

پردازش تکاملی

مسائل رعایت قیود Constraint handling

دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مجتمع دانشگاهی فن آوری اطلاعات و امنیت

زمستان ۱۳۹۲

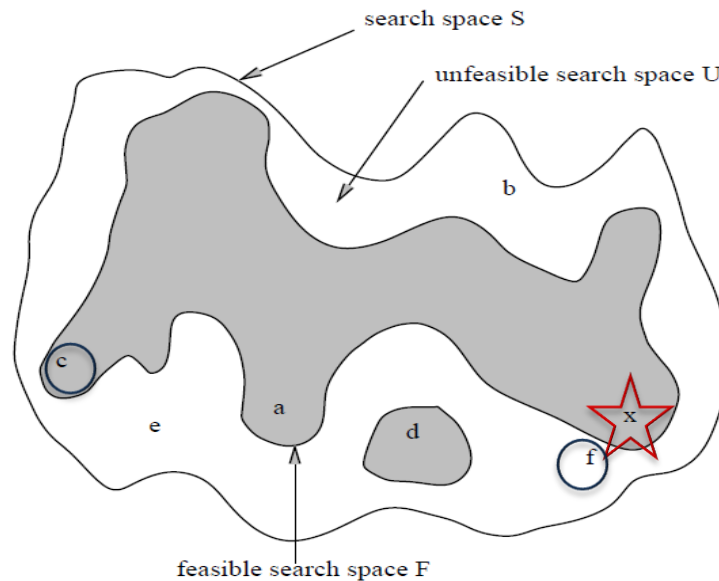
معرفی سر فصل ها

- معرفی مسئله
- بررسی انواع روش های موجود
 - دیدگاه اول : استفاده از جریمه برای افراد متخلف
 - دیدگاه دوم : حفظ جمعیت هر نسل در فضای قابل قبول
- بررسی نتایج
 - ارائه یک مثال کاربردی
- نتیجه گیری

مقدمه

تعریف مسائل بهینه سازی مقید

- محدود شدن متغیرهای مسئله به مجموعه ای از قیود
- تقسیم فضای جستجو به فضای جستجوی قابل قبول (F) و غیر قابل قبول (S-F)
- در نظر گرفتن دو تابع برازندگی $eval_f$ و $eval_u$ به ترتیب مربوط به فضای قابل قبول و غیر قابل قبول



شکل (۱) فضای جستجو و فضای جستجوی قابل قبول

مقدمه

- مدل کردن مسائل بهینه سازی مقید با یک مسئله برنامه ریزی غیر خطی

$$\text{optimize } f(\bar{X}), \bar{X} = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$$

$$h_i(\bar{X}) = 0, \text{ for } j = q + 1, \dots, m.$$

$$g_i(\bar{X}) \leq 0, \text{ for } j = 1, \dots, q$$

مقدمه

تبدیل تمامی قیود به حالت معادلات مساوی

$$G_i(\bar{X}) = \begin{cases} \max\{0, g_i(\bar{X})\}, & \text{if } 1 \leq i \leq q \\ \max\{|h_i(\bar{X})| - \delta, 0\} & \text{if } q + 1 \leq i \leq m \end{cases}$$



$$G_i(\bar{X}) = \begin{cases} 0 & \text{if } g_i(\bar{X}) \leq 0 & \text{if } 1 \leq i \leq q \\ 0 & \text{if } -\delta \leq h_i(\bar{X}) \leq \delta & \text{if } q + 1 \leq i \leq m \end{cases}$$

نکته: کاهش درجه آزادی با پیشرفت الگوریتم

مقدمه

محاسبه میزان تخلف کلی برای هر فرد از جامعه

$$V(\bar{X}) = \left(\sum_{i=1}^m w_i (G_i(\bar{X})) \right) / \sum_{i=1}^m w_i$$

$$w_i = 1 / G_{maxi}$$



مقدار بیشترین تخلف به ازای قید \bar{A} م در جمعیت فعلی

مقدمه

کنترل درجه آزادی در طی گذشت نسل های متوالی

$$\delta(0) = v(X_\theta)$$

$$\delta(k) = \begin{cases} \delta(0) \left(1 - \frac{k}{T_c}\right)^{cp} & 0 < k < T_c \\ 0 & k \geq T_c \end{cases}$$

پارامترهای مورد نیاز:

X_θ متخلف ترین فرد در میان درصدی از افراد جامعه:

$$T_c \in [0.1T_{max}, 0.8T_{max}]$$

$$cp \in [2, 10] \quad \text{تعیین سرعت نزول:}$$

روش های مختلف مواجهه با قیود



روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

□ ایده استفاده از تابع جریمه

- مجازات متخلفان بوسیله :
 - اضافه کردن مقدار جریمه یا
 - عدم اعطای پاداش به فرد متخلف
- تبدیل یک مسئله بهینه سازی مقید به یک مسئله بهینه سازی بدون قید و شرط
 - افزودن جریمه به مقدار تابع هزینه
 - ارزیابی افراد جامعه بر اساس تابع مرکب از تابع هزینه و تابع جریمه

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه ثابت

روش های مبتنی بر پاداش (۱):

– نزول تابع هزینه متناسب با تعداد قیود رعایت شده

$$eval(X) = f(X) + K - \sum_{i=1}^s \left(\frac{K}{m} \right)$$

معایب :

- عدم توجه به میزان تخلفات و در نظر گرفتن مجازات یکسان برای همه ی متخلفان
- نداشتن مکانیزمی برای تشویق افراد متخلف به رعایت قیود

روش های مختلف مواجهه با قيود

استفاده از تابع جریمه

جریمه ثابت

روش های مبتنی بر پاداش (۲):

– نزول تابع هزینه متناسب با تعداد قيود رعایت شده

$$eval(\vec{X}) = f(\vec{X}) - \sqrt{\sum_{i=0}^m H(-g_i(\vec{X})) g_i(\vec{X})^2}$$

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ 1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

معایب :

- عدم توجه به میزان تخلفات
- تشویق افراد جامعه به دور شدن از مرزها و دریافت پاداش بیشتر به جای توجه به پاسخ بهینه

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه ثابت

- تعریف L سطح تخلف به ازای هر قید.
- ایجاد یک ضریب پنالتی، به ازای هر سطح تخلف برای هر قید؛ به طوریکه سطوح بالاتر دارای ضریب پنالتی بیشتر می باشند.
- ایجاد یک جمعیت تصادفی اولیه شامل پاسخ های قابل قبول و غیر قابل قبول.
- ارزیابی افراد جامعه طبق رابطه زیر:

$$eval(\bar{X}) = f(\bar{X}) + \sum_{j=1}^m R_{ij} f_j^2(\bar{X}),$$

- R_{ij} : ضریب پنالتی به ازای i امین سطح از i امین قید

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه ثابت

مزایا و معایب :

— وجود تعداد زیادی پارامتر

- نیاز به $(2L+1)$ پارامتر به ازای L سطح تخلف برای هر شرط
- با وجود ۵ شرط و ۴ سطح تخلف ۴۵ پارامتر تعریف می شود.

— وابستگی زیاد به مقادیر پارامترها

- کاهش ضرایب پنالتی
 - پاسخ های غیر قابل قبول
 - افزایش ضرایب پنالتی
 - جمعیت
- امکان همگرایی به
- از دست رفتن تنوع در

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه پویا

- ایده اصلی:

– افزایش تدریجی جریمه تخلفات متناسب با گذر زمان و نزدیک شدن به پاسخ بهینه

$$eval(\bar{X}) = f(\bar{X}) + (C \times t)^\alpha \sum_{j=1}^m f_j^\beta(\bar{X})$$

- مراحل الگوریتم:

– ایجاد یک جمعیت اولیه متشکل افراد متخلف و غیر متخلف

– تعیین مقادیر ثابت α, β, C

– ارزیابی افراد جامعه با رابطه بالا

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه پویا

مزایا:

– رفع مشکلات روش جریمه ثابت

- کاهش قابل ملاحظه ی تعداد پارامترهای مورد نیاز
- افزایش تدریجی جریمه ها ➡ کاهش تدریجی جرایم ➡ حفظ تنوع
- توجه به میزان تخلفات ➡ تشویق افراد به کاهش جرایم و رعایت قیود

معایب:

– حساسیت زیاد به مقادیر پارامترها

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه آنلینگ

- ایده اصلی :

- استفاده از جمعیت اولیه قابل قبول
- جداسازی قیود خطی و غیر خطی
- حفظ نقاط در محدوده ی قابل قبول قیود خطی، با استفاده از تعریف عملگرهای خاص
- تلاش برای رعایت قیود غیر خطی

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه آنلینگ

مراحل الگوریتم:

- تقسیم قیود به ۴ دسته کلی (قیود خطی، غیر خطی، معادلاتی و نا مساوی)
- ایجاد جمعیت اولیه به روش انتخاب تصادفی یک فرد قابل قبول و تکثیر آن به تعداد لازم.
- مقدار دهی اولیه پارامتر دمای محیط ($\tau = T0$).
- تشکیل مجموعه A، متشکل از:
 - تمامی قیود معادلاتی غیر خطی و
 - فقط قیود نامعادلاتی غیر خطی نقض شده

...

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه آنلاین

– ارزیابی افراد جمعیت با رابطه زیر:

$$eval(\bar{X}, \tau) = f(\bar{X}) + \frac{1}{2\tau} \sum_{j \in A} f_j^2(\bar{X}),$$

– پایان الگوریتم در صورت رسیدن به دمای انجماد.

– ودر غیر اینصورت:

- کاهش دمای محیط.
- انتخاب بهترین فرد جامعه برای تولید نسل بعد.
- به روز کردن مجموعه A.
- تکرار گام قبلی الگوریتم

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه آنلاین

- مزایا :

– استفاده از مزایای روش جریمه ی پویا

- کاهش تعداد پارامترها
- افزایش تدریجی جریمه ها
- توجه به میزان تخلفات
- تشویق افراد به کاهش جرایم و رعایت قیود
- کاهش تدریجی جرایم
- حفظ تنوع

- معایب :

– نیاز به تنظیم دمای اولیه و دمای انجماد (T_0 و T_f)

– نیاز به یک سیستم خنک کننده ی مناسب

– تأثیر زیاد سیستم خنک کننده دما بر نتایج حاصل

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه خود تطبیقی

• ایده اصلی :

– در نظر گرفتن معیار های اجتماعی در تعیین جریمه ها و درجه آزادی

• افزایش جرایم در جامعه:

– افزایش جریمه ها و

– افزایش درجه آزادی به معنای کاهش سخت گیری ها.

• و بالعکس

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه خود تطبیقی

• تابع هزینه ی نهایی :

$$f(\bar{X}) = d(\bar{X}) + p(\bar{X}),$$

$$d(X) = \begin{cases} v(\bar{X}) & \text{if } r_f = 0 \\ \sqrt{f''(\bar{X})^2 + v(\bar{X})^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f''(\bar{X}) = \frac{f(\bar{X}) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}$$

• $v(\bar{X})$: مقدار تخلف کلی نقطه ی مورد نظر

• $f''(\bar{X})$: فاصله نرمال شده نقاط تا بهترین نقطه موجود در جمعیت فعلی از نظر تابع هدف

• r_f : نسبت تعداد نقاط غیر متخلف به کل نقاط

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه خود تطبیقی

$$f(\bar{X}) = d(\bar{X}) + p(\bar{X}),$$

$$p(\bar{X}) = (1 - r_f)M(\bar{X}) + r_f N(\bar{X})$$

$$M(\bar{X}) = \begin{cases} 0 & \text{if } r_f = 0 \\ v(\bar{X}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N(\bar{X}) = \begin{cases} 0 & \text{if } \bar{X} \in F \\ f''(\bar{X}) & \text{if } \bar{X} \in S - F \end{cases}$$

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از تابع جریمه

جریمه خود تطبیقی

• سرانجام :

$$f(X) = \begin{cases} v(X) & \text{if } r_f = 0 \\ f''(X) & \text{else if } X \in F \\ \sqrt{f''(X)^2 + v(X)^2} + ((1 - r_f)v(X) + r_f f''(X)) & \text{else} \end{cases}$$

• بررسی کارایی :

- استفاده از میانگین وزن دار با استفاده از وزن دهی خود تطبیقی (استفاده از نسبت r_f)
- ایجاد تعادل بین حفظ تنوع و وجود تعداد کافی افراد قابل قبول در جمعیت

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

- ایده کلی :

– بررسی مجزای دو معیار تابع هدف و میزان تخلفات

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

حذف نقاط غیر قابل قبول

- ایده ی مجازات مرگ :

– اعدام افراد متخلف بدون در نظر گرفتن نوع و میزان جرم.

- ویژگی ها :

– ساده

– کم هزینه

– تولید مجدد فرزند تا زمان تولد یک فرزند خلف

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

حذف نقاط غیر قابل قبول

- مزایا:
 - مناسب برای:
 - محیط های محدب
 - جوامعی با تعداد اعضای غیر متخلف کافی
- معایب:
 - هزینه بر به دلیل تولید مجدد فرزندان
 - امکان نرسیدن به پاسخ بهینه به دلیل:
 - حذف نقاط غیر قابل قبول
 - عدم توانایی عبور از نقاط غیر قابل قبول و رسیدن به پاسخ بهینه

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

حذف نقاط غیر قابل قبول

• برخی از انواع جوامع:

محدب

تعداد کافی افراد خلف
پیوستگی فضای قابل قبول



(1)

غیرمحدب

تعداد کافی افراد خلف
پیوستگی فضای قابل قبول



(2)

غیرمحدب

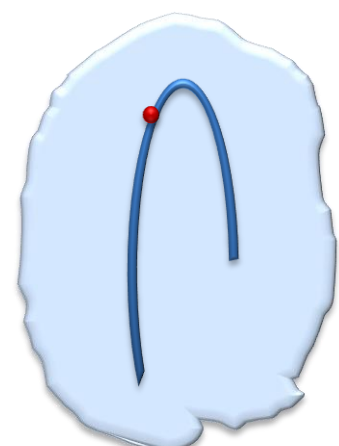
تعداد کافی افراد خلف
پراکندگی فضای قابل قبول



(3)

غیرمحدب

تعداد ناکافی افراد خلف
پیوستگی فضای قابل قبول



(4)

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

روش SF

• ایده اصلی :

- استفاده از قانون برتری افراد غیر متخلف نسبت به افراد متخلف
- فرد A از فرد B برتر است اگر:

$$A \in F \quad \text{و} \quad B \in S - F \quad \bullet$$

$$f(A) < f(B) \quad \text{و} \quad A, B \in F \quad \bullet$$

$$v(A) < v(B) \quad \text{و} \quad A, B \in S - F \quad \bullet$$

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

روش SF

• بررسی کارایی:

- همگرایی به نقاط غیر قابل قبول در محیط های نامناسب
 - محیط نامناسب = کوچک بودن نسبت $|F|/|S|$
 - راه حل: ایجاد جمعیت اولیه به روش قبل (تکثیر یک نقطه قابل قبول)
- تولید جواب های بهینه به شرط مناسب بودن محیط
 - محیط مناسب = وجود حداقل یک فرد غیر متخلف در هر نسل

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

رتبه بندی قیود و تابع هزینه

- ایده اصلی:

- بهینه سازی بر اساس تک تک قیود
- در نظر گرفتن تابع هزینه به عنوان هدف نهایی

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

رتبه بندی قیود و تابع هزینه

• مراحل:

– $j=1$

– ایجاد جمعیت اولیه به صورت تصادفی

– رتبه بندی قیود

– تنظیم آستانه تعویض (FI) برای تک تک قیود

– رشد و اصلاح جمعیت با هدف رعایت قید j ام تا رسیدن به حد آستانه

– افزایش j (تا زمانی که $j < m$) و تکرار دو گام قبلی

– رشد و اصلاح جمعیت با معیار کمینه کردن تابع هزینه

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

رتبه بندی قیود و تابع هزینه

• مزایا:

- حفظ تنوع حتی در جوامع کوچک و پراکنده
- اطمینان از رسیدن به پاسخ بهینه

• معایب:

- بالاسری محاسباتی زیاد برای جوامع پر جمعیت
- تاثیر نحوه ی رتبه بندی قیود در بهبود کارایی

روش های مختلف مواجهه با قیود

جداسازی قیود از تابع هزینه

رتبه بندی تصادفی

- **ایده اصلی :**

- ارزیابی احتمالاتی بر اساس :
- فقط میزان تخلفات و بدون در نظر گرفتن تابع هدف
- فقط مقدار تابع هدف

- **روند کلی:**

- تعیین احتمال P
- بهینه سازی بر اساس تابع هدف با احتمال P
- ارزیابی آخرین نسل تنها با معیار تابع هدف

- **مزایا :** سادگی

- **معایب :** کاهش کارایی نسبت به روش قبل

روش های مختلف مواجهه با قیود

روش مرمت و بازسازی نقاط غیر قابل قبول

- ایده اصلی :

– هم نشین کردن افراد متخلف با نزدیکترین همسایه ی خلف به امید اصلاح تدریجی آنها در طول زمان

- روند الگوریتم :

- یافتن نزدیکترین نقطه قابل قبول FP به نقطه غیر قابل قبول UP
- نگاشت مقدار تابع هدف برای نقطه FP، به عنوان شایستگی نقطه UP
- انتخاب بازماندگان تنها با معیار کمترین شایستگی

- مزایا و معایب :

– وابسته به مسئله

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از روش های بهینه سازی چند هدفه

- ایده اصلی :

– در نظر گرفتن مسائل مقید به عنوان بهینه سازی چند معیاری

- روند کلی:

– در نظر گرفتن هریک از قیود و تابع هدف به عنوان یک هدف و تشکیل بردار اهداف

$$\vec{v} = (f, f_1, \dots, f_m)$$

– حل مسئله فوق از طریق روش های چند هدفه

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از الگوریتم های فرهنگی

• ایده اصلی :

- بر اساس نظریه ی انتقال موروثی فرهنگ از نسلی به نسل های آینده
 - حفظ ارزشهای فرهنگی مورد قبول جامعه و حذف یا اصلاح ارزشهای فرهنگی غیر قابل قبول جامعه
 - استفاده از الگوریتمهای فرهنگی برای حل مسائل بهینه سازی
- مقید:

- افراد متخلف جامعه = ارزش های غیر قابل قبول جامعه
- افراد غیر متخلف = ارزش های قابل قبول جامعه
- تکامل تدریجی مؤلفه های فرهنگی = تکامل تدریجی افراد جامعه و رسیدن به پاسخ بهینه

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از عملگرهای خاص

• ایده اصلی:

- تعریف مجموعه بسته ای از فعالیت های اجتماعی
- عدم ایجاد فرصت جرم و تخلفات برای افراد جامعه
- تکامل سریع جامعه

روش های مختلف مواجهه با قيود

استفاده از عملگرهاي خاص

- روند کلی:

- در هنگام جهش:

- تعیین محدوده ی مجاز تغییرات متغیر x_i از نقطه X ، به طوری که تمامی قيود رعایت شده باشد. ($dom(x_i)$)

- تعریف عملگرهای باز ترکیبی خاص، متناسب با محیط و مسئله

- برای مثال میانگین گیری در فضاهاى محدب و پیوسته

روش های مختلف مواجهه با قیود

استفاده از عملگرهای خاص

- مزایا و معایب :

- عدم نیاز به تنظیم هیچ گونه پارامتر
- نیاز به توصیف عملگرهای باز ترکیبی برای هر مسئله

بررسی یک کاربرد عملی

طراحی مخازن فشار

- تابع هزینه :

$$f(X) = 0.62x_1x_3x_4 + 1.7781x_2x_3^2 + 3.1661x_1^2x_4 + 9.84x_1^2x_3$$

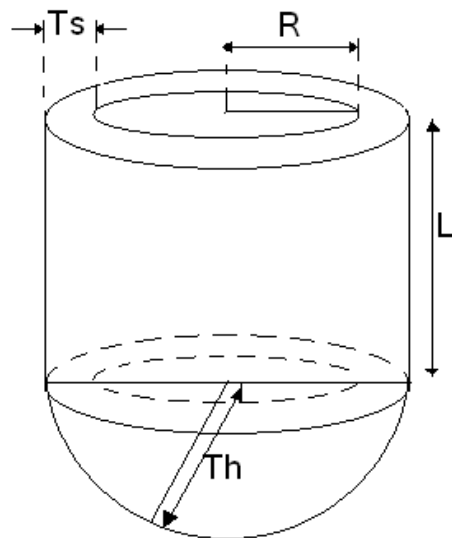
- قيود مسئله:

$$g_1(X) = -x_1 + 0.0193x_3 \leq 0$$

$$g_2(X) = -x_2 + 0.00954x_3 \leq 0$$

$$g_3(X) = -\pi x_3^2x_4 - 1.25\pi x_3^3 + 1,296,000 \leq 0$$

$$g_4 = x_4 - 240 \leq 0$$



بررسی یک کاربرد عملی

طراحی مخازن فشار

روش مجازات مرگ	روش آنلینگ	روش جریمه پویا	روش جریمه ثابت	نتایج
6127.4	6127.4	6213.7	6110.8	بهترین نتیجه
6616.9	6660.8	6691.5	6656.2	میانه نتایج
7572.6	7380.4	7445.7	7242.2	بدترین نتایج
358.8	330.7	322.7	320.8	انحراف معیار استاندارد

- آزمایشات مختلف و مقایسه نتایج حاکی از وابستگی روش های مبتنی بر تابع جریمه، به نوع مسئله می باشد.

بررسی یک کاربرد عملی

نتیجه گیری

- بررسی مهمترین روش های موجود برای مواجهه با قیود در مسائل بهینه سازی مقید.
- وابستگی روش های مختلف مواجهه با مسائل بهینه سازی مقید
- بنابراین :
 - تقسیم جمعیت به تعدادی زیر جمعیت و به کارگیری مجموعه ای از روش های موجود به صورت موازی
 - ویژگی های مهم به هنگام طراحی روش های جدید
 - کلی بودن روش
 - کارایی مناسب (تعادل بین هزینه و کارایی)
 - بیان صریح میزان کارایی در مسائل مختلف

مراجع

- [1] Mallipeddi, R.; Suganthan, P.N.; , "Ensemble of Constraint ■ Handling Techniques," *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on* , vol.14, no.4, pp.561-579, Aug. 2010
- [2] Z. Michalewize , “a survey of constraint handling techniquis in ■ *Evolutionary Algorithm*”.
- [3] E. Mezura-Montes, Carlos A. Coello Coelloy, “Efr ’en Mezura- ■ Montes* and Carlos A. Coello Coelloy based on Genetic Algorithm”.