## فرمت گزارش:

گزارش باید به زبان فارسی و در قالب فایل PDF باشد. در گزارش، تحلیل و نتیجه گیری خود را در رابطه با هر تمرین به طور مختصر، در حد یک پاراگراف، بیان نمایید.

فایل گزارش خود را به شکل Report2\_StdNum.pdf نامگذاری نمایید (مانند Report2\_8931064.pdf)

## فرمت كدها:

برای هر تمرین باید فایل کد جداگانهای در محیط R ، MATLAB یا Python تهیه شود. هر فایل کد خود را به شکل CE2 ProblemNum StdNum

## نحوه تحويل:

فایلهای کد و گزارش خود را که طبق فرمتهای فوق تهیه شدهاند، در قالب یک فایل فشرده در سایت درس بارگذاری نمایید. فایل فشرده را به شکل CE2 StdNum نامگذاری نمایید.

## مهلت ارسال تمرین ساعت 23:55 دقیقهی روز شنبه ۲ دی میباشد.

ضمنا به ازای هر روز تاخیر در ارسال تمرین، 10 درصد از نمره ی آن کم می شود. هر گونه سوال در مورد تمرین را میتوانید از طریق ایمیل به آدرس  $z_naraghi@aut.ac.ir$  ارسال نمایید.

- 1. The Kullback Leibler divergence is not symmetric, so the solutions of  $argmin_q D_{KL}(p||q)$  and  $argmin_q D_{KL}(q||p)$  are different. Consider p as a simple Gaussian mixture model: sum of Normal(3,0.5) and Normal(7,0.5). Find the  $q1^* = argmin_q D_{KL}(p||q)$  and  $q2^* = argmin_q D_{KL}(q||p)$  among three pdfs:  $q \sim Normal(3,0.5)$ ,  $q \sim Normal(5,1.5)$  and  $q \sim Normal(7,0.5)$ . Plot  $q1^*$  and  $q2^*$  on p distribution. In image generating field, consider p as a model of image samples and  $q1^*$  and  $q2^*$  as the learned model. What's the difference between images which are generated from  $q1^*$  and  $q2^*$ ?
- 2. Generate 100 observations from a Normal(0,1) distribution. Compute a 95 percent confidence band for the CDF F. Repeat this 1000 times and see how often the confidence band contains the true distribution function. Repeat using data from a Cauchy distribution.
  - If you are not familiar with confidence band of CDF, read Technical appendix of chapter 8 in course textbook

- 3. Use old faithful geyser dataset to:
  - a) Estimate the mean duration of eruption and give a standard error for the estimate.
  - b) Estimate a 90 percent confidence interval for the mean duration of eruption.
  - c) Estimate the median duration of eruption and give a standard error for the estimate.
- 4. Consider the magnitude of earthquakes near Fiji which are assumed iid.
  - a) Estimate the CDF, F(x). Plot estimated CDF.
  - b) Compute and plot a 95 percent confidence band for F.
  - c) Approximate 95 percent confidence interval for (4.9)–F(4.3). (Try all 3 types of confidence intervals: pivotal, normal and percentile)
- 5. Let  $X_1, ..., X_n \sim \text{Normal}(\mu, 1)$ . Let  $\theta = e^{\mu}$  and  $\hat{\theta} = e^{\bar{X}}$  be the MLE. Create a dataset  $(\mu = 10)$  consisting of n=100 observations.
  - a) Use the bootstrap to get the standard error and 95 percent confidence interval for  $\theta$ .
  - b) Plot a histogram of the bootstrap replications for the nonparametric bootstrap. These are estimates of  $\hat{\theta}$  distribution. Compare this to the true sampling distribution of  $\hat{\theta}$ .
- 6. Let  $X_1, ..., X_n \sim Normal(\mu, 1)$ .
  - a) Simulate a dataset (using  $\mu$ =10) consisting of n=100 observations.
  - b) Take  $f(\mu)=1$  and find the posterior density. Plot the density.
  - c) Simulate 1000 draws from posterior. Plot a histogram of the simulated value and compare the histogram to the answer in b.
  - d) Let  $\theta = e^{\mu}$ . Find the posterior density for  $\theta$  analytically and by simulation.
  - e) Find a 95% pivotal interval for  $\theta$ .
  - f) Find a 95% percentile interval for  $\theta$ .
- 7. Generate 100 samples from a beta distribution ( $\alpha$ =2 and  $\beta$ =5).
  - a) Calculate & plot empirical distribution function.
  - b) Find the plug-in estimator for:
    - a. Mean
    - b. Variance (both reasonable estimators)
    - c. Skewness