



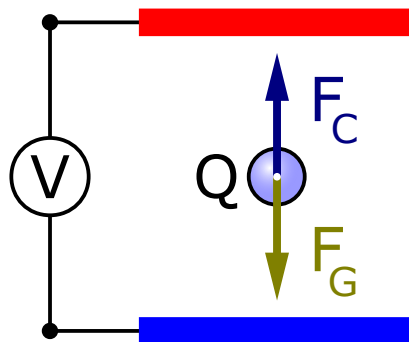
KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

MATURAARBEIT

# Die experimentelle Bestimmung der Elementarladung

Vorgelegt durch:  
Samuel Egli



Vorgelegt bei:  
DR. RHEINHARD GROSS

5. Januar 2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
1.1	Einleitung . . . . .	3
1.2	Biographie von Millikan . . . . .	3
1.3	Relevanz der Elementarladung Heute . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Elementarladung . . . . .	5
2.1.1	Definition . . . . .	5
2.1.2	Eigenschaften . . . . .	5
2.2	Historische Methoden . . . . .	6
2.2.1	Thomsonsche Methode . . . . .	6
2.2.2	Elektrolyse . . . . .	7
2.3	Theorie des Versuchs . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>11</b>
3.1	Versuchsanordnung . . . . .	11
3.2	Material . . . . .	11
3.2.1	Plattform . . . . .	12
3.2.2	Betrachtungskammer . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>14</b>
4.1	Vorbereitung . . . . .	14
4.1.1	Auswahl der Umgebung und Höhe . . . . .	14
4.1.2	Kondensatorenabstand messen . . . . .	14
4.2	Das optische System ausrichten . . . . .	15
4.2.1	Das Betrachtungsfernrohr fokussieren . . . . .	15
4.2.2	Die Halogenlampe einstellen . . . . .	15
4.3	Funktionen der Steuerung . . . . .	15
4.3.1	Kondensatorenspannung Schalter . . . . .	15
4.3.2	Der Ionisationsquelle Schalter . . . . .	15
4.4	Messen und Einstellen der Spannung . . . . .	16
4.5	Temperatur in der Tröpfchenkammer . . . . .	16
4.6	Das Experimentieren . . . . .	17
4.6.1	Tröpfchen Einsprühen . . . . .	17
4.6.2	Auswahl des richtigen Tröpfchen . . . . .	18
4.6.3	Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit . . . . .	18
4.6.4	Methode für die Berechnung der Ladung . . . . .	19

<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>20</b>
5.1	Ausgehobene Daten . . . . .	20
5.2	Das Ergebnis . . . . .	21
5.3	Die Genauigkeit . . . . .	22
5.3.1	Fehlerrechnung . . . . .	22
5.3.2	Schlussfolgerung des Ergebnis . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>25</b>
6.1	Methoden . . . . .	25
6.2	Resümee . . . . .	26

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Einleitung

Warum wird ein Draht heiss wenn Strom durchfliesst? Aus dem gleichen Grund können wir unser Handy aufladen. Die Elektronen sind das, was wir heute unter Strom verstehen. Stellen Sie sich vor, Sie untersuchen die kleinsten geladenen Teilchen, die man bisher kennt. Sie erhalten sehr genaue Messwerte und glauben, die Natur der Elementarladung erforscht zu haben. Sie veröffentlichen Ihre Arbeit, aber eifersüchtige Konkurrenten versuchen Sie niederzumachen, indem sie behaupten, Sie hätten Messwerte ausgeschlossen, die nicht stimmten. Sie versuchen, diesen Konkurrenten zu beweisen, dass das, was Sie erforscht haben, wahr ist. Es vergeht eine lange Zeit, in der Sie sich beweisen müssen, bis Sie etwa 13 Jahre später mit Ihrer Entdeckung der Elementarladung den Nobelpreis für Physik gewinnen. Sie haben genau das durchgemacht, was Robert Andrews MILLIKAN in den Jahren des Ersten Weltkrieges durchgemacht hat.

Diese Arbeit soll zeigen, wie man zu Beginn des 20. Jahrhunderts auf ein solches Experiment gekommen ist, wie man vor mehr als hundert Jahren so genaue Messwerte erhalten hat und wie genau solche Messungen sind, wenn man das Experiment heute wiederholt.

### 1.2 Biographie von Millikan

Robert Andrews MILLIKAN wurde 1868 in Amerika geboren. Im Alter von 18 Jahren begann er am Oberlin College (Ohio) zu studieren. Zunächst studierte er Mathematik und Griechisch, später belegte er einen Kurs in Physik und legte sein Examen als Physiklehrer ab. Etwa 10 Jahre später promovierte er an der Columbia University. Nach seiner Promotion ging er für ein Jahr nach Deutschland, um seine Kenntnisse bei Max PLANCK und Walther NERNST zu vertiefen. Danach kehrte er in die USA zurück, wo er 10 Jahre als Professor an der University of Chicago arbeitete.

1909 begann er, die Natur der Elementarladung zu erforschen. Anfangs benutzte er die *Tröpfchenmethode*, die mit Wasser durchgeführt wurde. Später benutzte er die *Öltröpf-*

*chenmethode*, die für die Bestimmung der Elementarladung besser geeignet war, da sich Öltröpfchen im Vergleich zu Wassertropfen als stabiler erwiesen. Mit dieser Methode gelang es ihm, die Einheit der kleinsten elektrischen Ladung zu bestimmen, die er mit  $e$  bezeichnete. Ein Jahr später veröffentlichte er seine Arbeit mit mehr als 38 Messungen. Sie stieß bei anderen Forschern auf großes Interesse, aber auch auf heftige Kritik. Um die Kritik zu entkräften, veröffentlichte er drei Jahre später eine weitere Arbeit über die experimentelle Bestimmung der Elementarladung, doch auch diese Ergebnisse wurden angezweifelt. In den Jahren vor dem Ersten Weltkrieg erhielt er 3-4 Auszeichnungen, darunter den Comstock-Preis für Physik.

Millikan untersuchte nicht nur die Natur der Elementarladung, sondern wollte auch die Lichtquantenhypothese von Albert EINSTEIN experimentell überprüfen, da er Einsteins Interpretation skeptisch gegenüberstand. Es gelang ihm jedoch, die Richtigkeit von Einsteins Gleichungen zu beweisen.

Als Millikan 1918 sein Buch "Das Elektron" veröffentlichte, behauptete er, seine Messungen der Elementarladung seien genauer als die seiner Konkurrenten, da die Werte nur wenig streuten. Diese Arbeit begründete seinen späteren Ruhm und die Verleihung des Nobelpreises im Jahr 1923.

In der Zwischenkriegszeit setzte er seine Forschungen fort, bis er 1946 in den Ruhestand trat. Er schrieb zahlreiche Bücher über Natur und Religion sowie verschiedene Lehrbücher. (vgl. Wikipedia, 2024, Millikan)

## 1.3 Relevanz der Elementarladung Heute

In welchen Bereichen des täglichen Lebens benötigen wir heute Elementarladungen? Die wohl bekannteste Technik, bei der wir reine Elementarladungen (Elektronen) benötigen, ist die Röntgentechnik in der Medizin. Ein Röntgengerät ist nichts anderes als ein Teilchenbeschleuniger, der Elektronen auf den bzw. durch den Körper schießt. Ein anderes Beispiel aus der Medizin ist das Bestrahlungsgerät in der Krebstherapie. Hier werden keine Elektronen, sondern Protonen mit genau der gleichen Ladung,  $1.602176634 \cdot 10^{-19} C$  (DMK, 2021, S. 123), aber positiv statt negativ, beschleunigt und auf den Körper geschossen.

Ohne das Wissen, dass es keine Ladung gibt, die kleiner als die Elementarladung ist, würde heute keines unserer elektronischen Geräte, insbesondere keine elektronischen Rechner, funktionieren. Denn jedes Bit in unseren Chips basiert darauf, ob ein Elektron fehlt oder nicht.

Um die Masse eines Elektrons zu bestimmen, benötigt man auch die Elementarladung  $e$ . Mit Hilfe eines Magneten wird ein Elektron auf eine Kreisbahn geschickt. Dabei wirkt auf das Elektron eine magnetische Kraft (Lorenzkraft), die es auf eine Kreisbahn schickt. Um eine Kreisbewegung zu erzielen, braucht es eine Zentripetalkraft, die von der Lorenzkraft aufgebraucht wird. Formal ausgedrückt bedeutet das:  $F_L = F_Z$ , wobei  $F_L = e \cdot v \cdot B$ . Dabei steht  $e$  für die Elementarladung

## Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen

### 2.1 Elementarladung

#### 2.1.1 Definition

Die Elementarladung wird physikalisch definiert als,

$$q = n \cdot e \Leftrightarrow e = \frac{q}{n} \quad | \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

Diese Definition bedeutet nichts anderes, als dass alle möglichen Ladungen ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  sind. Dieses Erkenntnis stammt aus dem Millikan-Experiment, das zeigt, dass die Ladungen von Körpern nicht kontinuierlich verteilt sind, sondern nur in Stufen auftreten.

Die Elementarladung hat die Einheit Coulomb C. Sie ist das Einheitssymbol für die physikalische Größe der Ladung  $[Q]$ . Manchmal wird statt Coulomb auch die alternative Schreibweise Amperesekunde verwendet. Das sollte aber nicht verwirren, denn die Einheit Coulomb setzt sich aus dem Ampere  $[I]$  und der Zeit  $[t]$  zusammen. Formal ausgedrückt bedeutet dies:  $I \cdot t = Q$ .

#### 2.1.2 Eigenschaften

Wie in Abschnitt 2.1 hergeleitet, ist die Elementarladung die kleinste mögliche Ladungseinheit in der Natur. Es wird jedoch kontrovers, wenn man feststellt, dass auch Bruchteile der Elementarladung, genauer gesagt Drittel der Elementarladung, existieren können. Ein Proton, dessen Ladung  $+e$  beträgt, besteht aus drei fundamentalen Elementarteilchen, den sogenannten Quarks. Quarks sind die derzeit kleinsten bekannten Bestandteile der Materie und bilden die fundamentalen Bausteine von Protonen und Neutronen.

Es gibt sechs verschiedene Quarktypen (Flavors), doch in diesem Kontext beschränken wir uns auf die Up- und Down-Quarks. Ein Proton setzt sich aus zwei Up-Quarks und einem Down-Quark zusammen. In Tabelle 2.1 sind die Ladungen der verschiedenen Quarktypen aufgeführt. Addiert man die Ladungen der Quarks, aus denen das Proton besteht, ergibt sich die Gesamtladung  $+e$ , die der Elementarladung entspricht.

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}e\right) + 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}e\right) = \frac{4}{3}e - \frac{1}{3}e = 1e \quad (2.2)$$

Wie in Gleichung 2.2 gezeigt, kann die Elementarladung auch aus Bruchteilen ihrer selbst bestehen. Warum wurde jedoch die Ladung eines Elektrons oder Protons als Elementarladung definiert? Diese Frage lässt sich leicht beantworten, wenn man das Verhalten von Quarks betrachtet.

Quarks treten in der Natur niemals isoliert auf, sondern immer in sogenannten Hadronen, die durch die starke Wechselwirkung zusammengehalten werden. Einfach ausgedrückt, Quarks existieren immer in Kombinationen, beispielsweise als Paare in Mesonen oder als Triplets in Protonen und Neutronen. Diese gebundenen Zustände führen dazu, dass die effektive Ladung der beobachtbaren Teilchen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung ist. Daher wird die Ladung eines Protons oder eines Elektrons als fundamentale Einheit, die Elementarladung, definiert. Man kennt die Verhaltensweise von Quarks. Quarks kommen nie einzeln in der Natur vor, sondern nur in sogenannten Quark-Gluon-Plasmen. Einfach ausgedrückt nur als Pärchen in einem Proton oder Neutron.

<i>Quark Tabelle</i>	
Art	Ladung
Up u	$+\frac{2}{3}e$
Down d	$-\frac{1}{3}e$

Tabelle 2.1: Up-Down-Quark Ladungen

## 2.2 Historische Methoden zur Bestimmung der Elementarladung

### 2.2.1 Thomsonsche Methode

In dieser Arbeit steht der Millikan-Versuch zur Bestimmung der Elementarladung im Fokus. Dennoch sind auch andere Methoden erwähnenswert, wie beispielsweise das Experiment von Joseph John THOMSON.

Thomsons Experiment untersuchte die Ablenkung eines Elektronenstrahls durch ein magnetisches Feld. Beim Durchqueren des Magnetfelds wird der Strahl aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. Thomson konnte durch die gezielte Variation der Stärke des Magnetfelds das Verhältnis von Ladung zu Masse ( $\frac{e}{m}$ ) der Elektronen bestimmen.

Die direkte Bestimmung der Elementarladung war mit diesem Experiment jedoch nicht möglich. Erst später, als die Masse des Elektrons unabhängig ermittelt wurde, konnte über das von Thomson bestimmte Verhältnis indirekt auf die Ladung des Elektrons geschlossen werden.

### 2.2.2 Elektrolyse

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Elementarladung basiert auf der Elektrolyse. Bei der Elektrolyse wird eine elektrische Spannung angelegt, um chemische Reaktionen, wie die Zersetzung von Molekülen, in einer ionischen Lösung zu erzwingen. Durch die Messung der angelegten Spannung und der Anzahl der Ionen, die sich während des Prozesses bewegen, lässt sich die Elementarladung indirekt ermitteln.

Beide dieser Methoden – die Elektrolyse und das Thomsonsche Experiment – ermöglichen eine indirekte Bestimmung der Elementarladung. Sie sind in diesem Kontext durchaus erwähnenswert. Allerdings erlaubt der Millikan-Versuch eine wesentlich direktere Messung der Ladung kleinster Teilchen, was ihn besonders hervorhebt.

## 2.3 Theorie des Versuchs

Da die anderen Methoden nur kurz behandelt wurden, wird der Millikan-Versuch nun detaillierter erklärt, zumindest in Bezug auf die zugrunde liegende Theorie.

Der Millikan-Versuch beginnt mit der Beobachtung eines Öltröpfchens im freien Fall. In Abbildung 2.1 ist dieses Szenario schematisch dargestellt. Dabei wird die Bewegung des Tröpfchens durch die Gravitationskraft und die entgegengesetzt wirkende Reibungskraft bestimmt.



Abbildung 2.1: Öltröpfchen im Freien Fall

In Abbildung 2.1 sind die Kräfte dargestellt, die auf ein Öltröpfchen im freien Fall wirken. Nach unten wirkt die Gewichtskraft, die proportional zur Masse des Tröpfchens ( $m$ ) und dem Ortsfaktor ( $g$ ) ist. Das Tröpfchen fällt durch die Luft und erreicht nach wenigen Millisekunden seine Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ).

Die nach oben gerichtete Kraft ist die Reibungskraft der Luft, die von der Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ) sowie dem Reibungskoeffizienten ( $k$ ) abhängt, welcher die Wechselwirkung zwischen der Luft und der Oberfläche des Tröpfchens beschreibt.

Im Zustand des Kräftegleichgewichts sind die beiden Kräfte – die Gewichtskraft und die Reibungskraft – exakt gleich groß, wodurch das Tröpfchen mit konstanter Endgeschwindigkeit fällt.

$$mg = kv_f \quad (2.3)$$



Nun wird das Öltröpfchen in ein elektrisches Feld gesetzt. Mit den eingezeichneten Kräftevektoren sieht dies wie folgt aus:

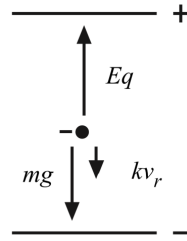


Abbildung 2.2: Öltröpfchen im elektrischen Feld

Die elektrische Kraft, die in Abbildung 2.2 nach oben zeigt, ist abhängig von der elektrischen Feldstärke  $E$  und der Ladung  $q$  des Tröpfchens. Da die elektrische Kraft nun größer als die Gewichtskraft ist, steigt das Tröpfchen. Wie oben im freien Fall behandelt, wirkt auch hier eine Reibungskraft der Luft, die entgegengesetzt der Bewegungsrichtung verläuft. Dieses Mal ist sie jedoch nicht von der Fallgeschwindigkeit abhängig, sondern von der Steiggeschwindigkeit  $v_r$  (*rise* auf Englisch: steigen) und, wie oben, vom Reibungskoeffizienten der Luft  $k$ .

Wenn man nun diese Vektoren algebraisch addiert, ergibt sich folgende Gleichung:

$$Eq = mg + kv_r \quad (2.4)$$

Nun kann man nach  $q$  umstellen und den Reibungskoeffizienten  $k$  mithilfe von Gleichung 2.3 eliminieren.

$$q = \frac{mg \cdot (v_f + v_r)}{Ev_f} \quad (2.5)$$

Die Masse eines Öltröpfchens zu bestimmen, ist in diesem Fall nahezu unmöglich. Aus diesem Grund versucht man, über die Dichte des Öls  $\rho$  und das Volumen der Ölkugel auf die Masse zu schließen. Der Zusammenhang zwischen Dichte und Masse lautet:  $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$ . Das Volumen kann nun mithilfe des Radius  $a$  berechnet werden. Setzt man nun alles zusammen, kommt man auf folgende Formel für die Masse eines Öltröpfchens.

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g \quad (2.6)$$

Jetzt kann dieses  $m$  mit dem  $m$  in Gleichung 2.5 substituiert werden.

$$q = \frac{4\pi a^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.7)$$

Das neue Problem ist nun der Radius  $a$ . Die Tröpfchen sind zu klein, um den Radius direkt zu messen. Die Lösung des Problems findet sich im stokkschen Reibungsgesetz ( $F_f = 6\pi\eta a v_f$ ), das den Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Reibungs-

kraft der Luft beschreibt. Diese Formel beschreibt, wie sich ein kugelförmiges Objekt in einem viskosen Medium verhält. Das Gesetz hängt von der Viskosität der Luft  $\eta$  und der Fallgeschwindigkeit  $v_f$  ab. Dieser Ausdruck kann mit dem rechten Ausdruck der Gleichung 2.6 gleichgesetzt werden. Wird nach  $a$  aufgelöst, erhält man:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \quad (2.8)$$

Das stokksche Reibungsgesetz ist leider inkorrekt, wenn die Fallgeschwindigkeit weniger als 0,1 cm/s beträgt. Da im Experiment Fallgeschwindigkeiten zwischen 0,01 und 0,001 cm/s (zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-6}$  m/s) gemessen werden, muss das Reibungsgesetz mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden. Die effektive Viskosität ergibt sich aus:

$$\eta_{eff} = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \quad (2.9)$$

$b$  ist dabei eine Konstante und  $p$  ist der atmosphärische Druck in Pascal.

Nun wird  $\eta_{eff}$  in Gleichung 2.9 für  $\eta$  in Gleichung 2.8 substituiert.

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \quad (2.10)$$

Gleichung 2.9 enthält den Radius  $a$ . Das Problem besteht darin, dass ein Term für  $a$  gefunden wurde, der wiederum  $a$  enthält. Der Ausdruck für  $a$  in Gleichung 2.10 kann in eine quadratische Gleichung umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \\ a^2 &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \\ a^2 + \frac{b}{p}a &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \\ a^2 + \frac{b}{p}a - \frac{9\eta v_f}{2\rho g} &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jetzt wird Gleichung 2.11 nach  $a$  aufgelöst:

$$a = \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \quad (2.12)$$

Es ist zu beachten, dass, im Gegensatz zu Gleichung 2.10, jetzt kein  $a$  mehr im Ausdruck vorkommt. Nun wird der komplette Term für  $a$  in Gleichung 2.7 ersetzt.

$$q = \frac{4\pi \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.13)$$

Die elektrische Feldstärke  $E$  kann auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$E = \frac{V}{d} \quad (2.14)$$

Wenn jetzt  $E$  aus Gleichung 2.13 mit  $E$  aus Gleichung 2.14 ersetzt wird und die gesamte Gleichung weiter umgeformt wird, resultiert daraus:

$$q = \frac{4\pi}{3} \cdot \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \cdot \frac{\rho g d (v_f + v_r)}{V v_f} \quad (2.15)$$

Die Quelle für all diese Berechnungen basieren auf (PASCO, 2000, S. 1/2/9)

## Kapitel 3

# Experimenteller Aufbau

### 3.1 Versuchsanordnung

Wie bereits in Abschnitt 2.3 erläutert, basiert das Millikan-Experiment auf dem Kräftegleichgewicht zwischen der Gewichtskraft und der elektrischen Kraft. Zu Beginn wird ein dunkler Raum benötigt, wobei eine Dunkelkammer, in der keinerlei äußeres Licht eindringen kann, ideal ist. Das einzige Licht, das während des Experiments verwendet wird, stammt aus einem Mikroskop, das am Experimentapparat angebracht ist.

Während des Versuchs werden sehr kleine Öltröpfchen mithilfe eines Zerstäubers in eine Kammer eingebracht. Die Fallgeschwindigkeit der Tröpfchen wird anschließend durch Beobachtung mit dem Mikroskop und anhand des Lichts gemessen.

Die Kammerwände, sowohl der Boden als auch die Decke, bestehen aus elektrisch geladenen Kapazitäten, was es ermöglicht, ein elektrisches Feld zu erzeugen. Über einen Schalter kann die Richtung des elektrischen Feldes verändert werden. Diese Funktion wird insbesondere bei der zweiten Messung benötigt, bei der die Kapazitäten aktiviert werden, sodass das elektrische Feld nach oben gerichtet ist (Decke + Boden -). Wenn die Öltröpfchen negativ geladen sind, können sie die Gravitationskraft überwinden und steigen nach oben. Die Geschwindigkeit, die die Tröpfchen benötigen, um von einer Gitterlinie zur nächsten zu gelangen, wird dabei erneut gemessen. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis das Tröpfchen nicht mehr sichtbar ist. Eine detaillierte Schritt-für-Schritt-Anleitung wird in Abschnitt 4.6 bereitgestellt.

### 3.2 Material

In dieser Arbeit wurde das *Model AP-8210 von PASCO scientific* mit der Halogenlampe verwendet.

**Material, das dabei ist:**

- Apparat Plattform und Kondensator Ladungsschalter (Eine genauere Beschreibung der Plattform in Unterabschnitt 3.2.1)

- 12 Volt DC Transformator für die Halogen Lampe
- nicht flüchtiges Öl
- Ölsprüher

### 3.2.1 Plattform

Da das Experiment bereits vollständig aufgebaut ist, werden im Folgenden alle Komponenten aufgezählt, die sich auf der Plattform befinden.

#### **Komponenten Plattform:**

- Tröpfchenbetrachtungskammer (Wird im nächsten Unterabschnitt 3.2.2)
- Betrachtungsfernrohr (30X, Hellfeld, aufrechtes Bild) mit Fadenkreuz (Linienabstand: 0,5 mm große Teilung, 0,1 mm kleine Teilung), Fadenkreuz-Fokussiering und Tropfenfokussiering
- Halogen Lampe (12 V, 5 W)
- Fokussierdraht
- Kondensatorenspannungs Anschlüsse
- Thermistor Anschlüsse (sind an den unteren Kondensator eingebaut)
- Thermistor Tabelle (Widerstand-Temperatur)
- Ionisationsquellen Schalter (3 verschiedene Positionen: Ionisation AN, Ionisation AUS, Sprüh Position)
- Wasserwaage
- Kondensator Ladungsschalter (mit einem Meter Kabel, um Vibrationen aus dem Weg zu gehen)

### 3.2.2 Betrachtungskammer

Die Betrachtungskammer ist zerlegbar. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden aufgelistet.

#### **Einzelteile der Betrachtungskammer:**

- Deckel
- Gehäuse
- Tröpfchenlochabdeckung
- obere Kondensatorplatte

- Abstandshalter aus Plastik (ungefähr 7.6mm dick)
- untere Kondensatorplatte
  - Thorium-232 Alphateilchenquelle
  - elektronische Verbindung zur oberen Platte
- konvexe Linse

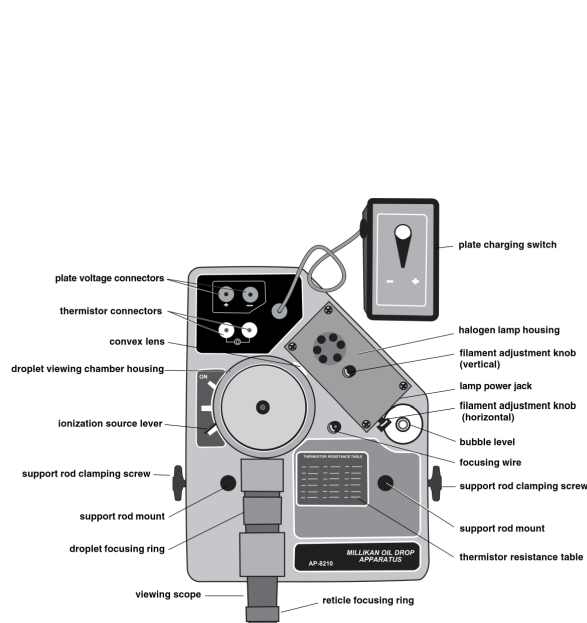


Abbildung 3.1: Komponenten der Plattform

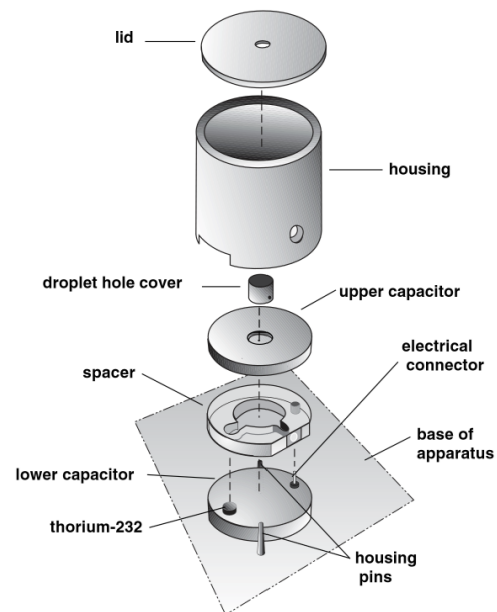


Abbildung 3.2: Komponenten der Betrachtungskammer

Das gesamte Material ist in einem Experimentierkasten enthalten. Dieses Experiment wurde von der Kantonsschule am Burggraben für die Durchführung dieser Arbeit zur Verfügung gestellt.

# Kapitel 4

## Durchführung

### 4.1 Vorbereitung

#### 4.1.1 Auswahl der Umgebung und Höhe

Um das Experiment durchzuführen müssen verschiedene Vorbereitungen vorgenommen werden. Zuerst muss der Ort ausgewählt werden. Um das Experiment möglichst erfolgreich und präzise zu halten, sollte es in einem möglichst dunklen Raum durchgeführt werden. Für diese Arbeit wurde die Dunkelkammer (Zimmer G10) der Kantonsschule am Burggraben zur Verfügung gestellt. Ein weiterer Punkt der Vorbereitung ist der Untergrund, auf dem das Experiment steht. Im Experimentierkasten kommen Verlängerungsstäbe mit, die dazu dienen das Experimentieren angenehmer zu machen. Das Problem mit diesen Stäben ist, dass sie Vibrationen nicht weghalten und das Experiment sehr anfällig für diese ist. In dieser Arbeit wurde die Plattform auf ein Holzklotz gelegt, damit das Experiment auf Augenhöhe ist bei gestrecktem Rücken. Die Plattform sollte gerade stehen. Das kann man mit der Wasserwaage auf der Plattform kontrollieren. Falls die Plattform schräg sein sollte, kann man mit den veränderbaren Füßen die Plattform ausebenen. Mit diesem Holzklotz hatte das Experiment einen festen Untergrund und war somit bereit für das Einstellen des optischen System.

#### 4.1.2 Kondensatorenabstand messen

Der nächste Schritt für die Vorbereitung ist das Messen des Abstandes zwischen den beiden Kondensatoren. Das Wichtige bei diesem Schritt ist, dass die Spannung abgeschaltet ist. Zuerst wird das Gehäuse der Betrachtungskammer abgenommen. Danach wird die obere Platte vorsichtig weggenommen und die darunter liegende Platte aus Kunststoff auch. Im Experimentierkasten befindet sich eine Schieblehre. Damit misst man die Dicke der Kunststoffplatte. Wichtig ist, dass man am inneren Rand der Platte misst und nicht am äusseren, da der äussere Rand ein Bisschen dicker ist. Jetzt kann der Wert direkt abgelesen und notiert werden.

## 4.2 Das optische System ausrichten

### 4.2.1 Das Betrachtungsfernrohr fokussieren

Die Betrachtungskammer sollte jetzt wieder zusammengebaut werden, das Gehäuse aber noch nicht. Auf der Platte soll der Fokussierdraht abgeschraubt werden und Vorsichtig in das Loch in der Mitte der oberen Kondensatorenplatte eingeführt werden. Danach muss die Halogenlampe angeschlossen werden. Dafür muss der Stecker des 12 V DC Transformator an die Lampe angeschlossen werden, dann sollte die Lampe leuchten. Jetzt muss zuerst das Fadenkreuz in Fokus gesetzt werden. Dafür muss man den Fadenkreuz-Fokusserring drehen bis man das komplette Gitter scharf sieht. Dann sollte man den Draht anschauen durch das Betrachtungsfernrohr und den Tröpfchen-Fokusserring solange drehen bis man den Draht scharf sehen kann.

### 4.2.2 Die Halogenlampe einstellen

Mit dem horizontalen Einstellknopf der Halogenlampe soll das Licht auf der horizontalen Ebene richtig fokussiert werden. Damit das Licht am besten fokussiert ist, muss der rechte Rand des Drahtes am hellsten sein. Das heisst, im grössten Kontrast zur linken Seite des Drahtes stehen. Mit dem vertikalen Einstellungsknopf muss das Licht auf der Mitte des Gitters / Fadenkreuz am besten zu sehen sein. Wenn alles fertig eingerichtet ist, sollte der Fokussierdraht wieder in die Vertiefung in der Platte verschraubt werden.

## 4.3 Funktionen der Steuerung

### 4.3.1 Kondensatorenspannung Schalter

Dieser Schalter ist ein Spannungswechsler der beiden Kondensatoren. Mit diesem Schalter kann die Richtung des Elektrischen Feld  $E$  gewechselt werden. Er besitzt auch drei verschiedene Positionen. Die erste, plates grounded, bedeutet, dass keine der beiden Kondensatoren geladen ist, es wirkt dabei keine Kraft auf die Tröpfchen. Die zweite Position ist TOP PLATE -, das bedeutet, dass die obere Platte negativ geladen ist und somit ein elektrisches Feld nach unten zeigt. Die letzte Position ist TOP PLATE +, das bedeutet, dass die obere Platte positiv geladen ist und somit ein Feld nach oben wirkt.

### 4.3.2 Der Ionisationsquelle Schalter

Der Schalter für die Ionisation hat 3 verschiedene Positionen. Die An-Position, die Aus-Position und die Tröpfchensprüh-Position. Wenn der Schalter auf der Aus-Position ist, wird die Ionisationsquelle komplett abgeschirmt und es können keine Alphateilchen in die Kammer gestrahlt werden. Bei der An-Position ist dieser Schirm nicht mehr da und die Öltröpfchen können angestrahlt werden. Die dritte Position, die Tröpfchensprüh-Position, muss geschaltet werden, wenn die Öltröpfchen eingesprüht werden. Bei dieser Position



öffnet sich ein kleines Loch in der Kammer, damit die Luft ausströmen kann, wenn das Öl eingesprüht wird.

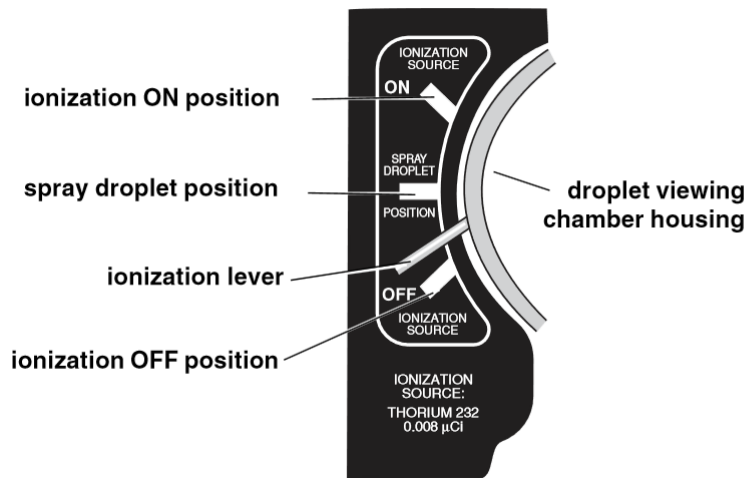


Abbildung 4.1: Schalterpositionen der Ionisationsquelle

## 4.4 Messen und Einstellen der Spannung

Zuerst muss die Gleichstromquelle an die Plattform, über die farbigen Anschlüsse, angeschlossen werden. Das digitale Multimeter kann direkt bei den Kontakten parallel eingebaut werden. Jetzt muss das Multimeter eingeschaltet werden, dabei muss die Gleichstromspannung ausgewählt werden. Wenn die Stromquelle eingeschaltet wird sollte das Multimeter ungefähr 500V anzeigen. Wenn das nicht der Fall ist muss man die Spannung noch richtig einstellen bei der Stromquelle. Wichtig zu wissen ist, dass man keinen elektrischen Schock kriegen kann von den Kondensatoren, da in diesen grosse Widerstände eingebaut sind, die dies vorbeugen.

## 4.5 Temperatur in der Tröpfchenkammer

Die letzte Einstellung, die gemacht werden muss, um danach mit dem eigentlichen Experimentieren zu beginnen, ist die Temperatur zu messen innerhalb der Tröpfchenkammer. Die Temperatur braucht man, um die Zähigkeit der Luft herauszufinden. Da man die genaue Temperatur nicht mit einem Thermometer herausfinden kann, kann man über die Beziehung vom elektrischen Widerstand in den Kondensatoren gehen. Den Widerstand wird gleich wie die Spannung gemessen. Auf der Platte hat es Anschlüsse für ein digitales Multimeter, das sollte auf elektrischer Widerstand eingeschaltet werden. Dieser proportionale Zusammenhang kann man auf der Tabelle ablesen. Wichtig ist, dass die Stromquelle nie an die Anschlüsse für den Widerstand angeschlossen werden, weil so das Experiment kaputt gehen könnte. Der Widerstand sollte ungefähr bei 1 - 4 Megaohm sein.

THERMISTOR RESISTANCE TABLE					
°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 4.2: Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand

## 4.6 Das Experimentieren

Bevor man beginnt, muss die ganze Kammer wieder zusammengebaut werden und der Tröpfchenlochschutz sollte auf die Einsparung der oberen Platte gesetzt werden. Dieser Schutz verhindert, dass während dem Experimentieren weitere Tröpfchen in die Betrachtungskammer gelangen. Jetzt misst man nochmals kurz die Spannung und Temperatur, um dann mit dem Experimentieren zu starten.

### 4.6.1 Tröpfchen Einsprühen

Der Erste Schritt ist das Vorbereiten des Ölsprühers. Dazu gibt man Mineral Öl, bei welchem die Dichte bekannt ist (z.B. das zugehörige Squibb #5597 Mineral Oil mit Dichte:  $886 \text{ kg/m}^3$ ), in den Zerstäuber. Jetzt versucht man Tröpfchen zu erzeugen mit dem Zerstäuber. Für das sollte schnell nacheinander fest auf das Kissen gedrückt werden, bis auf einem Papier kleine Tröpfchen zu sehen sind.

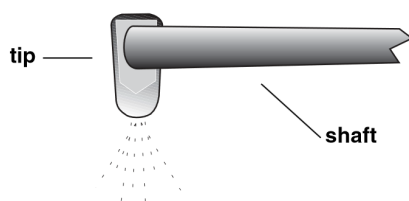


Abbildung 4.3: Korrekte Position von Spitze zur Achse

Die Spitze des Zerstäubers muss nach unten schauen. Genau  $90^\circ$  zur Achse. (siehe Abbildung 4.3)

Nach diesem Schritt sollte der Schalter der Ionisationsquelle auf Tröpfchensprüh-Position gebracht werden, damit Luft während dem Einsprühen aus der Kammer entfliehen kann. Da die Spitze des Zerstäubers genau nach unten zeigt kann sie jetzt direkt in das vorgesehene Loch auf dem Deckel des Gehäuses angebracht werden. Jetzt muss durch das Betrachtungsfernrohr geschaut werden und gleichzeitig einmal kräftig auf das Kissen des Zerstäubers drücken. Jetzt mit kleineren schwächeren Stößen auf das Kissen die Tröpfchen ins Sichtfeld des Betrachters bringen. Wenn man einen grossen Haufen mit kleinen

goldenen Punkten sieht, muss der Schalter auf die Aus-Position gebracht werden.

Das Einsprühen von den Tröpfchen ist am Anfang sehr schwierig und wird nicht auf das erste Mal funktionieren. Es gibt nicht die richtige Technik, den Zerstäuber zu bedienen. Der Experimentierer muss seine eigene Technik finden den Zerstäuber zu bedienen. Das kann sehr viel Zeit in Anspruch nehmen. In dieser Arbeit funktionierte es am besten, wenn man einmal fest gedrückt hat und danach kleinere schwächere Stösse gegeben hat.

Falls zu viele Tröpfchen im Sichtfeld des Betrachters sind, sollte man drei bis vier Minuten warten und dann sollten die meisten Tröpfchen verschwunden sein. Man kann dann gemüthlicher weiter Experimentieren.

#### 4.6.2 Auswahl des richtigen Tröpfchen

Von den Tröpfchen, die sichtbar sind, sollte eines ausgewählt werden, dass ungefähr  $0.02 - 0.05 \text{ mm/s}$  fällt wenn der Schalter der Kondensatoren auf plates grounded steht und sich mit dem Schalter nach oben und unten bewegen lässt. Diese Beschreibung ist sehr schwierig zu messen. Einen Tipp, ein Tröpfchen das ungefähr 15 Sekunden braucht für die Distanz zwischen zwei Hauptlinien auf dem Gitter ( $0.5 \text{ mm}$ ), fliegt etwa  $0.03 \text{ mm/s}$ .

Falls immernoch zu viele Tröpfchen im Sichtfeld sind kann man auch für ein paar Sekunden die Kondensatoren laden und die meisten Tröpfchen werden wegfliegen. Da sich nicht alle Tropfen bewegen lassen, weil sie eine Nettoladung von 0 C haben, kann man den Ionisationsschalter für drei bis fünf Sekunden auf die An-Position schalten. Danach sollten sich alle Tröpfchen bewegen lassen.

Wenn ein Tröpfchen gefunden wurde mit diesen Voraussetzungen kann man es mit dem Fokusserring noch schärfer machen. Das entlastet die Augen und man kann länger beobachten. Der Fokus ist am besten wenn das Tröpfchen wie eine goldene Nadelspitze aussieht.

#### 4.6.3 Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit

Um die Ladung eines Tröpfchens zu bestimmen, muss die Steiggeschwindigkeit (Kondensatoren geladen) und die Sinkgeschwindigkeit (Kondensatoren nicht geladen) gemessen werden. Die genaueste Messung ergibt sich wenn man die Zeit stoppt vom erste grosse Linie Überschreiten bis zum Überschreiten der zweiten grossen Linie. Diese Linien sind genau  $0.5 \text{ mm}$  voneinander entfernt. Wenn man die Zeit hat, die das Tröpfchen für diese Distanz gebraucht hat, kann man die Geschwindigkeit  $v$  berechnen mit der einfachen Formel  $v = \frac{s}{t}$ . Ein Beispiel, wenn ein Tröpfchen genau 15 Sekunden für die Strecke gebraucht hat rechnet man:  $v = \frac{s}{t} = \frac{0.5 \text{ mm}}{15 \text{ s}} = 0.033 \text{ mm/s} = 3.3 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ .

Für ein genaues Ergebnis sollte man die Geschwindigkeiten ungefähr 5 - 15 mal von einem Tropfen messen.

Nach der ersten Messung sollte provisorisch die Ladung des Tropfes gemessen werden. Falls die Ladung mehr als fünf mal die Elementarladung beträgt, sollte man für die nächsten Messungen langsamere Tröpfchen wählen.

Jetzt sollten neue Tröpfchen eingesprüht werden und die Geschwindigkeiten erneut gemessen werden bis das Tröpfchen spontan seine Ladung ändert oder aus dem Sichtfeld verschwindet. Mit dem Ionisierungsschalter kann die Ladung eines Tröpfchens verändert werden. Jetzt kann man die neuen Geschwindigkeiten messen. Dieser Schritt sollte so oft wie möglich wiederholt werden. Wenn das Auge zu müde wird, kann man die verschiedenen anderen Faktoren wie die Spannung, die Zähigkeit der Luft, die Dichte des Öls und den Luftdruck messen. Alle Messungen sollten schön in einer Tabelle eingetragen werden, danach kann man anfangen die Ladungen jeder Messung zu berechnen.

#### 4.6.4 Methode für die Berechnung der Ladung

Mit der Formel in Gleichung 2.12 kann zuerst der Radius  $a$  berechnet werden:

$$a = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p}$$

Dann kann die Masse  $m$  des Tröpfchens berechnet werden indem man die Formel für den Radius in die Formel für die Masse substituiert:

$$\begin{aligned} m &= \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \\ &= \frac{4}{3}\pi \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \rho \end{aligned}$$

Der letzte Schritt ist die Masse  $m$  in der Gleichung 2.5 zu substituieren:

$$\begin{aligned} q &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} \\ &= \frac{4}{3}\pi\rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{(v_f + v_r)}{Ev_f} \end{aligned}$$

Wenn man das  $E$  jetzt noch mit der Gleichung 2.14 ersetzt hat man die Ladung  $q$  eines Tröpfchens:

$$q_{\text{tröpfchen}} = \frac{4}{3}\pi\rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{d(v_f + v_r)}{Vv_f}$$

# Kapitel 5

## Auswertung

### 5.1 Ausgehobene Daten

Dieses Kapitel soll zeigen wie genau das Ergebnis für eine Elementarladung wurde. Für das muss aber zuerst ein Blick auf die Daten gemacht werden, die herausgekommen sind beim Experimentieren. In der Tabelle 5.3 befinden sich die Spalten, Steig und Fallgeschwindigkeit, Radius, Masse und Ladung des Tröpfchens. Eine vollständige Messtabelle befindet sich im Anhang. Dort werden auch Messungen aufgeführt, die nicht gut genug waren. Sie wurden bei den Berechnungen nicht berücksichtigt. Diese Daten können jetzt auf ein Punktdiagramm gezeichnet werden. Dabei soll die Y-Achse die Ladung der Tröpfchen sein und die X-Achse die jeweilige Nummerierung. Das Diagramm wurde mit Microsoft Excel erstellt und sieht folgendermassen aus.

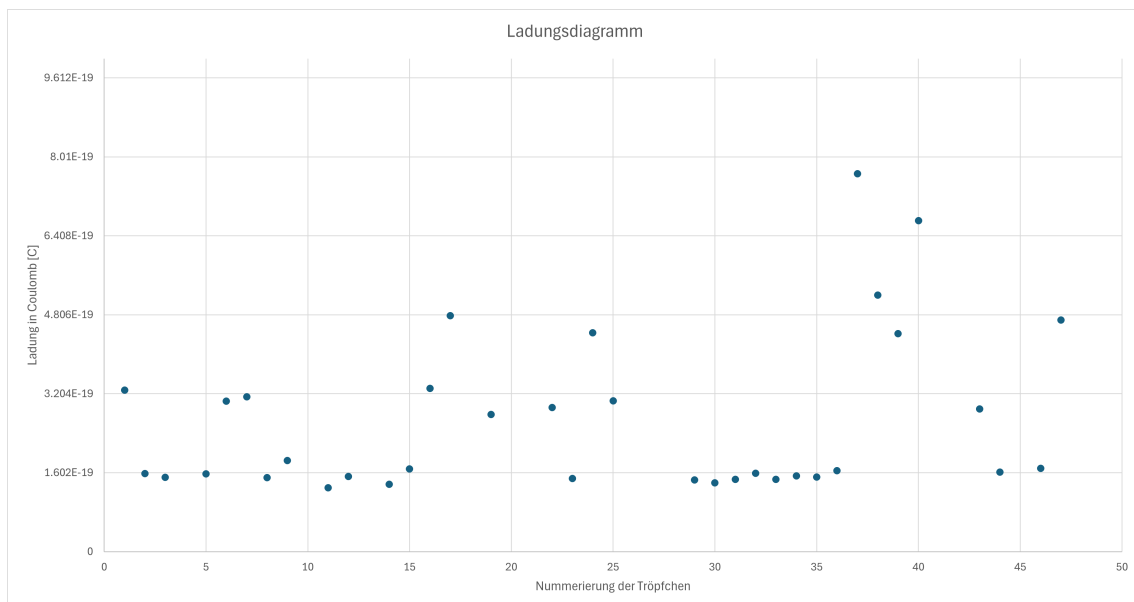


Abbildung 5.1: Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung

Die Abstände auf der Y-Achse sind nicht zufällig gewählt, sondern ein Linienabstand entspricht exakt einer Elementarladung. Jetzt kann abgelesen werden, wie viele Elemen-

tarladungen jedes einzelne Tröpfchen hatte. Es war überraschend zu sehen, wie genau das Experiment geklappt hat. Man sieht, wie sich die Ladungen in Stufen anordnen. Während dem Experimentieren hätte man das nie gedacht. In Abschnitt 5.3 geht man noch auf die Genauigkeit aller Ergebnisse ein, mithilfe einer Fehlerrechnung. Während dem Experimentieren und Auswerten gab es keinen einzigen Sonderfall, der eine viel zu hohe oder tiefe Ladung ergab, das überraschte auch, denn das Experiment hängt von sehr vielen verschiedenen Faktoren und Messgrößen ab.

## 5.2 Das Ergebnis

In der Tabelle 5.3 kann jetzt eine weitere Spalte hinzugefügt werden, die Anzahl der Elementarladungen  $n$ . Wenn das hinzugefügt wurde sehen die ersten 10 Zeilen so aus:

Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung	Anzahl (n)
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$	2
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$	1
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$	1
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$	1
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$	2
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$	2
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$	1
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$	1
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$	1
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$	1
$2.031 \cdot 10^{-18}$						13

Tabelle 5.1: Ergebnisse mit Anzahl Ladungen

Die Anzahl Elementarladungen werden zusammengerechnet und die Summe daraus beträgt 13 Elementarladungen. Dann werden die Ladungen summiert, das ergibt  $2.031 \cdot 10^{-18}$ . Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Messwerten lautet dann:  $\frac{2.031 \cdot 10^{-18}}{13} = 1.56 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb}$ .

Wenn dieser Vorgang mit allen Werten in der Tabelle gemacht wird, kommt man auf eine Anzahl von 60 Elementarladungen und einer Summe von  $9.313 \cdot 10^{-18} \text{Coulomb}$ . Danach wird wieder das Mittel genommen und das Ergebnis dieser Arbeit für eine Elementarladung lautet:

$$\frac{9.313 \cdot 10^{-18} C}{60} = 1.5522 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb} \quad (5.1)$$

### 5.3 Die Genauigkeit

Wie genau ist ein solches Ergebnis eines Experimentes? Hier ist nun der zweite Teil der Arbeit, das Fehlerrechnen. Hier wird für jede einzelne Grösse einen absoluten und relativen Fehler bestimmt, der danach mithilfe der verschiedenen Formeln zusammengerechnet werden kann. Ein solches Experiment enthält Fehler, die von den Messinstrumenten oder Experimentierapparaten hervorkommen, zum Beispiel ist das Multimeter nicht richtig kalibriert oder die Gitternetzlinien sind nicht exakt 0.5 mm voneinander entfernt. Diese Fehler nennt man systematische Fehler, sie können vermieden werden, indem das Experiment sorgfältig vorbereitet wird. Die anderen Fehler, wie zum Beispiel die Reaktionszeit beim Zeitmessen, der Blickwinkel beim Beobachten oder Temperatur und Luftdruckschwankungen während dem Experimentieren, werden zufällige Fehler genannt. Sie sind schwieriger zu eliminieren, können aber durch mehrere Messungen und dadurch gezogene Durchschnittswerte, minimiert werden.

#### 5.3.1 Fehlerrechnung

Zuerst müssen für alle Messgrössen absolute Fehler entschieden werden. Die können abgeschätzt werden oder hängen von der Genauigkeit eines Messgerätes ab.

	Messwert	absoluter Fehler	relativer Fehler [%]
Elektrisches Feld [ $V/m$ ]	zsmg. Grösse		0.68%
Steigzeit [ $s$ ]	3.7	0.1	2.70%
Sinkzeit [ $s$ ]	32.6	0.1	0.31%
Distanz [ $m$ ]	0.0005	0.00001	2.00%
Steiggeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		4.70%
Sinkgeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		2.31%
Luftdruck [ $Pa$ ]	94000	1000	1.06%
Zähigkeit [ $Ns/m^2$ ]	0.00001818	0.00000001	0.05%
Dichte [ $kg/m^3$ ]	886	1	0.11%
Fallbeschleunigung [ $m/s^2$ ]	9.81	0 (vernachlässigbar)	0.00%
Konstante b	0.0082	0.00001	0.12%

Tabelle 5.2: Fehlertabelle Messgrössen

Zuerst der Fehler für den Radius:

$$\begin{aligned}
 Fehler_{Radius} &= \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \\
 &= \sqrt{\frac{0.05\% \cdot 2.31\%}{0.11\%}} - \frac{0.12\%}{1.06\%} = 1.24\% - 1.18\% \\
 &= 2.42\%
 \end{aligned}$$

Dann kommt der Fehler für die Masse:

$$Fehler_{Masse} = \frac{4}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \rho = (2.42\%)^3 \cdot 0.11\% = 7.37\%$$

Zuletzt noch die Fehlerrechnung für die Ladung:

$$\begin{aligned} Fehler_{Ladung} &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} = \frac{7.37\% \cdot (4.70\% + 2.31\%)}{0.68\% \cdot 2.31\%} \\ &= \frac{10.88\%}{2.99\%} = 13.87\% \end{aligned}$$

Dieser Fehler für den Radius kann jetzt in dem Ladungsdiagramm berücksichtigt werden. Das Diagramm sieht dann folgendermassen aus:

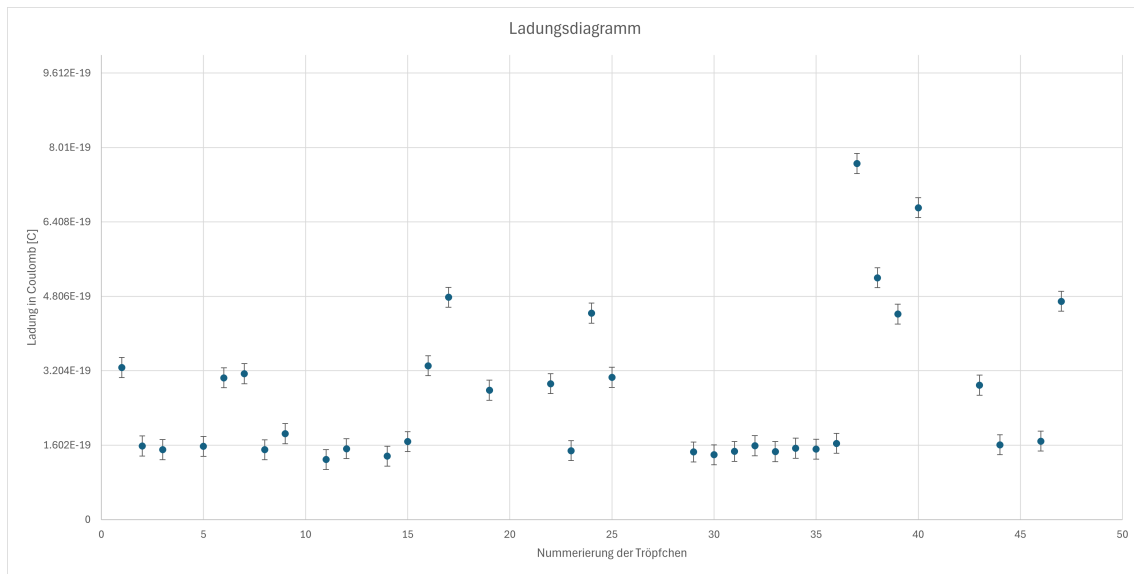


Abbildung 5.2: Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung

### 5.3.2 Schlussfolgerung des Ergebnis

Mit diesem Schritt ist das Ergebnis des Millikan-Versuchs komplett abgeschlossen. Man sieht mithilfe des Diagramms mit Fehler, dass alle Tröpfchen einer Ladungsstufe zugeteilt werden können. Das hätte man nie gedacht während dem Experimentieren. Es ist unglaublich zu sehen, wie man von vielen verschiedenen Messgrössen, die alle einen Fehler aufweisen, auf einen Wert kommt mit 19 Stellen hinter dem Komma, der ungefähr in dieser Grössenordnung bleibt und nie ausschiesst während dem Auswerten der verschiedenen Messungen.



Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$
11	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.15 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-07}$	$8.97 \cdot 10^{-17}$	$1.37 \cdot 10^{-19}$
12	$1.21 \cdot 10^{-04}$	$1.58 \cdot 10^{-05}$	$3.45 \cdot 10^{-07}$	$1.52 \cdot 10^{-16}$	$1.68 \cdot 10^{-19}$
13	$2.26 \cdot 10^{-04}$	$1.81 \cdot 10^{-05}$	$3.72 \cdot 10^{-07}$	$1.91 \cdot 10^{-16}$	$3.31 \cdot 10^{-19}$
14	$4.50 \cdot 10^{-04}$	$1.21 \cdot 10^{-05}$	$2.97 \cdot 10^{-07}$	$9.76 \cdot 10^{-17}$	$4.79 \cdot 10^{-19}$
15	$2.84 \cdot 10^{-04}$	$1.07 \cdot 10^{-05}$	$2.76 \cdot 10^{-07}$	$7.83 \cdot 10^{-17}$	$2.79 \cdot 10^{-19}$
16	$2.43 \cdot 10^{-04}$	$1.40 \cdot 10^{-05}$	$3.23 \cdot 10^{-07}$	$1.25 \cdot 10^{-16}$	$2.93 \cdot 10^{-19}$
17	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.28 \cdot 10^{-05}$	$3.07 \cdot 10^{-07}$	$1.07 \cdot 10^{-16}$	$1.48 \cdot 10^{-19}$
18	$3.97 \cdot 10^{-04}$	$1.30 \cdot 10^{-05}$	$3.10 \cdot 10^{-07}$	$1.11 \cdot 10^{-16}$	$4.44 \cdot 10^{-19}$
19	$2.49 \cdot 10^{-04}$	$1.45 \cdot 10^{-05}$	$3.29 \cdot 10^{-07}$	$1.32 \cdot 10^{-16}$	$3.06 \cdot 10^{-19}$
20	$3.96 \cdot 10^{-05}$	$3.36 \cdot 10^{-05}$	$5.20 \cdot 10^{-07}$	$5.22 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
21	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.47 \cdot 10^{-05}$	$3.31 \cdot 10^{-07}$	$1.35 \cdot 10^{-16}$	$1.40 \cdot 10^{-19}$
22	$5.22 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-05}$	$4.79 \cdot 10^{-07}$	$4.08 \cdot 10^{-16}$	$1.47 \cdot 10^{-19}$
23	$5.40 \cdot 10^{-05}$	$3.06 \cdot 10^{-05}$	$4.95 \cdot 10^{-07}$	$4.50 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
24	$5.82 \cdot 10^{-05}$	$2.67 \cdot 10^{-05}$	$4.59 \cdot 10^{-07}$	$3.60 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
25	$5.34 \cdot 10^{-05}$	$2.98 \cdot 10^{-05}$	$4.88 \cdot 10^{-07}$	$4.30 \cdot 10^{-16}$	$1.54 \cdot 10^{-19}$
26	$5.76 \cdot 10^{-05}$	$2.79 \cdot 10^{-05}$	$4.71 \cdot 10^{-07}$	$3.87 \cdot 10^{-16}$	$1.52 \cdot 10^{-19}$
27	$5.81 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-05}$	$4.91 \cdot 10^{-07}$	$4.38 \cdot 10^{-16}$	$1.64 \cdot 10^{-19}$
28	$5.32 \cdot 10^{-04}$	$1.89 \cdot 10^{-05}$	$3.81 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$7.67 \cdot 10^{-19}$
29	$3.55 \cdot 10^{-04}$	$1.90 \cdot 10^{-05}$	$3.82 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$5.21 \cdot 10^{-19}$
30	$3.31 \cdot 10^{-04}$	$1.65 \cdot 10^{-05}$	$3.54 \cdot 10^{-07}$	$1.64 \cdot 10^{-16}$	$4.42 \cdot 10^{-19}$
31	$4.85 \cdot 10^{-04}$	$1.78 \cdot 10^{-05}$	$3.68 \cdot 10^{-07}$	$1.85 \cdot 10^{-16}$	$6.71 \cdot 10^{-19}$
32	$2.10 \cdot 10^{-04}$	$1.66 \cdot 10^{-05}$	$3.55 \cdot 10^{-07}$	$1.66 \cdot 10^{-16}$	$2.89 \cdot 10^{-19}$
33	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.77 \cdot 10^{-05}$	$3.67 \cdot 10^{-07}$	$1.83 \cdot 10^{-16}$	$1.61 \cdot 10^{-19}$
34	$2.14 \cdot 10^{-04}$	$7.96 \cdot 10^{-06}$	$2.34 \cdot 10^{-07}$	$4.75 \cdot 10^{-17}$	$1.69 \cdot 10^{-19}$
35	$6.02 \cdot 10^{-04}$	$8.06 \cdot 10^{-06}$	$2.36 \cdot 10^{-07}$	$4.85 \cdot 10^{-17}$	$4.70 \cdot 10^{-19}$

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Berechnung

# Kapitel 6

## Fazit

Die ursprüngliche Frage dieser Arbeit war, wie genau wird das Ergebnis einer Elementarladung sein, wenn das Experiment, das vor über hundert Jahren entwickelt wurde, heute wiederholt wird. Die Antwort, verblüffend genau. Mithilfe eines Experimentierkastens wurde dieses Experiment durchgeführt und das Ergebnis war zuerst ernüchternd. Es musste vieles beachtet werden, unter anderem war das schwierigste die sorgfältige Berechnung der Ladung. Die Berechnung hängt von 12 verschiedenen Größen ab, die alle verschiedene Einheiten haben und verschiedene Größenordnungen. Wenn hier nicht konzentriert gearbeitet wurde, war das Ergebnis am Schluss falsch. Eine andere Hürde war das Messen. Wo genau waren jetzt diese 0.5mm Linien oder war genug Spannung vorhanden, wurde die Luftviskosität richtig abgelesen. All diese Sachen gaben am Anfang Probleme ein brauchbares Resultat zu bekommen. Mit der Zeit wurden diese Sachen behoben und man bekam auf einmal Ergebnisse, die in der Größenordnung von  $10^{-19}$  waren. Die Zuversicht stieg und man war verblüfft als man das Ergebnis in den Händen hatte.

### 6.1 Methoden

Dieses Experiment verlangt viel Geduld und Nerven. Das Problem war das Ausrechnen. Man hat eine riesige Formel vor sich und ungefähr 40 verschiedene Messungen. Wie kann man den Prozess vereinfachen und somit Zeit effizient nutzen? Die Antwort liegt in der Programmierung. Für das Ausrechnen der Ergebnisse wurde Python verwendet. Mit dem Panda Modul können Daten von Excel-Tabellen gelesen, verarbeitet und wieder zurückgeschrieben werden (Inc, 2024).

Da diese Arbeit in  $\text{\LaTeX}$  geschrieben wurde, mussten alle Grafiken von einem .png Format in ein .pdf Format umgeschrieben werden. Auch diese Sache übernahm ein Python skript.

Im Allgemeinen wurden auch Programmierkenntnisse mit dieser Arbeit verbessert. Das Arbeiten mit  $\text{\LaTeX}$  war neu und schwierig am Anfang, hat sich aber gelohnt, durch die Vereinfachung von Formel schreiben und Formatierung einer wissenschaftlichen Arbeit.

## 6.2 Resümee

Diese Arbeit hat aufgezeigt, wie es ist im Fach Physik ein fortgeschrittenes Experiment durchzuführen. Man lernte wie Messreihen aufgestellt werden, wie ein Experiment sorgfältig geplant werden muss oder dass nicht aufgegeben werden soll wenn nicht ein gewünschtes Ergebnis erscheint. Das Experiment wird nicht auf das erste Mal funktionieren. Es braucht Übung, Wissen und Planung, sonst wird das Experiment nicht gelingen. Es erfolgt zudem der Erwerb von Wissen, dass es nicht schadet sich Hilfe zu holen bei Fachpersonen und anderen Mitschüler. Das Experimentieren gelang erst als ein Assistenten dazugeholt wurde.

Die vorliegende Arbeit hat gezeigt, dass sich eine sorgfältige Arbeitsweise auszahlen kann und dass die Inanspruchnahme von externer Hilfe bei Schwierigkeiten zu einem erfolgreichen Ergebnis führen kann.

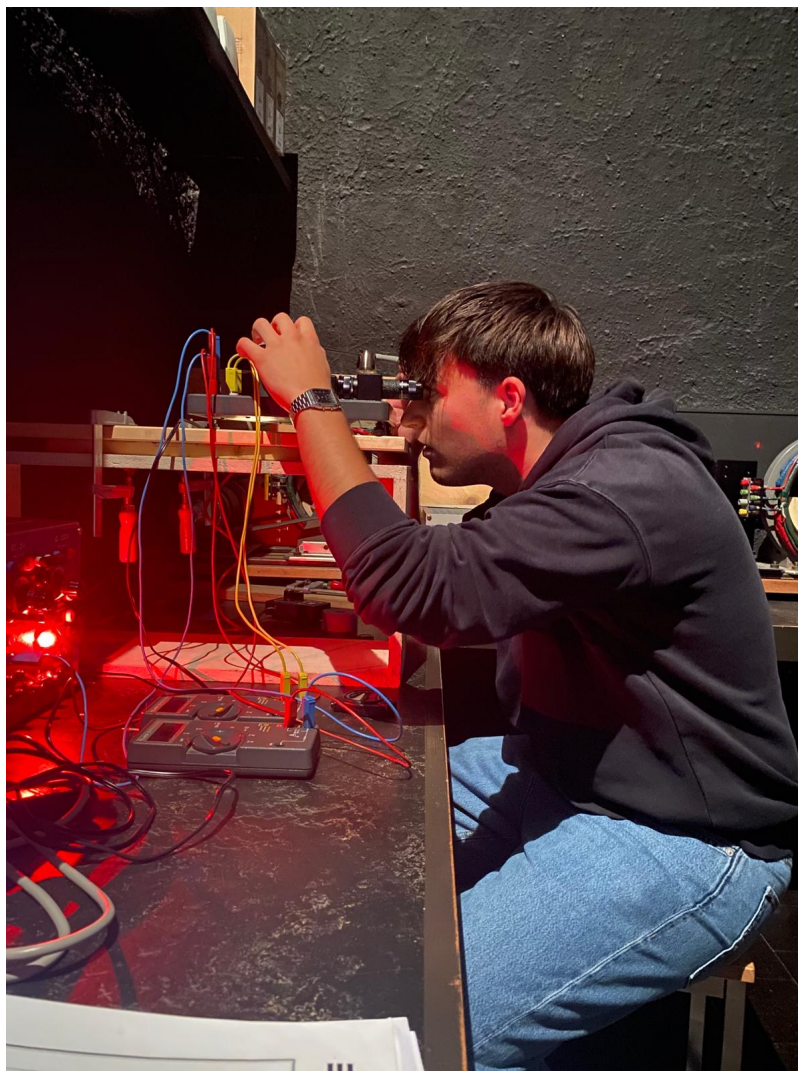


Abbildung 6.1: Bild während dem Experimentieren

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Öltröpfchen im Freien Fall . . . . .	7
2.2	Öltröpfchen im elektrischen Feld . . . . .	8
3.1	Komponenten der Plattform . . . . .	13
3.2	Komponenten der Betrachtungskammer . . . . .	13
4.1	Schalterpositionen der Ionisationsquelle . . . . .	16
4.2	Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand . . . . .	17
4.3	Korrekte Position von Spitze zur Achse . . . . .	17
5.1	Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung . . . . .	20
5.2	Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung . . . . .	23
6.1	Bild während dem Experimentieren . . . . .	26

# Tabellenverzeichnis

2.1	Up-Down-Quark Ladungen . . . . .	6
5.1	Ergebnisse mit Anzahl Ladungen . . . . .	21
5.2	Fehlertabelle Messgrößen . . . . .	22
5.3	Ergebnisse der Berechnung . . . . .	24

# Literatur

- DMK, D. (2021). *Fundamentum Mathematik und Physik: Formeln, Begriffe, Tabellen für die Sekundarstufen I und II*. Orell Fuessli.
- Inc, N. (2024). User guide. [https://pandas.pydata.org/docs/user\\_guide/index.html](https://pandas.pydata.org/docs/user_guide/index.html)
- PASCO. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus, AP-8210A*.
- Wikipedia. (2024). Robert Andrews Millikan — Wikipedia, die freie Enzyklopädie [Online; Stand 13. Oktober 2024]. [https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert\\_Andrews\\_Millikan&oldid=249265456](https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert_Andrews_Millikan&oldid=249265456)