



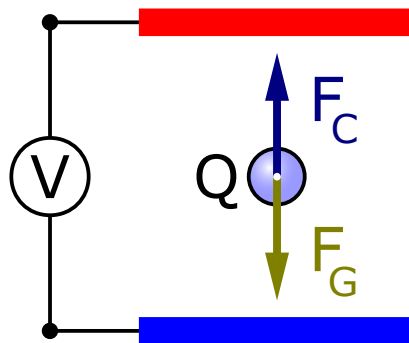
KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

KANTONSSCHULE AM BURGGGRABEN

MATURAARBEIT

# Die experimentelle Bestimmung der Elementarladung

Vorgelegt durch:  
Samuel Egli



Vorgelegt bei:  
DR. RHEINHARD GROSS

8. Januar 2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
1.1	Einleitung . . . . .	3
1.2	Biographie von Millikan . . . . .	3
1.3	Relevanz der Elementarladung Heute . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Elementarladung . . . . .	5
2.1.1	Definition . . . . .	5
2.1.2	Eigenschaften . . . . .	5
2.2	Historische Methoden . . . . .	6
2.2.1	Thomsonsche Methode . . . . .	6
2.2.2	Elektrolyse . . . . .	7
2.3	Theorie des Versuchs . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>11</b>
3.1	Versuchsanordnung . . . . .	11
3.2	Material . . . . .	11
3.2.1	Plattform . . . . .	12
3.2.2	Betrachtungskammer . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>14</b>
4.1	Vorbereitung . . . . .	14
4.1.1	Auswahl der Umgebung und Höhe . . . . .	14
4.1.2	Kondensatorenabstand messen . . . . .	14
4.2	Das optische System ausrichten . . . . .	15
4.2.1	Das Betrachtungsfernrohr fokussieren . . . . .	15
4.2.2	Die Halogenlampe einstellen . . . . .	15
4.3	Funktionen der Steuerung . . . . .	15
4.3.1	Kondensatorenspannung Schalter . . . . .	15
4.3.2	Der Ionisationsquelle Schalter . . . . .	15
4.4	Messen und Einstellen der Spannung . . . . .	16
4.5	Temperatur in der Tröpfchenkammer . . . . .	16
4.6	Das Experimentieren . . . . .	17
4.6.1	Tröpfchen Einsprühen . . . . .	17
4.6.2	Auswahl des richtigen Tröpfchen . . . . .	18
4.6.3	Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit . . . . .	19
4.6.4	Methode für die Berechnung der Ladung . . . . .	19

<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>21</b>
5.1	Ausgehobene Daten . . . . .	21
5.2	Das Ergebnis . . . . .	22
5.3	Die Genauigkeit . . . . .	23
5.3.1	Fehlerrechnung . . . . .	23
5.3.2	Schlussfolgerung des Ergebnis . . . . .	24
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>26</b>
6.1	Methoden . . . . .	26
6.2	Resümee . . . . .	27

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Einleitung

Warum wird ein Draht heiss wenn Strom durchfliesst? Aus dem gleichen Grund können wir unser Handy aufladen. Die Elektronen sind das, was wir heute unter Strom verstehen. Stellen Sie sich vor, Sie untersuchen die kleinsten geladenen Teilchen, die man bisher kennt. Sie erhalten sehr genaue Messwerte und glauben, die Natur der Elementarladung erforscht zu haben. Sie veröffentlichen Ihre Arbeit, aber eifersüchtige Konkurrenten versuchen Sie niederzumachen, indem sie behaupten, Sie hätten Messwerte ausgeschlossen, die nicht stimmten. Sie versuchen, diesen Konkurrenten zu beweisen, dass das, was Sie erforscht haben, wahr ist. Es vergeht eine lange Zeit, in der Sie sich beweisen müssen, bis Sie etwa 13 Jahre später mit Ihrer Entdeckung der Elementarladung den Nobelpreis für Physik gewinnen. Sie haben genau das durchgemacht, was Robert Andrews MILLIKAN in den Jahren des Ersten Weltkrieges durchgemacht hat.

Diese Arbeit soll zeigen, wie man zu Beginn des 20. Jahrhunderts auf ein solches Experiment gekommen ist, wie man vor mehr als hundert Jahren so genaue Messwerte erhalten hat und wie genau solche Messungen sind, wenn man das Experiment heute wiederholt.

### 1.2 Biographie von Millikan

Robert Andrews MILLIKAN wurde 1868 in Amerika geboren. Im Alter von 18 Jahren begann er am Oberlin College (Ohio) zu studieren. Zunächst studierte er Mathematik und Griechisch, später belegte er einen Kurs in Physik und legte sein Examen als Physiklehrer ab. Etwa 10 Jahre später promovierte er an der Columbia University. Nach seiner Promotion ging er für ein Jahr nach Deutschland, um seine Kenntnisse bei Max PLANCK und Walther NERNST zu vertiefen. Danach kehrte er in die USA zurück, wo er 10 Jahre als Professor an der University of Chicago arbeitete.

1909 begann er, die Natur der Elementarladung zu erforschen. Anfangs benutzte er die *Tröpfchenmethode*, die mit Wasser durchgeführt wurde. Später benutzte er die *Öltröpf-*

*chenmethode*, die für die Bestimmung der Elementarladung besser geeignet war, da sich Öltröpfchen im Vergleich zu Wassertropfen als stabiler erwiesen. Mit dieser Methode gelang es ihm, die Einheit der kleinsten elektrischen Ladung zu bestimmen, die er mit  $e$  bezeichnete. Ein Jahr später veröffentlichte er seine Arbeit mit mehr als 38 Messungen. Sie stieß bei anderen Forschern auf großes Interesse, aber auch auf heftige Kritik. Um die Kritik zu entkräften, veröffentlichte er drei Jahre später eine weitere Arbeit über die experimentelle Bestimmung der Elementarladung, doch auch diese Ergebnisse wurden angezweifelt. In den Jahren vor dem Ersten Weltkrieg erhielt er 3-4 Auszeichnungen, darunter den Comstock-Preis für Physik.

Millikan untersuchte nicht nur die Natur der Elementarladung, sondern wollte auch die Lichtquantenhypothese von Albert EINSTEIN experimentell überprüfen, da er Einsteins Interpretation skeptisch gegenüberstand. Es gelang ihm jedoch, die Richtigkeit von Einsteins Gleichungen zu beweisen.

Als Millikan 1918 sein Buch "Das Elektron" veröffentlichte, behauptete er, seine Messungen der Elementarladung seien genauer als die seiner Konkurrenten, da die Werte nur wenig streuten. Diese Arbeit begründete seinen späteren Ruhm und die Verleihung des Nobelpreises im Jahr 1923.

In der Zwischenkriegszeit setzte er seine Forschungen fort, bis er 1946 in den Ruhestand trat. Er schrieb zahlreiche Bücher über Natur und Religion sowie verschiedene Lehrbücher. (vgl. Wikipedia, 2024, Millikan)

## 1.3 Relevanz der Elementarladung Heute

In welchen Bereichen des täglichen Lebens benötigen wir heute Elementarladungen? Die wohl bekannteste Technik, bei der wir reine Elementarladungen (Elektronen) benötigen, ist die Röntgentechnik in der Medizin. Ein Röntgengerät ist nichts anderes als ein Teilchenbeschleuniger, der Elektronen auf den bzw. durch den Körper schiesst. Ein anderes Beispiel aus der Medizin ist das Bestrahlungsgerät in der Krebstherapie. Hier werden keine Elektronen, sondern Protonen mit genau der gleichen Ladung,  $1.602176634 \cdot 10^{-19} C$  (DMK, 2021, S. 123), aber positiv statt negativ, beschleunigt und auf den Körper geschossen.

Ohne das Wissen, dass es keine Ladung gibt, die kleiner als die Elementarladung ist, würde heute keines unserer elektronischen Geräte, insbesondere keine elektronischen Rechner, funktionieren. Denn jedes Bit in unseren Chips basiert darauf, ob ein Elektron fehlt oder nicht.

Um die Masse eines Elektrons zu bestimmen, benötigt man auch die Elementarladung  $e$ . Mit Hilfe eines Magneten wird ein Elektron auf eine Kreisbahn geschickt. Dabei wirkt auf das Elektron eine magnetische Kraft (Lorenzkraft), die es auf eine Kreisbahn schickt. Um eine Kreisbewegung zu erzielen, braucht es eine Zentripetalkraft, die von der Lorenzkraft aufgebraucht wird. Formal ausgedrückt bedeutet das:  $F_L = F_Z$ , wobei  $F_L = e \cdot v \cdot B$ . Dabei steht  $e$  für die Elementarladung

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Elementarladung

#### 2.1.1 Definition

Die Elementarladung wird physikalisch definiert als,

$$q = n \cdot e \Leftrightarrow e = \frac{q}{n} \quad | \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

Diese Definition bedeutet nichts anderes, als dass alle möglichen Ladungen ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  sind. Diese Erkenntnis stammt aus dem Millikan-Experiment, das zeigt, dass die Ladungen von Körpern nicht kontinuierlich verteilt sind, sondern nur in Stufen auftreten.

Die Elementarladung hat die Einheit Coulomb C. Sie ist das Einheitssymbol für die physikalische Größe der Ladung  $[Q]$ . Manchmal wird statt Coulomb auch die alternative Schreibweise Amperesekunde verwendet. Das sollte aber nicht verwirren, denn die Einheit Coulomb setzt sich aus dem Ampere  $[I]$  und der Zeit  $[t]$  zusammen. Formal ausgedrückt bedeutet dies:  $I \cdot t = Q$ .

#### 2.1.2 Eigenschaften

Wie in Abschnitt 2.1 hergeleitet, ist die Elementarladung die kleinste mögliche Ladungseinheit in der Natur. Es wird jedoch kontrovers, wenn man feststellt, dass auch Bruchteile der Elementarladung, genauer gesagt Drittel der Elementarladung, existieren können. Ein Proton, dessen Ladung  $+e$  beträgt, besteht aus drei fundamentalen Elementarteilchen, den sogenannten Quarks. Quarks sind die derzeit kleinsten bekannten Bestandteile der Materie und bilden die fundamentalen Bausteine von Protonen und Neutronen.

Es gibt sechs verschiedene Quarktypen (Flavors), doch in diesem Kontext beschränken wir uns auf die Up- und Down-Quarks. Ein Proton setzt sich aus zwei Up-Quarks und einem Down-Quark zusammen. In Tabelle 2.1 sind die Ladungen der verschiedenen Quarktypen aufgeführt. Addiert man die Ladungen der Quarks, aus denen das Proton besteht, ergibt sich die Gesamtladung  $+e$ , die der Elementarladung entspricht.

$$2 \cdot \left(\frac{2}{3}e\right) + 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}e\right) = \frac{4}{3}e - \frac{1}{3}e = 1e \quad (2.2)$$

Wie in Gleichung 2.2 gezeigt, kann die Elementarladung auch aus Bruchteilen ihrer selbst bestehen. Warum wurde jedoch die Ladung eines Elektrons oder Protons als Elementarladung definiert? Diese Frage lässt sich leicht beantworten, wenn man das Verhalten von Quarks betrachtet.

Quarks treten in der Natur niemals isoliert auf, sondern immer in sogenannten Hadronen, die durch die starke Wechselwirkung zusammengehalten werden. Einfach ausgedrückt, Quarks existieren immer in Kombinationen, beispielsweise als Paare in Mesonen oder als Triplets in Protonen und Neutronen. Diese gebundenen Zustände führen dazu, dass die effektive Ladung der beobachtbaren Teilchen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung ist. Daher wird die Ladung eines Protons oder eines Elektrons als fundamentale Einheit, die Elementarladung, definiert. Man kennt die Verhaltensweise von Quarks. Quarks kommen nie einzeln in der Natur vor, sondern nur in sogenannten Quark-Gluon-Plasmen. Einfach ausgedrückt nur als Pärchen in einem Proton oder Neutron.

<i>Quark Tabelle</i>	
Art	Ladung
Up u	$+\frac{2}{3}e$
Down d	$-\frac{1}{3}e$

Tabelle 2.1: Up-Down-Quark Ladungen

## 2.2 Historische Methoden zur Bestimmung der Elementarladung

### 2.2.1 Thomsonsche Methode

In dieser Arbeit steht der Millikan-Versuch zur Bestimmung der Elementarladung im Fokus. Dennoch sind auch andere Methoden erwähnenswert, wie beispielsweise das Experiment von Joseph John THOMSON.

Thomsons Experiment untersuchte die Ablenkung eines Elektronenstrahls durch ein magnetisches Feld. Beim Durchqueren des Magnetfelds wird der Strahl aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. Thomson konnte durch die gezielte Variation der Stärke des Magnetfelds das Verhältnis von Ladung zu Masse ( $\frac{e}{m}$ ) der Elektronen bestimmen.

Die direkte Bestimmung der Elementarladung war mit diesem Experiment jedoch nicht möglich. Erst später, als die Masse des Elektrons unabhängig ermittelt wurde, konnte über das von Thomson bestimmte Verhältnis indirekt auf die Ladung des Elektrons geschlossen werden.

### 2.2.2 Elektrolyse

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Elementarladung basiert auf der Elektrolyse. Bei der Elektrolyse wird eine elektrische Spannung angelegt, um chemische Reaktionen, wie die Zersetzung von Molekülen, in einer ionischen Lösung zu erzwingen. Durch die Messung der angelegten Spannung und der Anzahl der Ionen, die sich während des Prozesses bewegen, lässt sich die Elementarladung indirekt ermitteln.

Beide dieser Methoden – die Elektrolyse und das Thomsonsche Experiment – ermöglichen eine indirekte Bestimmung der Elementarladung. Sie sind in diesem Kontext durchaus erwähnenswert. Allerdings erlaubt der Millikan-Versuch eine wesentlich direktere Messung der Ladung kleinster Teilchen, was ihn besonders hervorhebt.

## 2.3 Theorie des Versuchs

Da die anderen Methoden nur kurz behandelt wurden, wird der Millikan-Versuch nun detaillierter erklärt, zumindest in Bezug auf die zugrunde liegende Theorie.

Der Millikan-Versuch beginnt mit der Beobachtung eines Öltröpfchens im freien Fall. In Abbildung 2.1 ist dieses Szenario schematisch dargestellt. Dabei wird die Bewegung des Tröpfchens durch die Gravitationskraft und die entgegengesetzt wirkende Reibungskraft bestimmt.



Abbildung 2.1: Öltröpfchen im Freien Fall (Bishop, 2000, S. 1)

In Abbildung 2.1 sind die Kräfte dargestellt, die auf ein Öltröpfchen im freien Fall wirken. Nach unten wirkt die Gewichtskraft, die proportional zur Masse des Tröpfchens ( $m$ ) und dem Ortsfaktor ( $g$ ) ist. Das Tröpfchen fällt durch die Luft und erreicht nach wenigen Millisekunden seine Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ).

Die nach oben gerichtete Kraft ist die Reibungskraft der Luft, die von der Endgeschwindigkeit ( $v_f$ ) sowie dem Reibungskoeffizienten ( $k$ ) abhängt, welcher die Wechselwirkung zwischen der Luft und der Oberfläche des Tröpfchens beschreibt.

Im Zustand des Kräftegleichgewichts sind die beiden Kräfte – die Gewichtskraft und die Reibungskraft – exakt gleich groß, wodurch das Tröpfchen mit konstanter Endgeschwindigkeit fällt.

$$mg = kv_f \quad (2.3)$$



Nun wird das Öltröpfchen in ein elektrisches Feld gesetzt. Mit den eingezeichneten Kräftevektoren sieht dies wie folgt aus:

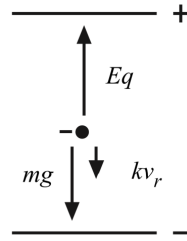


Abbildung 2.2: Öltröpfchen im elektrischen Feld (Bishop, 2000, S. 1)

Die elektrische Kraft, die in Abbildung 2.2 nach oben zeigt, ist abhängig von der elektrischen Feldstärke  $E$  und der Ladung  $q$  des Tröpfchens. Da die elektrische Kraft nun größer als die Gewichtskraft ist, steigt das Tröpfchen. Wie oben im freien Fall behandelt, wirkt auch hier eine Reibungskraft der Luft, die entgegengesetzt der Bewegungsrichtung verläuft. Dieses Mal ist sie jedoch nicht von der Fallgeschwindigkeit abhängig, sondern von der Steiggeschwindigkeit  $v_r$  (*rise* auf Englisch: steigen) und, wie oben, vom Reibungskoeffizienten der Luft  $k$ .

Wenn man nun diese Vektoren algebraisch addiert, ergibt sich folgende Gleichung:

$$Eq = mg \cdot kv_r \quad (2.4)$$

Nun kann man nach  $q$  umstellen und den Reibungskoeffizienten  $k$  mithilfe von Gleichung 2.3 eliminieren.

$$q = \frac{mg \cdot (v_f + v_r)}{Ev_f} \quad (2.5)$$

Die Masse eines Öltröpfchens zu bestimmen, ist in diesem Fall nahezu unmöglich. Aus diesem Grund versucht man, über die Dichte des Öls  $\rho$  und das Volumen der Ölkugel auf die Masse zu schließen. Der Zusammenhang zwischen Dichte und Masse lautet:  $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$ . Das Volumen kann nun mithilfe des Radius  $a$  berechnet werden. Setzt man nun alles zusammen, kommt man auf folgende Formel für die Masse eines Öltröpfchens.

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g \quad (2.6)$$

Jetzt kann dieses  $m$  mit dem  $m$  in Gleichung 2.5 substituiert werden.

$$q = \frac{4\pi a^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.7)$$

Das neue Problem ist nun der Radius  $a$ . Die Tröpfchen sind zu klein, um den Radius direkt zu messen. Die Lösung des Problems findet sich im stokkschen Reibungsgesetz ( $F_f = 6\pi\eta a v_f$ ), das den Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Reibungs-

kraft der Luft beschreibt. Diese Formel beschreibt, wie sich ein kugelförmiges Objekt in einem viskosen Medium verhält. Das Gesetz hängt von der Viskosität der Luft  $\eta$  und der Fallgeschwindigkeit  $v_f$  ab. Dieser Ausdruck kann mit dem rechten Ausdruck der Gleichung 2.6 gleichgesetzt werden. Wird nach  $a$  aufgelöst, erhält man:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \quad (2.8)$$

Das stokksche Reibungsgesetz ist leider inkorrekt, wenn die Fallgeschwindigkeit weniger als 0,1 cm/s beträgt. Da im Experiment Fallgeschwindigkeiten zwischen 0,01 und 0,001 cm/s (zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-6}$  m/s) gemessen werden, muss das Reibungsgesetz mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden. Die effektive Viskosität ergibt sich aus:

$$\eta_{eff} = \eta \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \quad (2.9)$$

$b$  ist dabei eine Konstante und  $p$  ist der atmosphärische Druck in Pascal.

Nun wird  $\eta_{eff}$  in Gleichung 2.9 für  $\eta$  in Gleichung 2.8 substituiert.

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \quad (2.10)$$

Gleichung 2.9 enthält den Radius  $a$ . Das Problem besteht darin, dass ein Term für  $a$  gefunden wurde, der wiederum  $a$  enthält. Der Ausdruck für  $a$  in Gleichung 2.10 kann in eine quadratische Gleichung umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right)} \\ a^2 &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \left( \frac{1}{1 + \frac{b}{pa}} \right) \\ a^2 + \frac{b}{p}a &= \frac{9\eta v_f}{2\rho g} \\ a^2 + \frac{b}{p}a - \frac{9\eta v_f}{2\rho g} &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jetzt wird Gleichung 2.11 nach  $a$  aufgelöst:

$$a = \sqrt{\left( \frac{b}{2p} \right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \quad (2.12)$$

Es ist zu beachten, dass, im Gegensatz zu Gleichung 2.10, jetzt kein  $a$  mehr im Ausdruck vorkommt. Nun wird der komplette Term für  $a$  in Gleichung 2.7 ersetzt.

$$q = \frac{4\pi \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \rho g (v_f + v_r)}{3(Ev_f)} \quad (2.13)$$

Die elektrische Feldstärke  $E$  kann auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$E = \frac{V}{d} \quad (2.14)$$

Wenn jetzt  $E$  aus Gleichung 2.13 mit  $E$  aus Gleichung 2.14 ersetzt wird und die gesamte Gleichung weiter umgeformt wird, resultiert daraus:

$$q = \frac{4\pi}{3} \cdot \left[ \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right]^3 \cdot \frac{\rho g d (v_f + v_r)}{V v_f} \quad (2.15)$$

Die Quelle für all diese Berechnungen basieren auf (PASCO, 2000, S. 1/2/9)

## Kapitel 3

# Experimenteller Aufbau

### 3.1 Versuchsanordnung

Wie bereits in Abschnitt 2.3 erläutert, basiert das Millikan-Experiment auf dem Kräftegleichgewicht zwischen der Gewichtskraft und der elektrischen Kraft. Zu Beginn wird ein dunkler Raum benötigt, wobei eine Dunkelkammer, in der keinerlei äußeres Licht eindringen kann, ideal ist. Das einzige Licht, das während des Experiments verwendet wird, stammt aus einem Mikroskop, das am Experimentapparat angebracht ist.

Während des Versuchs werden sehr kleine Öltröpfchen mithilfe eines Zerstäubers in eine Kammer eingebracht. Die Fallgeschwindigkeit der Tröpfchen wird anschließend durch Beobachtung mit dem Mikroskop und anhand des Lichts gemessen.

Die Kammerwände, sowohl der Boden als auch die Decke, bestehen aus elektrisch geladenen Kapazitäten, was es ermöglicht, ein elektrisches Feld zu erzeugen. Über einen Schalter kann die Richtung des elektrischen Feldes verändert werden. Diese Funktion wird insbesondere bei der zweiten Messung benötigt, bei der die Kapazitäten aktiviert werden, sodass das elektrische Feld nach oben gerichtet ist (Decke + Boden -). Wenn die Öltröpfchen negativ geladen sind, können sie die Gravitationskraft überwinden und steigen nach oben. Die Geschwindigkeit, die die Tröpfchen benötigen, um von einer Gitterlinie zur nächsten zu gelangen, wird dabei erneut gemessen. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis das Tröpfchen nicht mehr sichtbar ist. Eine detaillierte Schritt-für-Schritt-Anleitung wird in Abschnitt 4.6 bereitgestellt.

### 3.2 Material

In dieser Arbeit wurde das *Model AP-8210 von PASCO scientific* mit der Halogenlampe verwendet.

**Material, das dabei ist:**

- Apparat Plattform und Kondensator Ladungsschalter (Eine genauere Beschreibung der Plattform in Unterabschnitt 3.2.1)

- 12 Volt DC Transformator für die Halogen Lampe
- nicht flüchtiges Öl
- Ölsprüher

### 3.2.1 Plattform

Da das Experiment bereits vollständig aufgebaut ist, werden im Folgenden alle Komponenten aufgezählt, die sich auf der Plattform befinden.

#### **Komponenten Plattform:**

- Tröpfchenbetrachtungskammer (Wird im nächsten Unterabschnitt 3.2.2)
- Betrachtungsfernrohr (30X, Hellfeld, aufrechtes Bild) mit Fadenkreuz (Linienabstand: 0,5 mm große Teilung, 0,1 mm kleine Teilung), Fadenkreuz-Fokussiering und Tropfenfokussiering
- Halogen Lampe (12 V, 5 W)
- Fokussierdraht
- Kondensatorenspannungs Anschlüsse
- Thermistor Anschlüsse (sind an den unteren Kondensator eingebaut)
- Thermistor Tabelle (Widerstand-Temperatur)
- Ionisationsquellen Schalter (3 verschiedene Positionen: Ionisation AN, Ionisation AUS, Sprüh Position)
- Wasserwaage
- Kondensator Ladungsschalter (mit einem Meter Kabel, um Vibrationen aus dem Weg zu gehen)

### 3.2.2 Betrachtungskammer

Die Betrachtungskammer ist zerlegbar. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden aufgelistet.

#### **Einzelteile der Betrachtungskammer:**

- Deckel
- Gehäuse
- Tröpfchenlochabdeckung
- obere Kondensatorplatte

- Abstandshalter aus Plastik (ungefähr 7.6mm dick)
- untere Kondensatorplatte
  - Thorium-232 Alphateilchenquelle
  - elektronische Verbindung zur oberen Platte
- konvexe Linse

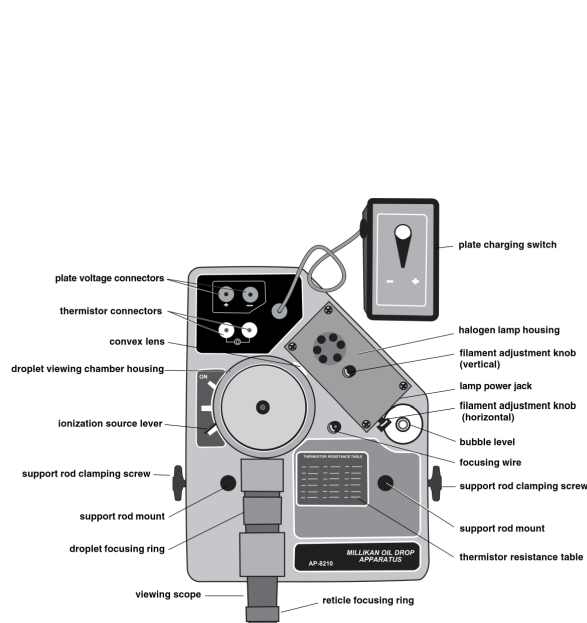


Abbildung 3.1: Komponenten der Plattform (Bishop, 2000, S. 3)

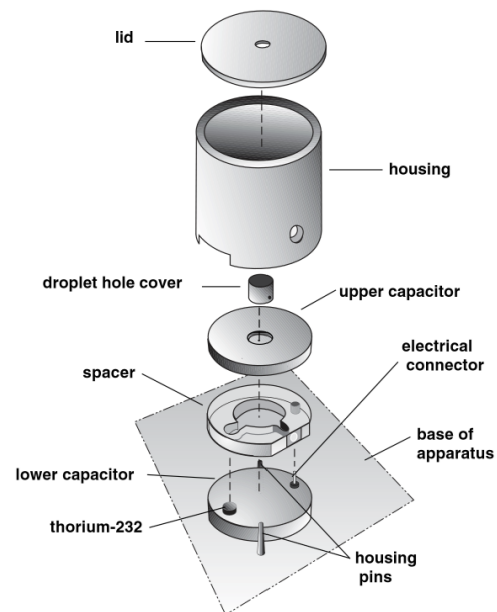


Abbildung 3.2: Komponenten der Betrachtungskammer (Bishop, 2000, S. 4)

Das gesamte Material ist in einem Experimentierkasten enthalten. Dieses Experiment wurde von der Kantonsschule am Burggraben für die Durchführung dieser Arbeit zur Verfügung gestellt.

# Kapitel 4

## Durchführung

### 4.1 Vorbereitung

#### 4.1.1 Auswahl der Umgebung und Höhe

Für die Durchführung des Experiments müssen verschiedene Vorbereitungen getroffen werden. Zunächst ist der geeignete Ort auszuwählen. Um das Experiment möglichst präzise und unter optimalen Bedingungen durchzuführen, sollte es in einem möglichst dunklen Raum stattfinden. Für diese Arbeit wurde die Dunkelkammer (Zimmer G10) der Kantonschule am Burggraben bereitgestellt.

Ein weiterer wichtiger Punkt der Vorbereitung betrifft den Untergrund, auf dem das Experiment aufgebaut wird. Im Experimentierkasten sind Verlängerungsstäbe enthalten, die das Experimentieren angenehmer gestalten sollen. Ein Problem dieser Stäbe ist jedoch, dass sie nicht besonders stabil sind, was die Präzision des Experiments beeinträchtigen könnte. Daher wurde in dieser Arbeit die Plattform auf einen Holzklotz gestellt, um das Experiment auf Augenhöhe bei gestrecktem Rücken durchführen zu können. Es ist wichtig, dass die Plattform eben steht, was mit der Wasserwaage auf der Plattform überprüft werden kann. Sollte die Plattform schräg sein, können die verstellbaren Füße genutzt werden, um sie auszubalancieren. Mit diesem Holzklotz wurde der Plattform ein stabiler Untergrund geboten, wodurch das Experiment für die Feinjustierung des optischen Systems vorbereitet war.

#### 4.1.2 Kondensatorenabstand messen

Der nächste Schritt in der Vorbereitung besteht im Messen des Abstands zwischen den beiden Kondensatoren. Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, dass die Spannung während dieses Vorgangs abgeschaltet wird. Zunächst wird das Gehäuse der Betrachtungskammer entfernt. Anschließend wird die obere Platte vorsichtig abgenommen, gefolgt von der Kunststoffplatte darunter.

Im Experimentierkasten befindet sich eine Schieblehre, die zur Messung der Dicke der Kunststoffplatte verwendet wird. Es ist wichtig, dass die Messung am inneren Rand der

Platte erfolgt und nicht am äußeren, da der äußere Rand eine leicht größere Dicke aufweist. Der gemessene Wert kann dann direkt abgelesen und dokumentiert werden.

## 4.2 Das optische System ausrichten

### 4.2.1 Das Betrachtungsfernrohr fokussieren

Die Betrachtungskammer sollte nun wieder zusammengebaut werden, wobei das Gehäuse vorerst noch nicht angebracht wird. Der Fokussierdraht auf der Platte ist abzuschrauben und vorsichtig in das Loch in der Mitte der oberen Kondensatorenplatte einzuführen. Anschließend muss die Halogenlampe angeschlossen werden. Dazu wird der Stecker des 12 V DC-Transformators mit der Lampe verbunden, sodass die Lampe zu leuchten beginnt.

Der nächste Schritt besteht darin, das Fadenkreuz in den Fokus zu setzen. Dies erfolgt durch Drehen des Fadenkreuz-Fokussierings, bis das gesamte Gitter scharf abgebildet wird. Danach ist der Draht durch das Betrachtungsfernrohr zu beobachten und der Tröpfchen-Fokussiering so lange zu drehen, bis der Draht scharf gesehen werden kann.

### 4.2.2 Die Halogenlampe einstellen

Mit dem horizontalen Einstellknopf der Halogenlampe ist das Licht auf der horizontalen Ebene korrekt zu fokussieren. Der optimale Fokus ist erreicht, wenn der rechte Rand des Drahts den höchsten Helligkeitskontrast zur linken Seite aufweist. Mit dem vertikalen Einstellknopf wird das Licht so eingestellt, dass das Zentrum des Gitters bzw. des Fadenkreuzes am hellsten sichtbar ist. Nachdem alle Einstellungen vorgenommen wurden, sollte der Fokussierdraht wieder in die Vertiefung der Platte verschraubt werden.

## 4.3 Funktionen der Steuerung

### 4.3.1 Kondensatorenspannung Schalter

Dieser Schalter dient als Spannungswechsler für die beiden Kondensatoren und ermöglicht es, die Richtung des elektrischen Feldes  $E$  zu ändern. Der Schalter verfügt über drei verschiedene Positionen: Die erste Position, "plates grounded", bedeutet, dass keiner der beiden Kondensatoren geladen ist, wodurch keine elektrische Kraft auf die Tröpfchen wirkt. In der zweiten Position, "TOP PLATE -", ist die obere Platte negativ geladen, wodurch das elektrische Feld nach unten gerichtet ist. Die letzte Position, "TOP PLATE +", bedeutet, dass die obere Platte positiv geladen ist, wodurch das elektrische Feld nach oben zeigt.

### 4.3.2 Der Ionisationsquelle Schalter

Der Schalter für die Ionisation verfügt über drei verschiedene Positionen: die "AnPosition", die "AusPosition" und die "TröpfchensprühPosition". In der "AusPosition" wird die Ionisationsquelle vollständig abgeschirmt, sodass keine Alphateilchen in die Kammer gestrahlt



werden können. In der ÄnPosition ist diese Abschirmung entfernt, sodass die Öltröpfchen ionisiert und angestrahlt werden können. Die TröpfchensprühPosition wird aktiviert, wenn die Öltröpfchen in die Kammer eingesprüht werden. In dieser Position öffnet sich ein kleines Loch in der Kammer, das den Luftstrom ermöglicht, während das Öl eingesprüht wird.

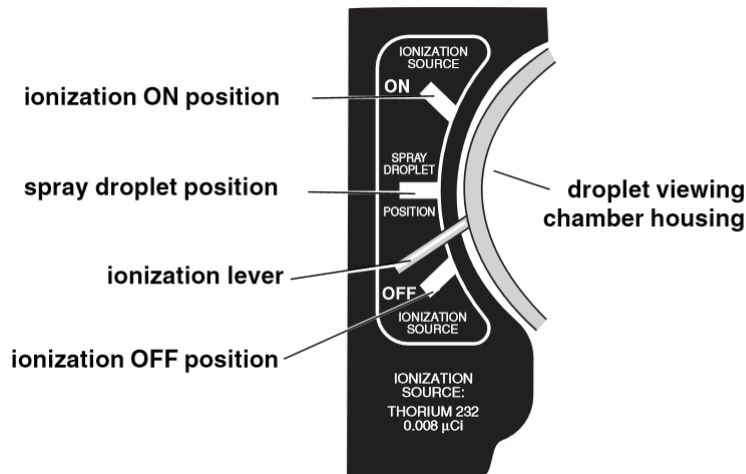


Abbildung 4.1: Schalterpositionen der Ionisationsquelle (Bishop, 2000, S. 6)

## 4.4 Messen und Einstellen der Spannung

Zunächst muss die Gleichstromquelle über die farbigen Anschlüsse mit der Plattform verbunden werden. Das digitale Multimeter kann parallel zu den Kontakten eingebaut werden. Nach dem Einschalten des Multimeters muss der Modus auf Gleichstromspannung eingestellt werden. Wenn die Stromquelle eingeschaltet wird, sollte das Multimeter eine Spannung von etwa 500 V anzeigen. Falls dies nicht der Fall ist, muss die Spannung an der Stromquelle entsprechend angepasst werden. Es ist wichtig zu betonen, dass aufgrund der in den Kondensatoren eingebauten großen Widerstände keine Gefahr eines elektrischen Schocks besteht.

## 4.5 Temperatur in der Tröpfchenkammer

Die letzte erforderliche Einstellung, bevor mit dem eigentlichen Experiment begonnen werden kann, besteht darin, die Temperatur innerhalb der Tröpfchenkammer zu messen. Die Temperatur ist notwendig, um die Viskosität der Luft zu bestimmen. Da die genaue Temperatur nicht direkt mit einem Thermometer gemessen werden kann, erfolgt die Bestimmung über die Beziehung zwischen dem elektrischen Widerstand der Kondensatoren und der Temperatur. Der Widerstand wird auf die gleiche Weise wie die Spannung gemessen. Auf der Platte befinden sich Anschlüsse für ein digitales Multimeter, das auf

den Messmodus für elektrischen Widerstand eingestellt werden sollte. Der proportionale Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand kann aus einer Tabelle abgelesen werden. Es ist wichtig, dass die Stromquelle niemals mit den Anschlüssen für den Widerstand verbunden wird, da dies das Experiment beschädigen könnte. Der Widerstand sollte dabei im Bereich von etwa 1 bis 4 Megaohm liegen.

THERMISTOR RESISTANCE TABLE					
°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$	°C	$\times 10^6 \Omega$
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 4.2: Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand (PASCO, 2000, S. 24)

## 4.6 Das Experimentieren

Bevor mit dem Experiment begonnen werden kann, muss die gesamte Kammer wieder zusammengebaut werden. Der Tröpfchenlochschutz sollte auf die Öffnung der oberen Platte montiert werden, um zu verhindern, dass während des Experiments weitere Tröpfchen in die Betrachtungskammer gelangen. Anschließend wird die Spannung sowie die Temperatur erneut kurz überprüft, um sicherzustellen, dass alle Voraussetzungen für den Versuch erfüllt sind, bevor mit dem Experiment fortgefahren wird.

### 4.6.1 Tröpfchen Einsprühen

Der erste Schritt besteht in der Vorbereitung des Ölsprühers. Dazu wird Mineralöl, dessen Dichte bekannt ist (z.B. das zugehörige Squibb #5597 Mineral Oil mit Dichte:  $886 \text{ kg/m}^3$ ), in den Zerstäuber gefüllt. Anschließend wird versucht, Tröpfchen zu erzeugen, indem mehrfach schnell und mit leichtem Druck auf das Kissen des Zerstäubers gedrückt wird, bis auf einem Papier kleine Tröpfchen sichtbar sind.

Nach diesem Schritt muss der Schalter der Ionisationsquelle auf die Tröpfchensprüh-Position gestellt werden, um sicherzustellen, dass während des Einsprühens die Luft aus der Kammer entweichen kann. Da die Spitze des Zerstäubers nach unten zeigt, kann dieser nun direkt in das vorgesehene Loch auf dem Deckel des Gehäuses eingeführt werden. Jetzt sollte durch das Betrachtungsfernrohr geschaut werden, während gleichzeitig kräftig auf das Kissen des Zerstäubers gedrückt wird. Anschließend werden mit schwächeren, kleineren Stößen die Tröpfchen ins Sichtfeld des Betrachters gebracht. Sobald eine

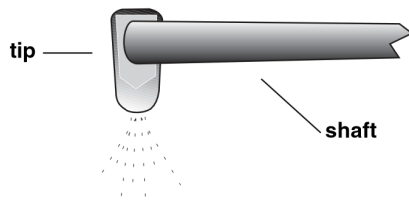


Abbildung 4.3: Korrekte Position von Spitze zur Achse (Bishop, 2000, S. 7)

Die Spitze des Zerstäubers muss nach unten schauen. Genau  $90^\circ$  zur Achse. (siehe Abbildung 4.3)

Ansammlung von kleinen goldenen Punkten sichtbar wird, muss der Schalter auf die Aus-Position zurückgesetzt werden.

Das Einsprühen der Tröpfchen stellt zu Beginn eine Herausforderung dar und wird vermutlich nicht beim ersten Versuch erfolgreich sein. Es gibt keine festgelegte Technik für den Umgang mit dem Zerstäuber; der Experimentator muss eine eigene Methode entwickeln, um den Zerstäuber effizient zu bedienen. Dieser Vorgang kann viel Zeit in Anspruch nehmen. In dieser Arbeit stellte sich heraus, dass es am besten funktionierte, den Zerstäuber einmal kräftig zu drücken und danach kleinere, schwächere Stöße zu verabreichen.

Falls zu viele Tröpfchen im Sichtfeld sichtbar sind, empfiehlt es sich, drei bis vier Minuten zu warten, bis die meisten Tröpfchen verschwunden sind. Danach kann das Experiment in Ruhe fortgesetzt werden.

#### 4.6.2 Auswahl des richtigen Tröpfchen

Von den sichtbaren Tröpfchen sollte eines ausgewählt werden, dessen Fallgeschwindigkeit etwa zwischen 0.02 und 0.05 mm/s liegt, wenn der Schalter der Kondensatoren auf plates grounded"gestellt ist. Die Fallgeschwindigkeit sollte so gewählt werden, dass das Tröpfchen sich mit dem Schalter vertikal verstellen lässt. Diese spezifische Beschreibung der Fallgeschwindigkeit ist schwierig genau zu messen. Ein hilfreicher Hinweis: Ein Tröpfchen, das etwa 15 Sekunden benötigt, um die Distanz zwischen zwei Hauptlinien des Gitters (0.5 mm) zu durchqueren, bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 0.03 mm/s.

Sollten immer noch zu viele Tröpfchen im Sichtfeld sichtbar sein, kann es hilfreich sein, für kurze Zeit die Kondensatoren zu laden, um die meisten Tröpfchen zu entfernen. Da nicht alle Tröpfchen eine Nettoladung aufweisen und daher nicht beeinflusst werden, kann der Ionisationsschalter für drei bis fünf Sekunden in die An-Position"geschaltet werden, um sicherzustellen, dass sich alle Tröpfchen bewegen lassen.

Sobald ein geeignetes Tröpfchen gefunden wurde, dessen Fallgeschwindigkeit innerhalb der gewünschten Größenordnung liegt, kann der Fokussiererring verwendet werden, um das Tröpfchen weiter zu schärfen. Dies entlastet die Augen des Experimentators und ermöglicht eine längere Beobachtungsdauer. Der beste Fokus ist erreicht, wenn das Tröpfchen wie eine goldene Nadelspitze erscheint.

### 4.6.3 Daten sammeln mit der Fall und Steigzeit

Zur Bestimmung der Ladung eines Öltröpfchens müssen sowohl die Steiggeschwindigkeit (bei geladenen Kondensatoren) als auch die Sinkgeschwindigkeit (bei nicht geladenen Kondensatoren) gemessen werden. Die genaueste Messung erfolgt, indem die Zeit gemessen wird, die das Tröpfchen benötigt, um von der ersten großen Linie bis zur zweiten großen Linie zu gelangen. Diese Linien sind exakt 0.5 mm voneinander entfernt. Die Geschwindigkeit  $v$  kann dann mit der einfachen Formel  $v = \frac{s}{t}$  berechnet werden, wobei  $s$  die zurückgelegte Strecke und  $t$  die benötigte Zeit ist. Ein Beispiel: Wenn ein Tröpfchen 15 Sekunden benötigt, um die Strecke von 0.5 mm zu überwinden, ergibt sich die Geschwindigkeit zu  $v = \frac{0.5, \text{mm}}{15, \text{s}} = 0.033, \text{mm/s} = 3.3 \cdot 10^{-5}, \text{m/s}$ .

Für präzisere Ergebnisse sollte die Geschwindigkeit eines Tröpfchens etwa 5 bis 15 Mal gemessen werden.

Nach der ersten Messung kann die Ladung des Tröpfchens provisorisch geschätzt werden. Falls die gemessene Ladung mehr als das Fünffache der Elementarladung beträgt, sollte für die weiteren Messungen ein langsamerer Tröpfchen gewählt werden.

Anschließend sollten neue Tröpfchen eingesprüht und die Geschwindigkeiten erneut gemessen werden, bis das Tröpfchen seine Ladung spontan ändert oder aus dem Sichtfeld verschwindet. Die Ladung eines Tröpfchens kann durch den Ionisationsschalter verändert werden. In diesem Schritt sollten die Messungen so oft wie möglich wiederholt werden, um eine möglichst präzise Bestimmung der Ladung zu erhalten. Sollte die Beobachtung durch Ermüdung beeinträchtigt werden, können alternative Messgrößen wie die Spannung, die Zähigkeit der Luft, die Dichte des Öls und der Luftdruck aufgezeichnet werden. Alle Messdaten sollten in einer Tabelle dokumentiert werden, bevor mit der Berechnung der Ladungen aus den einzelnen Messungen fortgefahren wird.

### 4.6.4 Methode für die Berechnung der Ladung

Mit der Formel in Gleichung 2.12 kann zuerst der Radius  $a$  berechnet werden:

$$a = \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p}$$

Dann kann die Masse  $m$  des Tröpfchens berechnet werden indem man die Formel für den Radius in die Formel für die Masse substituiert:

$$\begin{aligned} m &= \frac{4}{3}\pi a^3 \rho \\ &= \frac{4}{3}\pi \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \rho \end{aligned}$$

Der letzte Schritt ist die Masse  $m$  in der Gleichung 2.5 zu substituieren:

$$\begin{aligned} q &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} \\ &= \frac{4}{3}\pi\rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{(v_f + v_r)}{Ev_f} \end{aligned}$$

Wenn man das  $E$  jetzt noch mit der Gleichung 2.14 ersetzt hat man die Ladung  $q$  eines Tröpfchens:

$$q_{tröpfchen} = \frac{4}{3}\pi\rho g \left( \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \right)^3 \frac{d(v_f + v_r)}{Vv_f}$$

# Kapitel 5

## Auswertung

### 5.1 Ausgehobene Daten

Dieses Kapitel befasst sich mit der Genauigkeit der Bestimmung der Elementarladung. Zunächst wird ein Blick auf die im Experiment erhaltenen Daten geworfen. In Tabelle 5.3 sind die relevanten Messgrößen aufgeführt, nämlich die Steig- und Fallgeschwindigkeiten, der Radius, die Masse sowie die Ladung der Tröpfchen. Eine vollständige Übersicht der Messwerte ist im Anhang zu finden, wobei auch Messungen, die nicht ausreichend präzise waren, berücksichtigt werden. Diese wurden in den Berechnungen jedoch nicht einbezogen.

Die Daten können nun in einem Punktdiagramm visualisiert werden, wobei die Y-Achse die Ladung der Tröpfchen und die X-Achse die jeweilige Nummer der Messung darstellt. Das Diagramm wurde mit Microsoft Excel erstellt und ist wie folgt dargestellt.

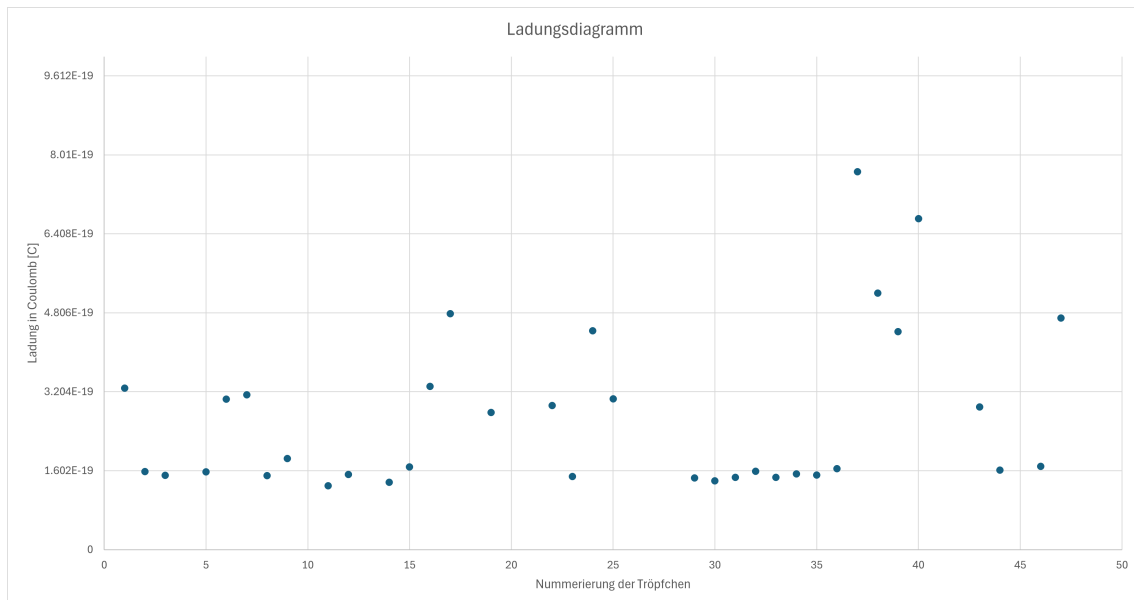


Abbildung 5.1: Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung

Die Abstände auf der Y-Achse sind nicht zufällig gewählt, sondern entsprechen exakt einem Linienabstand für eine Elementarladung. Anhand dieses Diagramms kann die Anzahl der

Elementarladungen jedes einzelnen Tröpfchens abgelesen werden. Es war überraschend, wie präzise das Experiment verlief. Die Ladungen der Tröpfchen ordnen sich deutlich in Stufen an, was während des Experimentierens nicht zu erwarten war. Weitere Details zur Genauigkeit der Messungen werden in Abschnitt 5.3 behandelt, wobei eine Fehlerrechnung zur Bewertung der Resultate herangezogen wird. Während des gesamten Experimentierens und Auswertens traten keine unplausiblen Werte auf, die eine viel zu hohe oder niedrige Ladung ergaben. Dies war besonders überraschend, da das Experiment von einer Vielzahl verschiedener Faktoren und Messgrößen abhängt.

## 5.2 Das Ergebnis

In der Tabelle 5.3 kann nun eine weitere Spalte eingefügt werden, die die Anzahl der Elementarladungen  $n$  angibt. Nachdem diese hinzugefügt wurde, sieht die Tabelle für die ersten 10 Zeilen wie folgt aus:

Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung	Anzahl (n)
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$	2
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$	1
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$	1
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$	1
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$	2
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$	2
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$	1
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$	1
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$	1
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$	1
					$2.031 \cdot 10^{-18}$	13

Tabelle 5.1: Ergebnisse mit Anzahl Ladungen

Die Anzahl der Elementarladungen wird addiert, was zu einer Summe von 13 Elementarladungen führt. Anschließend werden die Ladungen summiert, was den Wert  $2.031 \cdot 10^{-18}$  Coulomb ergibt. Das arithmetische Mittel aus diesen beiden Messwerten lautet dann:  $\frac{2.031 \cdot 10^{-18}}{13} = 1.56 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb}$ .

Wenn dieser Vorgang für alle Werte in der Tabelle wiederholt wird, ergibt sich eine Anzahl von 60 Elementarladungen und eine Gesamtsumme von  $9.313 \cdot 10^{-18}$  Coulomb. Das Mittel dieser Werte führt zu einem Ergebnis für die Elementarladung von:

$$\frac{9.313 \cdot 10^{-18} C}{60} = 1.552 \cdot 10^{-19} \text{Coulomb} \quad (5.1)$$

### 5.3 Die Genauigkeit

Die Genauigkeit eines solchen Experimentes kann nur durch eine gründliche Fehleranalyse bewertet werden. Im Folgenden wird die Fehlerrechnung erläutert, um den Einfluss der Fehlerquellen auf das Ergebnis zu quantifizieren. Für jede relevante Größe wird sowohl der absolute als auch der relative Fehler berechnet, wobei diese Fehler anschließend miteinander kombiniert werden, um die Gesamtunsicherheit der Messergebnisse zu ermitteln.

In jedem Experiment treten Fehler auf, die entweder durch die Messinstrumente oder durch den Experimentieraufbau verursacht werden. Ein Beispiel für solche systematischen Fehler ist die mögliche Fehlausrichtung des Multimeters oder eine ungenaue Gitterabmessung, bei der die Gitternetzlinien nicht exakt 0,5 mm voneinander entfernt sind. Systematische Fehler können durch präzise Kalibrierung der Geräte und sorgfältige Vorbereitung des Experiments minimiert oder, wenn möglich, vollständig vermieden werden.

Zusätzlich gibt es auch zufällige Fehler, die durch unkontrollierbare Schwankungen während des Experiments auftreten. Beispiele hierfür sind die Reaktionszeit beim Starten der Stoppuhr, der Blickwinkel beim Beobachten der Tröpfchen oder auch Umweltfaktoren wie Temperatur- und Luftdruckschwankungen während des Experiments. Diese Fehler sind schwieriger zu eliminieren, können jedoch durch wiederholte Messungen und die Berechnung von Mittelwerten verringert werden, wodurch der Effekt der zufälligen Fehler minimiert wird.

#### 5.3.1 Fehlerrechnung

Zuerst müssen für alle Messgrößen absolute Fehler entschieden werden. Die können abgeschätzt werden oder hängen von der Genauigkeit eines Messgerätes ab.

	Messwert	absoluter Fehler	relativer Fehler [%]
Elektrisches Feld [ $V/m$ ]	zsmg. Grösse		0.68%
Steigzeit [ $s$ ]	3.7	0.1	2.70%
Sinkzeit [ $s$ ]	32.6	0.1	0.31%
Distanz [ $m$ ]	0.0005	0.00001	2.00%
Steiggeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		4.70%
Sinkgeschwindigkeit [ $m/s$ ]	zsmg. Grösse		2.31%
Luftdruck [ $Pa$ ]	94000	1000	1.06%
Zähigkeit [ $Ns/m^2$ ]	0.00001818	0.00000001	0.05%
Dichte [ $kg/m^3$ ]	886	1	0.11%
Fallbeschleunigung [ $m/s^2$ ]	9.81	0 (vernachlässigbar)	0.00%
Konstante b	0.0082	0.00001	0.12%

Tabelle 5.2: Fehlertabelle Messgrößen



Zuerst der Fehler für den Radius:

$$\begin{aligned}
 Fehler_{Radius} &= \sqrt{\left(\frac{b}{2p}\right)^2 + \frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} - \frac{b}{2p} \\
 &= \sqrt{\frac{0.05\% \cdot 2.31\%}{0.11\%}} - \frac{0.12\%}{1.06\%} = 1.24\% - 1.18\% \\
 &= 2.42\%
 \end{aligned}$$

Dann kommt der Fehler für die Masse:

$$Fehler_{Masse} = \frac{4}{3}\pi \cdot a^3 \cdot \rho = (2.42\%)^3 \cdot 0.11\% = 7.37\%$$

Zuletzt noch die Fehlerrechnung für die Ladung:

$$\begin{aligned}
 Fehler_{Ladung} &= \frac{mg(v_f + v_r)}{Ev_f} = \frac{7.37\% \cdot (4.70\% + 2.31\%)}{0.68\% \cdot 2.31\%} \\
 &= \frac{10.88\%}{2.99\%} = 13.87\%
 \end{aligned}$$

Dieser Fehler für den Radius kann jetzt in dem Ladungsdiagramm berücksichtigt werden. Das Diagramm sieht dann folgendermassen aus:

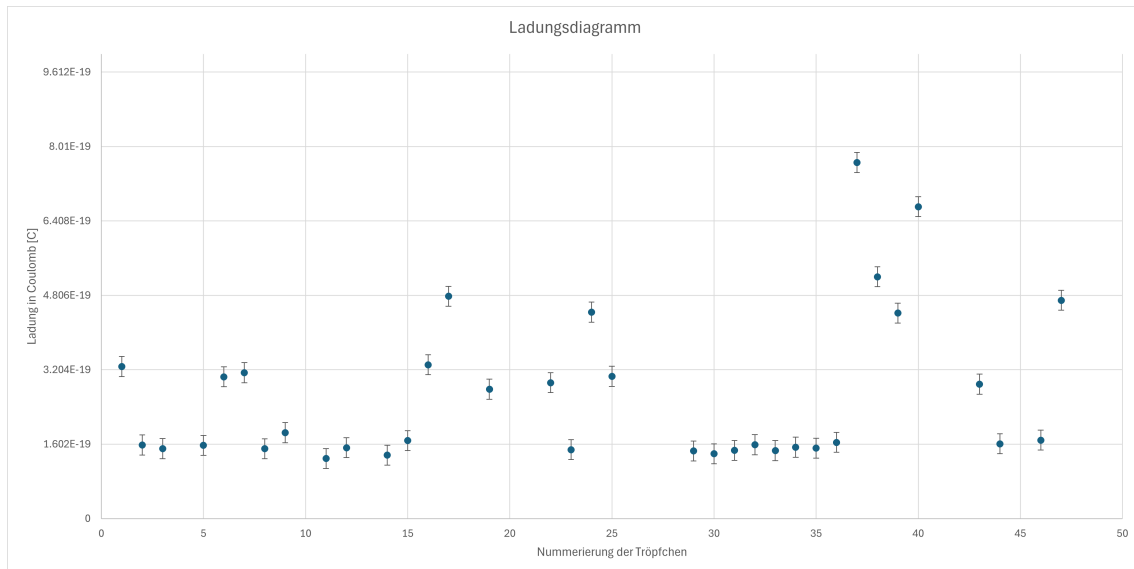


Abbildung 5.2: Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung

### 5.3.2 Schlussfolgerung des Ergebnis

Mit diesem Schritt wird das Ergebnis des Millikan-Versuchs vollständig abgeschlossen. Das Diagramm, das zusammen mit den Fehlerberechnungen erstellt wurde, zeigt deutlich, dass alle Tröpfchen einer bestimmten Ladungsstufe zugeordnet werden können. Dies war während des Experiments zunächst nicht absehbar. Es ist bemerkenswert, wie trotz der

Vielzahl an Messgrößen, die alle mit verschiedenen Fehlerquellen behaftet sind, der berechnete Wert mit 19 Dezimalstellen konstant bleibt und sich im Bereich der theoretisch erwarteten Elementarladung bewegt. Dies verdeutlicht die hohe Präzision des Experiments und die Stabilität des Ergebnisses, auch bei der Auswertung der zahlreichen Messungen.

Nr.	$v_{rise}$	$v_{fall}$	Radius	Masse	Ladung
1	$2.01 \cdot 10^{-04}$	$2.12 \cdot 10^{-05}$	$4.04 \cdot 10^{-07}$	$2.45 \cdot 10^{-16}$	$3.27 \cdot 10^{-19}$
2	$8.46 \cdot 10^{-05}$	$2.16 \cdot 10^{-05}$	$4.08 \cdot 10^{-07}$	$2.53 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
3	$8.68 \cdot 10^{-05}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.90 \cdot 10^{-07}$	$2.20 \cdot 10^{-16}$	$1.51 \cdot 10^{-19}$
4	$8.91 \cdot 10^{-05}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$1.58 \cdot 10^{-19}$
5	$1.97 \cdot 10^{-04}$	$1.98 \cdot 10^{-05}$	$3.89 \cdot 10^{-07}$	$2.18 \cdot 10^{-16}$	$3.05 \cdot 10^{-19}$
6	$1.98 \cdot 10^{-04}$	$2.04 \cdot 10^{-05}$	$3.96 \cdot 10^{-07}$	$2.31 \cdot 10^{-16}$	$3.14 \cdot 10^{-19}$
7	$9.33 \cdot 10^{-05}$	$1.84 \cdot 10^{-05}$	$3.74 \cdot 10^{-07}$	$1.95 \cdot 10^{-16}$	$1.50 \cdot 10^{-19}$
8	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.71 \cdot 10^{-05}$	$3.61 \cdot 10^{-07}$	$1.74 \cdot 10^{-16}$	$1.85 \cdot 10^{-19}$
9	$1.12 \cdot 10^{-04}$	$1.23 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$	$1.01 \cdot 10^{-16}$	$1.29 \cdot 10^{-19}$
10	$1.30 \cdot 10^{-04}$	$1.29 \cdot 10^{-05}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$	$1.09 \cdot 10^{-16}$	$1.53 \cdot 10^{-19}$
11	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.15 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-07}$	$8.97 \cdot 10^{-17}$	$1.37 \cdot 10^{-19}$
12	$1.21 \cdot 10^{-04}$	$1.58 \cdot 10^{-05}$	$3.45 \cdot 10^{-07}$	$1.52 \cdot 10^{-16}$	$1.68 \cdot 10^{-19}$
13	$2.26 \cdot 10^{-04}$	$1.81 \cdot 10^{-05}$	$3.72 \cdot 10^{-07}$	$1.91 \cdot 10^{-16}$	$3.31 \cdot 10^{-19}$
14	$4.50 \cdot 10^{-04}$	$1.21 \cdot 10^{-05}$	$2.97 \cdot 10^{-07}$	$9.76 \cdot 10^{-17}$	$4.79 \cdot 10^{-19}$
15	$2.84 \cdot 10^{-04}$	$1.07 \cdot 10^{-05}$	$2.76 \cdot 10^{-07}$	$7.83 \cdot 10^{-17}$	$2.79 \cdot 10^{-19}$
16	$2.43 \cdot 10^{-04}$	$1.40 \cdot 10^{-05}$	$3.23 \cdot 10^{-07}$	$1.25 \cdot 10^{-16}$	$2.93 \cdot 10^{-19}$
17	$1.26 \cdot 10^{-04}$	$1.28 \cdot 10^{-05}$	$3.07 \cdot 10^{-07}$	$1.07 \cdot 10^{-16}$	$1.48 \cdot 10^{-19}$
18	$3.97 \cdot 10^{-04}$	$1.30 \cdot 10^{-05}$	$3.10 \cdot 10^{-07}$	$1.11 \cdot 10^{-16}$	$4.44 \cdot 10^{-19}$
19	$2.49 \cdot 10^{-04}$	$1.45 \cdot 10^{-05}$	$3.29 \cdot 10^{-07}$	$1.32 \cdot 10^{-16}$	$3.06 \cdot 10^{-19}$
20	$3.96 \cdot 10^{-05}$	$3.36 \cdot 10^{-05}$	$5.20 \cdot 10^{-07}$	$5.22 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
21	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.47 \cdot 10^{-05}$	$3.31 \cdot 10^{-07}$	$1.35 \cdot 10^{-16}$	$1.40 \cdot 10^{-19}$
22	$5.22 \cdot 10^{-05}$	$2.89 \cdot 10^{-05}$	$4.79 \cdot 10^{-07}$	$4.08 \cdot 10^{-16}$	$1.47 \cdot 10^{-19}$
23	$5.40 \cdot 10^{-05}$	$3.06 \cdot 10^{-05}$	$4.95 \cdot 10^{-07}$	$4.50 \cdot 10^{-16}$	$1.59 \cdot 10^{-19}$
24	$5.82 \cdot 10^{-05}$	$2.67 \cdot 10^{-05}$	$4.59 \cdot 10^{-07}$	$3.60 \cdot 10^{-16}$	$1.46 \cdot 10^{-19}$
25	$5.34 \cdot 10^{-05}$	$2.98 \cdot 10^{-05}$	$4.88 \cdot 10^{-07}$	$4.30 \cdot 10^{-16}$	$1.54 \cdot 10^{-19}$
26	$5.76 \cdot 10^{-05}$	$2.79 \cdot 10^{-05}$	$4.71 \cdot 10^{-07}$	$3.87 \cdot 10^{-16}$	$1.52 \cdot 10^{-19}$
27	$5.81 \cdot 10^{-05}$	$3.01 \cdot 10^{-05}$	$4.91 \cdot 10^{-07}$	$4.38 \cdot 10^{-16}$	$1.64 \cdot 10^{-19}$
28	$5.32 \cdot 10^{-04}$	$1.89 \cdot 10^{-05}$	$3.81 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$7.67 \cdot 10^{-19}$
29	$3.55 \cdot 10^{-04}$	$1.90 \cdot 10^{-05}$	$3.82 \cdot 10^{-07}$	$2.06 \cdot 10^{-16}$	$5.21 \cdot 10^{-19}$
30	$3.31 \cdot 10^{-04}$	$1.65 \cdot 10^{-05}$	$3.54 \cdot 10^{-07}$	$1.64 \cdot 10^{-16}$	$4.42 \cdot 10^{-19}$
31	$4.85 \cdot 10^{-04}$	$1.78 \cdot 10^{-05}$	$3.68 \cdot 10^{-07}$	$1.85 \cdot 10^{-16}$	$6.71 \cdot 10^{-19}$
32	$2.10 \cdot 10^{-04}$	$1.66 \cdot 10^{-05}$	$3.55 \cdot 10^{-07}$	$1.66 \cdot 10^{-16}$	$2.89 \cdot 10^{-19}$
33	$1.04 \cdot 10^{-04}$	$1.77 \cdot 10^{-05}$	$3.67 \cdot 10^{-07}$	$1.83 \cdot 10^{-16}$	$1.61 \cdot 10^{-19}$
34	$2.14 \cdot 10^{-04}$	$7.96 \cdot 10^{-06}$	$2.34 \cdot 10^{-07}$	$4.75 \cdot 10^{-17}$	$1.69 \cdot 10^{-19}$
35	$6.02 \cdot 10^{-04}$	$8.06 \cdot 10^{-06}$	$2.36 \cdot 10^{-07}$	$4.85 \cdot 10^{-17}$	$4.70 \cdot 10^{-19}$

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Berechnung

# Kapitel 6

## Fazit

Die ursprüngliche Frage dieser Arbeit war, wie genau wird das Ergebnis einer Elementarladung sein, wenn das Experiment, das vor über hundert Jahren entwickelt wurde, heute wiederholt wird. Die Antwort, verblüffend genau. Mithilfe eines Experimentierkastens wurde dieses Experiment durchgeführt und das Ergebnis war zuerst ernüchternd. Es musste vieles beachtet werden, unter anderem war das schwierigste die sorgfältige Berechnung der Ladung. Die Berechnung hängt von 12 verschiedenen Größen ab, die alle verschiedene Einheiten haben und verschiedene Größenordnungen. Wenn hier nicht konzentriert gearbeitet wurde, war das Ergebnis am Schluss falsch. Eine andere Hürde war das Messen. Wo genau waren jetzt diese 0.5mm Linien oder war genug Spannung vorhanden, wurde die Luftviskosität richtig abgelesen. All diese Sachen gaben am Anfang Probleme ein brauchbares Resultat zu bekommen. Mit der Zeit wurden diese Sachen behoben und man bekam auf einmal Ergebnisse, die in der Größenordnung von  $10^{-19}$  waren. Die Zuversicht stieg und man war verblüfft als man das Ergebnis in den Händen hatte.

### 6.1 Methoden

Dieses Experiment verlangt viel Geduld und Nerven. Das Problem war das Ausrechnen. Man hat eine riesige Formel vor sich und ungefähr 40 verschiedene Messungen. Wie kann man den Prozess vereinfachen und somit Zeit effizient nutzen? Die Antwort liegt in der Programmierung. Für das Ausrechnen der Ergebnisse wurde Python verwendet. Mit dem Panda Modul können Daten von Excel-Tabellen gelesen, verarbeitet und wieder zurückgeschrieben werden (Inc, 2024).

Da diese Arbeit in  $\text{\LaTeX}$  geschrieben wurde, mussten alle Grafiken von einem .png Format in ein .pdf Format umgeschrieben werden. Auch diese Sache übernahm ein Python skript.

Im Allgemeinen wurden auch Programmierkenntnisse mit dieser Arbeit verbessert. Das Arbeiten mit  $\text{\LaTeX}$  war neu und schwierig am Anfang, hat sich aber gelohnt, durch die Vereinfachung von Formel schreiben und Formatierung einer wissenschaftlichen Arbeit.

## 6.2 Resümee

Diese Arbeit hat aufgezeigt, wie es ist im Fach Physik ein fortgeschrittenes Experiment durchzuführen. Man lernte wie Messreihen aufgestellt werden, wie ein Experiment sorgfältig geplant werden muss oder dass nicht aufgegeben werden soll wenn nicht ein gewünschtes Ergebnis erscheint. Das Experiment wird nicht auf das erste Mal funktionieren. Es braucht Übung, Wissen und Planung, sonst wird das Experiment nicht gelingen. Es erfolgt zudem der Erwerb von Wissen, dass es nicht schadet sich Hilfe zu holen bei Fachpersonen und anderen Mitschüler. Das Experimentieren gelang erst als ein Assistenten dazugeholt wurde.

Die vorliegende Arbeit hat gezeigt, dass sich eine sorgfältige Arbeitsweise auszahlen kann und dass die Inanspruchnahme von externer Hilfe bei Schwierigkeiten zu einem erfolgreichen Ergebnis führen kann.

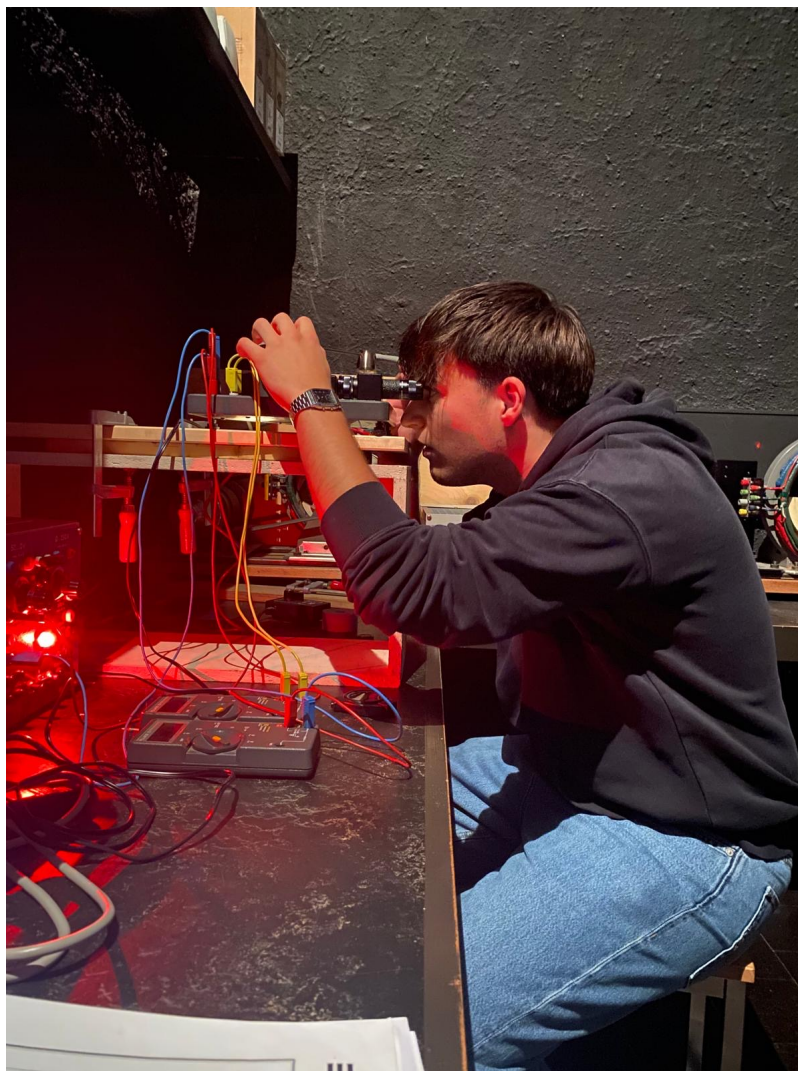


Abbildung 6.1: Bild während dem Experimentieren

# Eigenständigkeitserklärung

Ich bestätige mit meiner Unterschrift, dass ich meine Maturaarbeit selbständig verfasst und in schriftliche Form gebracht habe, dass sich die Mitwirkung anderer Personen auf Beratung und Korrekturlesen beschränkt hat und dass alle verwendeten Unterlagen und Gewährspersonen aufgeführt sind. Mir ist bekannt, dass eine Maturaarbeit, die nachweislich ein Plagiat gemäss Art. 1quater des Maturitätsprüfungsreglements des Gymnasiums (s. auch Maturaarbeitsbroschüre) darstellt, als schwerer Verstoss gewertet wird.

Datum und Unterschrift: \_\_\_\_\_

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Öltröpfchen im Freien Fall (Bishop, 2000, S. 1) . . . . .	7
2.2	Öltröpfchen im elektrischen Feld (Bishop, 2000, S. 1) . . . . .	8
3.1	Komponenten der Plattform (Bishop, 2000, S. 3) . . . . .	13
3.2	Komponenten der Betrachtungskammer (Bishop, 2000, S. 4) . . . . .	13
4.1	Schalterpositionen der Ionisationsquelle (Bishop, 2000, S. 6) . . . . .	16
4.2	Abhängigkeit von Temperatur und elektrischer Widerstand (PASCO, 2000, S. 24) . . . . .	17
4.3	Korrekte Position von Spitze zur Achse (Bishop, 2000, S. 7) . . . . .	18
5.1	Ladungsdiagramm ohne Fehlerrechnung . . . . .	21
5.2	Ladungsdiagramm mit Fehlerrechnung . . . . .	24
6.1	Bild während dem Experimentieren . . . . .	27

# Tabellenverzeichnis

2.1	Up-Down-Quark Ladungen . . . . .	6
5.1	Ergebnisse mit Anzahl Ladungen . . . . .	22
5.2	Fehlertabelle Messgrößen . . . . .	23
5.3	Ergebnisse der Berechnung . . . . .	25

# Literatur

- Bishop, S. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus Instruction Manual* (AP-8210). PASCO scientific.
- Commons, W. (2022). File:Millikan-experiment-floating-simple.svg — Wikimedia Commons, the free media repository [Abgerufen am 08. Januar 2025, Lizenz: CC-BY-SA 4.0]. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Millikan-experiment-floating-simple.svg&oldid=698327612>
- DMK, D. (2021). *Fundamentum Mathematik und Physik: Formeln, Begriffe, Tabellen für die Sekundarstufen I und II*. Orell Fuessli.
- Inc, N. (2024). User guide [Abgerufen am 03. Januar 2025]. [https://pandas.pydata.org/docs/user\\_guide/index.html](https://pandas.pydata.org/docs/user_guide/index.html)
- PASCO. (2000). *Millikan Oil Drop Apparatus Instruction Manual* (AP-8210A). PASCO scientific.
- Wikipedia. (2024). Robert Andrews Millikan — Wikipedia, die freie Enzyklopädie [Abgerufen am 13. Oktober 2024]. [https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert\\_Andrews\\_Millikan&oldid=249265456](https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Robert_Andrews_Millikan&oldid=249265456)