

“ALGORITMI”
CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
ANNO ACCADEMICO 2020/21

Seconda sessione di esami – Secondo appello – 6 luglio 2021

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 1

- (A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario.
- (B) Si definiscano le notazioni asintotiche $o(f(n))$, $\omega(f(n))$, $\Theta(f(n))$, per una data funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$.
- (C) Si risolva l'equazione di ricorrenza $T(n) = \alpha \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) + \Theta(n^2 \log n)$ al variare del parametro reale $\alpha \geq 1$.
- (D) Sia $T(n)$ la funzione di cui al punto precedente. Per quali valori del parametro $\alpha \geq 1$ si ha:
(i) $T(n) = o(n^3)$; (ii) $T(n) = \omega(n^2 \log^2 n)$; (iii) $T(n) = \Theta(n^2 \log^3 n)$?

ESERCIZIO 2

- (A) Data la funzione $h(x, i) =_{Def} (x + 3i) \bmod 17$, si illustri l'inserimento delle chiavi

23, 43, 21, 5, 62, 72, 58, 48, 52, 46, 78, 55, 35, 17, 51

in una tabella hash di dimensione 17, inizialmente vuota e organizzata con l'indirizzamento aperto, utilizzando $h(x, i)$ come funzione hash.

- (B) Si enunci l'ipotesi di *hashing uniforme*, si forniscano dei limiti superiori al numero medio di scansioni in ricerche *con* e *senza* successo in una tabella hash con fattore di carico α , assumendo l'ipotesi di hashing uniforme.

ESERCIZIO 3

Si supponga di operare su di un Min-Heap, inizialmente vuoto, rappresentando da un array A . Nello specifico si inseriscano le seguenti chiavi, nell'ordine dato: $\langle 18, 10, 12, 9, 4, 7, 1, 3, 6, 5 \rangle$. Si fornisca la configurazione dell'array A alla fine di ciascuna delle operazioni di inserimento. Si indichi anche quante chiamate alla funzione ricorsiva *Heapify* vengono effettuate per ciascuna delle operazioni di inserimento.

ESERCIZIO 4

Sia dato il grafo direzionato e pesato $G = (V, E)$, con

$$G = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{ed} \quad E = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4)\}.$$

La funzione peso w è così definita:

$$w(0, 1) = 2, w(0, 2) = 6, w(0, 3) = 7, w(1, 3) = 3, w(1, 4) = 4, w(2, 4) = 1, w(3, 4) = 5.$$

Si supponga di eseguire l'algoritmo di Bellman-Ford sul grafo G con sorgente 0. Si forniscano la configurazione dell'array relativo alle stime di cammino minimo ottenuta alla fine di ciascuna iterazione del ciclo principale dell'algoritmo.

ESERCIZIO 5

Si supponga di operare su di un albero Rosso-Nero, inizialmente vuoto, inserendo le seguenti chiavi nell'ordine dato: $\langle 6, 10, 8, 3, 7, 2, 9, 4 \rangle$. Si disegni la struttura dell'albero dopo ciascuna delle operazioni di inserimento, indicando sia la chiave che il colore di ciascun nodo dell'albero. Si forniscano anche, per ciascun albero, la sequenza delle chiavi ottenuta da una visita *post-order*.