روش اویلر برای حل عددی معادلات دیفرانسیل

فرض کنید معادله دیفراسیل مرتبه اول زیر را داریم:

$$\frac{dx(t)}{dt} = x'(t) = f(x(t), t)$$

بسط تیلور $x(t)$ را حول t_0 و با گام زمانی h مینویسیم:

$$x(t_0 + h) = x(t_0) + x'(t_0)h + x''(t_0)\frac{h^2}{2} + ... \approx x(t_0) + x'(t_0)h$$

با صرف نظر از جملات شامل توان های دو و بالاتر h، می‌توانیم مقدار تقریبی x را در گام زمانی بعدی، $x(t_0 + h)$، به صورت زیر به دست آوریم:

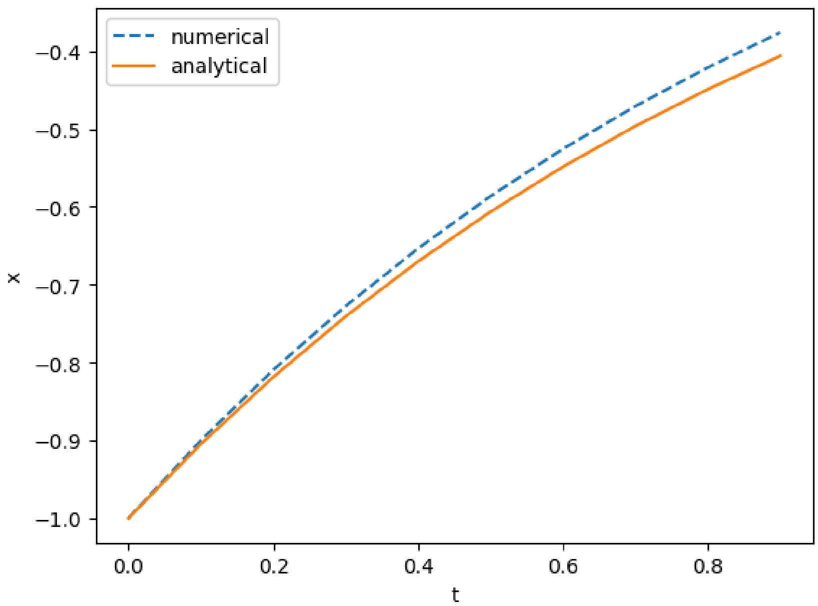
$$x(t_0 + h) \approx x(t_0) + x'(t_0)h$$

برای حل این معادله باید مقدار x را در لحظه صفر (شرایط اولیه) داشته باشیم.

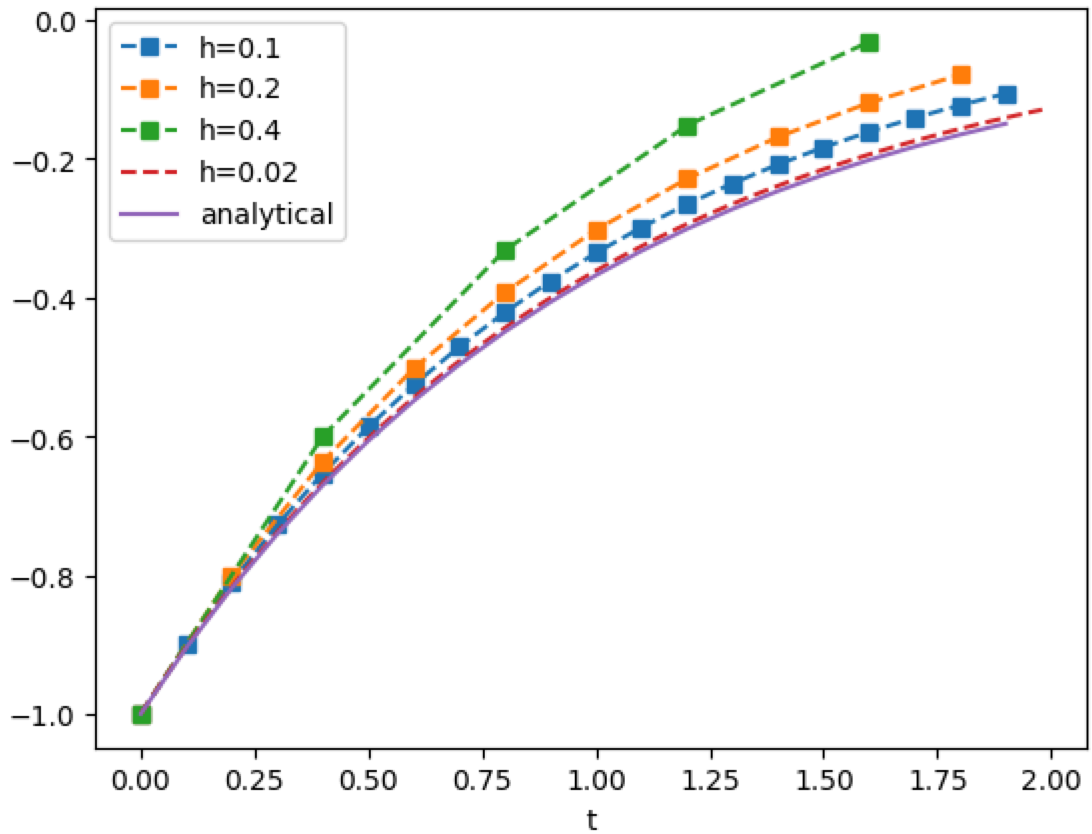
مثال:

معادله دیفرانسیل $\frac{dx(t)}{dt} = e^{-t}$ را با شرایط اولیه $x(0) = -1.0$ با روش اویلر حل میکنیم.

```
def f(t):
  return exp(-t)

start_time = 0.0
dt = 0.1
stop_time =1.0

t=np.arange(start_time,stop_time,dt)
F=np.zeros_like(t)

F[0] = -1.0

for i in range(0,len(t)-1):
  F[i+1] = F[i] + dt * f(t[i])

plt.plot(t,F,'--',label='numerical')
plt.plot(t,-np.exp(-t),label='analytical')
plt.xlabel("t")
plt.legend()
```



اگر همان معادله را برای مقادیر متفاوت گام زمانی رسم کنیم، شکل زیر را میبینیم:



0.0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
−1.0
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
t
h=0.1
h=0.2
h=0.4
h=0.02
analytical