

**“ALGORITMI”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2020/21**

Terza sessione di esami – Secondo appello – 23 settembre 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, utilizzando due fogli separati (A e B) e  
argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1 (Foglio A)**

- (A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario.
- (B) Si definiscano le notazioni asintotiche  $\Theta(f(n))$ ,  $\mathcal{O}(f(n))$ ,  $\omega(f(n))$  per una data funzione  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .
- (C) Si risolva l'equazione di ricorrenza  $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{8}\right) + \Theta(n^3 \log n)$  al variare del parametro reale  $a > 1$ .
- (D) Sia  $T(n)$  la funzione di cui al punto precedente. Per quali valori di  $a$  si ha:
- (i)  $T(n) = \mathcal{O}(n^4 \log^3 n)$ ;    (ii)  $T(n) = \Theta(n^3 \log n)$ ;    (iii)  $T(n) = \omega(n^3)$ ?

**ESERCIZIO 2 (Foglio A)**

Si enunci in dettaglio il problema della moltiplicazione di una sequenza di matrici. Quindi se ne illustri, anche mediante pseudo-codice, una soluzione basata sulla metodologia della programmazione dinamica.

Qual è la complessità dell'algoritmo trovato in funzione della lunghezza della sequenza di matrici?

**ESERCIZIO 3 (Foglio B)**

Si supponga di operare su di un albero ROSSO-NERO, inizialmente vuoto, inserendo le seguenti chiavi nell'ordine dato:  $\langle 19, 16, 13, 12, 11, 7, 6, 4, 3, 1 \rangle$ . Si disegni la struttura dell'albero dopo ciascuna delle operazioni di inserimento, indicando sia la chiave che il colore di ciascun nodo dell'albero. Si fornisca anche, per **\*ciascun albero\***, la sequenza delle chiavi ottenuta da una visita PRE-ORDER.

**ESERCIZIO 4 (Foglio B)**

Siano dati un MIN-HEAP,  $H_1$ , e un MAX-HEAP,  $H_2$ , e si supponga che  $H_1$  contenga 10 elementi mentre  $H_2$  sia vuoto. Si travasino tutti gli elementi da  $H_1$  in  $H_2$  utilizzando le procedure EXTRACT-MIN (su  $H_1$ ) e INSERT (su  $H_2$ ). Tutti gli elementi dovranno essere inseriti in  $H_2$  subito dopo la loro estrazione da  $H_1$ . Si fornisca la configurazione degli array associati agli heap  $H_1$  e  $H_2$  assumendo che la configurazione iniziale di  $H_1$  sia descritta dall'array  $[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20]$ . Per ogni operazione si indichi anche il numero chiamate alla procedura HEAPIFY eseguite.

**ESERCIZIO 5 (Foglio B)**

Sia dato il grafo aciclico, direzionato e pesato  $G = (V, E)$ , con

$$V = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{e} \quad E = \{(0, 1), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}.$$

La funzione peso  $w$  è così definita:

$$w(0, 1) = 2, \quad w(0, 3) = 6, \quad w(1, 2) = 2, \quad w(1, 3) = 3, \quad w(1, 4) = 1, \quad w(2, 3) = 3, \quad w(2, 4) = 5, \quad w(3, 4) = 1.$$

Si vogliono calcolare le distanze di cammino minimo dal nodo sorgente 0. A tal fine si esegua prima la procedura DFS sul grafo  $G$  per calcolarne l'ordinamento topologico (si forniscano i valori di inizio e fine visita ottenuti dalla procedura DFS) e successivamente si applichi l'algoritmo DAG-SHORTEST-PATH, fornendo la configurazione dell'array delle stime di cammino minimo dopo ogni Relax eseguita dall'algoritmo.