



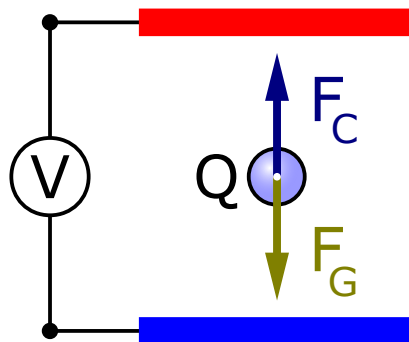
KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

MATURAARBEIT

# Die experimentelle Bestimmung der Elementarladung

Vorgelegt durch:  
Samuel Egli



Vorgelegt bei:  
DR. RHEINHARD GROSS

19. Dezember 2024

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
1.1	Einleitung . . . . .	2
1.2	Biographie von Millikan . . . . .	2
1.3	Relevanz der Elementarladung Heute . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1	Elementarladung . . . . .	4
2.1.1	Definition . . . . .	4
2.1.2	Eigenschaften . . . . .	4
2.2	Historische Methoden . . . . .	5
2.2.1	Thomsonsche Methode . . . . .	5
2.2.2	Elektrolyse . . . . .	5
2.3	Theorie des Versuchs . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>9</b>
3.1	Versuchsanordnung . . . . .	9
3.2	Material . . . . .	9
3.2.1	Plattform . . . . .	10
3.2.2	Betrachtungskammer . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>7</b>	<b>Fehlerrechnung</b>	<b>15</b>
<b>8</b>	<b>Fazit</b>	<b>16</b>

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Einleitung

Warum wird ein Draht heiss wenn Strom durchfliesst? Aus dem gleichen Grund können wir unser Handy aufladen. Die Elektronen sind das, was wir heute unter Strom verstehen. Stellen Sie sich vor, Sie untersuchen die kleinsten geladenen Teilchen, die man bisher kennt. Sie erhalten sehr genaue Messwerte und glauben, die Natur der Elementarladung erforscht zu haben. Sie veröffentlichen Ihre Arbeit, aber eifersüchtige Konkurrenten versuchen Sie niederzumachen, indem sie behaupten, Sie hätten Messwerte ausgeschlossen, die nicht stimmten. Sie versuchen, diesen Konkurrenten zu beweisen, dass das, was Sie erforscht haben, wahr ist. Es vergeht eine lange Zeit, in der Sie sich beweisen müssen, bis Sie etwa 13 Jahre später mit Ihrer Entdeckung der Elementarladung den Nobelpreis für Physik gewinnen. Sie haben genau das durchgemacht, was Robert Andrews MILLIKAN in den Jahren des Ersten Weltkrieges durchgemacht hat.

Diese Arbeit soll zeigen, wie man zu Beginn des 20. Jahrhunderts auf ein solches Experiment gekommen ist, wie man vor mehr als hundert Jahren so genaue Messwerte erhalten hat und wie genau solche Messungen sind, wenn man das Experiment heute wiederholt.

### 1.2 Biographie von Millikan

Robert Andrews MILLIKAN wurde 1868 in Amerika geboren. Im Alter von 18 Jahren begann er am Oberlin College (Ohio) zu studieren. Zunächst studierte er Mathematik und Griechisch, später belegte er einen Kurs in Physik und legte sein Examen als Physiklehrer ab. Etwa 10 Jahre später promovierte er an der Columbia University. Nach seiner Promotion ging er für ein Jahr nach Deutschland, um seine Kenntnisse bei Max PLANCK und Walther NERNST zu vertiefen. Danach kehrte er in die USA zurück, wo er 10 Jahre als Professor an der University of Chicago arbeitete.

1909 begann er, die Natur der Elementarladung zu erforschen. Anfangs benutzte er die *Tröpfchenmethode*, die mit Wasser durchgeführt wurde. Später benutzte er die *Öltröpf-*

*chenmethode*, die für die Bestimmung der Elementarladung besser geeignet war, da sich Öltröpfchen im Vergleich zu Wassertropfen als stabiler erwiesen. Mit dieser Methode gelang es ihm, die Einheit der kleinsten elektrischen Ladung zu bestimmen, die er mit  $e$  bezeichnete. Ein Jahr später veröffentlichte er seine Arbeit mit mehr als 38 Messungen. Sie stieß bei anderen Forschern auf großes Interesse, aber auch auf heftige Kritik. Um die Kritik zu entkräften, veröffentlichte er drei Jahre später eine weitere Arbeit über die experimentelle Bestimmung der Elementarladung, doch auch diese Ergebnisse wurden angezweifelt. In den Jahren vor dem Ersten Weltkrieg erhielt er 3-4 Auszeichnungen, darunter den Comstock-Preis für Physik.

Millikan untersuchte nicht nur die Natur der Elementarladung, sondern wollte auch die Lichtquantenhypothese von Albert EINSTEIN experimentell überprüfen, da er Einsteins Interpretation skeptisch gegenüberstand. Es gelang ihm jedoch, die Richtigkeit von Einsteins Gleichungen zu beweisen.

Als Millikan 1918 sein Buch "Das Elektron" veröffentlichte, behauptete er, seine Messungen der Elementarladung seien genauer als die seiner Konkurrenten, da die Werte nur wenig streuten. Diese Arbeit begründete seinen späteren Ruhm und die Verleihung des Nobelpreises im Jahr 1923.

In der Zwischenkriegszeit setzte er seine Forschungen fort, bis er 1946 in den Ruhestand trat. Er schrieb zahlreiche Bücher über Natur und Religion sowie verschiedene Lehrbücher. (vgl. Wikipedia, 2024, Millikan)

## 1.3 Relevanz der Elementarladung Heute

In welchen Bereichen des täglichen Lebens benötigen wir heute Elementarladungen? Die wohl bekannteste Technik, bei der wir reine Elementarladungen (Elektronen) benötigen, ist die Röntgentechnik in der Medizin. Ein Röntgengerät ist nichts anderes als ein Teilchenbeschleuniger, der Elektronen auf den bzw. durch den Körper schiesst. Ein anderes Beispiel aus der Medizin ist das Bestrahlungsgerät in der Krebstherapie. Hier werden keine Elektronen, sondern Protonen mit genau der gleichen Ladung,  $1.602176634 \cdot 10^{-19} C$  (DMK, 2021, S. 123), aber positiv statt negativ, beschleunigt und auf den Körper geschossen.

Ohne das Wissen, dass es keine Ladung gibt, die kleiner als die Elementarladung ist, würde heute keines unserer elektronischen Geräte, insbesondere keine elektronischen Rechner, funktionieren. Denn jedes Bit in unseren Chips basiert darauf, ob ein Elektron fehlt oder nicht.

Um die Masse eines Elektrons zu bestimmen, benötigt man auch die Elementarladung  $e$ . Mit Hilfe eines Magneten wird ein Elektron auf eine Kreisbahn geschickt. Dabei wirkt auf das Elektron eine magnetische Kraft (Lorenzkraft), die es auf eine Kreisbahn schickt. Um eine Kreisbewegung zu erzielen, braucht es eine Zentripetalkraft, die von der Lorenzkraft aufgebraucht wird. Formal ausgedrückt bedeutet das:  $F_L = F_Z$ , wobei  $F_L = e \cdot v \cdot B$ . Dabei steht  $e$  für die Elementarladung

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Elementarladung

#### 2.1.1 Definition

Die Elementarladung wird physikalisch definiert als,

$$q = n \cdot e \Leftrightarrow e = \frac{q}{n} \quad | \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

Diese Definition bedeutet nichts anderes, als dass alle möglichen Ladungen ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  sind. Dieses Erkenntnis bekommt man über den Millikan-Versuch, der aufzeigt, dass sich die Ladungen von Körpern nicht kontinuierlich verteilen, sondern nur in Etagen vorkommen.

Die Elementarladung besitzt die Einheit Coulomb C. Sie steht als Einheitssymbol für die physikalische Grösse der Ladung  $[Q]$ . Manchmal wird anstatt Coulomb auch die alternative Schreibweise, die Amperesekunde, verwendet. Das soll Sie aber nicht verwirren, denn die Einheit Coulomb setzt sich aus dem Ampere  $[I]$  und der Zeit  $[t]$  zusammen. Formal ausgedrückt bedeutet dass:  $I \cdot t = Q$ .

#### 2.1.2 Eigenschaften

Wie oben in Abschnitt 2.1 hergeleitet, hat die Elementarladung die Eigenschaft, dass sie die kleinst mögliche Ladungseinheit in der Natur ist. Kontrovers wird es wenn man Ihnen jetzt sagt das auch drittel Elementarladungen möglich sind. Ein Proton, das die Ladung  $1e$  beträgt, besteht aus drei kleinsten Elementarteilchen, den Quarks. Quarks sind die kleinsten im Moment bekannten Elementarteilchen und sie sind die Bausteine der Materie. Es gibt verschiedene Arten von Quarks, wir beschäftigen uns aber nur mit den Up und Down Quarks. Das Proton besteht aus zwei Up-Quarks und einem Down-Quark. in der folgenden Tabelle 2.1 kann man die verschiedenen Ladungen der Quarks sehen. Wenn man diese Ladungen nun zusammenrechnet kommt man wieder auf die Elementarladung  $e$ .

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}e\right) + 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}e\right) = \frac{4}{3}e - \frac{1}{3}e = 1e \quad (2.2)$$

Wie in Gleichung 2.2 gezeigt, kann die Elementarladung auch aus Bruchteilen von sich selber bestehen. Wieso hat man jetzt genau die Ladung eines Elektron oder Proton als Elementarladung festgelegt? Das ist sehr einfach zu beantworten, wenn man die Verhaltensweise von Quarks kennt. Quarks kommen nie einzeln in der Natur von, sondern nur in sogenannten Quark-Gluon-Plasmen. Einfach ausgedrückt nur als Pärchen in einem Proton oder Neutron.

<i>Quark Tabelle</i>	
Art	Ladung
Up u	$+\frac{2}{3}e$
Down d	$-\frac{1}{3}e$

Tabelle 2.1: Up-Down-Quark Ladungen

## 2.2 Historische Methoden zur Bestimmung der Elementarladung

### 2.2.1 Thomsonsche Methode

In dieser Arbeit geht es hauptsächlich um den Millikan-Versuch, zur Bestimmung der Elementarladung. Andere Methoden sind aber dennoch nennenswert. Zum Beispiel das Thomsonsche Experiment. Dabei geht es um einen Versuch, der ein Elektronenstrahl durch ein magnetisches Feld schießt. Dabei wird der Strahl durch die Lorenzkraft abgelenkt und Joseph John THOMSON konnte, durch verändern des Magnetfeldes, das Verhältnis von Masse und Ladung  $\frac{e}{m}$  entdecken. Durch dieses Verhältnis konnte er die Elementarladung noch nicht bestimmen. Erst später als man die Masse eines Elektron entdeckte, konnte man indirekt über dieses Verhältnis auf die Ladung zurückschliessen.

### 2.2.2 Elektrolyse

Eine andere Methode, die Elementarladung zu ermitteln, funktioniert mithilfe der Elektrolyse. Bei der Elektrolyse wird eine Spannung angelegt um chemische Reaktionen (zum Beispiel Zersetzung von Molekülen) in einer ionischen Lösung zu erzwingen. Dabei kann man durch Messungen der Spannung und Anzahl Ionen, die gewandert sind, auf die Elementarladung schliessen.

Mit beiden dieser Methoden kann man die Elementarladung indirekt bestimmen. Sie sind für diese Arbeit sicher nennenswert, jedoch kann man mithilfe des Millikan Versuchs viel direkter Ladungen kleinster Partikel messen.

## 2.3 Theorie des Versuchs

Da wir die anderen Methoden nur kurz angeschnitten haben, wird der Millikan Versuch jetzt genauer erklärt oder zumindest die Theorie dahinter.

Wir beginnen mit einem Öltröpfchen im Freien Fall. Folgende Abbildung 2.1 ist dazu zu sehen.



Abbildung 2.1: Öltröpfchen im Freien Fall

In Abbildung 2.1 sehen wir welche Kräfte auf ein Öltröpfchen im freien Fall wirken. Nach unten haben wir die Gewichtskraft, die Abhängig ist von der Masse  $m$  und dem Ortsfaktor  $g$ . Das Öltröpfchen fällt in der Luft und hat seine Endgeschwindigkeit erreicht (die dazu benötigte Zeit beträgt wenige Millisekunden). Die Kraft, die nach oben zeigt, ist die Reibungskraft der Luft. Sie ist abhängig von der Fall- bzw. Endgeschwindigkeit  $v_f$  und dem Reibungskoeffizienten  $k$  von Luft und dem Tröpfchen. Diese Kräfte sind genau gleich gross, weil sie in einem Kräftegleichgewicht sind.

$$mg = kv_f \quad (2.3)$$

Nun setzen wir dieses Öltröpfchen in ein elektrisches Feld. Mit den Kräftevektoren eingezeichnet, sieht das so aus.

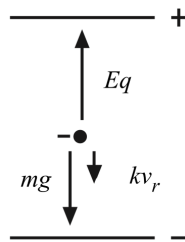


Abbildung 2.2: Öltröpfchen im elektrischen Feld

Die elektrische Kraft, die in Abbildung 2.2 nach oben zeigt, ist abhängig von der elektrischen Feldstärke  $E$  und der Ladung  $q$  des Tröpfchen. Da die elektrische Kraft nun grösser als die Gewichtskraft ist, steigt das Tröpfchen. Wie wir schon oben im Freien Fall behandelt haben, gibt es wieder eine Reibungskraft der Luft die entgegengesetzt der Bewegungsrichtung verläuft. Dieses Mal ist sie aber nicht von der Fallgeschwindigkeit abhängig, sondern von der Steiggeschwindigkeit  $v_r$  (steig auf Englisch: rise) und wie oben von dem Reibungs-

koeffizienten der Luft  $k$ . Wenn man jetzt diese Vektoren algebraisch addiert, kommt man auf folgende Gleichung.

$$Eq = mg \cdot kv_r \quad (2.4)$$

Nun kann man nach  $q$  umstellen und den Reibungskoeffizienten  $k$  mithilfe der Gleichung 2.3 eliminieren.

$$q = \frac{mg \cdot (v_f + v_r)}{Ev_f} \quad (2.5)$$

Die Masse eines Öltröpfchens zu bestimmen, ist in diesem Fall fast unmöglich. Aus diesem Grund versucht man über die Dichte des Öls  $\rho$ , und das Volumen der Ölkugel, auf die Masse zu kommen. Der Zusammenhang von Dichte und Masse sieht folgendermassen aus:  $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$ . Das Volumen kann jetzt noch ausgerechnet werden mithilfe des Radius  $a$ . Setzt man nun alles zusammen, kommt man auf folgende Formel für die Masse eines Öltröpfchens.

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g \quad (2.6)$$

Wir können jetzt dieses  $m$  mit dem  $m$  in Gleichung 2.5 substituieren.

$$q = \frac{4\pi a^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.7)$$

Das neue Problem wird jetzt der Radius  $a$  sein. Die Tröpfchen sind zu klein, um den Radius zu messen. Die Lösung des Problems finden wir im stokeschen Reibungsgesetz ( $F_f = 6\pi\eta a v_f$ ). Es zeigt den Zusammenhang von Fallgeschwindigkeit und Reibungskraft der Luft. Diese Formel beschreibt, wie sich ein kugelförmiges Objekt in einem viskosen Medium verhält. Dieses Gesetz hängt von der Reibungszahl der Luft  $\eta$  und der Fallgeschwindigkeit  $v_f$  ab. Wir können diesen Ausdruck mit dem rechten Ausdruck von Gleichung 2.6 gleichsetzen. Wenn man nach  $a$  auflöst erhält man:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \quad (2.8)$$

Das stokesche Reibungsgesetz wird leider inkorrekt wenn die Fallgeschwindigkeit weniger als 0.1 cm/s beträgt. Da wir es im Experiment mit Fallgeschwindigkeiten zwischen 0.01 und 0.001 cm/s (zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-6}$  m/s) zu tun haben, müssen wir das Reibungsgesetz mit einem Korrekturfaktor multiplizieren. Die effektive Viskosität resultiert aus:

$$\eta_{eff} = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \quad (2.9)$$

$b$  ist dabei eine Konstante und  $p$  ist der atmosphärische Druck in Pascal.

Nun wird  $\eta_{eff}$  in Gleichung 2.9 für  $\eta$  in Gleichung 2.8 substituiert.



$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \quad (2.10)$$

Gleichung 2.9 enthält den Radius  $a$ . Das Problem ist, dass wir einen Term für  $a$  gefunden haben, der  $a$  aber enthält. Der Ausdruck für  $a$  in Gleichung 2.10 kann in eine quadratische Gleichung umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \\ a^2 &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \\ a^2 + \frac{b}{p}a &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \\ a^2 + \frac{b}{p}a - \frac{9\eta v_f}{2\rho g} &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jetzt wird Gleichung 2.11 nach  $a$  aufgelöst:

$$a = \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \quad (2.12)$$

Es ist zu beachten, dass, nicht wie bei Gleichung 2.10, jetzt kein  $a$  im Ausdruck mehr vorkommt. Jetzt wird der komplette Term für  $a$  in Gleichung 2.7 ersetzt.

$$q = \frac{4\pi \left[ \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.13)$$

Die Elektrische Feldstärke  $E$  kann auch so ausgedrückt werden:

$$E = \frac{V}{d} \quad (2.14)$$

Wenn jetzt  $E$  aus Gleichung 2.13 mit  $E$  aus Gleichung 2.14 ersetzt wird und die ganze Gleichung noch schöner umgeformt wird, resultiert daraus:

$$q = \frac{4\pi}{3} \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \cdot \frac{\rho g d (v_f + v_r)}{V v_f} \quad (2.15)$$

Die Quelle für all diese Berechnungen basieren auf (PASCO, 2000, S. 1/2/9)

# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau

### 3.1 Versuchsanordnung

Wie schon in Abschnitt 2.3 besprochen, beruht das Millikan-Experiment auf dem Kräftegleichgewicht von Gewichtskraft und elektrischer Kraft. Zuerst wird ein dunkler Raum gebraucht. Am Besten funktioniert es mit einer Dunkelkammer, in der kein Licht ist. Das einzige Licht, das gebraucht wird ist Mikroskoplicht am Experimentapparat. Es werden während dem Experiment sehr kleine Öltröpfchen mit einem Zerstäuber in eine Kammer gesprüht. Danach wird anhand des Lichtes und dem Mikroskop die Fallgeschwindigkeit des Tröpfchens gemessen. Der Boden und die Decke der Kammer, bestehen aus elektrischen Kapazitäten. Das bedeutet, die Kammer kann ein elektrisches Feld erzeugen. Mit einem Schalter kann die Richtung des elektrischen Feldes gewechselt werden. Diese Funktion wird bei der zweiten Messung gebraucht. Da werden die Kapazitäten eingeschaltet, so dass das elektrische Feld nach oben zeigt (Decke + Boden -). Wenn die Tröpfchen negativ geladen sind, werden sie die Schwerkraft überwinden können und werden nach oben steigen. Dabei wird wieder die Geschwindigkeit gemessen, die die Tröpfchen brauchen, um von einer Linie des Gitters zur anderen zu kommen. Diese ganze Prozedur wiederholt man, bis das Tröpfchen nicht mehr gesehen werden kann. Eine schöne Schritt-für-Schritt Anleitung wird in ?? gezeigt.

### 3.2 Material

In dieser Arbeit wurde das *Model AP-8210 von PASCO scientific* mit der Halogenlampe verwendet.

**Material, das dabei ist:**

- Apparat Plattform und Kondensator Ladungsschalter (Eine genauere Beschreibung der Plattform in Unterabschnitt 3.2.1)
- 12 Volt DC Transformator für die Halogen Lampe

- nicht flüchtiges Öl
- Ölsprüher

### 3.2.1 Plattform

Da das Experiment schon fertig gebaut ist, werden jetzt alle Komponenten aufgezählt, die sich auf der Plattform befinden.

#### **Komponenten Plattform:**

- Tröpfchenbetrachtungskammer (Wird im nächsten Unterabschnitt 3.2.2)
- Betrachtungsfernrohr (30X, Hellfeld, aufrechtes Bild) mit Fadenkreuz (Linienabstand: 0,5 mm große Teilung, 0,1 mm kleine Teilung), Fadenkreuz-Fokussiering und Tropfenfokussiering
- Halogen Lampe (12 V, 5 W)
- Fokussierdraht
- Kondensatorenspannungs Anschlüsse
- Thermistor Anschlüsse (sind an den unteren Kondensator eingebaut)
- Thermistor Tabelle (Widerstand-Temperatur)
- Ionisationsquellen Schalter (3 verschiedene Positionen: Ionisation AN, Ionisation AUS, Sprüh Position)
- Wasserwaage
- Kondensator Ladungsschalter (mit einem Meter Kabel, um Vibrationen aus dem Weg zu gehen)

### 3.2.2 Betrachtungskammer

Die Betrachtungskammer kann auseinandergenommen werden. Die einzelnen Komponenten werden hier aufgelistet.

#### **Einzelteile der Betrachtungskammer:**

- Deckel
- Gehäuse
- Tröpfchenlochabdeckung
- obere Kondensatorplatte
- Abstandshalter aus Plastik (ungefähr 7.6mm dick)

- untere Kondensatorplatte
  - Thorium-232 Alphateilchenquelle
  - elektronische Verbindung zur oberen Platte
- konvexe Linse

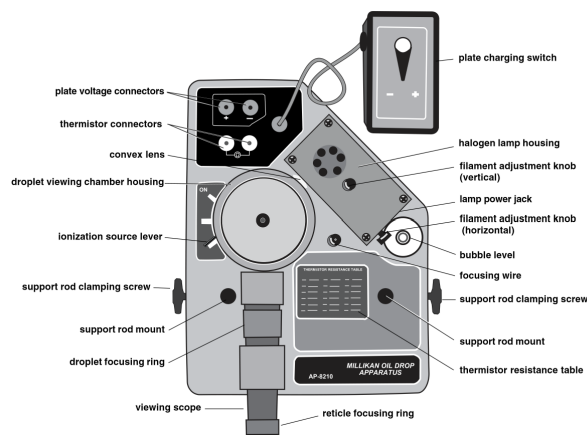


Abbildung 3.1: Komponenten der Plattform

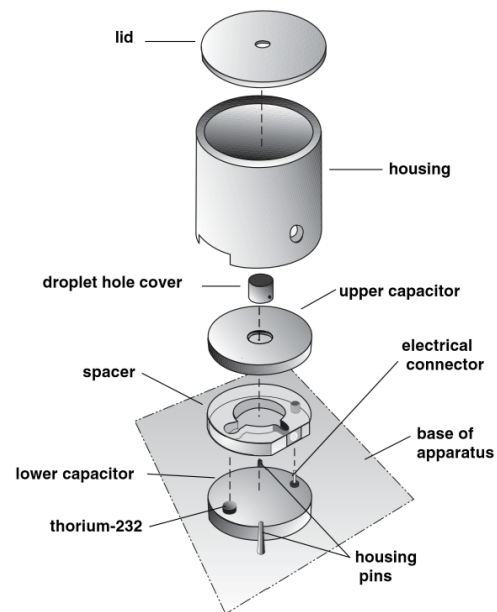


Abbildung 3.2: Komponenten der Betrachtungskammer

Das ganze Material kommt in einem Experimentierkasten. Dieses Experiment wurde von der Kantonsschule am Burggraben für diese Arbeit zur Verfügung gestellt.

## Kapitel 4

# Durchführung

## Kapitel 5

## Auswertung

## Kapitel 6

## Diskussion

## Kapitel 7

# Fehlerrechnung



## Kapitel 8

## Fazit

# Literatur

- DMK, D. (2021). *Fundamentum Mathematik und Physik: Formeln, Begriffe, Tabellen für die Sekundarstufen I und II*. Orell Fuessli.
- PASCO. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus, AP-8210A*.
- Wikipedia. (2024). Robert Andrews Millikan — Wikipedia, die freie Enzyklopädie [Online; Stand 13. Oktober 2024]. [https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert\\_Andrews\\_Millikan&oldid=249265456](https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert_Andrews_Millikan&oldid=249265456)