texnika va ishchilarga sarflangan pul miqdori, 8.0% ni ishlagan ishchilar soni variatsiyalari tashkil etadi. Demak, statistik tahlillar shuni ko‘rsatadiki, bug‘doy hosildorligiga asosiy ta’sir etuvchi faktorlar bu mineral o‘g‘itlar va texnika ekan.

10) Tanlanma regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlari haqidagi statistik gipotezalarni tekshirib, ularning noma’lum nazariy qiymatlariga intervalli statistik baho quramiz.

Statistik ma’lumotlar bo‘yicha, bo‘sh tuplamning bug‘doy hosildorligi bilan tuproqning unimdorligi orasida bog‘lanish yo‘q degan asosiy statistik gipotezani, alternativ shartda $\alpha = 0.05$ қийматдор – лик даражаси билан tekshiramiz:

$$H_0 : b_0 = 0;\ H_a : b_0 \neq 0.$$

Yuqorida keltirilgan regressiya tenglamasining koeffitsientlari hamda jadva-ma’lumotlaridan foydalanib, qoldiq dispersiyani hisoblaymiz:

$$\sigma^2_{ocm} = \frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum yx}{n} =$$

$$= \frac{5914 - (-45{,}52)\cdot 236{,}6 - 0{,}9286 \cdot 17917{,}7}{10} = 4{,}56\ .$$

Uning tuzatilgan tanlanma dispersiyasi quyidagicha bo‘ladi (bu yerda m=2, regressiya tenglamasidagi parametrlar soni)

$$S^2_{yx} = \sigma^2_{ocm}\frac{n}{n-m} = 4{,}56\,\frac{10}{10-2} = 5{,}70\,,$$

b-parametrni o‘rtacha kvadratik chetlanishini hisoblaymiz

$$\mu_b = \sqrt{\frac{S^2_{yx}}{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}} = \sqrt{\frac{5{,}70}{314{,}5}} = \sqrt{0{,}0181} = 0{,}1345\ ,$$

Bu yerda

$$\sum\left(x_i - \tilde{x}\right)^2 = n\sigma_x^2 = 10\cdot 5{,}61^2 = 314{,}5,$$ yoki

$$\sum (x_i - x)^2 = \sum x^2 - nx^2 = 55817 - 10\cdot 74{,}5^2 = 314{,}5.$$

St’yudent kriteriyasini tajriba ma’lumotlari bo‘yicha qiymatini hisoblaymiz

$$t_{факт} = \frac{b}{\mu_b} = \frac{0{,}9286}{0{,}1345} = 6{,}904\ .$$

St’yudent taqsimot jadvalidan uning kritik qiymatini topamiz (ushbu qo‘llanma ilova-3)

$$T_{krit}(f;\alpha) = t(f;\alpha) = t(8;0{,}05) = 2{,}307.$$

$$T_{krit}(8;0.05) < t_{kuzat}\ ,$$

bo‘lganligidan asosiy H_0 statistik gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1 statistik gipoteza 95% li kafolat bilan qabul qilinadi. Demak, bug‘doy hosildorligi bilan tuproqning unimdorligi orasida kuchli bog‘lanish mavjud. Bu fikrni to‘g‘riligini, ular orasidagi bog‘lanish tenglamasidagi b=0,9286 koeffitsientini qiymatini birga yaqinligidan ham bilish mumkin.

11) Tanlanma regressiya koeffitsientini limitik xatosini hisoblaymiz:

$$\varepsilon_b = t_{0,05}\cdot\mu_b = 2{,}304\cdot 0{,}1345 = 0{,}3103$$

Demak, har bir ga yerni, 1 ball banatetiga o'rtacha 0.3103 s bug'doy hosili to'g'ri keladi.

12) Quyidagi munosabat yordamida b_0 – bo'sh to'plamning noma'lum regressiya koeffitsientiga, a=0,05 qiymatdorlik, darajasi bilan intervali statistik baho quramiz $b_0 = b \pm \varepsilon_b = 0{,}9286 \pm 0{,}3103$, $0{,}6183 \le b_0 \le 1{,}2389$.

Bu tengsizlikdan, bug'doy hosildorligi bilan tuproqning unimdorligi orasidagi bog'lanishni xarakterlovchi bo'sh to'plamning regressiya koeffitsientini qiymati 95% li kafolat bilan (0,6183; 1,2389) oraliqda bo'ladi.

13) Tuproq unimdorligini, bug'doy hosildorligiga ta'siri ahamiyatsiz degan asosiy gipotezani, ta'siri ahamiyatli degan alternativ shartda yuqorida berilgan statistik ma'lumotlar asosida $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan tekshiramiz

$$H_0 : b_0 = 0; \; H_a : b_0 \ne 0.$$

Bu masalada, tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini qiymati $r = 0{,}9229$ va tanlanmaning hajmi kichik n=10 bolganligiu chun, asosiy gipotezani tekshirishda Fisherni quyidagi kriteriyasidan foydalanamiz(2 qism.§1 dagi):

$$z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r}.,$$

bundan $Z(0{,}9229)$ = 1,589.

Z tasodifiy miqdorning o'rtacha kvadratik chetlanishi faqat tanlanmaning hajmiga bog'liq ekanligidan

$$\mu_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}.\; \mu_z = \frac{1}{\sqrt{10-3}} = \frac{1}{\sqrt{7}} = 0{,}378.$$

Korrelyatsiya koefisentini r=0,9229 ga mos Z (r) jadvaldan (ushbu qo'llanmani ilova-7 dan) topamiz:

$$Z(0{,}9229) = 1{,}5890.$$

BundanbSt'yudent kriteriyasini tajribanatijasida aniqlangan qiymati

$$t_{\text{факт}} = \frac{z}{\mu_z} = \frac{1{,}589}{0{,}378} = 4{,}20.$$

Jadvaldan St'yudent kriteriyasini kritik qiymatini

$f = n - k = = 10 - 2 = 8$, $\alpha = 0{,}05$ га асосан

$T_{krit}(f;\alpha) = t(f;\alpha) = t(8;0{,}05) = 2{,}307.$

$T_{krit}(8;0.05) < t_{kuzat}$ бўлганлигидан асосий H_0 гипотеза рад этилиб, unga alternativ (ya'ni tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini qiymati nolga teng emas degan) $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Demak, yuqoridagi tahlillarga asosan, yana bir karra, 95% li kafolat bilan tuproq unumdorligini bug'doy hosildorligiga ta'siri muhimligi kelib chiqadi.

14) Ushbu qo'llanmani ilova – 8 dan $\alpha = 0{,}05$ ва $f = n - k = 8$ озодлик ozodlik darajasiga mos qiymatlari bo'yicha, bo'sh to'plamning noma'lum korrelyatsiya koeffitsientiga 95% li kafolat bilan qurilgan ushbu intervalli statistik bahoga ega bo'lamiz:

$$0{,}62 < r_0 < 0{,}99.$$

Xulosa

Yuqorida keltirilgan statistik tahlillar asosida xulosa qilib shuni aytish mumkinki, Respublikamizda yetishtirilayotgan paxta, bug'doy va boshqa qishloq xo'jalik ekinlari, mevalari bo'yicha, quyidagi faktorlarning ta'siri inobatga olingan holda, tajribalar o'tkazilgan bo'lsa: urug'ning sifati, tuproq unimdorligi, o'tkazilgan agrotexnik tadbirlar, ishlagan ishchilar soni, ishch va texnikaga qilingan xarajatlar, o'rtach obu-havo va boshqalar, bu jarayonni ko'p bog'lamli korrelyatsion-regression tahlil qilish usuli bilan statistik tahlil qilib, 90-95% li kafolat bilan muhim nazariy va amaliy xulosalar chiqarish mumkin.

Korrelyatsiya nazariyasiga doirmustaqil yechish uchun misollar

1. Quyidagi jadvalda berilgan tajriba natijalariga qarab quyidagi 1-12 misollarda X va Y tasodifiy miqdorlar o'rasidagi bog'lanishini: 1) korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang; 2) X va Y tasodifiy miqdorlarning orasidagi bog'lanishning regressiya tenglamasini tuzing.

Kuzatishlar soni №	Variantlar							
	1		2		3		4	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	1,8	26	3,6	28	7	21,8	3,8	32
2	2,4	24	3,4	28	9	21	3,7	35
3	2,8	31	3,1	24	9	22,5	3,6	36
4	1,9	32	3,7	34	10	22,5	3,2	26
5	2,5	34	4,1	38	10,5	22,5	3,3	27
6	3,0	34	3,8	35	11,0	22	3,5	27
7	3,2	35	3,3	27	11,5	22,5	3,8	33
8	2,0	25	3,5	28	11,5	22,5	3,9	32
9	2,4	26	3,9	36	12	23	3,5	33
10	2,6	30	4,1	37	13	20	3,6	34

№	Variantlar															
	5		6		7		8		9		10		11		12	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	3,5	26	2,9	30	2,6	27	1,7	20	2,9	6,3	1,6	3,7	13,5	23	12,0	21
2	3,4	29	1,8	21	2,4	26	2,4	23	2,1	5,1	1,8	3,7	14,0	26	9,0	20
3	3,7	34	2,8	31	1,9	23	2,3	25	2,3	1,7	1,9	3,8	14,5	24	9,5	21
4	4,0	39	3,3	36	1,9	22	2,4	27	2,1	6,0	1,5	3,5	14,0	21	11,0	21,5
5	4,1	37	2,5	25	2,7	30	2,7	30	2,2	4,5	1,5	3,5	14,0	23	10,0	23
6	4,2	36	1,0	20	2,6	30	2,9	31	2,1	4,2	1,7	3,6	15,0	23	13,0	24
7	3,7	37	2,0	23	2,4	29	2,6	27	2,2	4,3	1,4	3,4	9,5	20	10,0	21
8	3,6	25	2,3	27	2,5	27	2,5	26	2,0	4,1	1,7	3,9	9,5	21,5	12,0	22,5

9	3,4	27	2,5	27	2,3	26	3,0	27	1,6	4,0	1,9	3,9	8,5	20	14,0	23
10	3,5	28	2,9	31	2,2	25	1,9	24	1,5	3,7	1,9	3,9	8,0	21	12	22

Misol-2,3. Tuproq unimdorligi X (ball banatet) –bilan, shu maydondan olingan paxta hosildorligi Y-orasidagi bog‘lanishni, quyidagi o‘tkazilgan tajriba ma’lumotlari bo‘yicha a), b) hollarda: 1) tanlanma korrelyatsiya koeffitsientirni hisoblang; 2)bu tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanish tenglamasini tuzib kelgusi yillar uchun 95% likafolat bilan hosildorligini prognoz (bashorat) qiling?

a).

Tajribalar soni	Tuproqning unimdorligi ballbanateti	Hosildorlik s/ga
1	60	24
2	65	26
3	70	28
4	75	31
5	72	27
6	68	25
7	56	22
8	63	23
9	76	32
10	80	33
11	63	25
12	71	29
13	67	27
14	58	23
15	61	25

b).

Tajribalar soni	Tuproqning unimdorligi ballbanateti	Hosildorlik s/ga
1	65	25
2	70	26
3	75	29
4	80	31
5	85	32
6	87	35
7	89	37
8	90	38
9	92	42
10	93	45

Misol-4. Quyidagi korrelyatsion jadval ma’lumotlari bo‘yicha X-makkajo‘xori so‘tasining og‘irligi (gramm hisobida), Y-makkajo‘xori poyasining diametri mm tasodifiy miqdorlarning:
1) chiziqli bog‘lanish regressiya tenglamasini tuzing

$$\overline{y}_x - \overline{y}_T = r_в \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \overline{x_T}\right);$$

2) bu miqdorlarni bog‘lanishini xarakterlovchi tanlanma korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang?

Y-Makkajo‘-xori poyasining diametri, mm	X-Makkajo‘xori so‘tasining og‘irligi (gramm)										
	50	80	110	140	170	200	230	260	290	320	n_y
35	1										1
37	-	1	1	1	1						4
39	1	2	7	4	9	2					25
41		3	2	11	16	13	8	1			54
43		2	3	6	21	34	23	9			98
45			1	4	13	27	19	12	4		80
47				2	7	12	12	12	5	2	52
49					1	1	4	2	4		12
51								1			1
n_x	2	8	14	28	68	89	66	37	13	2	n=327

Misol-5. Yerni haydash chuqurligi X sm va shu maydondan olingan paxta hosildorlgi Y s/ga bo‘yicha quyidagi tajriba ma’lumotlari asosida, ular orasidagi bog‘lanishning: 1) tanlanma korrelyatsiya koeffisentini hisoblang; 2) bu miqdorlar orasidagi bog‘lanish tenglamasini tuzing; 3) aniqlangan model yordamida paxta hosildorligini kelgusi yillar uchun prognoz (bashorat) qiling?

x_i	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
y_i	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38

III-bob

DINAMIK QATOR

§- 1. Dinamik qator. Asosiy tushunchalar

Vaqt davomida o‘zgarib turuvchi jarayon bo‘yincha o‘tkazilgan tajriba natijalari dinamik qator deyiladi. Boshqacha aytganda, vaqt davomida kuzatish natijasida aniqlangan asosiy sonli xarakteristikalar dinamik (vaqtli) qatorni tashkil etadi ([1]- [12]).

Yuqorida takidlanganidek, barcha qishloq xo‘jalik ekinlarining hosildorligi urug‘ning sifatiga, tuproqning unumdorligiga, o‘tkazilgan agrotexnik tadbirlarga, ob-havoga va boshqa ko‘plab omillarga bog‘liq bo‘lib, ma’lum bir vaqtda, mavsumda takrorlanib turuvchi murakkab tasodifiy jarayondir.

Agar kuzatishlar ma’lum bir tayin vaqtda (masalan kunda, oyda, yilda) o‘tkazilgan bo‘lsa, bu statistik kuzatish natijalari, diskret dinamik qatorni tashkil etadi. Agarda statistik kuzatishlar ma’lum bir vaqt oralig‘ida (xafta yoki oy davomida) o‘tkazilib borilsa, intervalli dinamik qator bo‘ladi. Bundan tashqari, o‘rganilayotgan tasodifiy jarayon, ma’lum bir qurilma-asbob yordamida, doimiy ravishda kuzatib borilsa, uzluksiz dinamik qator bo‘ladi. Chunki, vegetatsiya davrida biologik, xususan qishloq xo‘jalik o‘simlikning o‘sish jarayoni, uzluksiz vaqtli qator tashkil etadi. Odatda, bu kuzatishlar diskret ya’ni, ma’lum bir tayin vaqtda olib boriladi.

Diskret dinamik qator $y_1, y_2, y_3,.....,y_T$ qisqacha $\{y_t, t\in T\}$ (bu yerda y_t – t vaqtdagi kuzatish natijasi, T–jami kuzatilgan vaqt) shaklida belgilanadi.

Shuni takidlash lozimki, oddiy tanlanma to‘plamdan, dinamik qatorni birinchi farqi shundaki, bunda kuzatish natijalari o‘zaro bog‘liq tasodifiy miqdorlar bo‘lishi, ikkinchidan o‘rganilayotgan dinamik qator turg‘un(statsionar) qator bo‘lmasligi mumkin.

Dinamik qatorning asosiy sonli ko‘rsatkichlari, ko‘plab qisqa, yoki uzoq ta’sir etuvchi, mavsumiy omillar va turlicha tasodifiylik bilan bog‘liq ravishda shakllanadi.

Ma’lumki, matematik statistika fanining asosiy vazifasi – kichik hajmli o‘tkazilgan kuzatishlar, tajribalar asosida, o‘rganilayotgan dinamik(vaqtli) qatorni tub rivojlanish qonuniyatlarini ochish, muhim sonli xarakteristikalarini baholash, kelgusi yillar uchun, muhim sonli xarakteristikalarini prognz (bashorat) qilish, qilingan statistik tahlil bo‘yicha nazariy va amaliy xulosalar chiqarishdan iboratdir.

Hozirgi vaqtda, bir va ko‘p o‘lchovli dinamik qatorlar matematik nuqtai nazardan chuqur o‘rganilgan va bu natijalar amaliy statistik tahlil qilishga qo‘llanilmoqda. Dinamik qatorlarni asosli, yanada chuqirroq va kafolatli tahlil qilish usullarini o‘rganuvchilarga [1],[5]-[7] ilmiy adabiyotlarni tavsiya qilamiz.

Umumiy holda

$$\{y_t, t\in T\}: \ y_1, y_2, y_3,.....,y_T \qquad (3.1)$$

-dinamik (vaqtli) qatorni asosiy tashkil etuvchilari quyidagilardan iborat bo‘lishi mumkin:

1) o‘rganilayotgan vaqtli qatorning asosiy yo‘nalishni ko‘rsatuvchi trend,

2) trend atrofida tebranib turuvchi qism,

3) mavsumiy ta’sir etuvchi,

4) tasodifiy qism.

Berilgan vaqtli qatorni matematik modellashtirishda, masalani qo‘yilishiga qarab, uni yuqorida keltirilgan tashkil etuvchilardan biri yoki bir nechtasini yig‘indisidan iborat deb statistik tahlil qilinadi.

Masalan, o‘rganilayotgan dinamik qator quyidagi shakldа bo‘lishi mumkin

$$y_t = f(t) + g(t) + \varepsilon_t \qquad (3.2)$$

bu yerda f(t), g(t), ε_t mos ravishda determinlashgan, stoxastik va tasodifiy qisimlar.

Dinamik qatorlarni tahlil qilish usullariga: uning muhim asosiy yo‘nalishini ko‘rsatuvchi trendini aniqlash, normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani tekshirish, tasodifiylik bilan bog‘liqlik darajasini, avtokorrelyatsion bog‘lanishini, umuman o‘rganilayotgan vaqtli qatorni turg‘un(statsionar) qator tashkil etish yoki etmasligini aniqlash masalalari kiradi. Bu masalalar bayoniga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qatorga ta’rif bering va unga qishloq xo‘jaligidan misollar keltiring?

2). Dinamik qatorni asosiy tashkil etuvchilari nimalardan iborat bo‘lishi ayting?

Kalit so‘zlar

Dinamik qator, trend, mavsumiyta’siretuvchi, tasodifiyqism, turg‘un.

Xulosa

Vaqt davomida o‘zgarib turuvchi jarayon bo‘yincha o‘tkazilgan tajriba natijalari dinamik qatorni tashkel etadi. Dinamik (vaqtli) qatorni tub rivojlanish qonuniyatlarini ochish, muhim sonli xarakteristikalarini baholash, kelgusi yillar uchun, sonli xarakteristikalarini prognoz (bashorat) qilish, qilingan statistik tahlil bo‘yicha nazariy va amaliy xulosalar chiqarish haqida, bo‘shlang‘ich tushunchalar berilgan.

§ -2. Dinamik qatorning tendensiyasini aniqlash

Dinamik qatorlarni asosiy rivojlanish qonuniyatini trend qismi xarakterlaydi, (3.2) formuladagi f(t) - determinlashgan qismi, dinamik qatorning trendini ifodalovchi analitik funksiyadir. Stoxastik komponenta g(t) -o‘rganilayotgan dinamik qatorning o‘zgarish xarakterini ifodalaydi. Dinamik qatorni trendensiyasini aniqlashda ko‘plab usullar mavjud masalan, sirg‘anuvchi o‘rtacha qiymat, dinamik qatorlarni analitik silliqlash usullari va boshqalar.

Sirg‘anuvchi o‘rtacha qiymat usulida, dinamik qatorni tasodifiy chetlamalarining o‘sishi orqali uning trendi ya’ni asosiy yo‘nalishi aniqlanadi. O‘rtacha sirg‘anuvchi usulning oddiy tekislash va vazniy tekislash xollaridan foydalaniladi.

Oddiy o‘rtachani silliqlash usulida, dinamik qatorning T vaqt oralig‘idagi o‘rta arifmetik qiymati olinadi:

$$\overline{y_k} = \frac{\sum_{t=k}^{k+p} y_t}{p} \quad (k = 1,2,3,....., T - p + 1) \qquad (3.3)$$

bu yerda tenglashtirish davri, uzunligi T – vaqtli qatorlar xarakteriga bog‘liq bo‘ladi, k – o‘rtacha qiymatning tartib nomeri.

Vazniy silliqlashtirish usulida, dinamik qatorni har-xil nuqtalardagi qiymatlarini o‘rtalashtirilgan qiymatlari olinadi. Masalan, (3.1) formuladan birinchi sirg‘anuvchi o‘rtacha qiymat:

$$\frac{y_1+y_2}{2},\quad \frac{y_2+y_3}{2},\quad \frac{y_3+y_4}{2},\ \ldots..$$

ikkinchi (3.4)

$$\frac{y_1+2y_2+y_3}{4},\quad \frac{y_2+2y_3+y_4}{4},\quad \frac{y_3+2y_4+y_5}{4},\ \ldots..$$

Dinamik qatorni birinchi $2p+1$ qiymatlarini olamiz. Faraz qilaylik bu dinamik qatorni tendensiyasini (trendini) xarakterlovchi funksiya k- tartibli ko‘phad bo‘lsin

$$y_t = \sum_{i=0}^{k} a_t t^t \quad (3.5)$$

Tendensiyani xarakterlovchi funksiya, tajriba natijasida olingan $\{y_t,\ t\in T\}$: y_1, y_2, y_3, ...,y_T dinamik qatorni qiymatlarini, Dekart koordinatalar sistemasida geometrik izohlash yordamida, mantiqiy mulohaza bilan unga imkon qadar eng muqobil funksiya tanlanadi.

Umumiy holda (3.4) ni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$y(t) = \left[a_o + \sum_{i=1}^{k} a_i t^i \right]^u \begin{matrix} (i=-1,0,1,....k) \\ (u=-1,1) \end{matrix} \qquad (3.6)$$

1) Bundan xususan chiziqli $\overline{y_t} = a_0 + a_1 t$

2) Ikkinchi darajali ko‘phad (parabola) $\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$

3) Uchinchi darajali ko‘phad (kubik parabola) $\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

4) Teskari proporsional bog‘lanish (giperbola) $\overline{y_t} = a_0 + \frac{a_1}{t}$

Bundan tashqari dinamik qatorlarni tahlil qilishda:

5) Oddiy ko‘rsatkichli $y_t = a\,b^t$,

6) Гомперц эгри чизиғи $y_t = \text{k}a^{b^t}$,

7) Logistik $y_t = \frac{k}{1+ae^{-bt}}$ egrichiziq va boshqa trend modellaridan foydalaniladi.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qatorni tendensiyasi deganda nimani tushunasiz?

2). Dinamik qatorlarni asosiy rivojlanish qonuniyatini xarakterlovchi tendensiya, tanlanma ma’lumotlari bo‘yicha qanday tanlanadi?

3). Dinamik qatorni trendensiyasini aniqlashda qanday usullarni bilasiz?

4). Dinamik qatorni tendensiyasi uchun asosan qanday funksiyalar ishlatiladi?

Kalit so‘zlar

Dinamik qatorni tendensiyasi, trend, chiziqli, parabolik, kubik parabola, giperbola, ko‘rsatkichli, Gompers chizig‘i, logistik egri chiziq.

Xulosa

Dinamik qatorni tendensiyasini xarakterlovchi funksiyani, tajriba natijasida olingan $\{y_t,\ t\in T\}$: y_1, y_2, y_3, ...,y_T dinamik qatorni koordinatalar sistemasida geometrik izohlash yordamida, mantiqiy mulohaza bilan, imkon qadar eng muqobil funksiyani tanlash, bu jarayonni kafolotli tahlil qilishga olib kelishi haqida fikr yuritilgan.

§ - 3. Eng kichik kvadratlar usuli

O‘rganilayotgan dinamik qatorni tendensiyasiga (trend qismiga), ma’lum bir model tanlanganidan keyin, unda qatnashayotgan noma’lum parametrlarni tajriba natijalari bo‘yicha, baholash lozim bo‘ladi. Masalan, yuqorida tanlangan (3.5) ko‘phadda $y_t = \sum_{i=0}^{k} a_t t^t$ qatnashuvchi barcha noma’lum parametrlar $a_0, a_1, a_2, \ldots\ldots, a_k$ amaliyotda keng qo‘llaniladigan, eng kichik kvadratlar usuli yordamida baholanadi. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, har bir kuzatish nuqtalaridagi nazariy va empirik qiymatlarining ayrmasi eng kichik bo‘lishi kerak:

$$F = \sum_{t=1}^{T} (y_t - f(t))^2 \Rightarrow \min \qquad (3.7)$$

Tajriba natijasida aniqlangan $\{y_t, t\in T\}$: y_1, y_2, y_3,....., y_T dinamik qatorni qiymatlarini, (2) ga qo‘yishdan hosil bo‘lgan normal tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} a_0 T + a_1 \sum t^1 + a_2 \sum t^2 + ... + a_k \sum t^k = \sum y_t \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + ... + a_k \sum t^{k+1} = \sum y_t t \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0 \sum t^k + a_1 \sum t^{k+1} + a_2 \sum t^{k+2} + ... + a_k \sum t^{2k} = \sum y_t t^k \end{cases} \qquad (3.8)$$

(3.8) ni yechib, noma’lum parametrlar $a_0, a_1, a_2, \ldots\ldots, a_k$ topiladi.

Eksponensial funksiya bo‘lgan holda

$$y(t) = \left[e^{a_o + \sum_{i=1}^{k} a_i t^i} \right]^u \begin{matrix} (i=-1,0,1,...k) \\ (u=-1,1) \end{matrix} \qquad (3.6)$$

Eng kichik kvadratlar usuliga asosan, normal tenglamalar sistemasi bu hol uchun quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} a_0T + a_1\sum t^1 + a_2\sum t^2 + ... + a_k\sum t^k = \sum \ln y_t \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 + ... + a_k\sum t^{k+1} = \sum t \ln y_t \\ .... \\ a_0\sum t^k + a_1\sum t^{k+1} + a_2\sum t^{k+2} + ... + a_k\sum t^{2k} = \sum t^k \ln y_t \end{cases} \quad (3.9)$$

Tenglama (3.9) da, $2p+1$ qatorlar dinamikasi qiymatining vazniy o‘rtacha arifmetik qiymati hisoblanadi. Sirg‘anuvchan o‘rtacha qiymat usulini boshqa usullarga nisbatan afzalligi, tendensiya funksiyasini (trendni) muqobil shaklda aniqlash imkonini beradi. Ammo, bu usulning kamchiligi shundan iboratki, sirg‘anish davri oralig‘i oshrilishi hisobiga, dinamik qatorning eng chekka davrlaridagi statistik ma’lumotlari yo‘qolishi mumkin.

Tendensiya ko‘rsatkichli funksiya shaklida bo‘lgan holda

$$y_t = a_0 a^t$$

Tenglikni logarifmlab, eng kichik kvadratlar usuliga asosan, normal tenglamalar sistemasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} T \ln a_0 + \ln a_1 * \sum t = \sum \ln y_t \\ \ln a_0 * \sum t + \ln a_1 * \sum t^2 = \sum t \ln t \end{cases} \quad (3.10)$$

Qishloq xo‘jalik jarayonlarini dinamik qator sifatida statistik tahlil qilishda, uning trend qismi chiziqli, parabolik funksiyalar bo‘lgan hollar juda ko‘p uchraydi. Shu sababli tadqiqotchilarga yengil bo‘lishi uchun bu hollarda eng kichik kvadratlar usuli bilan parametrlarini boholashda hosil bo‘ladigan normal tenglamalar sistemasini keltiramiz:

1) Dinamik qatorning trend qismi birinchi darajali ko‘phad bo‘lgan hol

$$\overline{y}_t = a_0 + a_1 t \quad (3.11)$$

Bu holda normal tenglamalar sistemasi, eng kichik kvadratlar usuliga asosan, (3.7)dan quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} a_0T + a_1\sum t = \sum y_t \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 = \sum y_t t \end{cases} \quad (3.12)$$

2) Dinamik qatorning trend qismi ikkinchi darajali ko‘phad bo‘lgan hol

$$\overline{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (3.13)$$

Parabolik bog‘lanishga ega bo‘lgan holda quyidagi normal tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi:

$$\begin{cases} a_0T + a_1\sum t^1 + a_2\sum t^2 = \sum y_t \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 \sum y_t t \\ a_0\sum t^2 + a_1\sum t^3 + a_2\sum t^4 = \sum y_t t^2 \end{cases} \quad (3.14)$$

Demak, tanlangan model bo‘yicha, hosil bo‘lgan normal tenglamalar sitemasini yechib, o‘rganilayotgan dinamik qatorni asosiy rivojlanish yo‘nalishini xarakterlovchi trend qismi aniqlanadi. Bu tanlangan model yordamida o‘rganilayotgan dinamik qatorni keyingi qabul qiladigan qiymatlarini yetarli kafolat bilan prognoz (bashorat) qilish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1) Dinamik qatorni asosiy rivojlanish xarakterlovchi tendensiyada qatnashuvchi noma’lum parametrlar qanday usul bilan baholanadi?

2) Eng kichik kvadratlar uslini mohiyatini tushuntiring.

3) Chiziqli, parabolik va boshqa bog‘lanishlarda normal tenglamalar sistemasi qanday tuziladi?

Kalit so‘zlar

Dinamik qator, tendensiya, noma’lumparametrlar, eng kichik kvadratlar usli, chiziqli, parabolik bog‘lanish, normal tenglamalar sistemasi.

Xulosa

O‘rganilayotgan dinamik qatorni tendensiyasiga (trend qismiga), ma’lum bir model tanlanganidan keyin, unda qatnashayotgan noma’lum parametrlarni tajriba natijalari bo‘yicha, baholash, masalan, tanlangan ko‘phadda $y_t = \sum_{i=0}^{k} a_i t^i$ qatnashuvchi barcha noma’lum parametrlar $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_k$ eng kichik kvadratlar usuli yordamida baholanadi.

§ -4. Dinamik qator tendensiyasini muqobil modelligini tekshirish

Dinamik qatorni muqobil tendensiyasini ifodalovchi funksiyani aniqlash muhim va o‘z navbatida murakkab masalalardan biridir. Tajriba natijasiga ko‘ra, tanlangan matematik modelni adekvat model ekanligini tekshirish lozim bo‘ladi. Bu masalani quyidagicha usullar bilan tekshirish mumkin:

1) o‘rtacha kvadratikchetlanishi engkichik bo‘lgan funksiyani tanlash usuli;
2) dispersion tahlil usuli yordamida Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan tekshirish.

Birinchi usulda, dinamik qatorni aniqlangan $\overline{y}_t$ tendensiya funksiyasini t=1,2,3,….,T nuqtalarda hisoblangan $\overline{y}_1, \overline{y}_2, \overline{y}_3, ..., \overline{y}_T$ qiymatlaridan, mos ravishda tajriba natijalarini y_1, y_2, y_3,.....,y_T qiymatlarini ayirmasini o‘rtacha kvadratik chetlanishi hisoblanadi:

$$S = \sqrt{\frac{\sum \left(y_t - \hat{y}_t \right)^2}{N - k - 1}} \qquad (3.15)$$

Bu yerda y_t - qatorlar dinamikasining qiyati; $\overline{y_t = \hat{y}_t}$ tendensiya funksiyasini (trendni) t vaqtdagi qiymatlari; k $bu\hat{y}_t$ trend funksiyada qatnashuvchi parametrlar soni.

Ikkinchi usul ularning dispersiyalarini taqqoslashdan iborat. O‘rganilayotgan dinamik qatorni umumiy variatsiyasi ikki qismga ajratiladi, ya’ni tendensiyalar tufayli sodir bo‘ladigan variatsiyalar va tasodifiy variatsiyalarga $V = V_1 + V_2$.

Umumiy variatsiya quydidagi formula bo‘yicha hisoblanadi:

$$V = \sum_{t=1}^{N} \left(y_t - \bar{y} \right)^2 \quad (3.16)$$

Bunda: $\bar{y}$ - dinamik qatorni o‘rtacha qiymati.

Tasodifiy variatsiyani quyidagi formula bilan hisoblaymiz:

$$V_2 = \sum_{t=1}^{N} \left(y_t - \hat{y}_t \right)^2 \quad (3.17)$$

Umumiy va tasodifiy variatsiyalarning farqi tendensiyalar variatsiyasi hisoblanadi:

$$V_1 = V - V_2 \quad (3.18)$$

Dispersiyalarni aniqlashd ozodlilik darajasi quyidagicha bo‘ladi:

1. Tendensiyalar tufayli dispersiyalar uchun ozodlilik darajasi sonitrend tenglamasi parametrlari sonidan bitta kam bo‘ladi;
2. Dinamik qatorni ozodlilik darajasi soni bilan, trend tenglamasi parametrlari soni o‘rtasidagi farq, tasodifiy tendensiyalar uchun ozodlilik darajasi soniga teng bo‘ladi;
3. Umumiy dispersiyalar uchun ozodlilik darajasi soni, dinamik qatorni ozodlilik darajasi sonidan bitta kam bo‘ladi.

Chiziqli funksiya uchun, dispersiyalar quyidagicha hisoblanadi.

$$S^2 = \frac{V}{N - 1} \quad (3.19)$$

$$S_1^2 = V_1 \quad (3.20)$$

$$S_2^2 = \frac{V_2}{N - 1} \quad (3.21)$$

Dispersiyalar aniqlangandan so‘ng, Fisher-Snedekor kriteriyasining empirik qiymati hisoblanadi :

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \qquad (3.22)$$

bu tasodifiy miqdor Fisher-Snedekor taqsimotiga ega bo‘lib, uning kritik qiymati (ushbu qo‘llanmadagi 5-ilova) jadvaldan topiladi:
$F_{kritik} = F(f_1; f_2; \alpha)$.

Bu yerda f_1 va $f_2$mos ravishda kasrning surat va maxrajidagi dispersiya-larning ozodlilik darajalari soni. Empirik va kritik qiymatlar taqqoslanadi.

Bu yerda ikki hol bo‘lishi mumkin:

1) agar $F_{kuz} < F_{krit}$ bo‘lsa, asosiy gipoteza $H_0 : D(X) = D(Y)$ ni rad etishga asos yo‘q, ya’ni H_0 gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi;

2) agar $F_{kuz} .> F_{krit}$ bo‘lsa, asosiy $H_0 : D(X) = D(Y)$ gipoteza rad etilib, unga alternativ $H_1 : D(X) \neq D(Y)$ gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi.

Agar asosiy statistik gipoteza α qiytmatdorlik darajasi bilan qabul qilinsa, dinamik qatorni bo‘sh yo‘nalishini ifodalovchi funksiya tendensiya uchun muqobil model bo‘ladi.

Tanlangan tendensiya tenglamasini atroflicha tahlil qilish asosida, kerakli darajadagi aniqlikni beruvchi trend modelini yaratish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qatorni tendensiyasiga tanlangan matematik modelni, adekvat (muqobil) model ekanligini tekshirishda qanday usullar mavjud?

2). O‘rtacha kvadratik chetlanishi eng kichik bo‘lgan funksiyani tanlash usulini mohiyatini tushuntiring?

3). Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan tekshirish usulini tushuntiring?

Kalit so‘zlar

Tendensiya, model, adekvat, eng kichik, Fisher-Snedekorkriteriyasi, tekshirish.

Xulosa

Dinamik qatorni muqobil tendensiyasini ifodalovchi funksiyani aniqlash muhim murakkab masalalardan biridir. Tajriba natijasiga ko‘ra, tanlangan matematik modelni adekvat model ekanligini tekshirishda o‘rtacha kvadratik chetlanishi eng kichik bo‘lgan funksiyani tanlash va dispersion tahlil usuli yordamida Fisher-Snedekor kriteriyasi bilan tekshirish masalalari o‘rganilgan.

§ - 5. Dinamik qatorlarni tendensiyasini davriyligini tekshirish

Ba’zi dinamik qatorlarning umumiy tendensiyasi atorfida, davriy takrorlanishlar uchraydi. Bunday hollarda, davriylikni xarakterlovchi, garmonik tahlil usulidan foydalanish lozim bo‘ladi. Ma’lumki, davriy tebranishlarni Fure qatorlari yordamida istalgan aniqlikda analitik formada yozish mumkin.

Faraz qilaylik, (- L; L) oraliqda uzluksiz x(t) funksiya g(t) davriy qism-ga ega bo‘lib quyidagicha ko‘rinishga ega bo‘lsin

$$x(t) = g(t) + u(t) \qquad (3.23)$$

bu yerda u(t) vaqtning tasodifiy funksiyasi, uning matematik kutilishi 0, dispersiyasi σ^2 ga teng bo‘lsin

$$M(u(t)) = 0, \qquad D(u(t)) = \sigma^2 \qquad (3.24)$$

Bu holda, g(t) davriy funksiyani, quyidagicha Fure qatoriga yoyib yozish mumkin:

$$g(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k Cos(k\omega t) + b_k Sin(k\omega t)) \qquad (3.25)$$

Agar funksiyani davri T, $\omega = \frac{2\pi}{T}$va ma’lum bo‘lsa, masala to‘liq yechilgan bo‘ladi, ya’ni dinamik qatorning tendensiyasi atrofida tebranib turuvchi davriy qismi aniqlanadi.

Ma’lumki, qishloq xo‘jalik ekinlarini aksariyatiga, mavsumiy tebranish $T = 12$ oydan iborat bo‘lib, u yuqorida o‘rganilgan garmonik qatorning xususiy holi bo‘ladi. Shu sababli, bu holda x(t) tendensiya uchun, eng yaxshi yaqinlashuvchi funksiya, quyidagi Fure qatori bo‘ladi:

$$x_k = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n}\left(a_k cos\frac{k\pi t}{6} + b_k sin\frac{k\pi t}{6}\right) \qquad (3.26)$$

Bu yerda, Fure koeffitsientlari quyidagi formulalar bilan aniqlanadi

$$a_0 = \frac{1}{6}\sum_{t=1}^{11} x_t \qquad (3.27)$$

$$a_k = \frac{1}{6}\sum_{t=1}^{11} x_t \, Cos\left(\frac{k\pi t}{6}\right) \qquad (3.28)$$

$$b_k = \frac{1}{6}\sum_{t=1}^{11} x_t \, Sin\left(\frac{k\pi t}{6}\right) \qquad (3.29)$$

[1] da(3-bob, §2.9ga qarang) sobiq SSSRda 22-yillik kuzgi bug‘doyning hosildorligi statistik tahlil qilinib, bu hosildorlik garmonik xususiyatga ega, ya’ni 4-yillik davriylikka ega ekanligi aniqlangan.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qatorni tendensiyasi davriy bo‘lgan holda tendensiya qanday tanlanadi?

2). Dinamik qatolarni tendensiyasi mavsumiy bo‘lgan holda Fure koeffitsientlarini aniqlanash formulalarini yozing?

Kalit so‘zlar

Dinamik qatorni tendensiyasi, davriy, mavsumiy, Fure koeffitsientini aniqlanash formulalari.

Xulosa

Dinamik qatorni tendensiyasi davriy funksiya bo‘lgan holda, uni Fure qatori yordamida tahlil qilish masalalari o‘rganilgan.

§-6. Dinamik qatorni avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega ekanligini tekshirish

Vaqtli qatorning avvalgi va keyingi, hadlari orasidagi korrelyatsion bog‘lanishga, avtokorrelyatsiya deyiladi. Ya’ni, quyidagi miqdorlar orasidagi $y_1, \; y_2, \ldots, y_T$ ва $y_{L+1}, y_{L+2}, \ldots y_{L+T}$ korrelyatsion bog‘lanishni avtokorrelyatsiya ifodalaydi. Avtokorrelyatsiya quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$c_X(L) = M[(x_i - \bar{x})(x_{i+L} - \bar{x})] \;, \quad (L= 1,2,3,\ldots,T). \qquad (3.30)$$

Bu yerda L natural son bo‘lib,$\{y_t\}$vaqtli qatorning bog‘lanish oralig‘i uzunligini ifodalaydi. Bu vaqtinchalik, bog‘lanish uzunligi L-lag ham deyiladi va uning eng katta qiymati vaqtli qatorning davrini bildiradi.

Bundan xususan, L = 0 bo‘lganda, dinamik qatorning oddiy dispersiyasi kelib chiqadi

$$c_X(0) = M[(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})] = \sigma_{\bar{x}}^2. \qquad (3.31)$$

Dinamik qatorning bog‘lanish kattaligini avtokorrelyatsiya koeffitsienti (funksiyasi) ifodalaydi:

$$R_L = \frac{C_X(k)}{C_X(0)} \qquad (k = 1,2,3,\ldots,L) \qquad (3.32)$$

Dinamik qatorlarni kafolatli statistik tahlil qilish jarayonida, doimo avtokorrelyatsiya koeffitsientini hisoblab, bunday bog‘lanish mavjud yoki mavjud emasligini tekshirish lozim.

Ma’lumki ([5]-[9]), berilgan $\{y_t, t\in T\}$ dinamik qator turg‘un (statsionar) dinamik qator bo‘lishi uchun har qanday $T > 0$, t ga bog‘liq bo‘lmagan holda, quyidagi tasodifiy miqdorlar bir xil taqsimotga ega bo‘lishi kerak:

$$y_1, y_2, \ldots, y_T \quad \text{ва} \quad y_{t+1}, y_{t+2}, \ldots y_{t+T} \qquad (3.33)$$

Bundan tashqari dinamik qator turg‘un dinamik qator bo‘lishi uchun, uning matematik kutilishi va dispersiyasi L ga bog‘liq bo‘lmagan holda o‘zgarmas bo‘lishi kerak.

Davriy bo‘lmagan jarayonlarni avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$R_L = \frac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t Y_{t+L} - \frac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t \sum_{t=L+1}^{N} Y_t}{N-L}}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{N-L} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{t=1}^{N-L} Y_t\right)^2}{N-L}\right]\left[\sum_{t=L+1}^{N} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{t=L+1}^{N} Y_t\right)^2}{N-L}\right]}} \qquad (3.34)$$

Buyerda L=1 bo‘lganda, $R_1 y_1, y_2, \ldots, y_{T-1} \; va \; y_2, y_3, \ldots, y_T$kuzatish natijalari orasidagi korrelyatsion bog‘lanishni bildiradi.

Xususan, kuzatish oralig‘i yetarli katta bo‘lganda $\{y_t\}, \{y_{t+1}\}$ dinamik qatorlarning dispersiyalari katta farq qilmaydi, bu holda avtokorrelyatsiya koeffitsientini quyidagi soddalashtirilgan formula bilan hisoblash mumkin:

$$R_1 = \sum_{t=1}^{T-1} y_t y_{t+1} : \left[\sum_{t=1}^{T-1} y_t^2\right] \qquad (3.35)$$

Agar dinamik qatorni kuzatish oralig‘i kichik bo‘lsa, u holda R_1ni quyidagi formula bilan hisoblash mumkin:

$$R_1 = \frac{T}{T-1}\sum_{t=1}^{T-1} y_t y_{t+1} : \left[\sum_{t=1}^{T-1} y_t^2\right] \qquad (3.36)$$

Davriy dinamik qatorlarni avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi formula bilan hisoblanadi

$$R_L = \left\{\sum_{t=1}^{T} y_t y_{t+1} - \frac{1}{T}\left[\sum_{t=1}^{T} y_t\right]\right\}:$$

Bundan tashqari, berilgan dinamik qatorni avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega ekanligini yengilroq bo‘lgan, quyidagi Durbin-Vatson kriteriyasi yordamida ham hisoblash mumkin:

$$d_{kuz} = \sum_{t=1}^{T-1}(Y_{t+1} - Y_t)^2 / \sum_{t=1}^{T} Y_t^{\,2}. \qquad (3.37)$$

Avvalo d_{kuz} hisoblanganidan keyin, jadvaldan (d_L, d_U–qiymatlarini ushbu qo‘llanmaning илова − 8 дан олинади ёки [9] ни илова − 1,2 дан) d_{krit} qiymati topilib, ikkalasi taqqoslanadi:

1) agar $d_{kuz} < d_L$ bo‘lsa, dinamik qator avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega;
2) agar $d_{kuz} > d_U$ avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega emas;
3) agar $d_L < d_{kuz} < d_U$ avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega yoki ega emasligini aniqlamaydi, bu holda yuqorida keltirilgan usullardan foydalanish lozim bo‘ladi.

Buyerda d_L Дурбин − Ватсон критериясининг қуйи ва d_U юқори chegaralarining qiymatlari.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qator avtokorrelyatsion bog‘lanishga qachon ega bo‘ladi?

2). Davriy va davriy bo‘lmagan hollar uchun avtokorrelyatsiya koeffitsientini hisoblash formulalarini yozing?

3). Avtokorrelyatsion bog‘lanish mavjudligini Durbin-Vatson kriteriyasi yordamida tekshirish usulini tushuntiring.

Kalit so‘zlar

Avtokorrelyatsiya, avtokorrelyatsiya koeffitsienti, davriy, davriy bo‘lmagan, L-lag, matematik kutilishi, dispersiyasi, Durbin-Vatson kriteriyasi.

Xulosa

Vaqtli qatorning avvalgi va keyingi hadlari orasidagi korrelyatsion bog‘lanishga avtokorrelyatsiya deyiladi. Bog‘lanish uzunligi L-lag bo‘lib, avtokorrelyatsiya koeffitsientini davriy, davriy bo‘lmagan hollarda hisoblash formulalari, dinamik qatorni qachon turg‘un bo‘lish shartlari, Durbin-Vatson kriteriyasi yordamida avtokorrelyatsion bog‘lanish mavjudligini tekshirish masalalari o‘rganilgan.

§ -7. Dinamik qator xarakteristikalarini normal taqsimlanganligini tekshirish

Normal taqsimot tasodifiy jarayonlarni statistik qonuniyatlarini o‘rganishda muhim rol o‘ynaydi. Uning qishloq xo‘jalik masalalarini yechishga qo‘llanishiga mazkur qo‘llanmaning II-bobida bir-necha bor to‘xtalib o‘tdik. Dinamik qatorlarni o‘rganishda, uning o‘rtacha arifmetik va boshqa xarakteristikalarini normal taqsimotga ega ekanligi ma’lum bo‘lsa, ularning noma’lum matematik kutilishiga kafolatli intervalli statistik baho qurish mumkin bo‘ladi.

Odatda, o‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamni taqriban normal taqsimlangan, yoki ajratilgan tanlanmani normal bo‘sh to‘plamdan olingan degan shartda, statistik tahlil qilinadi. Aksariyat qishloq xo‘jalik ekinlari katta maydonlarda va diyarli bir xil sharoitda o‘stirilganligidan, tahlil qilinayotgan bo‘sh to‘plamlarni taqriban normal taqsimotga ega deb o‘rganish mumkin.

Empirik taqsimot funksiyani normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Pirson, Kolmogorov-Smirnov, Mizes, Romanovskiy va boshqalarni muvofiqlik kriteriyalari yordamida tekshirish mumkin (Ushbu qo‘llanmaning II −bob, § 23 − §27 lariga qarang).

Agar tanlanmaning hajmi kichik bo‘lsa, o‘rganilayotgan son belgining taqriban normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani S.A. Ayvaziyan [8] taklif qilgan quyidagi parametrik kriteriya bilan tekshirish mumkin. Agar o‘rganilayotgan tasodifiy miqdor uchun bir vaqtning o‘zida quyidagi shartlar bajarilsa:

$$|A_s| < 1{,}5\sigma_1\,, \quad \left|E_k + \frac{\sigma}{T+1}\right| < 1{,}5\sigma_2 \qquad (3.38)$$

u holda butasodifiy miqdorni 95% li kafolat bilan taqriban normal taqsimotga ega deb qarash mumkin .Bu yerda (II $-bob,\ \S\,6\ ga\ qarang$) asimmetriya, ekssessa:

$$A_s = \frac{m_3}{S_T^{\,3}}, \quad E_R = \frac{m_4}{S_T^{\,4}} - 3, \qquad (3.39)$$

tuzatilgan tanlanma dispersiya $S_T{}^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i$

markiziy empirik momentlar

$$m_3 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_T)^3 n_i \quad m_4 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}_T)^4 n_i \qquad (3.40)$$

σ_1, σ_2 quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{6(T-2)}{(T+1)(T+3)}} \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{24T(T-2)(T-3)}{(T+1)^2(T+3)(T+5)}} \qquad (3.41)$$

Dinamik qator tashkil qiluvchi tasodifiy miqdorni o‘rtacha qiymati normal taqsimlangan holda, uning noma’lum o‘rtacha qiymatiga quyidagi munosabat yordamida intervalli statistik baho qurish mumkin:

$$\bar{Y}_{T+i} - t(T-2;\alpha)\bar{\sigma}_y \le a_0 + a_1(T+i) \le \bar{Y}_{T+i} + t(T-2;\alpha)\bar{\sigma}_y \qquad (3.42)$$

bu yerda $\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}\left[\frac{\frac{1}{T} + \left(\frac{T-1}{2} + i\right)^2}{\sum_{i=1}^{T} (t - \bar{t})^2}\right]^{0.5}$; (3.43)

Formula (3.42) yordamida, dinamik qator sifatida o‘rganilayotgan qishloq xo‘jalik ekinlarini hosildorligiga, γ kafolat bilan intervalli statistik baho qurish mumkin.

Tekshirish uchun savollar:

1). Dinamik qatorning xarakteristikalari normal taqsimlanganligini tekshirishda qanday muvofiqlik kriteriyalarini bilasiz?

2). O‘rganilayotgan son belgining taqriban normal taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani qanday parametrik kriteriya bilan tekshirasiz?

3). Normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni noma’lum o‘rta qiymatiga intervalli statistik baho qurish formulasini yozing?

Kalit so‘zlar:

Dinamik qatorlar, o‘rtacha arifmetik, xarakteristikalar, normal taqsimot, matematik kutilish, intervalli statistik baho, qurish.

Xulosa

O‘rganilayotgan bo‘sh to‘plamni son belgilarini normal taqsimlangan, degan shartda, statistik tahlil qilinadi. Aksariyat qishloq xo‘jalik ekinlari katta maydonlarda va diyarli bir xil sharoitda o‘stirilganligidan, ulari o‘rtacha hosildorligini normal taqsimotga ega deb o‘rganish mumkin. Mavzuda, dinamik qatorlarni noma’lum matematik kutilishiga kafolatli intervalli statistik baho qurish masalalari o‘rganilgan.

§ -8.Dinamik qatorni qisqa va o‘rta muddatli bashorat (prognoz) qilish

Dinamik qatorlarni statistik tahlil qilishda, qisqa va o‘rta muddatli prognoz qilish usullari mavjud. Albatta, prognoz qilinishi lozim bo‘lgan ko‘rsatkichga ta’sir etuvchi asosiy omillar ma’lum bo‘lsa, bu jarayon qonuniyatini o‘rganish mumkin. Masalan o‘tgan xafta, oy, kvartal bo‘yincha ma’lumotlar ma’lum bo‘lsa, ular asosida mos ravishda kelgusi muddatlar uchun prognoz qilish mumkin. Qisqa muddatli prognoz qilishda Braun, Xolt, Boks-Djenkins ([5] − [11] va boshqalarni usullari mavjud. Masalan, qisqa muddatli prognoz qilishda R. Braunning eksponensial silliqlash usuli quyidagicha[10]:

Berilgan{y_t, t∈T} dinamik qator bo‘yicha, qo‘yidagi rekurrent formula bilan aniqlanadi

$$u_t = \alpha y_t + (1-\alpha)u_{t-1} \qquad (3.44)$$

$0 < \alpha < 1$ silliqlash o‘zgarmasi. Bu tenglikdan foydalanib, t = n nuqtadagi qiymati orqali, dinamik qatorning t = n+1 dagi qiymati prognoz qilinadi, buning uchun avvalgi y_t *va* y_{t-1} qiymatlarini bilish lozim bo‘ladi.

Umuman quyidagi jadvaldan ham ko‘rinadiki, bu usuldan foydalanish uchun tanlanmaning hajmi katta bo‘lishi kerak:

α	n
0,05	39
0.1	19
0,2	9
0,3	6

Odatda α = 0,1 qiymati amaliy masalalarni yechishda ko‘p ishlatiladi. Bu holda prognoz qilish uchun, o‘zidan oldingi 18 ta kuzatish natijasi ma’lum bo‘lishi kerak.

O‘rta muddatli prognoz qilish usuli, o‘rganilayotgan dinamik qatorni trendi asosida avvalgi $[t_1;t_2]$ oraliqdagi ma’lumotlari bo‘yicha, keyingi vaqt oralig‘iga prognoz qilishga asoslangan usuldir. Dinamik qatorni avvalgi $[t_1;t_2]$ oraliqda o‘rinli bo‘lgan masalan, chiziqli regressiya tenglamasidan foydalanib, keyingi oraliqda o‘qrinli bo‘lgan chiziqli bo‘lmagan bog‘lanishini ham, shakl almashtirishlar yordamida aniqlash mumkin.

Qisqa va o‘rta muddatli prognoz qilish usullaridan foydalanuvchilarga [9] adabiyotni tavsiya etamiz.

Tekshirish uchun savollar:

1) Qisqa muddatli prognoz qilishda R. Braunning eksponensial silliqlash usulini mohiyatini tushuntiring.
2) O‘rta muddatli prognoz qilish masalalari qanday yechiladi?

Kalit so‘zlar:

Qisqa muddatli prognoz, R. Braunning eksponensial silliqlash usulini, o‘rta muddatli prognoz qilish masalalari.

Xulosa

Dinamik qatorlarni, qisqa va o‘rtamuddatli prognoz qilish usullari mavjud. Masalan o‘tgan xafta, oy, kvartal bo‘yincha ma’lumotlar ma’lum bo‘lsa, ular asosida mos ravishda kelgusi muddatlar uchun prognoz qilish mumkin. Qisqa, o‘rta muddatli prognoz qilish masalalarini yechishda Braun, Xolt, Boks-Djenkins va boshqalarni usullari mavjud.

§-9. Dinamik qatorlar korrelyatsiyasiga doir namunaviy misollarni yechimi

Misol-1: Chorvachilik fermer xo‘jaligida sigirlarni sog‘ish jarayonida (laktatsiya), X -sog‘ish oylari bilan, ulardan sog‘ib olingan Y -sut niqdori quyidagicha bo‘ldi (jadval-1). Bu ikki tasodifiy Y va X miqdorlar orasidagi bog‘lanishning regressiya tenglamasini tuzing.

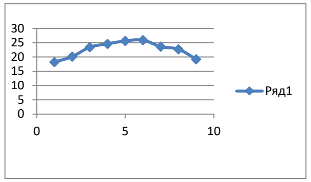
Yechish: Hisoblashlarni yengilashtirish maqsadida statistik ma’lumotlar bo‘yicha quyidagi jadvalni tuzamiz(birinchi ikki ustunda tajriba ma’lumotlari):

Jadval-1

sog‘ila-digan oylar x_i	Sog‘im miqdori y_i s	xy	x^2	yx^2	x^3	x^4	$\overline{y}_x$
1	18,2	18,2	1	18,2	1	1	17,6
2	20,1	40,2	4	80,4	8	16	20,9
3	23,4	70,2	9	210,6	27	81	23,3
4	24,6	98,4	16	393,6	64	256	24,8
5	25,6	128,0	25	640,0	125	625	25,5
6	25,9	155,4	36	932,4	216	1296	25,3
7	23,6	165,2	49	1156,4	343	2401	24,2
8	22,7	181,6	64	1452,8	512	4096	22,3
9	19,2	172,8	81	1555,2	729	6561	19,4
$\sum = 45$	203,3	1030,0	285	6439,6	2025	15333	203,3

Dinamik qator ma’lumotlarini geometrik izohlashdan ko‘rinadiki, bu tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘lanishni taxminan parabolik bog‘lanishga ega deb olish mumkin

$$\overline{y_t} = a + bx + c\,x^2 .$$



Chizma - 1

Jadvalga berilgan ma’lumotlarini, eng kichik kvadratlar usuli yordamida quyidagi normal tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} 9a + 45b + 285c = 203,3; \\ 45a + 285b + 2025c = 1030,0; \\ 285a + 2025b + 15333c = 6439,6. \end{cases}$$

Bu sistemani yechib a, b, c, noma’lum parametlarni topamiz $a = 13,466$; $b = 4,587$ va $c = -0,436$. Natijada X oylar va Y shu oylarda sog‘ib olingan o‘rtacha sut miqdori orasidagi korrelyatsion bog‘lanishning empirik tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\overline{y}_x = 13,466 + 4,587\,x - 0,436\,x^2 . \qquad (1)$$

Tajiriba ma’lumotlari bilan, parabolik bog‘lanishning ma’lumotlarini o‘zaro mos kelishini jadvalni ikkinchi va oxirgi ustunlaridan ham ko‘rish mumkin.

Tenglama (1) ni funksiya ekstremumi bo‘yicha tekshirish shuni ko‘rsata-diki sigirlar taxminan 6 chi oyda eng ko‘p sut beradi va undan keyin sut miqdori kamayib boradi. Bu fikrni to‘g‘riligini yani sutni kamayib borishini k=-0,436 koefitsentni qiymatini mafiyligi ham tasdiqlaydi.

Misol-2. Quyidagi kuzatish natijalari asosida sigirni tirik vazni X (kg) va shu sigir tuqqan buzoqni vazni Y (kg) orasidagi bog‘lanishni korrelyatsiya koeffitsenti r_t va regressiya koeffitsenti $R_{x/y}$ $(R_{y/x})$ boholansin?

Jadval-1

Olingan juftliklarsoni	Sigirni tirikvazni X (kg)	Buzoqni tirikvazni Y (kg)	$X_i - \overline{X}_T$	$Y_i - \overline{Y}_T$	$(X_i - \overline{X}_T)(Y_i - \overline{Y}_T)$	$(X_i - \overline{X}_T)^2$	$(Y_i - \overline{Y}_T)^2$
1	555	38	105	6	630	11025	36
2		32	3	+0	0	9	0
3	453	25	-98	-7	686	9604	49
4	352	38	78	6	468	6084	36
	528	26	-74	-6	444	5476	36
5	376	31	-48	-1	48	2304	1
6	402	34	34	3	102	1156	9
7	484						
$\sum$	3150	224	0	1	2378	35658	167

	$\overline{X}_T =$ 450 kg	$450\ кг$ $\overline{Y}_T = 32\ кг$					

Bu ma’lumotlar asosida tanlanma korrelyatsiya koeffitsentini hisoblaymiz:

$$r_T = \frac{\sum \left(X_i - \overline{X}_T\right)\left(Y_i - \overline{Y}_T\right)}{\sqrt{\sum \left(X_i - \overline{X}_T\right)^2 \sum \left(Y_i - \overline{Y}_T\right)^2}} = \frac{2378}{\sqrt{35658 \cdot 167}} = \frac{2378}{2440,26} \approx 0,975$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum \left(x_i - \overline{x}_T\right)^2 n_i} = \sqrt{\frac{35658}{7}} = \sqrt{5094} \approx 71,37$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum \left(y_i - \overline{y}_T\right)^2 m_i} = \sqrt{\frac{167}{7}} = \sqrt{23,86} = 4,88$$

Natijada

$$S_{y/x} = r_T \frac{\delta_y}{\delta_x} = 0,975\ \frac{4,88}{71,37} = \frac{4,758}{71,73} \approx 0,06\ кг$$

$$S_{x/y} = r_T \frac{\delta_x}{\delta_y} = 0,975\ \frac{71,37}{4,88} = \frac{69,59}{4,88} = 14,26\ кг,\ m_r = \pm\sqrt{\frac{1-r_T^2}{n-2}} = \pm 0,099,\ t_r = \frac{0,975}{0,099} = 9,84$$

Bu hisoblashlardan ko‘rinadiki, sigirni tirik vazni bilan, buzoqni vazni orasidagi bog‘lanish $r_T \approx 0,975$ kuchli bog‘lanishga ega ekan. Agar sigirni tirik vazni 1 kgga oshsa, sigirni qornidagi buzog‘ining vazni 0,067 kgga oshadi.

§-10. O‘zbekiston Respublikasida yyetishtirilgan paxta tolasi hosildorligini dinamik qator sifatida statistik tahlili

Qishloq xo‘jalik ekinlarini hosildorligi, murakkab tasodifiy jarayon bo‘lib, urug‘ning sifatiga, tuproq unumdorligiga, agrotexnik tadbirlarga, ob-havoga va boshqa ko‘plab omillarga bog‘liq ekanligini yuqorida ham qayd etgan edik. Ulardan ayrimlari, masalan ob – havo hozircha, bashqarib bo‘lmaydigan omillarga kiradi. Bu jarayonning har yili takrorlanib turishi, uni diskret $\{Y_t,\ t\in T\}$ (bu yerda Y_t – t yildagi hosildorlik, T –kuzatilgan yillar soni) dinamik qator sifatida statistik tahlil qilishimizga asos bo‘ladi [10].

O‘zbekiston Respublikasida 1956-2018 yillarda (markaziy statistika boshqa rmasining ma’lumotlari bo‘yicha o‘rtacha tola hosildorligi, jadval-1) olingan paxta tolasi hosildorligini $\{Y_t,\ t\in T\}$ dinamik qator sifatida statistik tahlil qilib, ularni sonli xarakteristikalariga nuqtaviy, intrvalli statistik baholar qurib, kelgusi yillar uchun tola hosildorligini prognoz qilish masalalarini o‘rganamiz:

jadval-1

t-yillar	**1956-1960**	**1961-1965**	**1966-1970**	**1971-1975**	**1976-1980**	**1981-1985**	**1986-1990**	**1991-1995**	**1996-2000**	**2001-2010**	**2011-2020**
y_t – ***paxta tolasi*** **hosili s/ga**	**6,9**	**7,1**	**9,0**	**7,0**	**8,6**	**8,7**	**8,0**	**8,1**	**8,2**	**7,9**	**7.4**

Ma’lumki, $\{Y_t,\ t\in T\}$ dinamik qatorni asosiy tashkil etuvchilari quyidagilardan iborat bo‘lishi mumkin ([5] – [10]) : **1)** asosiy yo‘nalishni ko‘rsatuvchi trend,

2) trend atrofida tebranib turuvchi qism, **3)** mavsumiy ta’sir etuvchi, **4)** tasodifiy qism ε_t.

Avvalo, Vallis-Mur va medianalar kriteriyalari [9], [10] yordamida O‘zbekistonda paxta tolasini yetishtirish juda ko‘p omillarga bog‘liq tasodifiy jarayon ekanligini aniqlaymiz. Ya’ni,katta kafolat bilan, Respublikamizda 2019 yilda paxta tolasidan olinadigan o‘rtacha hosildorlikni aniq aytolmaydi.

Faraz qilaylik, o‘rganilayotgan dinamik qatorni trend qismi quyidagicha $Y_t = f(t)+\varepsilon_t$ bog‘lanishga ega bo‘lsin, bu yerda $Y_t = f(t)$- trend (bo‘sh yo‘nalishini ifodalovchi funksiya), ε_t – trendga tasodifiy omillarni ta’siri, Y_t-t yildagi tola hosildorligi.

Respublikamizda yetishtirilgan paxta tolasi hosildorligini koordinatalar sistemasida geometrik izohlash asosida (shakl-3), bo‘sh yo‘nalishini xarakterlovchi trend qismini $y(t) = a_1 t + a_0$ chiziqli bog‘lanishga ega deb faraz qilishimiz mumkin. Bu farazni t o‘g‘riligini, quyidagi statistik gipotezani statistik kriteriya yordamida $\alpha = 0,05$ qiymatdorlik darajasi bilan tekshiramiz.

Асосий гипотеза $H_0:\ a_1 = 0$ ни, альтернатив $H_1:\ a_1 \neq 0$ shartda yuqorida keltirilgan ma’lumotlar asosida Styudent kriteriyasi bilan tekshirganimizda, H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ H_1: $a_1 \neq 0$ gipoteza 95% li kafolat bilan qabul qilindi. Ikkinchi tomondan Fisher-_Snedekor kriteriyasi bilan asosiy va qoldiq dispersiyalarni taqqoslash ham, chiziqli $y(t) = a_1 t + a_0$ modelni adekvat model ekanligini ko‘rsatadi.

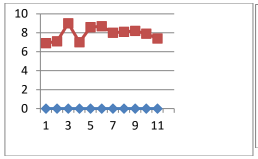
Eng kichik kvadratlar usuli bilan noma’lum parametrlar $a_1,\ a_0$, jadvalda keltirilgan hisoblashlar yordamida quyidagi formulalar bilan baholaymiz:

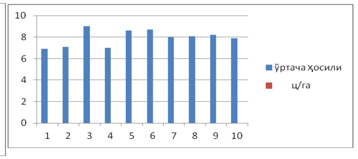
$$\overline{a_1} = \frac{\sum_{t=1}^{T} (Y_t - \overline{Y})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^{T} (t - \bar{t})^2},\ a_0 = Y(t) - \overline{a_1 \bar{t}},\ \overline{Y} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} Y_t,\ \bar{t} = \frac{(T+1)}{2}.$$

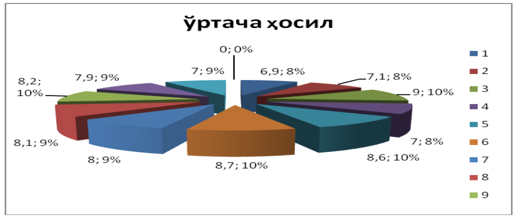
$a_0 = 7,91$, $a_1 = 0,061$ ega bo‘lamiz. Natijada, paxta tolasi hosildorligini chiziqli regressiya tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\mathbf{Y(t) = 7,91+0,061t} \qquad (3.45)$$

Bundan, t=3 bo‘lganda, ya’ni 2023 yilda Respublikamizda olinadigan paxta tolasi hosildorligi 95%li kafolat bilan quyidagicha bo‘lishini (3.45) trend qismi yordamida aniqlaymiz :Y(3) =7,91+0,061*3=8,09s/ga.







Chizma - 2

Paxta tolasi hosildorligini har besh yillik o‘rtacha qiymatini chekli ayirmalar, hamda sirganuvchi o‘rta qiymatlar (jadval-3) usullari bilan tahlil qilish asosida **ε_t** bartaraf etish mumkin bo‘lgan $M\varepsilon_t = 0,\ Д\varepsilon_t = \sigma^2$ parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdorligini va uni trendi uchun ta’siri ahamiyatsiz ekanligi aniqlandi.

jadval-2

Yillar t	Y_t-s/ga,	y_t^2	Δy_t	$(\Delta u_t)^2$	$\Delta^2 y_t$	$(\Delta^2 y_t)^2$	$\Delta^3 y_t$	$(\Delta^3 y_t)^2$
1956-60	6,9	47.61	-	-	-	-	-	-
1961-65	7,1	50.41	0.2	0.04	-	-	-	-
1966-70	9,0	81.00	1.9	3.61	1.70	2.89	-	-
1971-75	7,0	49.00	-2.0	4.00	-3.90	15.21	-5.6	31.36
1976-80	8,6	73.96	1.6	2.56	3.60	12.96	7.5	56.25
1981-85	8,7	75.96	0.1	0.01	-1.50	2.25	-5.1	26,01
1986-90	8,0	64.00	-0.7	0.49	-0.80	0.64	0.7	0.49
1991-95	8,1	65.61	0.1	0.01	0.80	0.64	1.6	2.56
1996-00	8,2	67.24	0.1	0.01	0.00	0.00	-0.8	0.64
2001-10	7,9	62,41	-0.3	0,09	-0,04	0,01	-0,04	0,002
2011-18	7,4	54,76	-0,5	0.25	-0,20	0,04	-0,16	0,026
	87,2	691,96	0,5	11,06	-0,34	34,64	-1,90	117,34

Bu yerda $\Delta Y_t = Y_{t+1} - Y_t,\quad \Delta^2 Y_t = \Delta Y_{t+1} - \Delta Y_t,\quad \Delta^3 Y_t = \Delta^2 Y_{t+1} - \Delta^2 Y_t$.

Jadval-2dan quyidagi miqdorlarni qiymatlarini taqriban tengligi ham

$$V_k = \frac{\sum_{t=k}^{T} \left(\Delta^k y_t\right)^2}{(T-k)C_{2k}^k} ,$$

$V_1 \approx V_2 \approx V_3$ chiziqli modelni to‘g‘ri tanlanganini bildiradi.

Darbin-Uotson kriteriyasining[9], [10]

$$d = \sum_{t=1}^{T-1} (Y_{t+1} - Y_t)^2 \Big/ \sum_{t=1}^{T} Y_t^2 ,$$

qiymati d=0,02 va uning kritik d_{kr}= 1,08 qiymati bilan taqqoslaganimizda d= 0,02 < d_{kr}=1,08 bo‘lganligidan, paxta tolasi hosildorligini avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega ekanligi, ya’ni bu yilgi hosildorlik o‘tgan yillardagi hosildorliklarga bog‘liq bo‘lishini aniqlaymiz:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t ,\quad \rho = KOV(Y_t, Y_{t+1})$$

ya’ni buyilgi hosildorlik o‘tgan yilgi hosildorlikka bog‘liq bo‘lishligini bildiradi. Bu yerda ε_t –matematik kutilishi $M\varepsilon_t = 0,\ Д\varepsilon_t = \sigma^2$ bo‘lgan tasodifiy miqdor.

Oddiy statistik tanlanma to‘plamdan, vaqtli qatorni farqi shundan iboratki, unda kuzatish natijalari o‘zaro bog‘liq va turg‘un bo‘lmagan tasodifiy jarayon bo‘lishi mumkin.

Vaqtli qatorni xususiyatlarni o‘rganishda avto korrelyatsiya koeffitsienti muhim ahamiyatga ega. L yilga (qadam,L-lag) vaqtni so‘rib avto korrelyatsiy akoeffitsientlari hisoblanadi:

$$R_L = \frac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t Y_{t+L} - \dfrac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t \sum_{t=L+1}^{N} Y_t}{N-L}}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{N-L} Y_t^2 - \dfrac{\left(\sum_{t=1}^{N-L} Y_t\right)^2}{N-L}\right]\left[\sum_{t=L+1}^{N} Y_t^2 - \dfrac{\left(\sum_{t=L+1}^{N} Y_t\right)^2}{N-L}\right]}}$$

Buyerda L=1 bo‘lganda, R_1 $Y_1, Y_2 \ldots . Y_{T-1}$ va $Y_2, Y_3, \ldots Y_T$ kuzatish natijalari orasidagi korrelyatsion bog‘lanishni bildiradi. Avtokorrelyatsiya koeffitsienti yordamida ham dinamik qatorni muhim ichki xususiyatlarini o‘rganish mumkin. Statistik ma’lumotlar asosida quyidagi jadvalni tuzamiz:

jadval–3

Yillar	Y_t-s/ga	$y_t y_{t+1}$	$y_t y_{t+2}$	$y_t y_{t+3}$	$y_t y_{t+4}$	$y_t y_{t+5}$
1956-60	6,9	-	-	-	-	-
1961-65	7,1	48,99	-	-	-	-
1966-70	9,0	63,90	62,1	-	-	-
1971-75	7,0	63,00	49,7	48,30	-	-
1976-80	8,6	60,20	77,4	61,06	59,34	-
1981-85	8,7	74,82	60,9	78,30	61,77	60,03
1986-90	8,0	69,60	68,8	56,00	72,00	56,80
1991-95	8,1	64,80	70,47	69,66	56,70	72,90
1996-00	8,2	66,42	65,6	71,34	70,52	57,40
2001-05	7,9	64,78	63,9	63,2	68,70	67,90
2006-13	7,4	58,46	60,68	59,94	59,20	64,38
∑	86,9	634,97	579,55	507,80	448,23	379,41

Jadval-3dan foydalanib (3.34) ni hisoblaganimizda

R_1=0,237, R_2=0,172, R_3=0,411, R_4= 0,362, R_5= 0,273

qiymatlarini nolga yaqin emasligi, paxta tolasi hosildorligini mavsumiy bo‘lmagan avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega bo‘lishini bildiradi.

Jadval-2 dan, O‘zbekiston Respublikasida 1956-2018 yillarda yetishti-rilgan paxtadan chiqqan tola hosildorligi uchun quyidagi sonli xarakteristikalarga ega bo‘lamiz: Minimum 6.9 s/ga, maksimum 9 s/ga, variatsiya qulochi 2.1, o‘rtacha tola hosildorligi $\bar{x}_t$=7.92, dispersiyasi D_T= 0.45, variatsiya koeffitsienti V_k=8.2% , o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ =0.64, o‘rtacha absalyut chetlanishi 0.52, asimmetriyasi A_ς = -0.28, ekssessasi E_ς = -0.24. Bu ma’lumotlar hamda, ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasiga asosan, paxtadan chiqadigan o‘rtacha tola hosildorligi, $\bar{x}_t$ tasodifiy miqdorni normal taqsimotga ega deb qarashimizga asos bo‘ladi.

[7] da taklif qilingan, quyidagi parametrik kriteriya bilan tekshirish ham yuqoridagi xulosani to‘g‘riligini tasdiqlaydi. Agar o‘rganilayotgan tasodifiy miqdor uchun bir vaqtning o‘zida quyidagi shartlar bajarilsa:

$|A_\varsigma| < 1{,}5\,\sigma_1$, $|E_\varsigma + 6/(p+1)| < 1{,}5\,\sigma_2$.

Bu tasodifiy **m**iqdorni 95% li kafolat bilan normal taqsimotga ega deb olishmumkin. Bizni misolda σ_1 =0,56, σ_2 =0,58 bo‘lganligidan, yuqorida keltirilgan shartlar to‘liq bajariladi. Dinamik qatorni normal taqsimlangan o‘rta qiymatiga quyidagi munosabat yordamida intervalli statistik baho qurish mumkin[7] – [10]:

$$\bar{Y}_{T+i} - t(T-2;\alpha)\bar{\sigma}_y \le a_0 + a_1(T+i) \le \bar{Y}_{T+i} + t(T-2;\alpha)\bar{\sigma}_y,$$

$$\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}\left[\frac{\frac{1}{T} + \left(\frac{T-1}{2} + i\right)^2}{\sum_{i=1}^{T}(t-\bar{t})^2}\right]^{0.5}; \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{T-2}\sum_{i=1}^{T}(Y_1 - \bar{Y}_1)^2$$

Bu formula yordamida, yuqoridagi hisoblashardan foydalanib, Respublikamizda paxta tolasi hosildorligi 2019 yilda, 95% li kafolat bilan quyidagi oraliqda **(7,12; 8,21) s/ga** bo‘lishini aniqlaymiz.

Xulosa.

Respublikamizda, 1956-2020 yillarda yyetishtirilgan paxta tolasi hosildorligini dinamik qator sifatida tahlil qilish asosida, quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1. Respublikamizda yyetishtirilayotgan o‘rtacha paxta tolasi hosildorligi, juda ko‘p omillarga bog‘liq bo‘lgan tasodifiy jarayondir;

2.Tasodifiy miqdor ε_t, $M\varepsilon_t = 0$, $Д\varepsilon_t = \sigma^2$ parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdordir;

3. Paxta tolasi hosildorligini trend qismini (asosiy yo‘nalishini xarakterlovchi qonuniyatini) quyidagicha chiziqli bog‘lanishga ega deb olinish mumkin $y_t = 0{,}061t + 7{,}91$;

4. Respublikamizda yyetishtirilgan paxta, tolasi hosildorligi avtokorrelyatsion bog‘lanishga ega $y_t = \rho y_{t-1} + e_t$;

5. Xulosa qilib qilib shuni atish mumkin, o‘tkazilgan statistik tadqiqotlar asosida, istalgan qishloq xo‘jalik ekinlari bo‘yicha statistik ma’lumotlarni, dinamik qator sifatida tahlil qilib, kelgusi yillarda ulardan olinadigan hosildorlikni 95% li kafolat bilan prognoz qilish mumkin.

§ -11. Tumanda yyetishtirilgan qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligini dinamik qator yordamida dashorat (prognoz) qilish

Qishloq xo‘jalik ekinlarini etishtirish jarayonini ma’lum bir muddatda ya’ni mavsumiy takrorlanib turishi, uni diskret $\{Y_t, t \in T\}$ tasodifiy dinamik qator sifatida tahlil qilishimizga asos bo‘ladi[⬚].

Ushbu mavzuda, Qaraqalpoq Respublikasini Ellik qa’la tumanida mustaqillik 1991-2015 yillarida yetishtirilgan qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligini $\{Y_t, t \in T\}$, turg‘un vaqtli qator sifatida statistik tahlil qilinib, ularni o‘rtacha hosildorligiga nuqtaviy, intervalli statistik baho qurilgan va turli bu jarayyoni tahlil qilish bilan bog‘liq statistik gipotezalar tekshirilgan([7]- [11], [2]-qo‘shimcha) .

Bu mavzuda ham § 8 da kabi, vaqtli qatorni $\{Y_t, t \in T\}$ asosiy tashkil etuvchilari quyidagilar bo‘lishi mumkin: **1)** asosiy yo‘nalishni ko‘rsatuvchi trend, **2)** trend atrofida tebranib turuvchi qism, **3)** mavsumiy ta’sir etuvchi, **4)** tasodifiy qism.

Tumanda, 1991-2015 yillarda yetishtirilgan paxta, bug‘doy, sabzavot, kartoshka, uzum hosildorligini $\{Y_t, t \in T\}$, Dekart koordinatalar sistemasida geometrik izohlash asosida, uni taxminan $y(t) = a_1 t + a_0$ chiziqli bog‘lanishga ega deb olishimiz mumkin.

Chiziqli bog‘lanishda qatnashuvchi noma’lum parametrlar, eng kichik kvadratlar usulini qo‘llashdan hosil bo‘lgan, quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechib topiladi:

$$\left.\begin{aligned} b\sum_{i=1}^{n} x_i + a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ bn + a\sum_{i=1}^{n} x_i &= \sum_{i=1}^{n} y_i \end{aligned}\right\} \qquad (*)$$

Bizni misolda, tumanda, yyetishtirilgan paxta, bug‘doy, sabzavot, kartoshka, uzum hosildorligi bo‘yicha 25 yillik statistik ma’lumotlarini (*) normal tenglamalar sistemasiga qo‘yib, chiziqli bog‘lanishda qatnashuvchi noma’lum parametrlarini baholaganimizda quyidagi tenglamalarga ega bo‘lamiz:

Jadval-1

№	Qishloq xo‘jalik ekinlarining turlari	Hosildorlikni trend qismini tenglamalari
1.	Paxta	$y(t)$=20.344+0.056t
2.	Bug‘doy	$y(t)$=31.208+1.536t
3.	Makkajo‘xori	$y(t)$=24.944+0.998t
4.	Kartoshka	$y(t)$=61.108+0.676t
5.	Sabzavot	$y(t)$=169.592+5.625t
6.	Uzum	$y(t)$=42.804+2.068t

O‘rganilayotgan dinamik qatorlarning muhim noma’lum parametrlari chekli ayirmalar va sirg‘anuvchi o‘rtacha qiymat usullari bilan, statistik ma’lumotlarni tahlil qilinib, 95% li kafolat bilan ularga nuqtaviy va intervalli statistik baholar qurilgan (jadval-2, imkoniyat cheklanganligi sababli, to‘liq hisoblashlarni, formulalarni keltirib o‘tirmaymiz).

Jadval-2

Tanlanma xarakteristikalari	Paxta	Uzum	Sabzavot	Kartoshka	Bug‘doy
Tanlanma o‘rtacha qiymat $\bar{x}_T$s/ga	20,344	42,125	169,592	61,108	31.208
Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanishσ_T	3, 740	16, 505	44,371	11,249	12,167
Variatsiya koeffitsienti v (%)	18,384	39,181	39,421	18,408	38,981
Asimmetriya A_ς	-1,2638	-0,409	-0,179	-0,294	-0,397
Ekssessa E_ς	1,1188	-1,437	-1,169	1,407	-1,282
Tanlanma o‘rtacha qiymatning $\bar{X}_T$ xatosim_x	$m_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$= = 0,7798	$m_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$= 3,369	$m_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$=8,874	$m_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$= 2,249	2,433
Limitikxato m_x'	$m_x' = tm_x$= 0,7798· 2,06 = = 1,606	$m_x' = tm_x$= 3,369· 2,06 = 6,940	$m_x' = tm_x$= 2,06· 8,874 = 18,28	$m_x' = tm_x$= 2,249· ,06 = = 4,633	$m_x' = tm_x$= 2,433· 2,06 = 5,013
O‘rtacha kvadratik chetlanishning xatosi m_σ	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$= $= \frac{3,74}{7,071}$ = 0,5289	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{16,505}{6,928}$= =2,382	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{44,371}{7,05}$= =6,294	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{11,249}{7,071}$=1 ,591	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$= $\frac{12,167}{7,071}$= =1,721
Variatsiya koeffitsientini xatosi (%) m_v	$m_v = \frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+(\frac{v}{100})^2}$= = 2,6435	$m_v = \frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+(\frac{v}{100})^2}$ =6,079	$m_v = \frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+(\frac{v}{100})^2}$ =6,76	$m_v = \frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+(\frac{v}{100}}$ = 2,647	$m_v = \frac{v}{\sqrt{2n}}\sqrt{1+(\frac{v}{100})^2}$= = 1,847
Intervalli statistik baho (95% li) $\bar{X}_T \pm tm_x$	$\bar{X}_T \pm tm_x$= 20,344 ±1,606 (18, 738 ; 21,95) s/ga	$\bar{X}_T \pm tm_x$= 42,125±6,94 (35,185 ; 49,06) s/ga	$\bar{X}_T \pm tm_x$= 169,59 ±18,2 (151,31; 87,87) s/ga	$\bar{X}_T \pm tm_x$= 61,11±4,31 (57,0 ;65,42) s/ga	$\bar{X}_T \pm tm_x$= 31,208±5,01 (26,19 ; 36,21) s/ga
Jak-Berra, Shapiro-Vilkokson kriteriyalari $H_0 : P(X < x)$= $F_{a,\sigma}(x)$	95% li kafolat bilan H_0 $gipo-teza$ qabul qili-nadi	95% li kafolat bilan H_0 $gipo-teza$ qabul qilinadi	95% li kafolat bilan H_0 $gipo-teza$ qabul qilinadi	95% li kafolat bilan H_0 $gipo-teza$ qabul qilinadi	95% li kafolat bilan H_0 $gipo-teza$ qabul qili-nadi

Vaqtli qatorni xususiyatlarni o‘rganishda avtokorrelyasiya koeffitsienti muhim ahamiyatga ega. L yilga (L-lag deyiladi) vaqtni so‘rib, quyidagi formula yordamida avtokorrelyasiya koeffitsientlari hisoblanadi :

$$R_L = \frac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t Y_{t+L} - \frac{\sum_{t=1}^{N-L} Y_t \sum_{t=L+1}^{N} Y_t}{N-L}}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{N-L} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{t=1}^{N-L} Y_t\right)^2}{N-L}\right]\left[\sum_{t=L+1}^{N} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{t=L+1}^{N} Y_t\right)^2}{N-L}\right]}}$$

L=1,2,3,... qiymatlarda R_L ning qiymatlari hisoblanibY_1, Y_2….Y_{T-1} va Y_2, Y_3,…$Y_T$tasodifiy miqdorlar orasida korrelyasion bog‘lanish mavjudligi aniqlandi(R_1 , R_2 , ..., R_5 qiymatlar noldan farqli). Ikkinchi tomondan Durbin-Vatson kriteriyasi bilan hisoblashlar ko‘rsatadiki,

$$d_{kuz} = \sum_{t=1}^{T-1}(Y_{t+1} - Y_t)^2 / \sum_{t=1}^{T} Y_t^2.$$

barcha d_{kuz}- qiymatlar, maxsus jadvaldan (Ilova-9)[1],[3] topilgan $d_{krit} = 1.08$ kritik qiymatdan kichik $d_{kuz} < d_{krit}$. Demak, barcha o‘rganilgan tasodifiy miqdorlar avtokorrelyasion $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$, ρ =SOV(u_t,u_{t+1}) bog‘lanishga ega.Ya’ni bu xo‘jalik yilida paxta, bug‘doy, sabzavot, kartoshka, uzumdan olinadigan hosildorlik, o‘tgan yilgi hosildorlikka bog‘liq ekan.

Ma’lumki, qishloq xo‘jalik ekinlarining o‘rtacha hosildorligi $\overline{y(t)}$ aksariyat holda, normal taqsimotga ega bo‘ladi, chunki barcha qishloq xo‘jalik ekinlari diyarli bir xil sharoitda, bir xil qalinlikda, katta maydonlarda o‘stiriladi. Bu tasodifiy miqdorlarni o‘rtacha hosildorliklarini normal taqsimlangan tasodifiy miqdor;- degan asosiy H_0statistik gipotezalar, parametrik hamda Pirson, Jak-Berra kriteriyalari yordamida, 95% kafolat bilan qabul qabul qilinadi. Bu muhim tasdiqqa asosan, qishloq xo‘jalik ekinlarini haqiqiy hosildorligiga (a −matematik kutilishiga) kafolatli intervalli statistik baholar qurilgan (jadval-2 ga qarang).

Xulosa

Tumanda yetishtirilgan qishloq xo‘jalik ekinlarinihosildorligini vaqtli qator sifatida statistik tahlil qilish asosida quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1) tumanda paxta, bug‘doy, sabzavot, kartoshka, uzum etishtirish tasodifiy omillarga bog‘liq jarayondir;

2) paxta, bug‘doy, sabzavot, kartoshka, uzum etishtirish jarayoning bo‘sh yo‘nalishini xarakterlovchitrend qismi chiziqli bog‘lanishga ega;
3) tumanda har yili yetishtirilayotgan qishloq xo‘jalik ekinlari hosildorligi avtokorrelyasion bog‘lanishga ega $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$.

§ -12.Respublikamizda yyetishtirilayotgan meva-rezavor hosildorligi dinamikasining tahlili

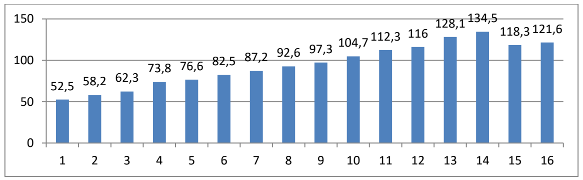
Respublikamizda yetishtirilayotgan mevalarni sifati, inson salomatligiga zarur bo‘lgan turli vitaminlarga boyligi, yaxshi ta’mga ega bo‘lganligidan, mevalarni ko‘paytirish va ularni jahon bozoriga chiqarish, eksport qilish muhim iqtisodiy ahamiyatga ega bo‘lgan masalalardan biridir. Bu vazifalarni bajarish bo‘yicha Respublikamizda juda katta ishlar amalga oshirilmoqda([9] - [15]).

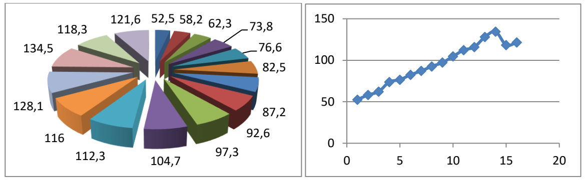
Ma’lumki[9], mevalarni etishtirish jarayonini ma’lum bir muddatlarda mavsumiy takrorlanib turishi, uni diskret $\{Y_t,\ t\in T\}$ tasodifiy dinamik qator sifatida tahlil qilishimizga asos bo‘ladi.

Mavzuda, Respublikamizda 2003-2018 yillarda yetishtirilgan meva-rezavor hosildorligini $\{Y_t,\ t\in T\}$(jadval-1 da, 2,3 ustun), dinamik qator sifatida statistik tahlil qilinib, uning haqiqiy hosildorligiga nuqtaviy, kafolatli intervalli statistik baholar qurilgan, hamda turli bu jarayon bilan bog‘liq statistik gipotezalar tekshirilgan [18].

Ma’lumki [1]-[3], vaqtli qatorni $\{Y_t,\ t\in T\}$ asosiy tashkil etuvchilari quyidagilardan iborat bo‘lishi mumkin: **1)** asosiy yo‘nalishni ko‘rsatuvchi trend, **2)** trend atrofida tebranib turuvchi qism, **3)** mavsumiy ta’sir etuvchi, **4)** tasodifiy qism.

Respublikamizda 2003-2018 yillarda yetishtirilgan meva-rezavor hosildorligini $\{Y_t,\ t\in T\}$, koordinatalar sistemasida geometrik izohlash asosida, chiziqli bog‘lanishga $y = a_0 + a_1 t$ ega deb faraz qilishimiz mumkin.





Chizma-4.

Statistik ma’lumotlar bo‘yicha ushbu jadvalni tuzamiz:

Jadval-1

№	Yillar	Y_(t)s/ga	t	t^2	yt
1	2003	52,5	-7	49	-367,5
2	2004	58,2	-6	36	-349,2
3	2005	62,3	-5	25	-311,5
4	2006	73,8	-4	16	-295,2
5	2007	76,6	-3	9	-229,8
6	2008	82,5	-2	4	-165,0
7	2009	87,2	-1	1	-87,2
8	2010	92,6	0	0	0
9	2011	97,3	1	1	97,3
10	2012	104,7	2	4	209,4
11	2013	112,3	3	9	336,9
12	2014	116,0	4	16	464,0
13	2015	128,1	5	25	640,5
14	2016	134,5	6	36	807,0
15	2017	118,3	7	49	828,1
16	2018	121,6	8	64	972,8
JAMI		1518,5	8	344	2550,6

Bu chiziqli modelda qatnashuvchi noma’lum parametrlarni eng kichik kvadratlar usuli bilan baholash uchun, tajriba ma’lumotlari bo‘yicha, quyidagi normal tenglamalar sistemasini echamiz:

$$\left.\begin{array}{l} b\sum_{i=1}^{n} x_i + a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ bn + a\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{array}\right\}$$

Jadvaldagi hisoblashlar yordamida chiziqli bog‘lanishda $y = a_0 + a_1 t$ qatnashuvchi noma’lum parametrlarni baholaymiz:

$$\sum y_t = 1518{,}5\ ,\ \sum yt = 2550{,}6\ ,\ a_0 = \frac{1518{,}5}{16} = 94{,}91\ ,\ a_1 = \frac{2550{,}6}{344} = 4{,}42.$$

Natijada, Respublikamizda 2003-2018 yillarda yyetishtirilgan meva-rezavor hosildorligini, ifodalovchi tenglamasi, quyidagichabo‘ladi :

y(t)= 94,91 + 4,42 t.

Bu model yordamida kelgusi yillarda meva-rezavordan olinadigan hosildorlikni kafolatli baholashimiz mumkin.

Vaqtli qatorni xususiyatlarini o‘rganishda avtokorrelyasiya koeffitsienti muhim ahamiyatga ega. [3] da berilgan formula yordamida R_L avtokorrelyasiya koeffitsientlarini hisoblaganimizda, barcha qiymatlarini R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 noldan farqli ekanini ko‘ramiz (jadval-2 dagi hisoblashlar asosida). Bu tasdiq dinamik qatorni avtokorrelyasion bog‘lanishga ega;- deb faraz qilishimizga asos bo‘ladi.

Durbin-Vatson kriteriyasi bilan meva-rezavor hosildorligi tenglamasi, quyidagichachiziqli bog‘lanishga ega y(t)= 94,91 + 4,42 t. degan gipotezani tekshirganimizda ham

$$d_{kuz} = \sum_{t=1}^{T-1} (Y_{t+1} - Y_t)^2 / \sum_{t=1}^{T} Y_t^{\,2}.$$

barcha d_{kuz}- qiymatlarini, maxsus jadvaldan[1]-[3] topilgan, $d_{krit} = 1.08$ kritik qiymatidan kichik $d_{kuz} < d_{krit}$ bo‘lishini ko‘ramiz. Demak, 95% li kafolat bilan, barcha o‘rganilgan tasodifiy miqdorlar avtokorrelyasion , $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ $\rho =$ KOV(y_t, y_{t+1}) bog‘lanishga ega degan gipoteza qobil qilinadi. Ya’ni bu xo‘jalik yilida olinadigan meva-rezavor hosildorligi, o‘tgan yilgi olingan hosildorlikka bog‘liq ekan.

Jadval-2

№	Yilla	Y_(t)s/ga	Y_t^2	ΔY_t	ΔY_t^2	$\Delta^2 Y_t$	$\Delta^2 Y_t^2$	$\Delta^3 Y_t$	$\Delta^3 Y_t^2$
1	2003	52,5	2756,25						
2	2004	58,2	3387,24	5,7	32,49				
3	2005	62,3	3881,29	4,1	16,81	-1,6	2,56		
4	2006	73,8	5446,44	11,5	132,25	7,4	54,76	9,0	81,0
5	2007	76,6	5867,56	2,8	7,84	-8,7	75,69	-16,1	259,21
6	2008	82,5	6806,25	5,9	34,81	3,1	9,61	11,8	139,24
7	2009	87,2	7603,84	4,7	22,09	-1,2	1,44	-4,3	18,49
8	2010	92,6	8574,76	5,4	29,16	0,7	0,49	1,9	3,61
9	2011	97,3	9467,29	4,7	22,09	-0,7	0,49	-1,4	1,96
10	2012	104,7	10962,09	7,4	54,76	2,7	7,29	3,4	11,56
11	2013	112,3	12611,29	7,6	57,76	0,2	0,04	-2,5	6,25
12	2014	116,0	13456,00	3,7	13,69	-3,9	15,21	-4,1	16,81
13	2015	128,1	16409,61	12,1	146,41	8,4	70,56	12,3	151,29
14	2016	134,5	18090,25	6,4	40,96	-5,7	32,49	-14,1	198,81
15	2017	118,3	13994,89	-16,2	262,44	-22,6	510,76	-16,9	285,61
16	2018	121,6	14786,56	3,3	10,89	19,5	380,5	42,1	1772,4
JAMI		1518,5	154102,1	69,1	884,45	-2,4	1161,9	21,1	2946,2

Respublikamizda yyetishtirilgan meva-rezavorning har yilgi o‘rtacha hosilodorligi normal taksimoga ega degan statistik *gipotezani* $H_0 : P(X < x) = F_{a,\sigma}(x)$ Jak-Berra, Shapiro-Vilkokson, Pirson xamda parametrik kriteriyalari bilan tekshirish natijasida uni 95% li kafolat bilan normal taqsimotga ega ekanligini aniqladik. Bu tasdiq asosida, quyidagi formula yordamida meva-rezavorning har yilgi o‘rtacha hosildor-ligiga intervalli statistik baho qurilgan (jadval-3):

$$\overline{Y}_{T+i} - t(T-2;\alpha)\overline{\sigma}_y \le a_0 + a_1(T+i) \le \overline{Y}_{T+i} + t(T-2;\alpha)\overline{\sigma}_y$$

Respublikamizda yetishtirilgan meva-rezavorning har yilgi o‘rtacha hosildorligi dinamikasini statistik tahlil qilish asosida quyidagi ma’lumotlarga ega bo‘lamiz (jadval-3):

Jadval-3

Tanlanmaning muhim xarakteristikalari	Meva-rezavorning tanlanma xarakteris-tikalarini statistik baholari
O‘rtacha hosildorlik $\bar{y}_T$s/ga	94,91
Dispersiya	665,765
Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanishσ_T	25,802

Variatsiya koeffitsienti v (%)	25,96%
Asimmetriya A_{ς}	-0,143
Ekssessa $E_{K\varsigma}$	-1,1698
Tanlanma o‘rtacha $\overline{y}_T$ qiymatning xatosi m_x	$m_x=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = 6{,}451$
Limitik xato m'_x	$m'_x=tm_x=2{,}15\cdot6{,}451=13{,}87$
O‘rtacha kvadratik chetlanishning xatosi m_σ	$m_\sigma=\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}=\frac{25{,}802}{5{,}66} = 4{,}56$
Intervalli statistik baho (95% li) $\bar{y}_T \pm tm_x$	$\bar{y}_T \pm tm_x=94{,}91\pm13{,}87$ (81,04; 108,78) s/ga
Statistik gipoteza $H_0 : P(X < x) = F_{a,\sigma}(x)$	95% li kafolat bilan H_0 gipoteza qobil qilinadi

Xulosa.

Respublikamizda 2004-2018 yillarda yetishtirilgan meva-rezavor hosildorligini vaqtli qator sifatida statistik tahlil qilish asosida quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin: 1) Respublikamizda 2003-2018 yillarda yetishtirilgan meva-rezavor hosildorligi juda ko‘p tasodifiy omillarga bog‘liq jarayondir; 2) meva-rezavorlarni etishtirish jarayoning bo‘sh yo‘nalishini xarakterlovchi trend qismi chiziqli bog‘lanishga ega y(t)= 94,91 + 4,42t , demak, 2019 yilda Respublikamizda yetishtirilgan meva-rezavor hosildorligi 95% li kafolat bilan 99,33≈100 s/ga atrofida bo‘ladi; 3) Umuman meva-rezavorning o‘rtacha hosildorligi, yuqorida qo‘llan-gan statistik kriteriyalarga asosan, $\overline{y(t)} \sim N(94{,}91; 25{,}802)$ parametrli normal taqsimotga ega ekanligidan, 95% kafolat bilan **2019 yilda hosildorlik (81,04; 108,78) s/ga** atrofida bo‘ladi ; 4) yetishtirilayotgan meva-rezavorning hosildorligi avtokorrelyasion bog‘lanishga ega, ya’ni mazkur yildagi hosildorlik, avvalgi yillarda olingan hosildorlikka bog‘lik bo‘ladi $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$; 5) umiy holda Respublikamizda har yili yetishtirilayotgan meva-rezavorning hosildorligi, turg‘un bo‘lmagan dinamik qator tashkil etadi.

§ -13. O‘zbekiston Respublikasida yetishtirilayotgan kartoshka hosildorligini dinamik qator sifatida statistik tahlili

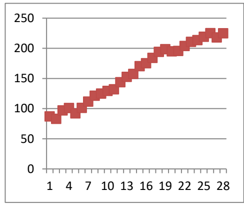
Respublikamiz aholisining yildan-yilga o‘sib borishi, ularni oziq-ovqat mahsulotlari bilan ta’minlash vazifasini yuklaydi. Asosiy oziq-ovqatlardan biri bo‘lgan kartoshka yetishtirish jarayonini ma’lum bir muddatlarda mavsumiy takrorlanib turishi, uni diskret $\{Y_t, t\in T\}$ tasodifiy dinamik qator sifatida tahlil qilishimizga asos bo‘ladi.

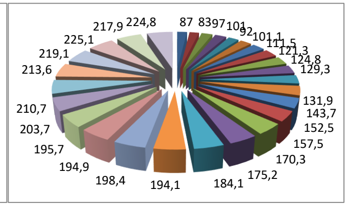
Maqolada[2], Respublikamizda 1991-2018 yillarda yetishtirilgan kartoshka hosildorligi $\{Y_t, t\in T\}$, statsionar dinamik qator sifatida statistik tahlil qilinib, uning haqiqiy hosildorligiga nuqtaviy, kafolatli intervalli statistik baholar qurilgan va turli bu jarayon bilan bog‘liq bo‘lgan statistik gipotezalar tekshirilgan.

Kalitso‘zlar: mavsumiy, diskret, tasodifiy, dinamik, statistik, baho, nuqtaviy, intervalli, trend, avtokorrelyasiya, chekliayrma, kriteriya, gipoteza, kafolat.

Ma’lumki[1]-[3], vaqtli qatorni $\{Y_t, t\in T\}$ asosiy tashkil etuvchilari quyidagilardan iborat bo‘lishi mumkin: **1)** asosiy yo‘nalishni ko‘rsatuvchi trend, **2)** trend atrofida tebranib turuvchi qism, **3)** mavsumiy ta’sir etuvchi, **4)** tasodifiy qism.

Respublikamizda 1991-2018 yillarda yetishtirilgan kartoshka hosildorligini $\{Y_t, t\in T\}$(jadval-1 da, 3 ustun), koordinatalar sistemasida geometrik izohlash asosida, chiziqli bog‘lanishga $y = a_0+a_1 t$ ega deb faraz qilishimiz mumkin.





Chiziqli modelda qatnashuvchi noma’lum parametrlar, o‘tkazilgan tajriba ma’lumotlari asosida, eng kichik kvadratlar usuli bilan, quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechib baholanadi:

$$\begin{cases} a_0 T + a_1 \sum t = \sum y_t \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y_t t \end{cases} \tag{1}$$

Sstatistik ma’lumotlar bo‘yicha jadval-1ni tuzamiz. Jadvaldagi hisoblashlar yordamida, chiziqli bog‘lanishda qatnashuvchi noma’lum parametrlarni (1) tenglamalar sistemasini yechib aniqlaymiz:

$$\sum y_t = 4461{,}2\,,\quad a_0 = \frac{1}{T}\sum y_t = \frac{4461{,}2}{28} = 159{,}33,\quad a_1 = \frac{12807{,}9}{1834} = 6{,}99.$$

jadval-1

Kuzatilganyillart	Y_(t) s/ga	t	t^2	$y_t t$	$y_t t^2$
1991	87	-13	169	-1131	14703
1992	83	-12	144	-996	11952
1993	97	-11	121	-1067	11737
1994	101	-10	100	-1010	10100
1995	92	-9	81	-828	7452
1996	101,1	-8	64	-808,8	6470,4
1997	111,5	-7	49	-780,5	5463,5
1998	121,3	-6	36	-727,8	4366,8
1999	124,8	-5	25	-624	3120
2000	129,3	-4	16	-517,2	2068,8

2001	131,9	-3	9	-395,7	1187,1
2002	143,7	-2	4	-287,4	574,8
2003	152,5	-1	1	-152,5	152,5
2004	157,5	0	0	0	0
2005	170,3	1	1	170,3	170,3
2006	175,2	2	4	350,4	700,8
2007	184,1	3	9	552,3	1656,9
2008	194,1	4	16	776,4	3105,6
2009	198,4	5	25	992	4960
2010	194,9	6	36	1169,4	7016,4
2011	195,7	7	49	1369,9	9589,3
2012	203,7	8	64	1629,6	13036,8
2013	210,7	9	81	1896,3	17066,7
2014	213,6	10	100	2136	21360
2015	219,1	11	121	2410,1	26511,1
2016	225,1	12	144	2701,2	32414,4
2017	217,9	13	169	2832,7	36825,1
2018	224,8	14	196	3147,2	44060,8
Summa	4461,2	14	1834	12807,9	297822,1

Demak, Respublikamizda 1991-2018 yillarda yetishtirilgan kartoshka hosildorligini, t –yillar bilan bog‘lanishini ifodalovchi trend qismining tenglamasi, quyidagicha bo‘ladi:

$$\boldsymbol{y(t) = 6{,}99t + 159{,}33} \qquad (2)$$

Bu trend modelda t = 3 qiymatni qo‘yib, 2021 xo‘jalik yilda Respublikamizda kartoshka hosildorligi 180,3 s/ga bo‘lishini 95% likafolat bilan aniqlaymiz.

Dinamik qatorni xususiyatlarini o‘rganishda avtokorrelyasiya koeffitsienti muhim ahamiyatga ega. Bu savolga javob berish uchun, L yilga (L-lag) vaqtni so‘rib, chekli ayirmalar usuli bilan quyidagi miqdorlarni hisoblaymiz (jadval-2) $\Delta Y_t = Y_{t+1} - Y_t$, $\Delta^2 Y_t = \Delta Y_{t+1} - \Delta Y_t$, $\Delta^3 Y_t = \Delta^2 Y_{t+1} - \Delta^2 Y_t$.

jadval–2

Yillart	Y_(t) s/ga	Y_t^2	ΔY_t	ΔY_t^2	$\Delta^2 Y_t$	$\Delta^2 Y_t^2$	$\Delta^3 Y_t$	$\Delta^3 Y_t^2$
991	87	7569						
1992	83	6889	-4	16				
1993	97	9409	14	196	18	324		
1994	101	10201	4	16	-10	100	-28	784
1995	92	8464	-9	81	-13	169	-3	9
1996	101,1	10221,21	9,1	82,81	18,1	327,61	31,1	967,21
1997	111,5	12432,25	10,4	108,16	1,3	1,69	-16,8	282,24
1998	121,3	14713,69	9,8	96,04	-0,6	0,36	-1,9	3,61
1999	124,8	15575,04	3,5	12,25	-6,3	39,69	-5,7	32,49

2000	129,3	16718,49	4,5	20,25	1	1	7,3	53,29
2001	131,9	17397,61	2,6	6,76	-1,9	3,61	-2,9	8,41
2002	143,7	20649,69	11,8	139,24	9,2	84,64	11,1	123,21
2003	152,5	23256,25	8,8	77,44	-3	9	-12,2	148,84
2004	157,5	24806,25	5	25	-3,8	14,44	-0,8	0,64
2005	170,3	29002,09	12,8	163,84	7,8	60,84	11,6	134,56
2006	175,2	30695,04	4,9	24,01	-7,9	62,41	-15,7	246,49
2007	184,1	33892,81	8,9	79,21	4	16	11,9	141,61
2008	194,1	37674,81	10	100	1,1	1,21	-2,9	8,41
2009	198,4	39362,56	4,3	18,49	-5,7	32,49	-6,8	46,24
2010	194,9	37986,01	-3,5	12,25	-7,8	60,84	-2,1	4,41
2011	195,7	38298,49	0,8	0,64	4,3	18,49	12,1	146,41
2012	203,7	41493,69	8	64	7,2	51,84	2,9	8,41
2013	210,7	44394,49	7	49	-1	1	-8,2	67,24
2014	213,6	45624,96	2,9	8,41	-4,1	16,81	-3,1	9,61
2015	219,1	48004,81	5,5	30,25	2,6	6,76	6,7	44,89
2016	225,1	50670,01	6	36	0,5	0,25	-2,1	4,41
2017	217,9	47480,41	-7,2	51,84	-13,2	174,24	-13,7	187,69
2018	224,8	50535,04	6,9	47,61	14,1	198,81	27,3	745,29
Summa	4461,2	773417,7	137,8	1562,5	10,9	1777,03	-3,9	4208,61

jadval-2 ma’lumotlari bo‘yicha, quyidag imiqdorni $V_k = \dfrac{\sum_{t=k}^{T} \left(\Delta^k y_t\right)^2}{(T-k) C_{2k}^{k}}$ $k =$ 1,2,3 qiymatlarini hisoblaganimizda, chekliayirmalarning variatsiya koeffitsienlarini qiymatlarini o‘zaro yaqinligini ko‘ramiz $V_1 \approx V_2 \approx V_3$ (imkoniyat cheklanganligi sababli to‘liq hisoblashlarni keltirib o‘tirmaymiz) . bu tasdiq o‘rganilayotgan dinamik qatorning trend qismini chiziqli bog‘lanishga ega ekanligini tasdiqlaydi.

Vaqtli qatorni xususiyatlarini o‘rganishda avtokorrelyasiya koeffitsienti muhim ahamiyatga ega. Statistik ma’lumotlar yordamida quyidagi jadvalni tuzamiz:

jadval-3

Kuzatilgan yillar	Y_(t) s/ga	$Y_t \cdot Y_{t+1}$	$Y_t \cdot Y_{t+2}$	$Y_t \cdot Y_{t+3}$	$Y_t \cdot Y_{t+4}$	$Y_t \cdot Y_{t+5}$
1991	87					
1992	83	7221				
1993	97	8051	8439			
1994	101	9797	8383	8787		
1995	92	9292	8924	7636	8004	
1996	101,1	9301,2	10211,1	9806,7	8391,3	8795,7
1997	111,5	11272,65	10258	11261,5	10815,5	9254,5
1998	121,3	13524,95	12263,43	11159,6	12251,3	11766,1

1999	124,8	15138,24	13915,2	12617,28	11481,6	12604,8
2000	129,3	16136,64	15684,09	14416,95	13072,23	11895,6
2001	131,9	17054,67	16461,12	15999,47	14706,85	13335,09
2002	143,7	18954,03	18580,41	17933,76	17430,81	16022,55
2003	152,5	21914,25	20114,75	19718,25	19032	18498,25
2004	157,5	24018,75	22632,75	20774,25	20364,75	19656
2005	170,3	26822,25	25970,75	24472,11	22462,57	22019,79
2006	175,2	29836,56	27594	26718	25176,24	23108,88
2007	184,1	32254,32	31352,23	28995,75	28075,25	26455,17
2008	194,1	35733,81	34006,32	33055,23	30570,75	29600,25
2009	198,4	38509,44	36525,44	34759,68	33787,52	31248
2010	194,9	38668,16	37830,09	35881,09	34146,48	33191,47
2011	195,7	38141,93	38826,88	37985,37	36028,37	34286,64
2012	203,7	39864,09	39701,13	40414,08	39538,17	37501,17
2013	210,7	42919,59	41233,99	41065,43	41802,88	40896,87
2014	213,6	45005,52	43510,32	41801,52	41630,64	42378,24
2015	219,1	46799,76	46164,37	44630,67	42877,87	42702,59
2016	225,1	49319,41	48081,36	47428,57	45852,87	44052,07
2017	217,9	49049,29	47741,89	46543,44	45911,53	44386,23
2018	224,8	48983,92	50602,48	49253,68	48017,28	47365,36
Summa	4461,2	743584,43	715008,1	683115,38	651428,76	621021,32

jadval-3 asosida quyidagi formula ([1]-[3]) bilan avtokorrelyasiya koeffitsient-larini hisoblaymiz:

$$R_L = \frac{\sum_{i=1}^{N-L} Y_i Y_{i+L} - \frac{\sum_{i=1}^{N-L} Y_t \sum_{i=L+1}^{N} Y_t}{N-L}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N-L} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N-L} Y_t\right)^2}{N-L}\right]\left[\sum_{i=L+1}^{N} Y_t^2 - \frac{\left(\sum_{i=L+1}^{N} Y_t\right)^2}{N-L}\right]}} \quad (3)$$

Hisoblashlar ko‘rsatadiki, R_L ning barcha R_2 , ..., R_5 qiymatlari (L=1,2,,3…) noldan farqli. Shu tasdiq asosida o‘rganilayotgan dinamik qatorni avtokorrelyasion bog‘lanishga ega deb faraz qilish mumkin. Bu gipotezani darbin-uatson kriteriyasi bilan tekshirganimizda ham barcha

$$d_{kuz} = \sum_{t=1}^{T-1} (Y_{t+1} - Y_t)^2 / \sum_{t=1}^{T} Y_t^2.$$

d_{kuz}- qiymatlarini, maxsus jadvaldan[1]-[3] topilgan, $d_{krit} = 1.08$ kritik qiymatidan kichik $d_{kuz} < d_{krit}$ ekanligini ko‘ramiz. Demak, 95% likafolat bilan, o‘rtacha kartoshka hosildorligi avtokorrelyasion $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$, ρ =soV(u_t,u_{t+1}) bog‘lanishga ega ekan. Ya’ni bu xo‘jalik yilida olinadigan kartoshka hosildorligi, o‘tgan yilgi olingan hosildorlikka bog‘liq ekan.

Respublikada yetishtirilgan sabzovotning har yilgi o‘rtacha hosilodorligi normal taqsimoga ega degan statistik гипотезани $H_0 : P(X < x)$=$\Phi_{a,\sigma}$(x) Jak-Berra, Shapiro-Vilkokson, Pirson hamda parametrik kriteriyalari bilan tekshirish natijasida uni 95% li kafolat bilan normal taqsimotga ega ekanligi aniqlandi. Bu tasdiq asosida, kartoshkaning har yilgi o‘rtacha hosildorligiga α qiymatdorlik darajasi bilan quyidagi formula([1]-[3]) yordamida, intervallistatistik baho qurish mumkin:

$$\overline{Y}_{T+i} - t(T-2;\alpha)\overline{\sigma}_y \le a_0 + a_1(T+i) \le \overline{Y}_{T+i} + t(T-2;\alpha)\overline{\sigma}_y \qquad (4)$$

Aslida, qishloq xo‘jalik ekinlarini, xususan kartoshkaning, o‘rtacha hosildorligini $\overline{y(t)}$, diyarli bir xil sharoitda, bir xil qalinlikda, katta maydonlarda yetishtirilganligi sababli, ehtimollar nazariyasining markaziy limitteoremasiga asosan uni normal taqsimotga ega;- debolish mumkin.

Statistik ma’lumotlar bo‘yicha, “Exsel Exsel” programmasidanf oydalanib, o‘rtacha kartoshka hosildorligini muhim tanlanma xarakteristikalari uchun quyidagi statistik baholarga ega bo‘lamiz(jadval-4):

jadval-4

Kartoshka hosildorligining tanlanma xarakteristikalari	Kartoshka hosildorligining tanlanma xarakteristikalarini statistik baholari
O‘rtach ahosildorlik $\overline{y}_T$s/ga	159,33
Tanlanmadispersiya D_T	2319,299
Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish σ_T	48,159
Vriatsiya koeffitsienti v (%)	30,23 %
Asimmetriyaa$_{\varsigma}$	-0,159
Ekssessa $E_{K_{\varsigma}}$	-1,481
Tanlanma o‘rtacha $\overline{y}_T$qiymatni xatosi m_u	$m_u = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}} = 9{,}104$
Limitik xato m_y'	$m'_u = tm_u = 2{,}13 \cdot 9{,}104 = 19{,}392$
O‘rtacha kvadratik chetlanishni xatosi m_σ	$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{48{,}159}{7{,}483} = 6{,}436$
Intervallistatistik baho (95% li) $\bar{y}_T \pm tm_u$	$\bar{y}_T \pm tm_u$= 159,33 ±19,392 , (140,018; 178,722) s/ga
Statistik gipoteza $H_0: P(\bar{y}_T < x) = \Phi_{a,\sigma}$(x)	95%li kafolat bilan H_0qobil qilinadi

Xulosa

Respublikada 1991-2018 yillarda yetishtirilgan kartoshka hosildorligini dinamik qator sifatida statistik tahlil qilish asosida quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1) Respublikada yetishtirilgan kartoshka hosildorligi juda ko‘p tasodifiy urug‘ning sifatiga, tuproq unimdorligiga, agrotexnik tadbirlarga, obi-havoga va boshqa omillarga bog‘liq bo‘lgan jarayondir;

2) Kartoshka yetishtirish jarayoning bo‘sh yo‘nalishini xarakterlovchi trend qismi chiziqli bog‘lanishga ega $y(t) = 6{,}99t + 159{,}33$;

3) Kartoshkaning o‘rtacha hosildorligi $\overline{y(t)}$ uchun muhim tanlanma xarakteristikalari baholangan (jadval-4), xususan normal taqsimlangan tasodifiy miqdor;- deb 95% kafolat bilan unga (140,018; 178,722) s/ga intervalli statistik baho qurilgan;

4) Respublikada yetishtirilayotgan kartoshkaning hosildorligi avtokorrelyasion bog‘lanishga ega, ya’ni mazkur 2021 yildagi hosildorligi avvalgi yillarda olingan hosildorlikka bog‘liq $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$,

5) Umumiy holda Respublikada har yili yetishtirilayotgan kartoshka hosildorligi, turg‘un bo‘lmagan dinamik qator tashkil etadi.

Dinamik qatorlarni statistik tahlil qilishga doir mustaqil Yechish uchun misollar

Misol-1. Respublikamizni tumanlaridan birida 1996-2017 yillarda sholidan olingan o‘rtacha hosildorlikni $\{Y_t, t\in T\}$ dinamik qator sifatida statistik tahlil qiling, trendini aniqlang, shu nav sholini hosildorligiga nuqtaviy, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan intervalli statistik baho quring va kelgusi yillar uchun sholi hosildorligini bashorat (prognoz) qiling?

t-yillar	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
$y_{t-\frac{ц}{га}}$	25	30	33	38	32	30	34	40	36	35	42

2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
40	35	38	32	35	39	33	42	41	43	45

2018	2019	2020	2021	2022
35	39	41	43	45

Misol-2. Respublikamizning tumanlaridan birida 1996-2017 yillarda paxtadan olingan o‘rtacha hosildorlikni $\{Y_t, t\in T\}$ dinamik qator sifatida statistik tahlil qiling, trendini aniqlang, shu nav paxtani hosildorligiga nuqtaviy, $\alpha = 0{,}05$ qiymatdorlik darajasi bilan intervalli statistik baho quring va kelgusi yillar uchun paxta hosildorligini prognoz qiling?

t-yillar	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
y_ts/ga o‘rtacha hosil	22	21	23	26	22	23	27	25	26	25	23

2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
24	27	28	23	25	24	23	25	24	23	25

2018	2019	2020	2021	2022
27	28	29	30	29

Misol-3. Quyidagi diskret dinamik qatorlarni ma’lumotlari bo‘yicha, har ga yerdan olingan paxta hosildorligi X_t-s/ga, undan chiqqan tola hosildorligi Y_t-s/ga orasidagi bog‘lanishning: 1) korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang;
2) bog‘lanishtenglamasini tuzing?

Yillar t	X_t-s/ga, o‘rtachapaxta hosildorligi	Y_t-s/ga, o‘rtacha paxta tolasi hosildorligi
1	23,1	7,0
2	23,4	7,1
3	27,1	9,0
4	24,4	7,0
5	26,0	8,6
6	26,1	8,7
7	24,1	8,0
8	24,8	8,1
9	23,2	8,2
10	23,5	7,9
11	24,6	7,4
12	27,4	7,6
13	28,2	7,7
14	26,8	7,5
15	27,6	7,6
∑		

ILOVALAR

$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ **funktsiyasining qiymatlar jadvali**

Ilova-1

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,8986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3685	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3527	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,30,11	0,2989	0,2666	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,3155	0,2133	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,01989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1479	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1396	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0941	0,0925	0,0909	0,0893	0,0872	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,1734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0541	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0349	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0210	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0196	0,0093	0,0091	0,0088	0,0186	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0060	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0004	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ **Laplas funksiyasining qiymatlar jadvali**

Ilova -2

X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)
0,00	0,000	0,46	0,1772	0,92	0,3212	1,38	0,4168	1,84	0,4671	2,30	0,4893	2,76	0,4971
0,02	0,0080	0,48	0,1844	0,94	0,3264	1,40	0,4192	1,86	0,4686	2,32	0,4898	2,78	0,4973
0,04	0,0160	0,50	0,1915	0,96	0,3315	1,42	0,4222	1,88	0,4699	2,34	0,4904	2,80	0,4974
0,06	0,0239	0,52	0,1985	0,98	0,3365	1,44	0,4251	1,90	0,4713	2,36	0,4909	2,82	0,4976
0,08	0,0319	0,54	0,2054	1,00	0,3413	1,46	0,4279	1,92	0,4726	2,38	0,4913	2,84	0,4977
0,10	0,0398	0,56	0,2143	1,02	0,3461	1,48	0,4306	1,94	0,4738	2,40	0,4919	2,86	0,4979
0,12	0,0478	0,58	0,2190	1,04	0,3508	1,50	0,4332	1,96	0,4750	2,42	0,4922	2,88	0,4980
0,14	0,0557	0,60	0,2257	1,06	0,3554	1,52	0,4353	1,98	0,4761	2,44	0,4927	2,90	0,4981
0,16	0,0636	0,62	0,2324	1,08	0,3599	1,54	0,4382	2,00	0,4772	2,46	0,4931	2.92	0,4982
0,18	0,0714	0,64	0,2389	1,10	0,3643	1,56	0,4406	2,02	0,4783	2,48	0,4934	2,94	0,4984
0,20	0,0793	0,66	0,2454	1,12	0,3686	1,58	0,4409	2,04	0,4793	2,50	0,4938	2,96	0,4985
0,22	0,0871	0,68	0,2517	1,14	0,3729	1,60	0,4452	2,06	0,4803	2.52	0,4941	2,98	0,4986
0,24	0,0948	0,70	0,2580	1,16	0,3770	1,62	0,4474	2,08	0,4812	2,54	0,4945	3,00	0,49865
0,26	0,1026	0,72	0,2642	1,18	0,3810	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,56	0,4948	3,20	0,49931
0,28	0,1103	0,74	0,2703	1,20	0,3840	1,66	0,4515	2,12	0,4830	2,58	0,4951	3,40	0,49968
0,30	0,1179	0,76	0,2764	1,22	0,3883	1,68	0,4535	2,14	0,4838	2,60	0,4953	3,60	0,499841
0,32	0,1255	0,78	0,2823	1,24	0,3925	1,70	0,4554	2,16	0,4846	2,62	0,4956	3,80	0,499928
0,34	0,1331	0,80	0,2881	1,26	0,3962	1,72	0,4573	2,18	0,4854	2,64	0.4959	4,00	0,499968
0,36	0,1406	0,82	0,2939	1,28	0,3997	1,74	0,4591	2,20	0,4861	2,66	0,4961	4,50	0,499997
0,38	0,1480	0,84	0,2995	1,30	0,4032	1,76	0,4608	2,22	0,4868	2,68	0,4963	5,00	0,499997
0,40	0,1554	0,86	0,3051	1,32	0,4066	1,78	0,4625	2,24	0,4875	2,70	0,4965		
0,42	0,1628	0,88	0,3106	1,34	0,4099	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,72	0,4967		
0,44	0,1700	0,90	0,3159	1,36	0,4131	1,82	0,4656	2,28	0,4887	2,74	0,4969		

St'yudent taqsimotining $t_\gamma = t(n; \gamma) = T(n; \gamma)$ kritik qiytmatlari jadvali

Ilova-3

γ \ n	0,95	0,99	γ \ п	0,95	0,99
5	2,78	4,60	20	2,093	3,883
6	2,57	4,03	25	2,064	2,797
7	2,45	3,71	30	2,045	2,756
8	2,37	3,50	35	2,032	2,729
9	2,31	2,36	40	2,023	2,708
10	2,26	3,25	45	2,016	2,692
11	2,23	3,17	50	2,009	3,502
12	2.20	3.11	60	2.001	2.662
13	2.18	3.01	70	1.996	2.649
14	2.16	3.01	80	1.001	2.640
15	2.15	2.98	90	1.987	2.633
16	2.13	2.95	100	1.984	2.627
17	2.12	2.92	120	1.980	2.617
18	2.11	2.90	∞	1.960	2.576
19	2.10	2.88			

Q=q(γ, n) qiytmatlar jadvali

Ilova- 4

γ \ n	0,95	0,99	γ \ n	0,95	0,99
5	1.37	2.67	20	0.37	0.58
6	1.09	2.01	25	0.32	0.49
7	0.92	1.62	30	0.28	0.43
8	0.80	1.38	35	0.26	0.38
9	0.71	1.20	40	0.24	0.35
10	0.65	1.08	45	0.22	0.32
11	0.59	0.98	50	0.21	0.30
12	0.55	0.90	60	0.188	0.269
13	0.52	0.83	70	0.174	0.245
14	0.48	0.78	80	0.161	0.226
15	0.46	0.73	90	0.151	0.211
16	0.44	0.70	100	0.143	0.198
17	0.42	0.66	150	0.115	0.160
18	0.40	0.63	200	0.099	0.136
19	0.39	0.60	250	0.089	0.120

Fisher-Snedekor taqsimotining $F(k_1;k_2 , \alpha)$ kritik qiymatlari jadvali(α=0,05) Ilova-5

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,21
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,91
9	5,12	4,26	3,63	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,79
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,72	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,25	2,96	2,73	2,57	2,47	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,62
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,01	1,92	1,70	1,39
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

k^2 taqsimotning kritik qiymatlari jadvali

Ilova-6

zodlik darajasi soni, k	αqiytmatdorlik darajasi			
	0,01	0,05	0,95	0,99
1	6,6	3,8	0,0039	0,00016
2	9,2	6,0	0,103	0,020
3	11,3	7,8	0,352	0,115
4	13,3	9,5	0,711	0,297
5	15,1	11,1	1,15	0,554
6	16,8	12,6	1,64	0,872
7	18,5	14,1	2,17	1,24
8	20,1	15,5	2,73	1,65
9	21,7	16,9	3,33	2,09
10	23,2	18,3	3,94	2,56
11	24,7	19,7	4,57	3,05
12	26.2	21.0	5.23	3.57
13	27.7	22.4	5.89	4.11
14	29.1	23.7	6.57	4.66
15	30.6	25.0	7.26	5.23
16	32.0	26.3	7.96	5.81
17	33.4	27.6	8.67	6.41
18	34.8	28.9	9.39	7.01
19	36.2	30.1	10.1	7.63
20	37,6	31,4	10,9	8,26
21	38,9	32,7	11,6	8,90
22	40,3	33,9	12,3	9,54
23	41,6	35,2	13,1	10,2
24	43,0	36,4	13,8	10,9
25	44,3	37,7	14,6	11,5
26	45,6	38,9	15,4	12,2
27	47,0	40,1	16,2	12,9
28	48,3	41,3	16,9	13,6
29	49,6	42,6	17,7	14,3
30	50,9	43,8	18,5	15,0

Korrelyasiya koeffitsientini$0< r < 0.99$
qiymatlariga mos Z kriteriyaning qiymatlari jadvali

ilova-7

r	Z- ni qiymatlari									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090
0,1	0,100	0,110	0,121	0,131	0,141	0,151	0,161	0,172	0,182	0,192
0,2	0,203	0,213	0,224	0,234	0,245	0,255	0,266	0,277	0,288	0,299
0,3	0,310	0,321	0,332	0,343	0,354	0,365	0,377	0,388	0,400	0,412
0,4	0,424	0,436	0,448	0,460	0,472	0,485	0,497	0,510	0,523	0,536
0,5	0,549	0,563	0,576	0,590	0,604	0,618	0,633	0,648	0,662	0,78
0,6	0,693	0,709	0,725	0,741	0,758	0,775	0,793	0,811	0,829	0,848
0,7	0,867	0,887	0,908	0,929	0,950	0,973	0,996	1,020	1,045	1,071
0,8	1,099	1,127	1,157	1,188	1,221	1,256	1,293	1,333	1,376	1,422
0,9	1,472	1,528	1,589	1,658	1,738	1,832	1,946	2,092	2,298	2,647
0,99	2,647	2,700	2,759	2,826	2,903	2,995	3,106	3,250	3,453	3,800

Tanlanma korrelyasiya koeffitsientining turli ozodlilik darajalariga mos
kritik qiymatlari jadvali ($\alpha = 0.05$)

ilova-8

Ozodlik darajalari soni k=n-2	Qiymatdorlik darajasi $\alpha = 0,05$	Ozodlik darajalari soni k = n-2	Qiymatdor-lik darajasi $\alpha = 0,05$	Ozodlilik darajalari soni k = n-2	Qiymatdor-lik darajasi $\alpha = 0,05$
1	0,997	11	0,553	21	0,413
2	0,950	12	0,532	22	0,404
3	0,878	13	0,514	23	0,396
4	0,811	14	0,497	24	0,388
5	0,754	15	0,482	25	0,381
6	0,707	16	0,468	30	0,349
7	0,666	17	0,456	40	0,304
8	0,632	18	0,444	50	0,273

9	0,602	19	0,433	60	0,250
10	0,576	20	0,423	100	0,195

Darbin-Uotson kriteriyasining d_U va d_V qiymatlari jadvali
($\alpha = 0,05$, $k^{'}$ -регрессия тенгламасидаги эркли ўзгарувчилар сони)

Ilova-9

	$k^{'} = 1$		$k^{'} = 2$		$k^{'} = 3$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66
24	1,29	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66
25	1,30	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66
26	1,32	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65
27	1,33	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65
28	1,34	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65
29	1,35	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65
30	1,36	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65
31	1,37	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65
32	1,38	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65
33	1,39	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65
34	1,40	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65
35	1,41	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66
45	1,48	1,54	1,43	1,62	1,38	1,67
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74

Foydalanilgan adabiyotlar

1). Y.F.Vaynu «Korrelyatsiya ryadov dinamiki», M.”Statistika”,1977,119 bet.
2). B.A. Dospexov «Metodika polevogo opo‘ta». M. «Agropromizdat», 1985.352 str.
3). T. Anderson “Statisticheskiy analiz vremenno‘x ryadov” M.”MIR”. 1976.759 str.
4). M.Dj. Kendall, A. Styuart “Mnogomerno‘y statisticheskiy analiz i vremenno‘ye ryado‘”. M. “Nauka”.1976. 736 str.
5). A.A. Fayziev“Matematik statistika”, O‘quv qo‘llanma. Tashkent-2022.”ILM-ZIYO-ZAKOVAT” 200 bet.
6). B. Abdalimov, A.A. Fayziyev “Matematika”. Darslik. Toshkent-2022.”ILM-ZIYO-ZAKOVAT”. 518 bet.
7). B.A. Sulaymonov, A.A. Fayziyev, J.N. Fayziyev “Tajriba ma’lumotlarining statistik tahlili”, Toshkent, ToshDAU nashriyoti, 2015 yil, 124- bet
8). A.A. Fayziev, B. Rajabov, L. Rajabova “Oliy matematika, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika”, Tashkent, TashDAU, 2014, 306 bet.
9). M.U. Achilov, A.A. Fayziev “The analysis of dynamiks of fruits and berry froduktivity grown in Uzbekistan” , EPRA International journal of Research and Development (IJRD). Volume: 4. Issue: 8. August 2019, 5-9 p .
10). A.A. Fayziev “Statisticheskiy analiz i prognozirovanie dinamiki urojaynosti xlopka v Respublike Uzbekistan”// Jurnal.-Byulleten Instituta Matematiki. ISSN 2181-9483, http: //mib. Mathinst. Uz. Tashkent, 2020. № 1.-S.107-111.
11). Jay L. Devore, Kenneth N. Berk. Modern Mathematikal Statistiks with Applikations (Sekond Edition).- Springer Skienke+Business Media, LLK 2012.
12). Дж. Франс, дж. Х. М. Торнли «maтематичесКие модели в сельkKom схозяйстьве» m., «Агропромиздат», 1990 г
13).ДЖ. Кemени, ДЖ. Снелл «Конечные цепи МарКова». М.»НауКа», 1970
14). А.А. Файзиев, Атабаев М.М., Касиmов Б.С. « Тупроқ унумдорлигини сақлашнинг туқобил стратегиясини аниқлашда МарКов занжирини қўлланилиши », Журнал. ВестниК аграрной науКи УзбеКистана, № 4 (82), 2020, 124-127 бет.
15). О.О. ЗamКов, А.В. ТолстопятенКо, Ю.Н. Череmных«МатематичесКие mетоды вв эКономиКе” М. “дис” 2001, 368 стр.

Qo‘shimcha adabiyotlar

1) V. Vahabov, A.A. Fayziev “Statistikal analysis and forekasting of kotton yield dynamiks Buchara region”, Tashkent state transport university. 1 st International Skientifik Konferenke “Modern Materials Skienke: Topikal Issues, Achievements and Innovations (ISKMMSTIAL-2022)” (Tashkent, Mart 4-5, 2022). 5 –pej. (in Inglish).

2) V. Vahabov, A.A. Fayziev “Statistikal analysis and forekasting of kotton yield dynamiks Buchara region”, Tashkent state transport university. 1 st International Skientifik Konferenke “Modern Materials Skienke: Topikal Issues, Achievements and Innovations (ISKMMSTIAL-2022)” (Tashkent, Mart 4-5, 2022). 5 –pej. (in Inglish).
3) A.A. Fayziev, A. Turgunov, X.Mamadaliev,S. Nasridinov “Statistikal analysis and forekasting of potato yield dynamiks in the republik of Uzbekistan”. Tashkent university of information technologies named after muhammad al-chwarizmi. Ikiskt 2022. International konferenke on information skienke end kommunikations technologies applikation sk, trends and opportunities. Tashkent, 28-30 September, 2022, 5 –pej. http://www.ikiskt2022.org/. (in Inglish).
4). Б.Абдалиmов, А.А.Файзиев «Туmанда етиштирилган пахта ҳосилдорлигини динаmиК қатор сифатида статистиК таҳлили» Журнал. AGRO ILM, 1(57) сон, 2019, 102-104 бет.
5).Б.Абдалиmов, А.А.Файзиев, Л.Ражабова «Прогнозирование урожайности сельсКохозяйственных процесссов», Обеденнённый научный журнал, МосКва, №2, 2010г Стр.58-61
6). Файзиев А.А. “НеКоторые статистичесКие задачи для целей МарКова и их применение ”, Монография. Типография ТошГАУ . 2020 , 116-стр.
7). Х.Ч.Буриев, А.А.Файзиев, А.Нишанова “СтатистичесКий анализ и прогнозирование динаmиКиуржайностибахчавых Культур” . Журнал, вестниК аграрной науКи узбеКистана № 1 (85), 2021. 47-52 стр.
8) .А.А.Файзиев, О.З.Карабашов, Н.Н.Мусаева “Прогнозирование динаmиКи урожайности хлопчатниКа АндижансКой области” .“Пробеmы науКи” ВестниК науКи и образование, МосКва . Журнал N 8 (111). АпрелЬ 2021, частЬ 2, 6-стр.
9). A.A.Fayziev, T. Turgunov “Statisticheskiy analiz i prognozirovanie dinamiki urojaynosti xlopka v Respublike Uzbekistan”// Jurnal.-Byulleten Instituta Matematiki. ISSN 2181-9483, http: //mib. Mathinst. Uz. Tashkent, 2020. № 1.-S.107-111.
10). J.N.Fayziev, A.A. Fayziev, A.A.Farxodov “Statisticheskiy analiz i prognozirovanie dinamiki urojaynoti vinograda”. Jurnal “Vestnik agrarnoy nauki Uzbekistana”. № 5 (83),2020. 112-116 str.
11). A.A. Fayziev, A. Turgunov, X.Mamadaliev,S. Nasridinov “Statistikal analysis and forekasting of potato yield dynamiks in the republik of Uzbekistan”. Tashkent university of information technologies named after muhammad al-chwarizmi. Ikiskt 2022. International konferenke on information skienke end kommunikations technologies applikation sk, trends and opportunities. Tashkent, 28-30 September, 2022, 5 –pej. http://www.ikiskt2022.org/. (inInglish).
12). А.А.Файзиев , Ж.Н. Файзиев, С. Бойтеmиров “СтатистичесКий анализ ипрогнозирование динаmиКа урожайности винограда иреспублиКа УзбеКистан”. KENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETIKAL AND APPLIED SKIENKES. Volume: 04 Issue: 05 | May 2023 ISSN: 2660-5317

https://kajotas.kentralasianstudies.org . *Rekeived 4 th Mar 2023, Akkepted 6 th Apr 2023, Online 18th May 2023.* 85-93 стр.

13). A.A.Fayziyev,*K.* Ruzmetov1 , *S.* Murodov,O.Kurbonbekova "Statistikal analysis and forekasting of kotton yield dynamiks in Kashkadarya region of Republik of Uzbekistan.

© The Authors, published by EDP Skienkes. This is an open akkess artikle distributed under the terms ofthe Kreative. Kommons Attribution Likense4.0 .(https://kreativekommons.org/likenses/by/4.0/). E3S Web of Konferenkes **389**, 03080 (2023). https://doi.org/10.1051/e3skonf/202338903080,*UESF-2023, 8-стр.*

14). A.A.Fayziyev, K.Ruzmetov, N.Noraliev, T.Turgunov "Sabzavot hosildorligi dinamikasini statistik tahlili ". © The Authors, published by EDP Skienkes. This is an open akkess artikle distributed under the terms ofthe Kreative . Kommons Attribution Likense 4.0. (https://kreativekommons.org /likenses/by/4.0/). E3S Web of Konferenkes **389**, 03080 (2023). . https://doi.org/10.1051/e3skonf/ 20233890-3080 . *UESF-2023.9-hej.*

Elektron darslik va qo'llanmalar

1. А.А.Степанов. Высшая математиКа: Учебное пособие. ВладивостоК. WWW: vvruhttp:/wwwvvsu.ru
2. В.А.Илин, А.В.Курина. Высшая математиКа: УчебниК.WWW.buyner. ruhttp:// w w w/buyner. ru /book/ d /
3. ЭлеКтронное средства учебного назначения. АлтайТГУ.Высшая математиКа. А.С.КирКинсКий.http: //ou/tsu. ru/eleduphp? Pqagtuou/ tsn / ru
4. Р.Е.ДонКо.Высшая математиКа в упражнениях и задачах. Част 1-2. http:// www. isuktru/ /dept/vhk/smatireals :// www. isuktru

Internet ma'lumotlar.

5. http://www.ziyonet.uz
6. http://www.twirpx.kom
7. http://moodle.samqxi.uz
8. http://alea.impa.br/english/index_v12.htm
9. http://www.ams.org/publikations/journals/journalsframework/tpms
10. http://probability.univ.kiev.ua/tims/
11. http://www.mathnet.ru/
12. http://elibrary.ru/rubrik_titles.asp?rkode=274300

Atamaning o'zbek tilida nomlanishi	Atamaning ingliz tilida nomlanishi	Atamaning rus tilida nomlanishi	Atamaning ma'nosi
I –tur xatolik	An error in the first tipe I	ОшибКа первого рода	Qaror qabul qilishjarayonidato'g'rigipotezanirad(inkor) etilishi
II- tur xatolik	An error in the sekond tipe II	ОшибКа второго рода	Qarorqabul qilish jarayonidanoto'g'rigipotezaniqobulqilinishi
Altirnativ gipoteza	Alternative hypothesis	Альтернативная гипотеза	Qarlayotgan asosiy gipotezaga qarama qarshi gipoteza
Asosiy gipoteza	Hypothesis null	Основная гипотеза	Tekshirilayotganasosiygepoteza
Asosli baho	Based estimate	Состоятельная оценКа	Tanlanma mahsulotining no'malum parametiri bahosining nomalum parametriga baho qiymatlarining yaqin bo'lishi
Baho	Estimate	ОценКа	Tanlanmaning har qanday sonli funksiysi
Bernulli sxemasi	Bernulli scheme	Схема Бернулли	Har bir tajribada ikki natijaga ega bo'ladigan bo'g'liqmas sinovlar ketma-ketligi
Birgalikda bo'lmagan hodisa	No events	Несовместый событии	Bir vaqtda ro'y berishi mumkin bo'lmagan hodisalar
Bog'liq hodisalar	Events	Зависитмый события	Birining ro'y berishi ikkinchisining ro'y bergan yoki ro'y bermaganligi bog'liq bo'lgan hodisalar
Bog'liqmas sinovlar	Independent trials	Независимый испытаний	Qarorqabulqilishjarayonida
Bog'liqmas hodisalar	Independent events	Независимый событий	Natijalari bog'liqmas bo'lgansinovlar
Variasion qator	Variatsion series variables	Вариационный ряд	O'sish tartibida joylashgan varianta ketma-ketligi
Gistogramma	Histogram	Гистогramma	Interval variasion qaror berilishining grafik usuli
Diskret tasidifiy miqdor	Diskrete random	ДисКретная случайная величина	Chekli yoki sanoqli sondagi turli qiymatlarni qabul qilishi mumkinbo'lgantasodifiymiqdor

Dispersion tahlili	Dispersion analysis	Дисперсионный анализ	Sifatli omillarning o‘zgarishiga bog‘liq natijalarning statistik tahlil qilinishi
Dispersiya	Dispersion	Дисперсия	Tasodifiy miqdor qabul qiladiganqiymatlarning, shu tasodifiy miqdo rmatematik qutulishidan o‘rtachachetlanishiniko‘rsatuvchikattalik
Zichlik funksiyasi	Density funktion	ФунКция плотности	Uzluksiz tasodifiymiqdorfunksiyasininghosilasi
Intervalli baho	Assessment of interval	ОценКа интервальная	Baholanayotgan parametrni qoplaydigan intervalning uchlari bo‘lgan ikki son bilan aniqlanadigan baho
Ishonchlilik oralig‘i	Konfidenke interval	Доверительный интервал	Baholanayotgan noma’lum paramert qiymatlari ma’lum bir ehtimollik bilan joylashishi mumkin bo‘lgan oraliq
Katta sonlar qonuni	Law of Large Numbers	ЗаКон больших Чисел	Tasodifiy miqdorlar ketma- ketligining ma’lum shartlarda o‘zgarmas songa yaqinlashishi
Kovarasion tahlil	Analysis Kovariatsion	Ковариационный анализ	$(a_1,a_2,...,a_{L,}$□□□$^2)$ Modelning parametrlarinuqtaviyvaintervallikbaholarnitopish, ular haqidagi har xil gipotezalarnitekshirishimkoniyati

GLOSSARIY

Korrelyasion bog‘lanish	Korrelyatsion link	Корреляционная зависимость	Bir tasodifiy miqdorning qiymatlari o‘zgarganda ikkinchi tasodifiy miqdor shartli o‘rta qiymatning o‘zgarishi
Korrelyasion tahlili	Analysis Korrelyatsion	Корреляционный анализ	Sifat belgilariga va miqdoriy belgilarga ega bo‘lgan nazariy-ehtimoliy modellarni o‘rganish bilan shug‘ullanadi, yani regression va dispersion usullarni birlashtiradi
Kriteryning quvvatini oshirish	To inkrease the power of the kriteria	Увеличения тощности Критериев	II– turhatolikni kamaytirish
Lyapunov sharti	Lyapunov kondition	Условия Ляпунова	Bir hil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun markaziy limit teorimasining o‘rinli bo‘lish sharti
Markaziy limit teorema	Kentral Limit Theorem	Центральная предельная теорeма	Normal taqsimot funksiyasiga yaqinlashishni ifodalovchi har qanday limit teorema
Matematik kutulish	Mathematikal names	МатематичесКие ожидания	Tasodifiy miqdor qabul qilishi mumkin bo‘lgan o‘rtakga qiymat .

Momentlar usuli	Method of Moments	Метод моментов	Tanlanma nomalum parametrini hisoblashda naariy momentlarni empirik momentlarga tenglash natijasida hosil bo‘ladigan tenglamalar sestimasini Yechish natijasida hosil bo‘lgan bahoni tanlash
Muqarrar hodisa	Unavoidable	Достоверный события	Malum shartlar kompleksi bajarilganda har doim ro‘y beradigan hodisa
Murakkab gipoteza	Kompound hupothesis	Сложная гипотеза	Tarkibida ikki va undan ortiq taqsimot qonunida ega bo‘lgan gipoteza

Poligon	Polygon	Полигон	Diskret variatsion qatorni grafik izohi.
Reprezentativ tanlanma	Representative sample	ВыборКа репрезентативная	Bo‘sh to‘plamning xususiyatlarini to‘la saqlovchi tanlanma to‘plam
Ro‘ybermaydigan hodisa	That does not happen in the event	Невозможный событиия	Malum shartlar kompleksi bajarilganda ro‘y berishi mumkin bo‘lmagan hodisa
Siljimagan baho	Estimate unbiased	Нестешенная событиия	Bahoning matematik kutulishi baholanayotgan paramertga teng bo‘lishi
Sodda gipoteza	Simple hypothesis	Простая гипотеза	Tarkibida bitta taqsimot qonuni bo‘lgan gipoteza
Statestik bo‘g‘lanish	Statistikal link	СтатистичесКая зависимость	Bir tasodifiy miqdorning qiymatlari o‘zgargandaikkinchitasodifiymiqdortaqsimot qonuniningo‘zgarishi
Statestik gipoteza	Statistikal hypothesis	СтатистичесКая гипотеза	Tanlanma nomalum taqsimot qonunining nomalum parametri yoki ko‘rinishi haqidagi har qanday taxmin
Statestika	Statistiks	СтатистиКа	Tanlanma elenentlardan tashkil topgan har qanday sonli funksiya
Takrorlanuvchi tanlanma	Repeated sampling	Повторный выборКа	Har bir tanlangan element asosiy to‘plamga tanlanma qaytarilishi

Taqsimot qonuni	Distributive law	ЗаКон распределения	Diskret tasodifiy miqdorlar qabul qildigan qiymatlar va shu qiymatlarni qabul qlish ehtimollari jadvali
Taqsimot funksiyasi	Distribution funktion	ФунКция распределения	X tasodifiy miqdorning x qiymatidan kichik bo‘lish ehtimoli
Taqsimotning emperik funksiyasi	Funktion of the division of experimental	ФунКция разделения эКспериментальной	Har bir x_i qiymat uchun X<x hodisaning nisbiy chastotasini aniqlaydigan funksiya
Tanlanma	Sample	ВыборКа	Bo‘g‘liqmas va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi
Tasodifiy miqdor	Random	Случайный	Elementlar hodisalar fazosida aniqlangan har qanday sonli funksiya
Tasodifiy hodisa	Random event	Случайное событие	Malum shartlar kompleksi bajarilganda ro‘y berishi ham bermasligi ham mumkin bo‘lgan hodisa
Teng imkoniyatli hodisalar	Equal Opportunities events	Равновозможный события	Ro‘y berish imkoniyatlari bir xil bo‘lgan hodisalar
Trend	trend	Тенденция	Tasodifiy faktorlarni silliq o‘zgarishini ifodalovchi komponenta

Tasodifiy miqdor	variables	случайная величина	Qiymatlarni sonlar o‘qining birorta oralig‘ini to‘ldirishi mumkin bo‘lgan tasodifiy miqor
O‘rtacha kvadratik chetlanish	Mean squart deviations	Среднее КвадратичесКое отКлонения	Tasodifiy miqdor despersiyasining kvadrat ildizdan chiqarilgan kattalik

Haqiqatga eng yaqin baholash usuli	A method of assessing the klosest to the truth	Метод маКсимальна правдоподобная оценКа	Tanlanmaning nomalum parametrini baholashda noalum parametrini tanlanmaning ro'y berishi eng kata ehtimolga ega bo'lishi shartida toppish usuli
Hodisa	Event	Событие	Elementar hodisalar fazosining har qanday qismi

Hodisalarning to'la guruhi	Group events	Польная группи событии	Juft-jufti bilan birgalikda bo'lmagan va yig'indisi muqarrar hodisaga teng bo'lgan hodisalar guruhi
Shartli ehtimol	Konditional Probability	Условная вероятность	Bir hodisaning ikkinchi ro'y berganligi shartidagi ehtimollik
Elementar hodisa	Elementary	Элементарных событий	Tajribaning mumkin bo'lgan barcha natijalaridan iborat bo'lgan elementar hodisalar fazosining elementi
Elementar hodisalar fazosi	Elementary events spake	Пространство элементарных событий	Har qanday bo'sh bo'lmagan to'plam . Odatda elementar hodisalar fazosi sifatida tajribaning mumkin bo'lgan barcha natijalaridan iborat bo'lgan to'plam qaralad
Ehtimolli son	Possible number of	Возможное Количество	Ketma-ketligidan biror hodisaning eng katta ehtimollikka ega bo'lgan ro'y berishlari soni
Effiktiv baho	Effektive evaluation	ЭффеКтивная оценКа	Nomalum parameter uchun baholarning eng kichik despersiyasiga ega bo'lishi
Ehtimol	Probably	Вероятно	Hodisaning ro'y berish imkoniyatini ko'rsatuvchi kattalik.

Test savollari

1. Muqarrar hodisaning ehtimoli nimaga teng?	*1	1/2	1/3	2
2. Ixtiyoriy hodisaning ehtimoli uchun quydagi-larning qaysi biri o'rinli?	* $0 \le p(A) \le 1$	$p(A) = 0$	$p(A) = 01$	$0,5 \le p(A) \le 1$
3. Beda urug'I ichida 0,1% begona o't urug'i bo'lsa, 1000 dona urug' ichida o'rtacha necha dona begona o't urug'i bo'ladi?	*1	2	3	4
4. Olma va shaftoli ko'charlari ekildi.Agar olma ko'chatini ko'karish ehtimoli 0,7 bo'lsa, shaptoli ko'chatini ko'karish ehtimoli 0,9 bo'lsa, ulardan kamida bittasining ko'karish ehtimolini toping?	*0.97	0.80	0.75	0.89
5. O'yinkubigini bir marta tashlaganda elementar hodisalor fazosi nechta hodisadan iborat bo'ladi?	*6 та	5 та	4 та	3 та
6. Tanga 2 marta ketma-ket tashlandi. Kamida bir martagerbli tomon tushish ehtimolini toping?	*0.75	0.35	0.45	0.65
7. Urug'ning o'nuv-chanligi70 % ni tashkil etsa , 6 ta ekilgan chigitdan 4 tasini o'nib chiqish ehtimolini toping?	*0.64	0.74	0.93	0.54
8. Qaysi holda Muavr-Laplasning lokal va integral teoremalaridan foydalanish mumkin?	* $np \ge 10$ bo'lsa	$n -$ har qanday holda	p-nolga yaqin, $n -$ kichik bo'lsa	$np \le 10$ bo'lganda
9. Tutilgan baliqning og'irligi normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lib, M(X) =375 g va Д(X) =25 g bo'lsa tavakkal tutilgan baliq og'irligini 300 g bilan 425 g orasida bo'lish ehtimoli topilsin.	*0.9759	0.8759	0.6759	0.5759
10. Tasodifiy miqdorlar asosan necha xil bo'ladi?	*2	6	4	5
11. Agar $F(x) = \begin{cases} 0, & агар \quad x \le 2 \quad бўлса, \\ x/2 - 1, & агар \; 2 \le x \le 4, \quad бўлса, \\ 1, & агар \quad x \ge 4 \quad бўлса, \end{cases}$ $P(2 \le X \le 3)$ ehtimoli topilsin	*1/2	1/4	0,8	3/4
12. Nishonga qarata 20 ta o'q otildi. Ulardan 18 tasi nishonga tekkan bo'lsa, nishonga tekkan o'qlarning nisbiy chastotasi topilsin.	*0,9	0.5	0.7	0,3

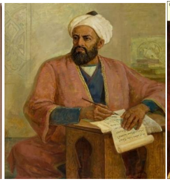
13. X diskret tasodifiy miqdor ushbu taqsimot qonuni bilan berilgan X5 10 15 P 0.2 0.6 0.2 Uning matematik kutulishi topilsin	*10	6	7	9
14. Agar X tasodifiy miqdorni despersiyasi 2 ga teng bo‘lsa Y = 3X tasodifiy miqdorni despersiyasini toping	*18	14	16	20
15. Agar M(X)=3 ga teng bo‘lsa, M(3X)=?	*9	5	7	3
16. Ikki birgadani normani bajarish ehtimolliklari mos ravishda 0.8 va 0.85 ga teng bo‘lsa ikkala birgadani ham normani bajarish ehtimoli topilsin.	*0.68	0.38	0.48	0.58
17. X va Y o‘zaro bo‘g‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar bo‘lib, D(X)=5, D(Y) =6 bo‘lsa $Z = 3X + 2Y$ **miqdorini despersiyasi** topilsin.	*69	59	60	79
18. Agar $X \sim N$ (0,1) bo‘lsa X tasodifiy miqdorini (0,2) oraliqda tushish ehtimoli topilsin.	*0,4772	0,4800	0,5847	0,6340
19. Agar X tasodifiy miqdorni taqsimot funksiyasi $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x/4, & 0 \le x \le 4 \\ 1, & x \ge 4 \end{cases}$ bo‘lsa, M(x)=?	*2	1	0	3
20. Agar M(X)=2 ga teng bo‘lsa $Z = 2x + 1$ tasodifiy miqdorni matematik qutulishini toping.	*5	4	2	3
21. Chaman ochilgan paxta maydonida har bir tup g‘o‘zadagi paxtalarning og‘irlgi qanday tasodifiy miqdor bo‘ladi?	Uzluksiz	Diskret	O‘zgarmas	Tasodifiy
22. n= 10 hajmli tanlanmagan statistik taqsimoti berilgan X_i 102 104 105 n_i 2 3 5 Tuzatilgan tanlanma despersiyasi topilsin	*6.93	7.61	7.53	8.20
23. Tanlanmani statistik taqsimoti berilgan X_i 4 7 8 12 n_i 5 2 310 tanlanmani hajmi topilsin	*20	7	5	10

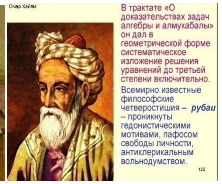
24. Bo‘sh to‘plamdan n=50 hajmi tanlanma olingan X_i 10 20 30 n_i 15 30 15 bo‘sh o‘ttaga qiymatni siljimagan bahosi topilsin	*20	30	40	50
25. Ushbu statistik taqdimot uchun moda va mediana topilsin X_i | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 n_i | 4 | 8 | 15 | 6 | 2	*(14;14)	(4;6)	(5;10)	(12;5)
26. n=51 hajmli tanlanma bo‘yicha bo‘sh despersiya $Д_т$=5 topilgan. Bo‘sh to‘plam despersiyaning siljimagan bahosini toping.	*5.1	3.1	4.1	2.1
27. Ikkita normal bo‘sh to‘plamlar uchun $H_0 : M(X) = M(Y)$ statestik gipoteza qaysi holda rad etiladi?	*$[T_{куз}] \ge t_{кр}$	$T_{куз} \le t_{кр}$	$F_{куз} \le t_{кр}$	$F_{куз} \ge t_{кр}$
28. Agar $S_x^2 = 0{,}84$ $S_y^2 = 2.52$ $F_{кр} = 2.72$ bo‘lsa, $H_0 : Д(X) = Д(У)$ o‘rinlimi yoki $H_1 : Д(X) \ge Д(У)$	*H_o rad etiladi	H_0, H_1 ikkalasi ham to‘g‘ri	H_o o‘rinli	H_1radetiladi
29. Ikkita o‘yin soqqasi tashlanganda, soqqalar-ning yoqlarida tushgan ochkolar yig‘indisi uchga teng bo‘lish ehtimolini toping.	*1/18	1/3	2/3	1/4
30. Agar faktor va qoldiq despersiyalar mos ravishda 4.84 va 2.2 teng bo‘lsa, bir nechta o‘rta qiymatlarni tengligi haqidagi gipotezani tekshirish kiriteriyasini qiymatini toping $F_{Куз}$ =?	*2.2	1.3	3.2	4.2
31. Agar shartli variant yordamida $M_1 = 0{,}6; h = 2; c = 30$ topilgan bo‘lsa , $\overline{X}_т$=?	*31.2	28.2	83.2	35.2
32. Korrelyasiya koeffisenti uchun quydagilardan qaysi biri to‘g‘ri?	* $-1 \le Z_T \le 1$	$0 \le Z_T \le 1$	$-\infty \le Z_T \le +\infty$	$-\infty \le Z_T \le \infty$

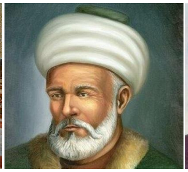
MUSTAQIL TA'LIM MAVZULARI

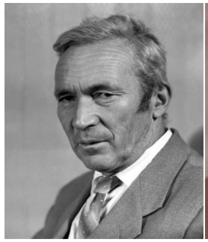
1. Ehtimolni geometrik, statistik ta'riflari. Erkli takroriy sinashlar Bernuli, Muavr-Laplas, Puasson formulalaridan foydalanish hartlari mavzusini o'rganishda **"Tushunchalar tahlili"** metodidan foydalanish.
2. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar Binomial, Puassan, giometrik, tekis, ko'rsatkichli, taqsimotlar mavzusini o'rganishda **"Tushunchalar tahlili"** metodidan foydalanish.
3. Katta sonlar qonuni. Chebo'shev teoremasi mavzusinio'rganishda **"6x6x6"** metodidan foydalanish.
4. Extimollar nazariyasing markaziy limit teoremasi va uni qishloq xo'jaligida qo'llanilishi. . mavzusinio'rganishda **"Klastir"** metodidanfoydalanish.
5. Matematik statistika. Oddiy, bo'shlangich, markaziy va shartli emperik momentlar mavzusini o'rganishda **"Tushunchalar tahlili"** metodidan foydalanish.
6. Tanlanmaning noma'lum parametrlarini yig'indilar usuli bilan baholash mavzusini o'rganishda **"Bumerang"** metodidan foydalanish.
7. Bir necha normal bo'sh to'plamlarning dispersiyalarini taqqoslash. Kochren kiriteriyasi. . mavzusini o'rganishda **"Assisement"** metodidan foydalanish.
8. Bo'sh to'plamning normal, binomial, puasson taqsimoti bilan taqsimlanganligi haqidagi statistik gipotezani Pirsonni x^2-kriteriyasi bilan tekshirish mavzusini o'rganishda **"dialogik yondoshuv"** metodidan foydalanish.
9. Bir nechta o'rta qiymatlarni tengligaqidagi gipotezani bir faktorli dispersion tahlil usuli bilan tekshirish mavzusini o'rganishda **"o'z-o'zini nazorat"** metodidan foydalanish.
10. Korrelyasion jadval. Tanlanma korrelyasiya koeffisentini hisoblashning to'rt maydon usuli. mavzusini o'rganishda **"T-sxema"** metodidan foydalanish

БУЮК МАТЕМАТИК ОЛИМЛАР









MUHIM FORMULALAR

Kombinatorika elementlfri:
Guruppalash $C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n(n-1)(n-2).....[n-(k-1)]}{1\cdot 2\cdot 3......k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
O'rinlashtirish $A_n^k=n(n-1)(n-2).....[n-(k-1)]$
O 'rin almashtirish $P_n=n!=1\cdot2\cdot3\cdots n$.
Ehtimolning klassik ta'rifi $P(A)=\frac{m}{n}$
Ehtimollarni qo'shish $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
Ko'paytirish teoremalasi$P(AB)=P(A)\,P(B/A)$
To'la ehtimol
$P(A) = P(B_1)\bullet P_{B_1}(A) + P(B_2)\bullet P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n)\bullet P_{B_n}(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)\,P(A/B_i)$
Bayes formulalari $P_A(B_i)=\frac{P(B_i)\cdot P_{B_i}(A)}{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+.....+P(B_n)\cdot P_{B_n}(A)}$
Bernulli formulasi $P_n(k)=K_n^k p^k q^{n-k}$
Bu yerda k=0, 1, 2, ..., n,
$K_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$, $k!=1\cdot2\cdots k$, $0!=1$
Muavr-Laplasning lokal teoremasi np = konst >10
$P_n(k)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)$, bu yerda $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$, $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$
Muavr-Laplasning integral teoremasi
$P_n(k_1<k<k_2)\approx\Phi(x_2)-\Phi(x_1)$
Bu yerda $x_1=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}$, $x_2=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}$,
Laplas funktsiyasi $\Phi(-x)=-\Phi(x)$ toq funktsiya
Puasson formulasi
$P_n(k)\approx(\lambda^k e^{-\lambda})/k!$, $\lambda=np$=konst < 10
Tasodifiy miqdor. X diskret tasodifiy miqdorni taqsimot qonuni:

x_i	x_1	x_2	.....	x_n
p_i	p_1	p_2	.....	p_n

Bu erda $x_1, x_2, ..., x_n$ X diskret tasodifiy miqdorni qabul qiladigan qiymatlari, $p_1+p_2+....+p_n=1$
Matematik kutilish
$M(X) = x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n = \sum x_ip_i$
Diskret tasodifiy miqdorning dispersiyasi $D(X)$
$D(X) = M(X-M(X))^2=MX^2-(M(X))^2$,
bu yerda $MX^2 = \sum x_i^2p_i=x_1^2p_1+x_2^2p_2+\ldots+x_n^2p_n$
O'rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.

Normal taqsimot

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Normal taqsimlangan $M(X)=a$, o‘rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma = \sqrt{D(x)}$ tasodifiy miqdorning (α, β) oraliqda yotuvchi qiymat qabul qilish ehtimoli:

$$P\{\alpha \le x \le \beta\} = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

Matematik statistika elementlari

Tanlanmaning statistik taqsimoti

x_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k
W_i	w_1	w_2	...	w_k

Bu yerda $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ - tanlamani hajmi, $\sum_{i=1}^{k} W_i = 1$

Sterdjess formulasi: intervallar soni $k=1+3{,}322 \lg n$,

Interval uzunligi $h=(x_{max} - x_{min})/k$.

Nuqtaviy statistik baholar:

a) Tanlanma o‘rtacha qiymat

$$\overline{x_T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{n}(x_1 n_1 + x_2 n_2 + \cdot \quad \cdot \quad \cdot + x_k n_k)$$

bu yerda $n_1+n_2+...+n_k=n$ tanlanmani hajmi.

b). Tanlanma dispersiya $D_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \overline{x_T})^2$

k). Tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish $\sigma_T = \sqrt{D_T}$

d). Statistik taqsimotning medianasi:

$$M_e = \begin{cases} x_{k+1}, & n = 2k+1 \quad bo'lsa \\ \frac{1}{2}(x_k + x_{k+1}), & n = 2k \quad bo'lsa \end{cases}$$

j). Variatsiya koeffitsienti $V_T = \frac{\sigma}{x_T} 100\ \%$

Intervalli statistik baho. Normal taqsimotni noma’lum parametrlariga intervalli statistik baho qurish

a). No‘malu matematik kutilish a -ga

$\left(\overline{x_T} - t_\gamma \frac{S_T}{\sqrt{n}};\ \overline{x_T} + t_\gamma \frac{S_T}{\sqrt{n}}\right)$, bu yerda $S_T^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_T})^2 n_i$

$t_\gamma = t(n, \gamma)$ ni qiymati berilgan n va γ lar bo‘yicha Styudent taqsimot jadvalidan olinadi

b). No‘malu o‘rtacha kvadratik chetlanish σ -ga γ kafolat bilan qoplaydigan intervalli statistik bahosi:

1) $q < 1$ bo‘lganda $S_t(1-q) < \sigma < S_t(1+q)$

2) $q > 1$ bo‘lganda $0 < \sigma < S_t(1+q)$

Statistik gipotezalarni tekshirish.

Styudent kriteriyasi. X va Y bosh to‘plamlar normal taqsimlangan bo‘lsin:

$$\begin{cases} X : x_1, x_2 ..... x_n \\ Y : y_1, y_2 .....y_n \\ H_0 : M(X) = M(Y) \end{cases}$$

tanlanma to‘plamlar asosida asosiy gipotezani $H_1 : M(X) \ne M(Y)$ *α qiymatdorlik darajasi bilan tekshirish uchun*

$$t_{куз} = \frac{|\overline{X} - \overline{Y}|}{\sqrt{((n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}} \sqrt{\frac{(nm(n+m-2)}{n+m}}$$

hisoblanib, Styudent taqsimoti jadvalidan $t_{krit}(n+m-2;\ \alpha)$ *ning qiymati* topilib taqqoslanadi:

a). Agar $t_{kuz} < t_{kr}$ bo‘lsa, α qiymatdorlik darajasi bilan asosiy gipoteza $H_0 : M(X)=M(Y)$ gipoteza qabul qilinadi;

b). Agar $t_{kuz} > t_{kr}$ bo‘lsa, asosiy H_0 gipoteza rad etilib, unga alternativ $H_1 : M(X) \ne M(Y)$ gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi. Bu yerda $t_{kuz}(n+m-2;\ \alpha)$ *ning qiymati* Styudent taqsimoti jadvalidan topiladi

Bir faktorli dispersion tahlil usuli $H_0 : M(X_1)=M(X_2=...=M(X_r)$,

asosiy gipotezani, alternativ $H_1 : M(X_1) \ne M(X_2) \ne \ldots \ne M(X_r)$ shartda tekshirish uchun

hisoblanadi $F_{kuz}=S^2_{fakt}/S^2_{qoldiq}$

a) Agar $F_{kuz} < F_{kr}$ bo‘lsa, H_0 gipoteza α qiymatdorlik darajasi bilan qabul qilinadi,

b) Agar $F_{kuz} > F_{kr}$ bo‘lsa asosiy H_0 gipoteza rad etilib, alternativ H_1 gipoteza qabul qilinadi.

Fisher-Snedekor taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan $F_{kr}(\alpha, k_1=r-1, k_2=p(q-1))$

qiymati aniqlanadi.

Korrelyatsiya koeffitsientini hisoblash formulasi.

Korrelyatsiya koeffitsientini ushbu formula bilan hisoblanadi:

$$r_T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_T})(y_i - \overline{y_T})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_T})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y_T})^2}},$$

b). $-1 \le r_T \le 1$. $r = \pm 1$ *bo‘lsa, x va y tasudifiy miqdorlar chiziqli bjg‘lanishga ega.*

k). Chiziqli korrelyatsiyon bog‘lanish tenglamasi $y_x - \overline{y_T} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x_T})$

LOTINCHA IMLOGA ASOSLANGAN O‘ZBEK ALIFBOSI

Lotincha			Kirill	Lotincha			Kirill
Bosma	Yozmasi	Talaffuzi	Harflar	Bosma	Yozmasi	Talaffuzi	Harflar
A a	Aa	*a*	А а	**Ō ō**	Ōō	*ō*	Ў ў
B b	Bb	*be*	Б б	**P p**	Pp	*pe*	П п
D d	Dd	*de*	Д д	**Q q**	Qq	*qe*	К к
E e	Ee	*e*	Э э	**R r**	Rr	*re*	Р р
F f	Ff	*fe*	Ф ф	**S s**	Ss	*se*	С с
G g	Gg	*ge*	Г г	**Ş ş**	Şş	*şe*	Ш ш
Ğ ğ	Ğğ	*ğe*	Ғ г	**Ç ç**	Çç	*çe*	Ч ч
H h	Hh	*he*	Х х	**T t**	Tt	*te*	Т т
I i	Ii	*i*	И и	**U u**	Uu	*u*	У у
J j	Jj	*je*	Ж ж	**V v**	Vv	*ve*	В в
K k	Kk	*ke*	К к	**X x**	Xx	*xe*	Х х
L l	Ll	*le*	Л л	**Y y**	Yy	*ye*	Й й
M m	Mm	*me*	М м	**Z z**	Zz	*ze*	З з
N n	Nn	*ne*	Н н	**ng**	ng	*nge*	нг
O o	Oo	*o*	О о	**’**	’	*Tutuq b.*	ъ

MUNDARIJA

A.A. FAYZIYEV

EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIKSTATISTIKA

Darslik

Toshkent - "METODIST NASHRIYOTI" **– 2024**

Muharrir: Bakirov N.

Bosishga 19.07.2024. da ruxsat etildi.
Bichimi 60x90. "Cambria" garniturasi.
Ofset bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog'i 00. Nashr bosma tabog'i 00.
Adadi 20 nusxa.

"METODIST NASHRIYOTI" MCHJ matbaa bo'limida chop etildi.
Manzil: Toshkent shahri, Shota Rustaveli 2-vagon tor ko'chasi, 1-uy.

+99897 733 39 73