

ESAME DI ALGORITMI
Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea Triennale in Informatica
19 settembre 2024

Si risolvano i seguenti esercizi in un tempo non superiore a 3 ore. Si abbia cura di consegnare la risoluzione dei primi 4 esercizi in un foglio (FOGLIO A) separato da quello utilizzato per la consegna degli ultimi due esercizi (FOGLIO B). Gli studenti delle vecchie coorti che devono sostenere solo il modulo di Algoritmi dovranno risolvere gli esercizi 1, 2, 3, 5 e 6 (tempo 2 ore). Gli studenti che devono sostenere solo il modulo di Laboratorio dovranno risolvere l'esercizio 4 (tempo un'ora).

——— FOGLIO A ———

1. Fornire le funzioni ricorsive utilizzate per calcolare il costo di una soluzione ottimale negli algoritmi di FLOYD-WARSHALL e ALL-PAIRS-SHORTEST-PATH. In entrambi i casi, spiegare l'idea alla base della funzione ricorsiva e chiarire il significato delle variabili e dei parametri utilizzati nel calcolo.
2. Definire formalmente cosa si intende per *Problema di Ottimizzazione*, evidenziando gli elementi principali che lo distinguono da altri tipi di problemi computazionali. Successivamente, descrivere i concetti fondamentali della *Programmazione Dinamica* come tecnica di risoluzione per problemi di ottimizzazione, spiegandone i principi e le caratteristiche principali.
3. Descrivere formalmente il problema della *parentesizzazione ottimale per la moltiplicazione di una sequenza di matrici*. Spiegare, anche tramite un esempio, perché questo è considerato un problema di ottimizzazione. Fornire la funzione ricorsiva utilizzata per calcolare il costo di una soluzione ottimale e presentare il pseudocodice dell'algoritmo di programmazione dinamica derivato dalla funzione ricorsiva, indicandone la complessità computazionale.
4. Si fornisca lo pseudo-codice (o i codici in linguaggio C/C++) dell'algoritmo di HUFFMAN per il calcolo dei codici prefissi ottimali associati ai caratteri di un alfabeto Σ di dimensione n . L'algoritmo prende in input l'alfabeto Σ , la sua dimensione n e la funzione frequenza f associata ai caratteri di Σ . Viene restituito in output il puntatore alla radice dell'albero di Huffman calcolato dalla procedura. Indicare anche la complessità computazionale (temporale e spaziale) delle procedure fornite, motivandone la risposta.

——— FOGLIO B ———

5. Si consideri l'equazione di ricorrenza

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(\sqrt{n}). \quad (1)$$

Si risolva l'equazione (1) utilizzando il metodo preferito tra quelli studiati. Si stabilisca, inoltre, quali tra le seguenti condizioni sono soddisfatte dalla soluzione $T(n)$ all'equazione (1) trovata al punto precedente:

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| (a) $T(n) = \mathcal{O}(n)$ | (b) $T(n) = \Omega(n)$ |
| (c) $T(n) = o(n)$ | (d) $T(n) = \omega(n)$ |

Infine, si disegni uno sketch dell'albero di ricorrenza associato all'equazione (1), indicando il costo del livello i -esimo, l'altezza dell'albero e il numero di foglie.

6. Si consideri una tabella hash dove le collisioni sono risolte per concatenazione con m slot (o celle o caselle) in cui sono memorizzate n chiavi. Qual è il valore atteso del tempo computazionale necessario a una ricerca senza successo nella tabella? Si dimostri formalmente la correttezza della risposta alla domanda precedente.