## Simulazione d'esame

## Algoritmi e Laboratorio

July 5, 2024

Esercizio 1. Si consideri l'equazione di ricorrenza

$$T(n) = 16T\left(\frac{n}{b}\right) + \Theta\left(n^2 \log^2(n)\right). \tag{1}$$

- **A**. Si risolva l'equazione (1) al variare del parametro reale b > 1, utilizzando il metodo Master.
- **B**. Si stabilisca per quali valori di b la soluzione T(n) all'equazione (1) soddisfa le seguenti condizioni

(i.) 
$$T(n) = \mathcal{O}(n^2 \log^2(n))$$
 (ii.)  $T(n) = o(n^2 \log^3(n))$  (iii.)  $T(n) = \Theta(n^4)$ .

C. Si disegni uno sketch dell'albero di ricorrenza associato all'equazione (1) per b=2.

**Esercizio 2.** Si consideri il problema 0-1 KNAPSACK, in cui l'input è un insieme di oggetti  $\langle 1, \ldots, n \rangle$  tale che ogni oggetto i abbia un valore  $v_i$  e un peso  $w_i$ , e un limite superiore W al peso.

L'obiettivo di un algoritmo che risolva il problema è trovare un sottoinsieme S di oggetti tale che la somma dei loro valori,  $\sum_{i \in S} v_i$ , sia massima e la somma dei loro pesi sia limitata da W, cioé  $\sum_{i \in S} w_i \leq W$ .

- A. Si dimostri che 0-1 KNAPSACK ha la proprietà di sottostruttura ottima.
- **B**. Si faccia vedere con un controesempio che 0-1 KNAPSACK non ha la proprietà di scelta greedy.