



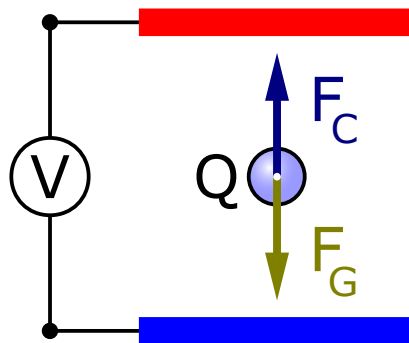
KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

MATURAARBEIT

# Die experimentelle Bestimmung der Elementarladung

Vorgelegt durch:  
Samuel Egli



Vorgelegt bei:  
DR. RHEINHARD GROSS

8. Januar 2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
1.1	Einleitung . . . . .	3
1.2	Biographie von Millikan . . . . .	3
1.3	Relevanz der Elementarladung Heute . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Elementarladung . . . . .	5
2.1.1	Definition . . . . .	5
2.1.2	Eigenschaften . . . . .	5
2.2	Historische Methoden . . . . .	6
2.2.1	Thomsonsche Methode . . . . .	6
2.2.2	Elektrolyse . . . . .	7
2.3	Theorie des Versuchs . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>11</b>
3.1	Versuchsanordnung . . . . .	11
3.2	Material . . . . .	11
3.2.1	Plattform . . . . .	12
3.2.2	Betrachtungskammer . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>14</b>
4.1	Vorbereitung . . . . .	14
4.1.1	Auswahl der Umgebung und Höhe . . . . .	14
4.1.2	Kondensatorenabstand messen . . . . .	14
4.2	Das optische System ausrichten . . . . .	15
4.2.1	Das Betrachtungsfernrohr fokussieren . . . . .	15
4.2.2	Die Halogenlampe einstellen . . . . .	15
4.3	Funktionen der Steuerung . . . . .	15
4.3.1	Kondensatorenspannungsschalter . . . . .	15
4.3.2	Der Ionisationsquelle Schalter . . . . .	16
4.4	Messen und Einstellen der Spannung . . . . .	16
4.5	Temperatur in der Tröpfchenkammer . . . . .	16
4.6	Das Experimentieren . . . . .	17
4.6.1	Tröpfchen einsprühen . . . . .	17
4.6.2	Auswahl des richtigen Tröpfchens . . . . .	18
4.6.3	Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit . . . . .	19
4.6.4	Methode für die Berechnung der Ladung . . . . .	19

<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>21</b>
5.1	Ausgehobene Daten . . . . .	21
5.2	Das Ergebnis . . . . .	22
5.3	Die Genauigkeit . . . . .	23
5.3.1	Fehlerrechnung . . . . .	23
5.3.2	Schlussfolgerung des Ergebnis . . . . .	24
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>27</b>
6.1	Methoden . . . . .	27
6.2	Resümee . . . . .	28

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Einleitung

Warum wird ein Draht heiss wenn Strom durchfliesst? Kann das mit dem Aufladen eines Handys verglichen werden? Ja, in beiden Fällen verursacht die Reibungsenergie der Elektronen die thermische Veränderung des Drahtes. Physikalisch gesehen ist der Fluss von geladenen Teilchen alltagssprachlich definiert als elektrischen Strom.

Stellen Sie sich vor, Sie untersuchen die kleinsten geladenen Teilchen, die man bisher kennt. Sie erhalten sehr genaue Messwerte und glauben, die Natur der Elementarladung erforscht zu haben. Sie veröffentlichen Ihre Arbeit, aber eifersüchtige Konkurrenten versuchen Sie niederzumachen, indem sie behaupten, Sie hätten Messwerte ausgeschlossen, die nicht stimmten. Diesen Konkurrenten versuchen sie zu beweisen, dass das, was Sie erforscht haben, wahr ist. Es vergeht eine lange Zeit, bis Sie dies beweisen können. Etwa 13 Jahre später gewinnen Sie mit Ihrer Entdeckung der Elementarladung den Nobelpreis für Physik. Sie haben genau das durchgemacht, was Robert Andrews MILLIKAN in den Jahren des Ersten Weltkrieges durchgemacht hat.

Diese Arbeit soll zeigen, wie man zu Beginn des 20. Jahrhunderts ein solches Experiment erfunden hat, wie man vor mehr als hundert Jahren so genaue Messwerte erhalten hat und wie genau solche Messungen sind, wenn man das Experiment heute durchführt.

### 1.2 Biographie von Millikan

Robert Andrews MILLIKAN wurde 1868 in Amerika geboren. Im Alter von 18 Jahren begann er am Oberlin College in Ohio zu studieren. Zunächst studierte er Mathematik und Griechisch, später belegte er einen Kurs in Physik und legte sein Examen als Physiklehrer ab. Etwa 10 Jahre später promovierte er an der Columbia University. Nach seiner Promotion ging er für ein Jahr nach Deutschland, um seine Kenntnisse bei Max PLANCK und Walther NERNST zu vertiefen. Danach kehrte er in die USA zurück, wo er 10 Jahre als Professor an der University of Chicago arbeitete.

1909 begann er, die Natur der Elementarladung zu erforschen. Anfangs benutzte er die

*Tröpfchenmethode*, die mit Wasser durchgeführt wurde. Später benutzte er die *Öltröpfchenmethode*, die für die Bestimmung der Elementarladung besser geeignet war, da sich Öltröpfchen im Vergleich zu Wassertröpfchen als stabiler erwiesen. Mit dieser Methode gelang es ihm, die Einheit der kleinsten elektrischen Ladung zu bestimmen, die er mit  $e$  bezeichnete. Ein Jahr später veröffentlichte er seine Arbeit mit mehr als 38 Messungen. Sie stieß bei anderen Forschern auf grosses Interesse, aber auch auf heftige Kritik. Um die Kritik zu entkräften, veröffentlichte er drei Jahre später eine weitere Arbeit über die experimentelle Bestimmung der Elementarladung, doch auch diese Ergebnisse wurden angezweifelt. In den Jahren vor dem Ersten Weltkrieg erhielt er 3-4 Auszeichnungen, darunter den Comstock-Preis für Physik.

Millikan untersuchte nicht nur die Natur der Elementarladung, sondern wollte auch die Lichtquantenhypothese von Albert EINSTEIN experimentell überprüfen, da er Einsteins Interpretation skeptisch gegenüberstand. Es gelang ihm jedoch, die Richtigkeit von Einsteins Gleichungen zu beweisen.

Als Millikan 1918 sein Buch "Das Elektron" veröffentlichte, behauptete er, seine Messungen der Elementarladung seien genauer als die seiner Konkurrenten, da die Werte nur wenig streuten. Diese Arbeit begründete seinen späteren Ruhm und die Verleihung des Nobelpreises im Jahr 1923.

In der Zwischenkriegszeit setzte er seine Forschungen fort, bis er 1946 in den Ruhestand trat. Er schrieb zahlreiche Bücher über Natur und Religion sowie verschiedene Lehrbücher. (vgl. Wikipedia, 2024, Millikan)

### 1.3 Relevanz der Elementarladung Heute

In welchen Bereichen des täglichen Lebens benötigen wir heute Elementarladungen? Die wohl bekannteste Technik, bei der wir reine Elementarladungen (Elektronen) benötigen, ist die Röntgentechnik in der Medizin. Ein Röntgengerät ist nichts anderes als ein Teilchenbeschleuniger, der Elektronen auf den bzw. durch den Körper schiesst. Ein anderes Beispiel aus der Medizin ist das Bestrahlungsgerät in der Krebstherapie. Hier werden keine Elektronen, sondern Protonen mit genau der gleichen Ladung,  $1.602176634 \cdot 10^{-19} C$  (DMK, 2021, S. 123), aber positiv statt negativ, beschleunigt und auf den Körper geschossen.

Ohne das Wissen, dass es keine Ladung gibt, die kleiner als die Elementarladung ist, würde heute keines unserer elektronischen Geräte, insbesondere keine elektronischen Rechner, funktionieren. Denn jedes Bit in unseren Chips basiert darauf, ob ein Elektron fehlt oder nicht.

Um die Masse eines Elektrons zu bestimmen, benötigt man auch die Elementarladung  $e$ . Mit Hilfe eines Magneten wird ein Elektron auf eine Kreisbahn geschickt. Dabei wirkt auf das Elektron eine magnetische Kraft (Lorentzkraft). Um eine Kreisbewegung zu erzielen, braucht es eine Zentripetalkraft, die von der Lorentzkraft aufgebracht wird. Formal ausgedrückt bedeutet das:  $F_L = F_Z$ , wobei  $F_L = e \cdot v \cdot B$ . Dabei steht  $e$  für die Elementarladung

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Elementarladung

#### 2.1.1 Definition

Die Elementarladung wird physikalisch definiert als,

$$q = n \cdot e \Leftrightarrow e = \frac{q}{n} \quad | \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

Diese Definition bedeutet nichts anderes, als dass alle möglichen Ladungen ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  sind. Diese Erkenntnis stammt aus dem Millikan-Experiment, das zeigt, dass die Ladungen von Körpern nicht kontinuierlich verteilt sind, sondern nur in Stufen auftreten.

Die Elementarladung hat die Einheit Coulomb C. Sie ist das Einheitssymbol für die physikalische Grösse der Ladung  $[Q]$ . Manchmal wird statt Coulomb auch die alternative Schreibweise Amperesekunde verwendet. Das sollte aber nicht verwirren, denn die Einheit Coulomb setzt sich aus dem Ampere  $[I]$  und der Zeit  $[t]$  zusammen. Formal ausgedrückt bedeutet dies:  $I \cdot t = Q$ .

#### 2.1.2 Eigenschaften

Wie in Abschnitt 2.1 hergeleitet, ist die Elementarladung die kleinste mögliche Ladungseinheit in der Natur. Es wird jedoch kontrovers, wenn man feststellt, dass auch Bruchteile der Elementarladung, genauer gesagt Drittel der Elementarladung, existieren können. Ein Proton, dessen Ladung  $+e$  beträgt, besteht aus drei fundamentalen Elementarteilchen, den sogenannten Quarks. Quarks sind die derzeit kleinsten bekannten Bestandteile der Materie und bilden die fundamentalen Bausteine von Protonen und Neutronen.

Es gibt sechs verschiedene Quarktypen (Flavors), doch in diesem Kontext beschränken wir uns auf die Up- und Down-Quarks. Ein Proton setzt sich aus zwei Up-Quarks und einem Down-Quark zusammen. In Tabelle 2.1 sind die Ladungen der verschiedenen Quarktypen aufgeführt. Addiert man die Ladungen der Quarks, aus denen das Proton besteht, ergibt sich die Gesamtladung  $+e$ , die der Elementarladung entspricht.

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}e\right) + 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}e\right) = \frac{4}{3}e - \frac{1}{3}e = 1e \quad (2.2)$$

Wie in der Gleichung 2.2 gezeigt, kann die Elementarladung auch aus Bruchteilen ihrer selbst bestehen. Warum wurde jedoch die Ladung eines Elektrons oder Protons als Elementarladung definiert? Diese Frage lässt sich leicht beantworten, wenn man das Verhalten von Quarks betrachtet.

"Quarks verbinden sich zu zusammengesetzten Teilchen, den sogenannten Hadronen. Die stabilsten davon sind Protonen und Neutronen, die Bausteine der Atomkerne. Alle üblicherweise beobachtbare Materie besteht aus Up-Quarks, Down-Quarks und Elektronen." (Wikipedia contributors, 2024) Diese gebundenen Zustände führen dazu, dass die effektive Ladung der beobachtbaren Teilchen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung ist. Daher wird die Ladung eines Protons oder eines Elektrons als fundamentale Einheit, die Elementarladung, definiert.

<i>Quark Tabelle</i>	
Art	Ladung
Up u	$+\frac{2}{3}e$
Down d	$-\frac{1}{3}e$

Tabelle 2.1: Up-Down-Quark Ladungen

## 2.2 Historische Methoden zur Bestimmung der Elementarladung

### 2.2.1 Thomsonsche Methode

In dieser Arbeit steht der Millikan-Versuch zur Bestimmung der Elementarladung im Fokus. Dennoch sind auch andere Methoden erwähnenswert, wie beispielsweise das Experiment von Joseph John THOMSON.

Thomsons Experiment untersuchte die Ablenkung eines Elektronenstrahls durch ein magnetisches Feld. Beim Durchqueren des Magnetfelds wird der Strahl aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. Thomson konnte durch die gezielte Variation der Stärke des Magnetfelds das Verhältnis von Ladung zu Masse ( $\frac{e}{m}$ ) der Elektronen bestimmen.

Die direkte Bestimmung der Elementarladung war mit diesem Experiment jedoch nicht möglich. Erst später, als die Masse des Elektrons unabhängig ermittelt wurde, konnte über das von Thomson bestimmte Verhältnis indirekt auf die Ladung des Elektrons geschlossen werden.

### 2.2.2 Elektrolyse

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Elementarladung basiert auf der Elektrolyse. Bei der Elektrolyse wird eine elektrische Spannung angelegt, um chemische Reaktionen, wie die Zersetzung von Molekülen, in einer ionischen Lösung zu erzwingen. Durch die Messung der angelegten Spannung und der Anzahl der Ionen, die sich während des Prozesses bewegen, lässt sich die Elementarladung indirekt ermitteln.

Beide dieser Methoden – die Elektrolyse und das Thomson Experiment – ermöglichen eine indirekte Bestimmung der Elementarladung. Sie sind in diesem Kontext durchaus erwähnenswert. Allerdings erlaubt der Millikan-Versuch eine wesentlich direktere Messung der Ladung kleinster Teilchen, was ihn besonders hervorhebt.

## 2.3 Theorie des Versuchs

Da die anderen Methoden nur kurz behandelt wurden, wird der Millikan-Versuch nun detaillierter erklärt, zumindest in Bezug auf die zugrunde liegende Theorie.

Der Millikan-Versuch beginnt mit der Beobachtung eines Öltröpfchens im freien Fall. In Abbildung 2.1 ist dieses Szenario schematisch dargestellt. Dabei wird die Bewegung des Tröpfchens durch die Gravitationskraft und die entgegengesetzt wirkende Reibungskraft bestimmt.



Abbildung 2.1: Öltröpfchen im Freien Fall (Bishop, 2000, S. 1)

In Abbildung 2.1 sind die Kräfte dargestellt, die auf ein Öltröpfchen im freien Fall wirken. Nach unten wirkt die Gewichtskraft, die proportional zur Masse des Tröpfchens ( $m$ ) und dem Ortsfaktor ( $g$ ) ist. Das Tröpfchen fällt durch die Luft und erreicht nach wenigen Millisekunden seine Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ).

Die nach oben gerichtete Kraft ist die Reibungskraft der Luft, die von der Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ) sowie dem Reibungskoeffizienten ( $k$ ) abhängt, welcher die Wechselwirkung zwischen der Luft und der Oberfläche des Tröpfchens beschreibt.

Im Zustand des Kräftegleichgewichts sind die beiden Kräfte – die Gewichtskraft und die Reibungskraft – exakt gleich gross, wodurch das Tröpfchen mit konstanter Endgeschwindigkeit fällt.

$$mg = kv_f \quad (2.3)$$



Nun wird das Öltröpfchen in ein elektrisches Feld gesetzt. Mit den eingezeichneten Kraftvektoren sieht dies wie folgt aus:

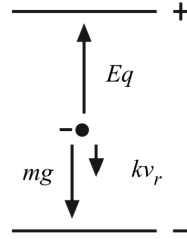


Abbildung 2.2: Öltröpfchen im elektrischen Feld (Bishop, 2000, S. 1)

Die elektrische Kraft, die in Abbildung 2.2 nach oben zeigt, ist abhängig von der elektrischen Feldstärke  $E$  und der Ladung  $q$  des Tröpfchens. Da die elektrische Kraft nun grösser als die Gewichtskraft ist, steigt das Tröpfchen. Wie oben im freien Fall behandelt, wirkt auch hier eine Reibungskraft der Luft, die entgegengesetzt der Bewegungsrichtung verläuft. Dieses Mal ist sie jedoch nicht von der Fallgeschwindigkeit abhängig, sondern von der Steiggeschwindigkeit  $v_r$  (*rise* auf Englisch: steigen) und, wie oben, vom Reibungskoeffizienten der Luft  $k$ .

Wenn man nun diese Vektoren algebraisch addiert, ergibt sich folgende Gleichung:

$$Eq = mg + kv_r \quad (2.4)$$

Nun kann man nach  $q$  umstellen und den Reibungskoeffizienten  $k$  mithilfe von Gleichung 2.3 eliminieren.

$$q = \frac{mg \cdot (v_f + v_r)}{Ev_f} \quad (2.5)$$

Die Masse eines Öltröpfchens zu bestimmen, ist in diesem Fall nahezu unmöglich. Aus diesem Grund versucht man, über die Dichte des Öls  $\rho$  und das Volumen der Ölkugel auf die Masse zu schliessen. Der Zusammenhang zwischen Dichte und Masse lautet:  $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$ . Das Volumen kann nun mithilfe des Radius  $a$  berechnet werden. Setzt man nun alles zusammen, kommt man auf folgende Formel für die Masse eines Öltröpfchens.

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g \quad (2.6)$$

Jetzt kann dieses  $m$  mit dem  $m$  in Gleichung 2.5 substituiert werden.

$$q = \frac{4\pi a^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.7)$$

Das neue Problem ist nun der Radius  $a$ . Die Tröpfchen sind zu klein, um den Radius direkt zu messen. Die Lösung des Problems findet sich im stokeschen Reibungsgesetz ( $F_f = 6\pi\eta a v_f$ ), das den Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Reibungs-

kraft der Luft beschreibt. Diese Formel beschreibt, wie sich ein kugelförmiges Objekt in einem viskosen Medium verhält. Das Gesetz hängt von der Viskosität der Luft  $\eta$  und der Fallgeschwindigkeit  $v_f$  ab. Dieser Ausdruck kann mit dem rechten Ausdruck der Gleichung 2.6 gleichgesetzt werden. Wird nach  $a$  aufgelöst, erhält man:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \quad (2.8)$$

Das stokesche Reibungsgesetz ist leider inkorrekt, wenn die Fallgeschwindigkeit weniger als 0,1 cm/s beträgt. Da im Experiment Fallgeschwindigkeiten zwischen 0,01 und 0,001 cm/s (zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-6}$  m/s) gemessen werden, muss das Reibungsgesetz mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden. Die effektive Viskosität ergibt sich aus:

$$\eta_{eff} = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \quad (2.9)$$

$b$  ist dabei eine Konstante und  $p$  ist der atmosphärische Druck in Pascal.

Nun wird  $\eta_{eff}$  in Gleichung 2.9 für  $\eta$  in Gleichung 2.8 substituiert.

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \quad (2.10)$$

Gleichung 2.9 enthält den Radius  $a$ . Das Problem besteht darin, dass ein Term für  $a$  gefunden wurde, der wiederum  $a$  enthält. Der Ausdruck für  $a$  in Gleichung 2.10 kann in eine quadratische Gleichung umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \\ a^2 &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \\ a^2 + \frac{b}{p}a &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \\ a^2 + \frac{b}{p}a - \frac{9\eta v_f}{2\rho g} &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jetzt wird Gleichung 2.11 nach  $a$  aufgelöst:

$$a = \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \quad (2.12)$$

Es ist zu beachten, dass, im Gegensatz zu Gleichung 2.10, jetzt kein  $a$  mehr im Ausdruck vorkommt. Nun wird der komplette Term für  $a$  in Gleichung 2.7 ersetzt.

$$q = \frac{4\pi \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.13)$$

Die elektrische Feldstärke  $E$  kann auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$E = \frac{V}{d} \quad (2.14)$$

Wenn jetzt  $E$  aus Gleichung 2.13 mit  $E$  aus Gleichung 2.14 ersetzt wird und die gesamte Gleichung weiter umgeformt wird, resultiert daraus:

$$q = \frac{4\pi}{3} \cdot \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \cdot \frac{\rho g d (v_f + v_r)}{V v_f} \quad (2.15)$$

Die Quelle für all diese Berechnungen basieren auf (PASCO, 2000, S. 1/2/9)

# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau

### 3.1 Versuchsanordnung

Wie bereits in Abschnitt 2.3 erläutert, basiert das Millikan-Experiment auf dem Kräftegleichgewicht zwischen der Gewichtskraft und der elektrischen Kraft. Zu Beginn wird ein dunkler Raum benötigt, wobei eine Dunkelkammer, in der keinerlei äusseres Licht eindringen kann, ideal ist. Das einzige Licht, das während des Experiments verwendet wird, stammt aus einem Mikroskop, das am Experimentapparat angebracht ist.

Während des Versuchs werden sehr kleine Öltröpfchen mithilfe eines Zerstäubers in eine Kammer eingebracht. Die Fallgeschwindigkeit der Tröpfchen wird anschliessend durch Beobachtung mit dem Mikroskop und anhand des Lichts gemessen.

Der Boden als auch die Decke bestehen aus elektrisch geladenen Kondensatoren, was es ermöglicht, ein elektrisches Feld zu erzeugen. Über einen Schalter kann die Richtung des elektrischen Feldes verändert werden. Diese Funktion wird insbesondere bei der zweiten Messung benötigt, bei der die Kondensatoren aktiviert werden, sodass das elektrische Feld nach oben gerichtet ist (Decke + Boden -). Wenn die Öltröpfchen negativ geladen sind, können sie die Gravitationskraft überwinden und steigen nach oben. Die Geschwindigkeit, die die Tröpfchen benötigen, um von einer Gitterlinie zur nächsten zu gelangen, wird dabei erneut gemessen. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis das Tröpfchen nicht mehr sichtbar ist. Eine detaillierte Schritt-für-Schritt-Anleitung wird in Abschnitt 4.6 bereitgestellt.

### 3.2 Material

In dieser Arbeit wurde das *Model AP-8210 von PASCO scientific* mit der Halogenlampe verwendet.

**Material, das dabei ist:**

- Apparat Plattform und Kondensator Ladungsschalter (Eine genauere Beschreibung der Plattform in Unterabschnitt 3.2.1)

- 12 Volt DC Transformator für die Halogenlampe
- nicht flüchtiges Öl
- Ölsprüher

### 3.2.1 Plattform

Da das Experiment bereits vollständig aufgebaut ist, werden im Folgenden alle Komponenten aufgezählt, die sich auf der Plattform befinden.

#### **Komponenten der Plattform:**

- Tröpfchenbetrachtungskammer (Wird im nächsten Unterabschnitt 3.2.2)
- Betrachtungsfernrohr (30X, Hellfeld, aufrechtes Bild) mit Fadenkreuz (Linienabstand: 0,5 mm grosse Teilung, 0,1 mm kleine Teilung), Fadenkreuz-Fokussiererring und Tropfenfokussiererring
- Halogenlampe (12 V, 5 W)
- Fokussierdraht
- Kondensatorenspannungsanschlüsse
- Thermistoranschlüsse (sind an den unteren Kondensator eingebaut)
- Thermistortabelle (Widerstand-Temperatur)
- Ionisationsquellenschalter (3 verschiedene Positionen: Ionisation AN, Ionisation AUS, Sprühposition)
- Wasserwaage
- Kondensatorladungsschalter (mit einem Meter Kabel, um Vibrationen zu vermeiden)

### 3.2.2 Betrachtungskammer

Die Betrachtungskammer ist zerlegbar. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden aufgelistet.

#### **Einzelteile der Betrachtungskammer:**

- Deckel
- Gehäuse
- Tröpfchenlochabdeckung
- obere Kondensatorplatte
- Abstandshalter aus Plastik (ungefähr 7.6mm dick)

- untere Kondensatorplatte
  - Thorium-232 Alphateilchenquelle
  - elektronische Verbindung zur oberen Platte
- konvexe Linse

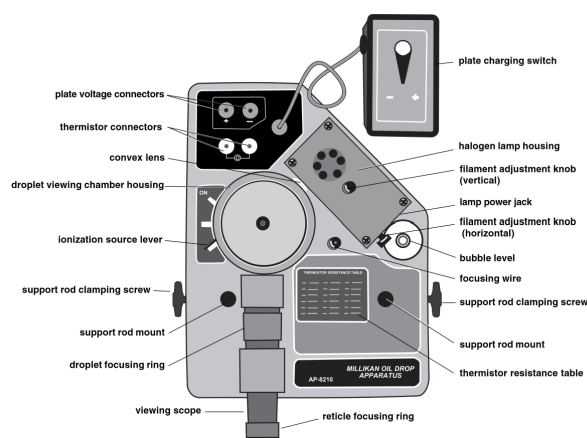


Abbildung 3.1: Komponenten der Plattform (Bishop, 2000, S. 3)

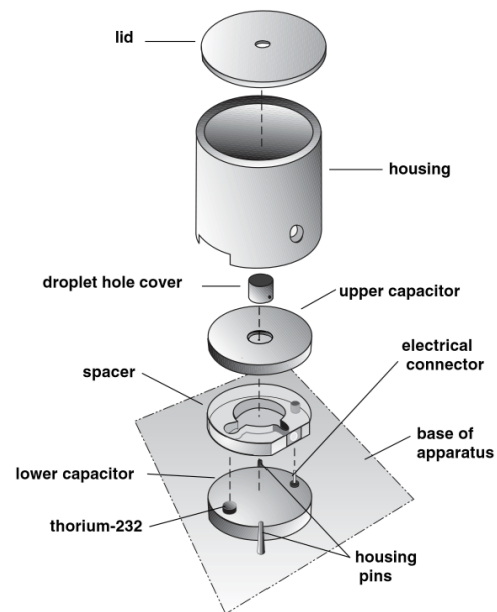


Abbildung 3.2: Komponenten der Betrachtungskammer (Bishop, 2000, S. 4)

Das gesamte Material ist in einem Experimentierkasten enthalten. Dieses Experiment wurde von der Kantonsschule am Burggraben für die Durchführung dieser Arbeit zur Verfügung gestellt.

# Kapitel 4

## Durchführung

### 4.1 Vorbereitung

#### 4.1.1 Auswahl der Umgebung und Höhe

Für die Durchführung des Experiments sind verschiedene Vorbereitungen notwendig. Zunächst gilt es den geeigneten Ort auszuwählen. Um das Experiment unter optimalen Bedingungen und mit hoher Präzision durchzuführen, sollte ein möglichst dunkler Raum gewählt werden. Für diese Arbeit stand die Dunkelkammer (Zimmer G10) der Kantonschule am Burggraben zur Verfügung.

Ein weiterer wichtiger Aspekt betrifft den Untergrund, auf dem das Experiment aufgebaut wird. Im Experimentierkasten befinden sich Verlängerungsstäbe, die das Arbeiten erleichtern sollen. Allerdings sind diese Stäbe nicht besonders stabil, was die Präzision des Experiments negativ beeinflussen könnte. Aus diesem Grund wurde die Plattform auf einen Holzklotz gestellt. Dadurch konnte das Experiment in Augenhöhe und bei aufrechter Körperhaltung durchgeführt werden. Besonders wichtig ist es, sicherzustellen, dass die Plattform eben steht. Das lässt sich mithilfe einer Wasserwaage überprüfen, die auf der Plattform fest verschraubt ist. Sollte die Plattform nicht waagrecht sein, können die verstellbaren Füße genutzt werden, um sie auszurichten. Durch die Verwendung des Holzklotzes wurde ein stabiler Untergrund geschaffen, der die Grundlage für die Feinjustierung des optischen Systems bot.

#### 4.1.2 Kondensatorenabstand messen

Im nächsten Schritt der Vorbereitung wird der Abstand zwischen den beiden Kondensatoren gemessen. Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, dass die Spannung während des gesamten Vorgangs abgeschaltet bleibt. Zunächst wird das Gehäuse der Betrachtungskammer entfernt. Anschliessend nimmt man vorsichtig die obere Platte ab, gefolgt von der darunterliegenden Kunststoffplatte.

Für die Messung der Dicke der Kunststoffplatte wird die im Experimentierkasten enthaltene Schiebelehre verwendet. Dabei ist es wichtig, die Messung am inneren Rand der

Platte durchzuführen, da der äussere Rand eine leicht grössere Dicke aufweist. Der gemessene Wert wird direkt abgelesen und dokumentiert.

## 4.2 Das optische System ausrichten

### 4.2.1 Das Betrachtungsfernrohr fokussieren

Die Betrachtungskammer wird nun wieder zusammengesetzt, wobei das Gehäuse vorerst noch nicht angebracht wird. Der Fokussierdraht auf der Platte ist abzuschrauben und vorsichtig in das Loch in der Mitte der oberen Kondensatorenplatte einzuführen. Anschliessend wird die Halogenlampe angeschlossen. Dazu verbindet man den Stecker des 12 V DC-Transformators mit der Lampe, wodurch diese zu leuchten beginnt.

Der nächste Schritt besteht darin, das Fadenkreuz in den Fokus zu bringen. Hierzu dreht man den Fadenkreuz-Fokussiererring, bis das Gitter vollständig und scharf abgebildet wird. Danach wird der Draht durch das Betrachtungsfernrohr betrachtet. Der Tröpfchen-Fokussiererring wird so lange zu gedreht, bis der Draht ebenfalls scharf zu sehen ist.

### 4.2.2 Die Halogenlampe einstellen

Mit dem horizontalen Einstellknopf der Halogenlampe wird das Licht auf der horizontalen Ebene korrekt fokussiert. Der optimale Fokus ist erreicht, wenn der rechte Rand des Drahts den höchsten Helligkeitskontrast zur linken Seite aufweist. Anschliessend wird mit dem vertikalen Einstellknopf das Licht so justiert, dass das Zentrum des Gitters bzw. des Fadenkreuzes am hellsten sichtbar ist. Nach Abschluss aller Einstellungen wird der Fokussierdraht vorsichtig wieder in die Vertiefung der Platte eingeschraubt.

## 4.3 Funktionen der Steuerung

### 4.3.1 Kondensatorenspannungsschalter

Dieser Schalter dient als Spannungswechsler für die beiden Kondensatoren und ermöglicht es, die Richtung des elektrischen Feldes  $E$  zu ändern. Der Schalter verfügt über drei verschiedene Positionen:

1. plates grounded
2. TOP PLATE –
3. TOP PLATE +

In der ersten Position sind beide Kondensatoren ungeladen, sodass keine elektrische Kraft auf die Tröpfchen wirkt. Bei der nächsten wird die obere Platte negativ geladen, wodurch das elektrische Feld nach unten gerichtet ist. Die obere Platte ist positiv geladen, wenn der Schalter auf die letzte Position zeigt. Das erzeugt ein elektrisches Feld nach oben.



### 4.3.2 Der Ionisationsquelle Schalter

Der Schalter für die Ionisationsquelle verfügt auch über drei verschiedene Positionen:

1. **ionization ON**: Die Abschirmung der Ionisationsquelle ist entfernt, wodurch die Öltröpfchen ionisiert und angestrahlt werden können
2. **spray droplet position**: Diese Position wird verwendet, wenn Öltröpfchen in die Kammer eingesprüht werden. Dabei öffnet sich ein kleines Loch in der Kammer, das der Luft ermöglicht auszuströmen, während das Öl eingesprüht wird.
3. **ionization OFF**: In dieser Position wird die Ionisationsquelle vollständig abgeschirmt, sodass keine Alphateilchen in die Kammer gelangen können.

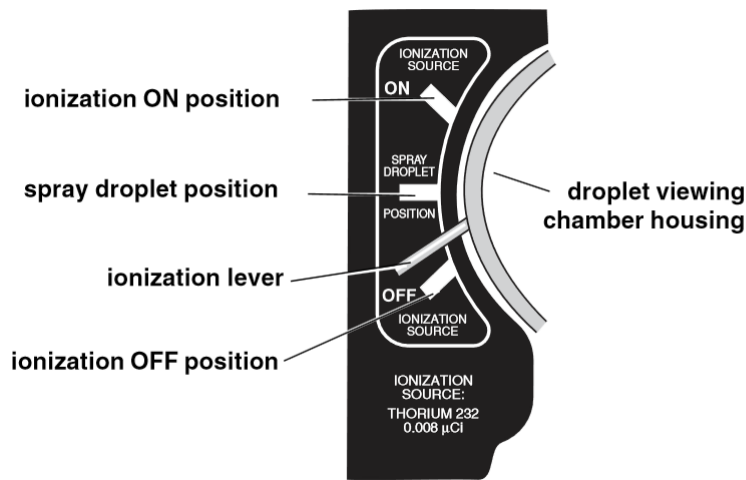


Abbildung 4.1: Schalterpositionen der Ionisationsquelle (Bishop, 2000, S. 6)

## 4.4 Messen und Einstellen der Spannung

Zunächst wird die Gleichstromquelle über die farbigen Anschlüsse mit der Plattform verbunden. Das digitale Multimeter kann an den Kontakten der Kondensatoren angeschlossen werden. Nach dem Einschalten des Multimeters wird der Modus auf Gleichstromspannung eingestellt. Sobald die Stromquelle eingeschaltet ist, sollte das Multimeter eine Spannung von etwa 500 V anzeigen. Falls dies nicht der Fall ist, muss die Spannung direkt an der Stromquelle entsprechend angepasst werden. Wichtig: Dank den in den Kondensatoren eingebauten grossen Widerständen besteht keine Gefahr eines elektrischen Schocks.

## 4.5 Temperatur in der Tröpfchenkammer

Die letzte erforderliche Einstellung, vor Beginn des Experiments, besteht darin, die Temperatur innerhalb der Tröpfchenkammer zu messen. Diese ist erforderlich, um die Viskosität

der Luft zu bestimmen. Da die Temperatur nicht direkt mit einem Thermometer gemessen werden kann, erfolgt die Bestimmung über den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Widerstand der Kondensatoren und der Temperatur. Der Widerstand wird dabei ähnlich wie die Spannung gemessen. Auf der Platte befinden sich speziell Anschlüsse, an die ein digitales Multimeter angeschlossen wird. Das Multimeter sollte auf den Messmodus für elektrischen Widerstand eingestellt werden. Der proportionale Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand kann einer Tabelle entnommen werden. Es ist unbedingt darauf zu achten, dass die Stromquelle niemals mit den Widerstandsanschlüssen verbunden wird, da dies das Experiment beschädigen könnte. Der Widerstand sollte sich im Bereich von etwa 1 bis 4 Megaohm bewegen.

THERMISTOR RESISTANCE TABLE					
°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 4.2: Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand (PASCO, 2000, S. 24)

## 4.6 Das Experimentieren

Bevor das Experiment starten kann, muss die gesamte Kammer vollständig zusammengesetzt werden. Der Tröpfchenlochschutz wird auf die Öffnung der oberen Platte montiert, um sicherzustellen, dass während des Experiments keine weiteren Tröpfchen in die Betrachtungskammer gelangen. Anschliessend werden die Spannung und die Temperatur noch einmal überprüft, um sicherzustellen, dass alle Bedingungen für den Versuch erfüllt sind. Erst danach kann mit dem Experiment fortgefahren werden.

### 4.6.1 Tröpfchen einsprühen

Der erste Schritt besteht in der Vorbereitung des Ölsprühers. Dazu wird Mineralöl, mit bekannter Dichte (z.B. das zugehörige Squibb #5597 Mineral Oil mit Dichte:  $886 \text{ kg/m}^3$ ), in den Zerstäuber gefüllt. Anschliessend wird geprüft, ob der Zerstäuber ordnungsgemäss Tröpfchen erzeugt. Dazu wird mehrmals schnell und mit leichtem Druck auf das Kissen des Zerstäubers gedrückt, bis auf einem Papier kleine Tröpfchen sichtbar werden.

Nach diesem Schritt muss der Schalter der Ionisationsquelle auf die **spray droplet** Position gestellt werden, um sicherzustellen, dass während des Einsprühens die Luft aus der Kammer entweichen kann. Da die Spitze des Zerstäubers nach unten zeigt, kann dieser nun

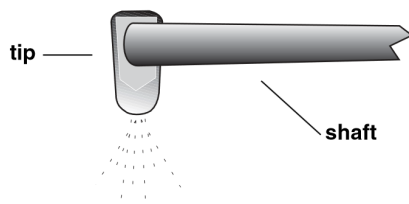


Abbildung 4.3: Korrekte Position von der Spitze zur Achse (Bishop, 2000, S. 7)

Die Spitze des Zerstäubers muss nach unten schauen. Genau  $90^\circ$  zur Achse. (siehe Abbildung 4.3)

direkt in das vorgesehene Loch auf dem Deckel des Gehäuses eingeführt werden. Nun sollte durch das Betrachtungsfernrohr geschaut werden, während gleichzeitig kräftig auf das Kissen des Zerstäubers gedrückt wird. Anschliessend werden mit schwächeren, kleineren Stössen die Tröpfchen ins Sichtfeld des Betrachters gebracht. Sobald eine Ansammlung von kleinen goldenen Punkten sichtbar wird, muss der Schalter auf die **OFF** Position zurückgesetzt werden.

Das Einsprühen der Tröpfchen kann zu Beginn eine Herausforderung darstellen und wird vermutlich nicht beim ersten Versuch erfolgreich sein. Es gibt keine festgelegte Technik für den Umgang mit dem Zerstäuber; der Experimentator muss eine eigene Methode entwickeln, um den Zerstäuber effizient zu bedienen. Dieser Vorgang kann viel Zeit in Anspruch nehmen. In dieser Arbeit stellte sich heraus, dass es am besten funktionierte, den Zerstäuber einmal kräftig zu drücken und danach kleinere, schwächere Stösse zu verabreichen.

Falls zu viele Tröpfchen im Sichtfeld sichtbar sind, empfiehlt es sich, drei bis vier Minuten zu warten, bis die meisten Tröpfchen verschwunden sind. Danach kann das Experiment in Ruhe fortgesetzt werden.

#### 4.6.2 Auswahl des richtigen Tröpfchens

Von den sichtbaren Tröpfchen sollte eines ausgewählt werden, dessen Fallgeschwindigkeit etwa zwischen 0.02 und 0.05 mm/s liegt, wenn der Schalter der Kondensatoren auf **plates grounded** gestellt ist. Die Fallgeschwindigkeit sollte so gewählt werden, dass sich das Tröpfchen mit dem Schalter vertikal bewegen lässt. Diese spezifische Beschreibung der Fallgeschwindigkeit ist schwierig genau zu messen. Ein hilfreicher Hinweis: Ein Tröpfchen, das etwa 15 Sekunden benötigt, um die Distanz von 0.5 mm zwischen zwei Hauptlinien des Gitters zu durchqueren, bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 0.03 mm/s.

Sollten immer noch zu viele Tröpfchen im Sichtfeld sichtbar sein, kann es hilfreich sein, die Kondensatoren für kurze Zeit zu laden, um die meisten Tröpfchen zu entfernen. Da nicht alle Tröpfchen eine Nettoladung aufweisen und daher nicht beeinflusst werden, kann der Ionisationsschalter für drei bis fünf Sekunden in die **ON** Position geschaltet werden, um sicherzustellen, dass sich alle Tröpfchen bewegen lassen.

Sobald ein geeignetes Tröpfchen gefunden wurde, dessen Fallgeschwindigkeit innerhalb

der gewünschten Grössenordnung liegt, kann der Fokussiererring verwendet werden, um das Tröpfchen weiter zu schärfen. Dies entlastet die Augen des Experimentators und ermöglicht eine längere Beobachtungsdauer. Der beste Fokus ist erreicht, wenn das Tröpfchen wie eine goldene Nadelspitze erscheint.

#### 4.6.3 Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit

Zur Bestimmung der Ladung eines Öltröpfchens müssen sowohl die Steiggeschwindigkeit (bei geladenen Kondensatoren) als auch die Sinkgeschwindigkeit (bei nicht geladenen Kondensatoren) gemessen werden. Die genaueste Messung erfolgt, indem die Zeit gemessen wird, die das Tröpfchen benötigt, um von der ersten grossen Linie bis zur zweiten grossen Linie zu gelangen. Diese Linien sind exakt 0.5 mm voneinander entfernt. Die Geschwindigkeit  $v$  kann dann mit der Formel  $v = \frac{s}{t}$  berechnet werden, wobei  $s$  die zurückgelegte Strecke und  $t$  die benötigte Zeit ist. Ein Beispiel: Wenn ein Tröpfchen 15 Sekunden benötigt, um die Strecke von 0.5 mm zu überwinden, ergibt sich die Geschwindigkeit zu  $v = \frac{0.5, \text{mm}}{15, \text{s}} = 0.033, \text{mm/s} = 3.3 \cdot 10^{-5}, \text{m/s}$ .

Für präzisere Ergebnisse sollte die Geschwindigkeit eines Tröpfchens etwa 5 bis 15 Mal gemessen werden.

Nach der ersten Messung kann die Ladung des Tröpfchens provisorisch geschätzt werden. Falls die gemessene Ladung mehr als das Fünffache der Elementarladung beträgt, sollte für die weiteren Messungen ein langsames Tröpfchen gewählt werden.

Anschliessend sollten neue Tröpfchen eingesprüht und die Geschwindigkeiten erneut gemessen werden, bis das Tröpfchen seine Ladung spontan ändert oder aus dem Sichtfeld verschwindet. Die Ladung eines Tröpfchens kann durch den Ionisationsschalter verändert werden. In diesem Schritt sollten die Messungen so oft wie möglich wiederholt werden, um eine möglichst präzise Bestimmung der Ladung zu erhalten. Sollte die Beobachtung durch Ermüdung beeinträchtigt werden, können alternative Messgrössen wie die Spannung, die Zähigkeit der Luft, die Dichte des Öls und der Luftdruck aufgezeichnet werden. Alle Messdaten sollten in einer Tabelle dokumentiert werden, bevor mit der Berechnung der Ladungen aus den einzelnen Messungen fortgefahren wird.

#### 4.6.4 Methode für die Berechnung der Ladung

Mit der Formel in Gleichung 2.12 kann zuerst der Radius  $a$  berechnet werden:

$$a = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p}$$

Anschliessend kann die Masse  $m$  des Tröpfchens berechnet werden, indem man die Formel

für den Radius in den Ausdruck für die Masse einsetzt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \\ &= \frac{4}{3}\pi \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \rho \end{aligned}$$

Der letzte Schritt besteht darin, die Masse  $m$  in der Gleichung 2.5 zu substituieren:

$$\begin{aligned} q &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} \\ &= \frac{4}{3}\pi \rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{(v_f + v_r)}{Ev_f} \end{aligned}$$

Wenn man nun  $E$  mit der Gleichung 2.14 ersetzt, erhält man die Ladung  $q$  eines Tröpfchens:

$$q_{\text{tröpfchen}} = \frac{4}{3}\pi \rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{d(v_f + v_r)}{V v_f}$$

# Kapitel 5

## Auswertung

### 5.1 Ausgehobene Daten

Dieses Kapitel befasst sich mit der Genauigkeit der Bestimmung der Elementarladung. Zunächst wird ein Überblick auf die im Experiment erhaltenen Daten gegeben. In Tabelle 5.3 sind die relevanten Messgrößen aufgeführt, nämlich die Steig- und Fallgeschwindigkeiten, der Radius, die Masse sowie die Ladung der Tröpfchen. Eine vollständige Übersicht der Messwerte ist im Anhang zu finden, wobei auch Messungen, die nicht ausreichend präzise waren, berücksichtigt werden. Diese wurden jedoch nicht in den Berechnungen einbezogen.

Die Daten können nun in einem Punktdiagramm visualisiert werden, wobei die Y-Achse die Ladung der Tröpfchen und die X-Achse die jeweilige Nummer der Messung darstellt. Das Diagramm wurde mit Microsoft Excel erstellt und wird im Folgenden dargestellt.

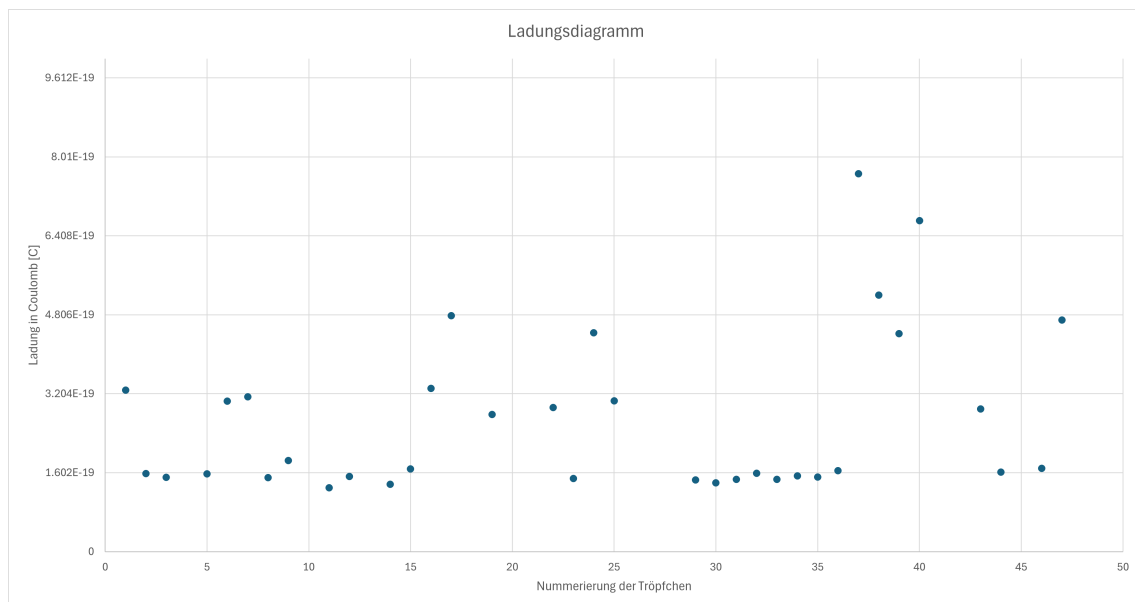


Abbildung 5.1: Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung

Die Abstände auf der Y-Achse sind nicht zufällig gewählt, sondern entsprechen exakt einer Elementarladung. Anhand dieses Diagramms kann die Anzahl der Elementarladungen

jedes einzelnen Tröpfchens abgelesen werden. Es war überraschend, wie präzise das Experiment verlief. Die Ladungen der Tröpfchen ordnen sich klar in Stufen, was während des Experimentierens nicht zu erwarten war. Weitere Details zur Genauigkeit der Messungen werden in Abschnitt 5.3 behandelt, indem eine Fehlerrechnung zur Bewertung der Resultate gemacht wird. Während des gesamten Experiments traten keine unplausiblen Werte auf, die eine deutlich zu hohe oder niedrige Ladung anzeigten. Dies war besonders überraschend, da das Experiment von einer Vielzahl unterschiedlicher Faktoren und Messgrößen abhängt.

## 5.2 Das Ergebnis

In Tabelle 5.3 kann nun eine weitere Spalte eingefügt werden, die die Anzahl der Elementarladungen  $n$  angibt. Nachdem diese hinzugefügt wurde, sieht die Tabelle für die ersten 10 Zeilen wie folgt aus:

Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung	Anzahl (n)
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$	2
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$	1
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$	1
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$	1
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$	2
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$	2
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$	1
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$	1
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$	1
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$	1
					$2.031 \cdot 10^{-18}$	13

Tabelle 5.1: Ergebnisse mit Anzahl Ladungen

Die Anzahl der Elementarladungen wird addiert, was zu einer Summe von 13 Elementarladungen führt. Anschliessend werden die Ladungen summiert, was den Wert  $2.031 \cdot 10^{-18}$  Coulomb ergibt. Das arithmetische Mittel dieser beiden Messwerten lautet dann:  $\frac{2.031 \cdot 10^{-18}}{13} = 1.56 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb}$ .

Wenn dieser Vorgang für alle Werte in der Tabelle wiederholt wird, ergibt sich eine Anzahl von 60 Elementarladungen und eine Gesamtsumme von  $9.313 \cdot 10^{-18}$  Coulomb. Das Mittel dieser Werte führt zu einem Ergebnis für die Elementarladung von:

$$\frac{9.313 \cdot 10^{-18} C}{60} = 1.552 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb} \quad (5.1)$$

### 5.3 Die Genauigkeit

Die Genauigkeit eines solchen Experimentes kann nur durch eine gründliche Fehleranalyse bewertet werden. Im Folgenden wird die Fehlerrechnung erläutert, um den Einfluss der Fehlerquellen auf das Ergebnis zu quantifizieren. Für jede relevante Grösse wird sowohl der absolute als auch der relative Fehler berechnet. Diese Fehler werden anschliessend miteinander kombiniert, um die Gesamtunsicherheit der Messergebnisse zu ermitteln.

In jedem Experiment treten Fehler auf, die entweder durch die Messinstrumente oder durch den Experimentieraufbau verursacht werden. Ein Beispiel für solche systematischen Fehler ist die mögliche Fehlkalibrierung des Multimeters oder eine ungenaue Erstellung des Fadenkreuz, bei dem die Gitternetzlinien nicht exakt 0,5 mm voneinander entfernt sind. Systematische Fehler können durch präzise Kalibrierung der Geräte und sorgfältige Vorbereitung des Experiments minimiert werden.

Zusätzlich gibt es auch die zufälligen Fehler, die durch unkontrollierbare Schwankungen während des Experiments auftreten. Beispiele hierfür sind die Reaktionszeit beim Starten der Stoppuhr, der Blickwinkel beim Beobachten der Tröpfchen oder auch Faktoren wie Temperatur- und Luftdruckschwankungen während des Experiments. Diese Fehler sind schwieriger zu eliminieren, können jedoch durch wiederholte Messungen und der Berechnung von Mittelwerten verringert werden, wodurch die zufälligen Fehler minimiert werden.

#### 5.3.1 Fehlerrechnung

Zuerst müssen für alle Messgrössen die absoluten Fehler festgelegt werden. Diese können entweder geschätzt werden oder hängen von der Genauigkeit des jeweiligen Messgeräts ab.

	Messwert	absoluter Fehler	relativer Fehler [%]
Elektrisches Feld [ $V/m$ ]	zsmg. Grösse		0.68%
Steigzeit [ $s$ ]	3.7	0.1	2.70%
Sinkzeit [ $s$ ]	32.6	0.1	0.31%
Distanz [ $m$ ]	0.0005	0.00001	2.00%
Steiggeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		4.70%
Sinkgeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		2.31%
Luftdruck [ $Pa$ ]	94000	1000	1.06%
Zähigkeit [ $Ns/m^2$ ]	0.00001818	0.00000001	0.05%
Dichte [ $kg/m^3$ ]	886	1	0.11%
Fallbeschleunigung [ $m/s^2$ ]	9.81	0 (vernachlässigbar)	0.00%
Konstante b	0.0082	0.00001	0.12%

Tabelle 5.2: Fehlertabelle Messgrössen



Zuerst wird der Fehler für den Radius berechnet:

$$\begin{aligned}
 Fehler_{Radius} &= \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \\
 &= \sqrt{\frac{0.05\% \cdot 2.31\%}{0.11\%}} - \frac{0.12\%}{1.06\%} = 1.24\% - 1.18\% \\
 &= 2.42\%
 \end{aligned}$$

Anschliessend kommt der Fehler für die Masse:

$$Fehler_{Masse} = \frac{4}{3}\pi \cdot a^3 \cdot \rho = (2.42\%)^3 \cdot 0.11\% = 7.37\%$$

Zuletzt erfolgt die Fehlerrechnung für die Ladung:

$$\begin{aligned}
 Fehler_{Ladung} &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} = \frac{7.37\% \cdot (4.70\% + 2.31\%)}{0.68\% \cdot 2.31\%} \\
 &= \frac{10.88\%}{2.99\%} = 13.87\%
 \end{aligned}$$

Dieser Fehler für den Radius kann nun im Ladungsdiagramm berücksichtigt werden. Das Diagramm sieht dann wie folgt aus.

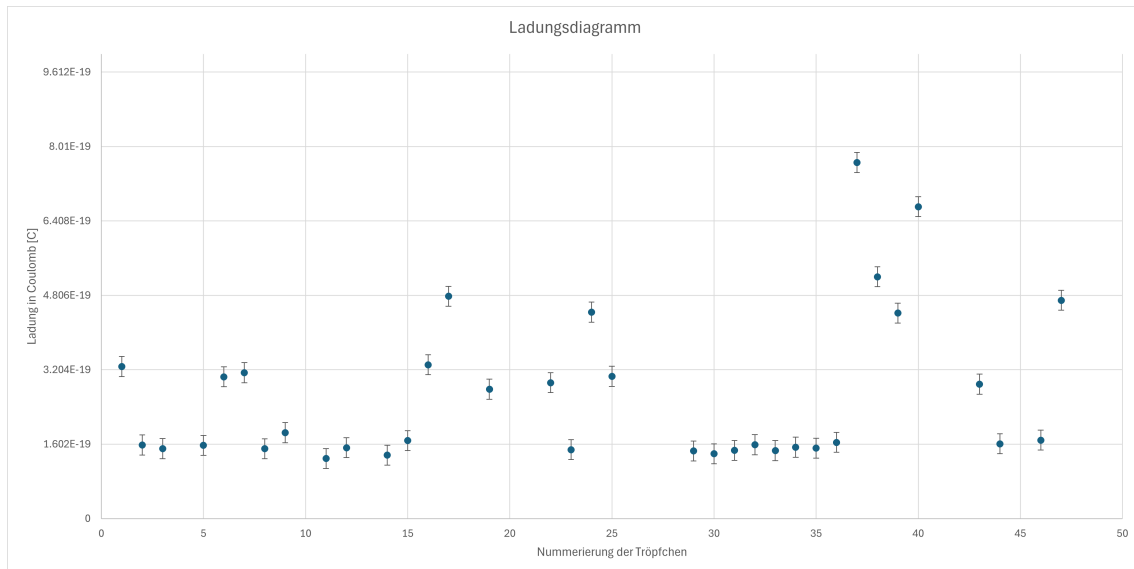


Abbildung 5.2: Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung

### 5.3.2 Schlussfolgerung des Ergebnis

Mit diesem Schritt wird das Ergebnis des Millikan-Versuchs vollständig abgeschlossen. Das Diagramm, das zusammen mit den Fehlerberechnungen erstellt wurde, zeigt deutlich, dass alle Tröpfchen einer bestimmten Ladungsstufe zugeordnet werden können. Dies war während des Experiments zunächst nicht abzusehen. Erstaunlich ist, dass trotz der

Vielzahl an Messgrößen, die jeweils mit unterschiedlichen Fehlerquellen behaftet sind, der berechnete Wert mit 19 Dezimalstellen konstant bleibt und im Bereich der theoretisch erwarteten Elementarladung liegt. Dies verdeutlicht die hohe Präzision des Experiments und die Stabilität des Ergebnisses, selbst bei der Auswertung der zahlreichen Messungen.

Der Fehler für das Messergebnis lautet wie folgt.

$$\frac{\Delta Fehler}{Messwert} = rel.Fehler = \frac{5.002 \cdot 10^{-21}}{1.552 \cdot 10^{-19}} = 3.22\%$$

Wie in dieser Rechnung gezeigt liegt der relative Fehler des Messergebnis im Rahmen des relativen Fehlers des Experiment.

Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$
11	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.15 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-07}$	$8.97 \cdot 10^{-17}$	$1.37 \cdot 10^{-19}$
12	$1.21 \cdot 10^{-04}$	$1.58 \cdot 10^{-05}$	$3.45 \cdot 10^{-07}$	$1.52 \cdot 10^{-16}$	$1.68 \cdot 10^{-19}$
13	$2.26 \cdot 10^{-04}$	$1.81 \cdot 10^{-05}$	$3.72 \cdot 10^{-07}$	$1.91 \cdot 10^{-16}$	$3.31 \cdot 10^{-19}$
14	$4.50 \cdot 10^{-04}$	$1.21 \cdot 10^{-05}$	$2.97 \cdot 10^{-07}$	$9.76 \cdot 10^{-17}$	$4.79 \cdot 10^{-19}$
15	$2.84 \cdot 10^{-04}$	$1.07 \cdot 10^{-05}$	$2.76 \cdot 10^{-07}$	$7.83 \cdot 10^{-17}$	$2.79 \cdot 10^{-19}$
16	$2.43 \cdot 10^{-04}$	$1.40 \cdot 10^{-05}$	$3.23 \cdot 10^{-07}$	$1.25 \cdot 10^{-16}$	$2.93 \cdot 10^{-19}$
17	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.28 \cdot 10^{-05}$	$3.07 \cdot 10^{-07}$	$1.07 \cdot 10^{-16}$	$1.48 \cdot 10^{-19}$
18	$3.97 \cdot 10^{-04}$	$1.30 \cdot 10^{-05}$	$3.10 \cdot 10^{-07}$	$1.11 \cdot 10^{-16}$	$4.44 \cdot 10^{-19}$
19	$2.49 \cdot 10^{-04}$	$1.45 \cdot 10^{-05}$	$3.29 \cdot 10^{-07}$	$1.32 \cdot 10^{-16}$	$3.06 \cdot 10^{-19}$
20	$3.96 \cdot 10^{-05}$	$3.36 \cdot 10^{-05}$	$5.20 \cdot 10^{-07}$	$5.22 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
21	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.47 \cdot 10^{-05}$	$3.31 \cdot 10^{-07}$	$1.35 \cdot 10^{-16}$	$1.40 \cdot 10^{-19}$
22	$5.22 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-05}$	$4.79 \cdot 10^{-07}$	$4.08 \cdot 10^{-16}$	$1.47 \cdot 10^{-19}$
23	$5.40 \cdot 10^{-05}$	$3.06 \cdot 10^{-05}$	$4.95 \cdot 10^{-07}$	$4.50 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
24	$5.82 \cdot 10^{-05}$	$2.67 \cdot 10^{-05}$	$4.59 \cdot 10^{-07}$	$3.60 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
25	$5.34 \cdot 10^{-05}$	$2.98 \cdot 10^{-05}$	$4.88 \cdot 10^{-07}$	$4.30 \cdot 10^{-16}$	$1.54 \cdot 10^{-19}$
26	$5.76 \cdot 10^{-05}$	$2.79 \cdot 10^{-05}$	$4.71 \cdot 10^{-07}$	$3.87 \cdot 10^{-16}$	$1.52 \cdot 10^{-19}$
27	$5.81 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-05}$	$4.91 \cdot 10^{-07}$	$4.38 \cdot 10^{-16}$	$1.64 \cdot 10^{-19}$
28	$5.32 \cdot 10^{-04}$	$1.89 \cdot 10^{-05}$	$3.81 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$7.67 \cdot 10^{-19}$
29	$3.55 \cdot 10^{-04}$	$1.90 \cdot 10^{-05}$	$3.82 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$5.21 \cdot 10^{-19}$
30	$3.31 \cdot 10^{-04}$	$1.65 \cdot 10^{-05}$	$3.54 \cdot 10^{-07}$	$1.64 \cdot 10^{-16}$	$4.42 \cdot 10^{-19}$
31	$4.85 \cdot 10^{-04}$	$1.78 \cdot 10^{-05}$	$3.68 \cdot 10^{-07}$	$1.85 \cdot 10^{-16}$	$6.71 \cdot 10^{-19}$
32	$2.10 \cdot 10^{-04}$	$1.66 \cdot 10^{-05}$	$3.55 \cdot 10^{-07}$	$1.66 \cdot 10^{-16}$	$2.89 \cdot 10^{-19}$
33	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.77 \cdot 10^{-05}$	$3.67 \cdot 10^{-07}$	$1.83 \cdot 10^{-16}$	$1.61 \cdot 10^{-19}$
34	$2.14 \cdot 10^{-04}$	$7.96 \cdot 10^{-06}$	$2.34 \cdot 10^{-07}$	$4.75 \cdot 10^{-17}$	$1.69 \cdot 10^{-19}$
35	$6.02 \cdot 10^{-04}$	$8.06 \cdot 10^{-06}$	$2.36 \cdot 10^{-07}$	$4.85 \cdot 10^{-17}$	$4.70 \cdot 10^{-19}$

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Berechnung

# Kapitel 6

## Fazit

Die ursprüngliche Frage dieser Arbeit lautete, wie genau wird das Ergebnis einer Elementarladung ausfällt, wenn das Experiment, das vor über hundert Jahren entwickelt wurde, heute wiederholt wird. Die Antwort darauf ist, verblüffend genau. Mithilfe eines Experimentierkastens wurde dieses Experiment durchgeführt und zunächst war das Ergebnis ernüchternd. Es gab vieles zu beachten, wobei die sorgfältige Berechnung der Ladung am schwierigsten war. Die Berechnung hängt von 12 verschiedenen Größen ab, die alle unterschiedliche Einheiten und verschiedene Größenordnungen besitzen. Wenn hier nicht konzentriert gearbeitet wurde, war das Endergebnis am fehlerhaft. Eine weitere Herausforderung war das Messen. Wo genau befanden sich die 0.5mm Linien? War genug Spannung vorhanden? Wurde die Luftviskosität korrekt abgelesen? All diese Faktoren erschwerten zu Beginn das Erreichen eines brauchbaren Resultates. Mit der Zeit konnten jedoch diese Schwierigkeiten überwunden werden und schliesslich wurden Ergebnisse erzielt, die in der Größenordnung von  $10^{-19}$  lagen. Die Zuversicht wuchs und man es war erstaunlich, das Endergebnis in den Händen zu halten.

### 6.1 Methoden

Dieses Experiment erfordert viel Geduld und Präzision. Das grösste Problem lag an den Berechnungen. Eine komplexe Formel und gleichzeitig etwa 40 verschiedene Messungen, die verarbeitet werden mussten. Wie kann dieser Prozess vereinfacht und währenddessen Zeit effizienter genutzt werden? Die Antwort darauf liegt in der Programmierung. Für Berechnungen der Ergebnisse wurde Python verwendet. Mit dem Pandas-Modul konnten Daten aus Excel-Tabellen gelesen, verarbeitet und wieder zurückgeschrieben werden (Inc, 2024, vgl.). Da diese Arbeit in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X geschrieben wurde, mussten alle Grafiken von .png in .pdf Format konvertiert werden. Auch diesen Schritt übernahm ein Python-Skript. Im Allgemeinen konnte ich durch diese Arbeit meine Programmierkenntnisse vertiefen. Das Arbeiten mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X war anfangs herausfordernd, aber es hat sich gelohnt, da es das Schreiben von Formeln vereinfacht hat und das Formatieren einer wissenschaftlichen Arbeit ebenfalls.

## 6.2 Resümee

Diese Arbeit hat gezeigt, wie es ist ein fortgeschritteneres Experiment im Fach Physik durchzuführen. Man hat gelernt, wie Messreihen aufgestellt werden, wie ein Experiment sorgfältig geplant werden muss und dass man nicht aufgeben sollte, wenn das gewünschte Ergebnis nicht sofort eintritt. Das Experiment wird nicht beim ersten Versuch gelingen. Es erfordert Übung, Wissen und Planung, andernfalls wird es nicht gelingen. Eine weitere wichtige Erkenntnis war, dass es nicht schadet sich Unterstützung zu holen bei Fachpersonen und Mitschüler:innen. Das Experimentieren gelang erst als ein Assistenten hinzugezogen wurde.

Die vorliegende Arbeit hat zudem gezeigt, dass eine sorgfältige Arbeitsweise sich auszahlen kann und dass die Inanspruchnahme externer Hilfe bei Schwierigkeiten zu einem erfolgreichen Ergebnis führen kann.

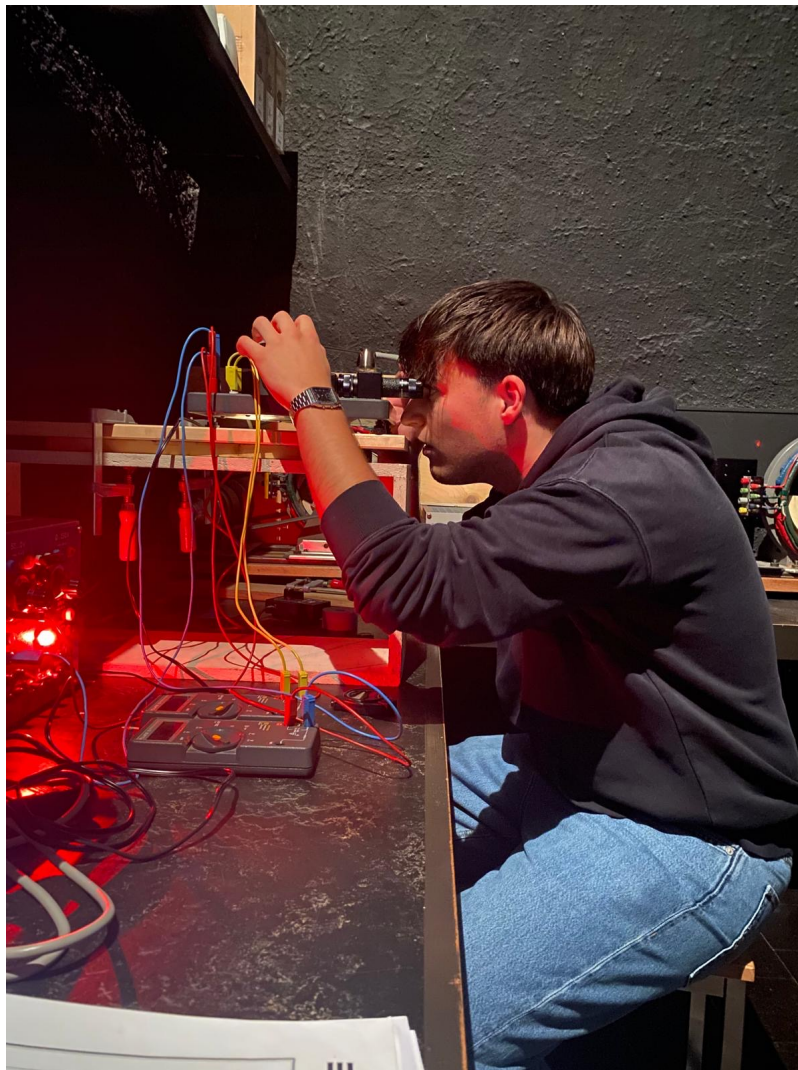


Abbildung 6.1: Bild während dem Experimentieren

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Öltröpfchen im Freien Fall (Bishop, 2000, S. 1) . . . . .	7
2.2	Öltröpfchen im elektrischen Feld (Bishop, 2000, S. 1) . . . . .	8
3.1	Komponenten der Plattform (Bishop, 2000, S. 3) . . . . .	13
3.2	Komponenten der Betrachtungskammer (Bishop, 2000, S. 4) . . . . .	13
4.1	Schalterpositionen der Ionisationsquelle (Bishop, 2000, S. 6) . . . . .	16
4.2	Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand (PASCO, 2000, S. 24) . . . . .	17
4.3	Korrekte Position von der Spitze zur Achse (Bishop, 2000, S. 7) . . . . .	18
5.1	Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung . . . . .	21
5.2	Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung . . . . .	24
6.1	Bild während dem Experimentieren . . . . .	28

# Literatur

- Bishop, S. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus Instruction Manual* (AP-8210). PASCO scientific.
- Commons, W. (2022). File:Millikan-experiment-floating-simple.svg — Wikimedia Commons, the free media repository [Abgerufen am 08. Januar 2025, Lizenz: CC-BY-SA 4.0]. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Millikan-experiment-floating-simple.svg&oldid=698327612>
- DMK, D. (2021). *Fundamentum Mathematik und Physik: Formeln, Begriffe, Tabellen für die Sekundarstufen I und II*. Orell Fuessli.
- Inc, N. (2024). User guide [Abgerufen am 03. Januar 2025]. [https://pandas.pydata.org/docs/user\\_guide/index.html](https://pandas.pydata.org/docs/user_guide/index.html)
- PASCO. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus Instruction Manual* (AP-8210A). PASCO scientific.
- Wikipedia. (2024). Robert Andrews Millikan — Wikipedia, die freie Enzyklopädie [Abgerufen am 13. Oktober 2024]. [https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert\\_Andrews\\_Millikan&oldid=249265456](https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert_Andrews_Millikan&oldid=249265456)
- Wikipedia contributors. (2024). Quark — Wikipedia, The Free Encyclopedia [Abgerufen am 08. Januar 2025]. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quark&oldid=1263773841>

# Eigenständigkeitserklärung

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, dass ich meine Maturaarbeit selbständig verfasst und in schriftliche Form gebracht habe, dass sich die Mitwirkung anderer Personen auf Beratung und Korrekturlesen beschränkt hat und dass alle verwendeten Unterlagen und Gewährspersonen aufgeführt sind. Mir ist bekannt, dass eine Maturaarbeit, die nachweislich ein Plagiat gemäss Art. 1quater des Maturitätsprüfungsreglements des Gymnasiums (s. auch Maturaarbeitsbroschüre) darstellt, als schwerer Verstoss gewertet wird.

Datum und Unterschrift: \_\_\_\_\_