"ALGORITMI"

CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale) UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA ANNO ACCADEMICO 2020/21

Prima Sessione – 19 gennaio 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

- (A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario.
- (B) Si definiscano le notazioni asintotiche $\mathcal{O}(f(n)), \, o(f(n)), \, \omega(f(n))$ per una data funzione $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.
- (C) Si risolva l'equazione di ricorrenza $T(n) = 27 \cdot T(\frac{n}{c}) + \Theta(n^3 \log^2 n)$ al variare del parametro reale $c \ge 1$.
- (D) Sia T(n) la funzione di cui al punto precedente. Per quali valori di a si ha:

(i)
$$T(n) = \omega(n^3 \log^2 n)$$
; (ii) $T(n) = o(n^4)$; (iii) $T(n) = \mathcal{O}(n^3 \log^4 n)$?

ESERCIZIO 2

Dopo aver definito l'i-esima statistica d'ordine di un insieme A di n interi distinti, si descriva un algoritmo efficiente nel caso pessimo per selezionare l'i-esima statistica d'ordine di A e se ne valuti la complessità computazionale.

ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente array contenente 13 chiavi: [21, 15, 6, 18, 20, 4, 3, 8, 7, 17, 9, 2, 1]. Volendo utilizzare l'array per la simulazione di un max-heap ci si accorgerebbe che una delle sue chiavi viola la proprietà dell'ordinamento parziale. Fornire la configurazione dell'array dopo aver applicato l'operazione MAX-HEAPIFY sul nodo contenente la chiave che introduce la violazione. Successivamente fornire la configurazione dell'array dopo aver applicato un'operazione EXTRACT-MAX.

ESERCIZIO 4

Si supponga di eseguire l'algoritmo per il calcolo della distanza di editing, basato sulla tecnica di programmazione dinamica, assumendo che le stringhe in input siano X = "GTAAGT" e Y = "GCTAAGA". Fornire la configurazione finale della matrice ottenuta durante l'esecuzione dell'algoritmo.

ESERCIZIO 5

Sia dato un albero Rosso-Nero completo con 7 nodi. Una visita *inorder* delle chiavi dell'albero produce la sequenza: $\langle 2,4,7,9,13,15,19 \rangle$. Una visita *postorder* dei colori dei nodi dell'albero produce invece la sequenza: $\langle N,N,R,R,R,N,N \rangle$, dove N=nero e R=rosso. In tale albero inserire le chiavi 10 e 12. Successivamente cancellare le chiavi 2 e 19. Fornire la configurazione dell'albero Rosso-Nero prima di tutte le operazioni e dopo ciascuna di esse.