

پارامتر ناکامی و عدم تقارن در ساختار شبکه های تطبیقی

نام نویسندگان : عرفان دریس، مینا زارعی

دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

مقدمه

همگامی فرآیندی است که در آن اجزای سامانه برخی از خواص مسیرهایشان را به دلیل برهمکنش متقابل باهم تنظیم می کنند به طوری که شبکه در نهایت به صورت جمعی شروع به فعالیت می کند؛ همان طور که ساختار بر روی دینامیک تاثیر می گذارد، دینامیک هم روی ساختار تاثیر می گذارد. این موضوع تحت عنوان شبکه های تطبیقی بررسی می شود. نظریه هب یکی از نظریات پیشگام برای توصیف تطابق پذیری در مغز و سایر شبکه های پیچیده است، و به طور خلاصه اینگونه تعریف می شود که اتصال بین گره های هم گام در طول دینامیک ایجاد می شود. به همین ترتیب نظریه پادهب اینگونه تعریف می شود که گره های ناهمگام در طول دینامیک با احتمال بیشتری به هم متصل می شوند. ما در این پروژه اثر دینامیک های طبیعی هب و پادهب بر تحول ساختار شبکه ای از نوسانگرهای ساکاگوچی-کوراموتو بررسی خواهیم کرد.

روش و نتایج

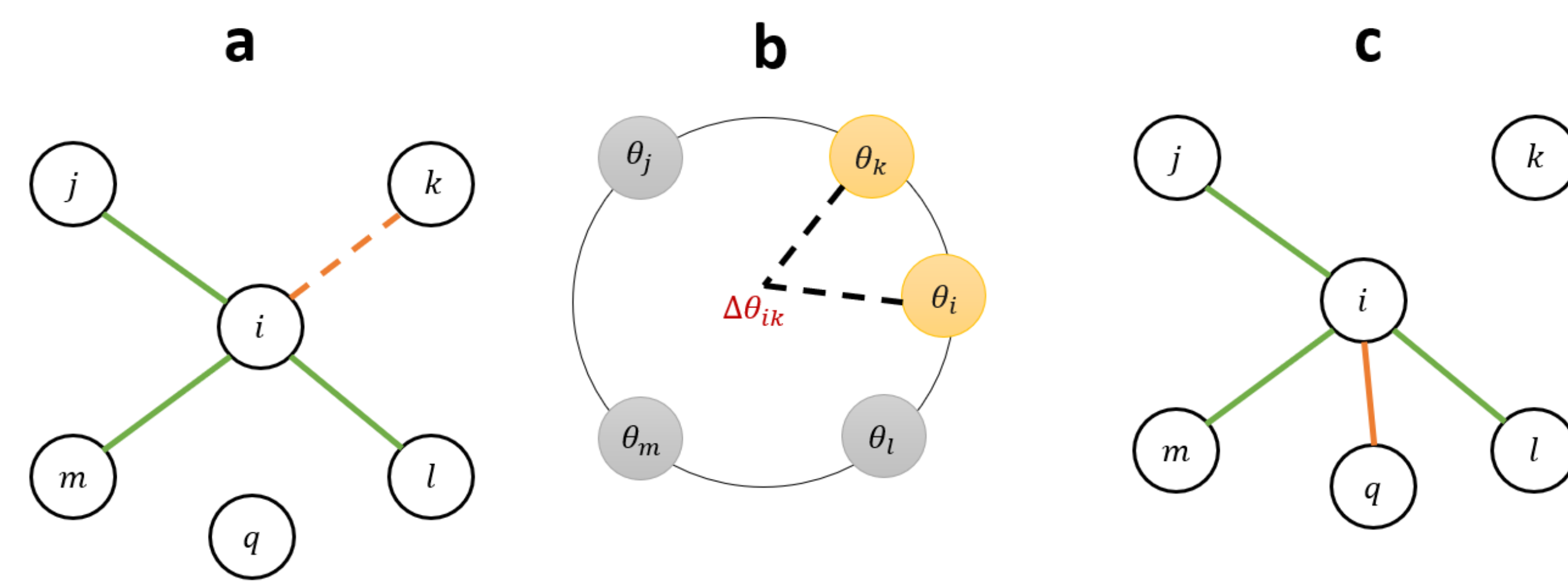
مدل های بسیاری برای مطالعه همگامی در شبکه های پیچیده وجود دارد که یکی از ساده ترین و مفیدترین این مدل ها مدل کوراموتو است که تحول فاز N نوسانگر جفت شده را با زمان نمایش می دهد [۱]. معادله کوراموتو در حضور پارامتر ناکامی به معادله ساکاگوچی-کوراموتو تبدیل می شود که معادله آن به صورت زیر است:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \lambda \sum_{j=1}^N A_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i - \alpha) \quad (1)$$

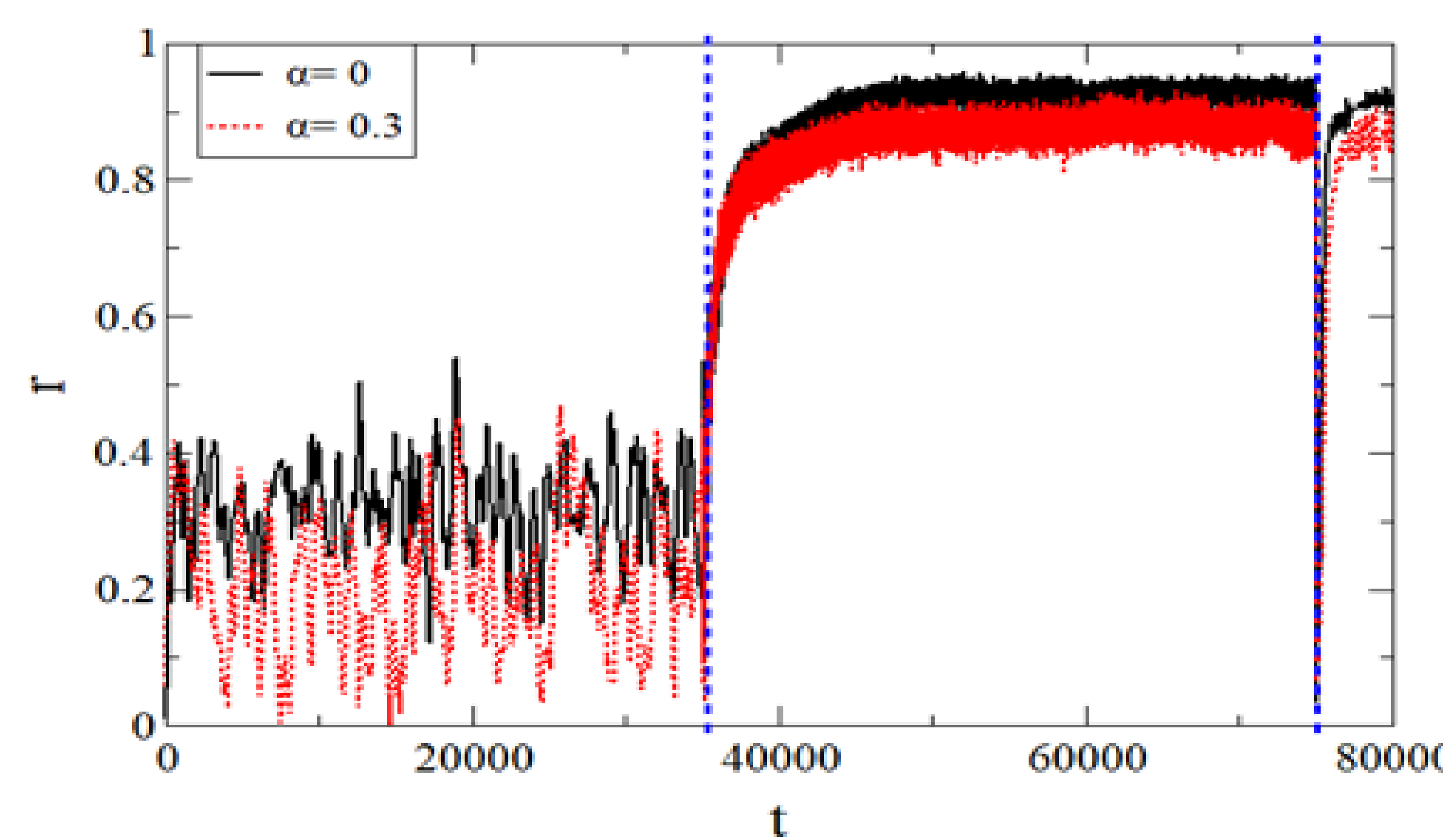
برای این که مقدار همگامی را مورد مطالعه قرار دهیم از پارامتر نظم استفاده می کنیم که به صورت معادله (۲) تعریف می شود و از ۰ تا ۱ تغییر می کند که ۰ یعنی ناهمگامی و ۱ یعنی همگامی کامل.

$$r(t) = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j(t)} \right| \quad (2)$$

شکل ۱ به صورت شماتیک روش بازآرایی ما را نشان می دهد. در بازآرایی پادهبین حتی در حضور پارامتر ناکامی همگامی خوبی مشاهده می شود (شکل ۲). ساختار شبکه تحول یافته طبق این بازآرایی ساختاری است که در آن همبستگی مثبت بین اندازه فرکانس و درجه ی گره وجود دارد (شکل ۳). پارامتر ناکامی باعث شکسته شدن تقارن



شکل ۱. طرح واره بازآرایی پادهب و هب [۲].



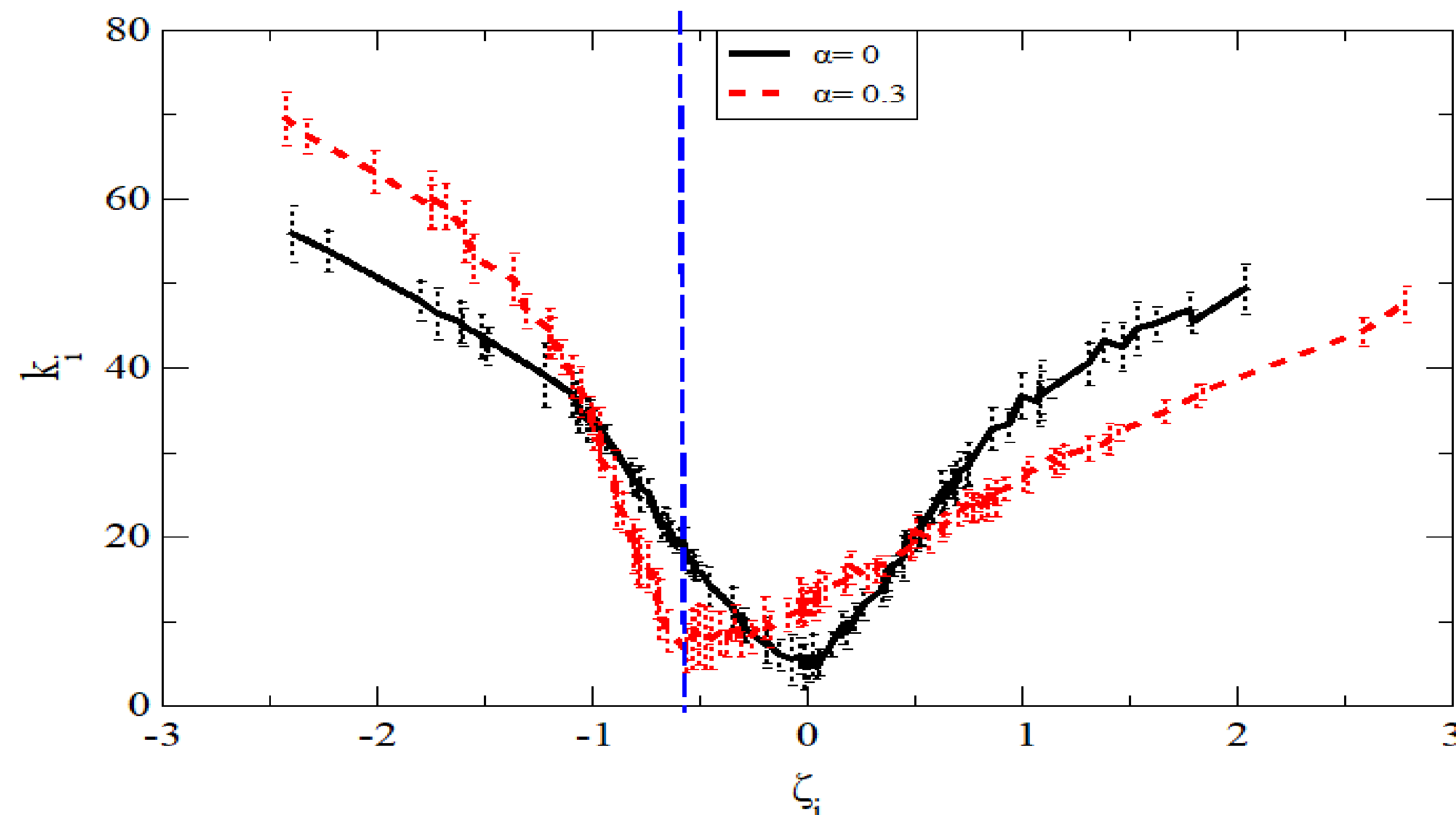
شکل ۲. بازآرایی پادهبین بر روی نوسانگرهای ساکاگوچی-کوراموتو. تحول پارامتر نظم r برحسب زمان t برای دینامیک ساکاگوچی-کوراموتو و بازآرایی پادهب برای مقادیر مختلف α .

نسبت به میانگین تابع توزیع فرکانس در این شکل می شود. هنگام بازآرایی هبین، ساختاری با همگامی کلی شبکه منجر شود به وجود نمی آید ولی ما به ساختاری که خوشه ای است می رسیم. در این ساختار گره های درون هر خوشه باهم همگام هستند ولی خود این خوشه ها باهم همگام نیستند. اگر ما ماتریس مجاورت را برای پارامترهای استیصال مختلف رسم کنیم (شکل ۴)، مشاهده خواهیم کرد وقتی مولفه ناکامی وجود نداشته باشد خوشه حول میانگین فرکانس به وجود می آید ولی وقتی α را به معادله اضافه می کنیم، این تقارن شکسته می شود و گره هایی با فرکانس کمتر داری اتصالات بیشتری هستند نسبت به گره هایی که فرکانس بیشتری دارند.

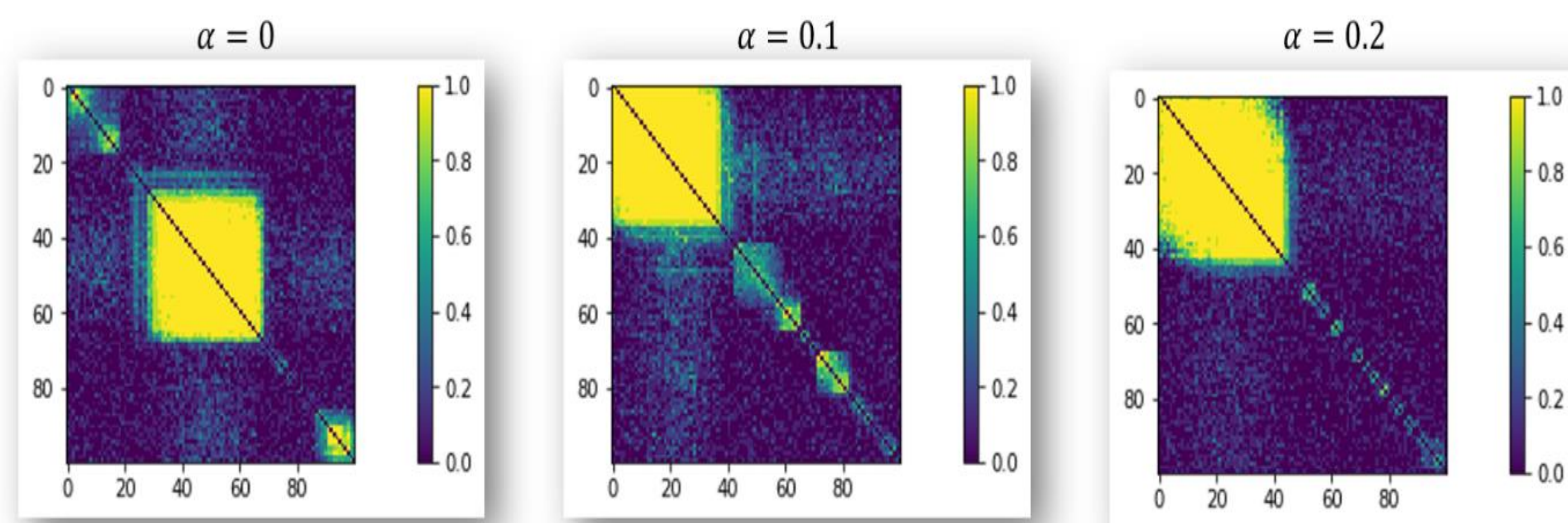
مراجع

[۱] Y. Kuramoto, “International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics”, Springer. 420 (1975).

[۲] D. S. Bassett et al; “Development of structural correlations and synchronization from adaptive rewiring in networks of Kuramoto oscillators”; Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science 27(7), (2017).



شکل ۳. بازآرایی پادهبین بر روی نوسانگرهای ساکاگوچی-کوراموتو با α مختلف. نمودار درجه گره k_j برحسب فرکانس ذاتی آن $\langle \omega \rangle_j = \omega_j$. خط عمودی بیانگر $\sin \alpha \langle k \rangle / \lambda$ است.



شکل ۴. ماتریس مجاورت برای نوسانگرهای ساکاگوچی-کوراموتو و دینامیک هبین. رنگ احتمال وجود یال بین دو گره را نشان می دهند. وجود α باعث شکست تقارن نسبت به میانگین فرکانس طبیعی گره ها می شود.