

**“ALGORITMI”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2020/21**

Sessione Straordinaria – 1 aprile 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

- (A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario.
- (B) Si definiscano le notazioni asintotiche  $\Theta(f(n))$ ,  $\mathcal{O}(f(n))$ ,  $\omega(f(n))$ , per una data funzione  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .
- (C) Si risolva l'equazione di ricorrenza  $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{6}\right) + \Theta(n^2 \log^3 n)$  al variare del parametro reale  $a \geq 1$ .
- (D) Sia  $T(n)$  la funzione di cui al punto precedente. Per quali valori del parametro  $a \geq 1$  si ha:  
(i)  $T(n) = \Theta(n^3 \log n)$ ;    (ii)  $T(n) = \mathcal{O}(n^3 \log n)$ ;    (iii)  $T(n) = \omega(n^2 \log^5 n)$ ?

**ESERCIZIO 2**

Nel contesto della metodologia *greedy*, si enunci il problema di ottimizzazione relativo alla *selezione di attività* e se ne discuta una soluzione efficiente, anche mediante pseudo-codice, valutandone la complessità computazionale e illustrandola sull'insieme  $S = \{a_1, \dots, a_{12}\}$  di 12 attività caratterizzate dai seguenti tempi iniziali e finali:

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$s_i$	5	7	3	14	8	5	10	5	16	4	9	2
$f_i$	17	9	7	16	11	7	18	9	18	12	13	4

**ESERCIZIO 3**

Sia data la sequenza di 6 matrici definito dal vettore delle dimensioni  $\langle 4, 2, 2, 5, 3, 3, 2 \rangle$  e si supponga di eseguire l'algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo della parentesizzazione ottima di una sequenza di matrici.

Si fornisca il costo ottimale della moltiplicazione della sequenza fornita in input, la matrice ottenuta alla fine dell'esecuzione dell'algoritmo e la relativa parentesizzazione ottima.

**ESERCIZIO 4**

Sia dato il grafo orientato e pesato  $G = (V, E)$ , descritto dalla seguente notazione insiemistica  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $E = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (4, 2), (4, 3), (4, 5)\}$ , ove la funzione peso  $w: E \rightarrow \mathbb{R}$  sia definita come segue:

$$w(1, 2) = 5, \quad w(1, 4) = 1, \quad w(3, 2) = 1, \quad w(4, 2) = 3, \quad w(4, 3) = 1, \quad w(4, 5) = 3.$$

Si supponga di eseguire sul grafo  $G$  l'algoritmo **Fast-All-Pairs-Shorest-Path**.

Si fornisca la configurazione della matrice ottenuta dall'algoritmo alla fine di ognuna delle iterazioni del ciclo principale dell'algoritmo.

**ESERCIZIO 5**

Sia dato l'array  $A = [9, 5, 7, 6, 3, 8]$  contenente 6 elementi e si supponga di eseguire l'algoritmo **HeapSort** sull'array  $A$ .

Si fornisca la configurazione dell'array  $A$  alla fine di ciascuna delle iterazioni del ciclo principale dell'algoritmo.