Systèmes d'équations et quotients

Feuille de travaux dirigés n^{o}3

1. Soit l'automate fini $B = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ où $\Sigma = \{0, 1\}$, $F = \{q_1, q_2\}$ défini par la table de transition suivante :

	0	1
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_3
q_2	q_1	q_2
q_3	q_1	q_3

a) Donnez une représentation graphique de B.
b) En utilisant les systèmes d'équations gauche, trouvez une expression rationnelle décrivant $L(B)$.
c) En utilisant les systèmes d'équations droite, trouvez une expression rationnelle décrivant $L(B)$.

Rappel des règles de calcul des quotients gauches

$a^{-1}\varnothing = a^{-1}\varepsilon = \varnothing$	$a^{-1}(X+Y) = a^{-1}X + a^{-1}Y$
$a^{-1}a = \varepsilon$	$a^{-1}X^\star = (a^{-1}X).X^\star$
$a^{-1}b = \varnothing$ pour $a \neq b$	$a^{-1}(X.Y) = (a^{-1}X).Y + (X \cap \{\varepsilon\})a^{-1}Y$

2. Soit L le langage des mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ admettant $baba$ comme suffixe.
a) Construisez un automate non déterministe qui reconnaît L ;
b) Déterminisez l'automate obtenu ;
c) Calculez $Q(L)$, l'ensemble des quotients gauches de ce langage ;
d) Déduisez-en l'automate minimal.

3. Soit l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.
a) Donner un automate fini non-déterministe pour reconnaître :
$i)$ les mots ayant un 1 comme dernière lettre.
$ii)$ les mots ayant un 1 comme avant-dernière lettre.
$iii)$ les mots ayant un 1 comme 3ième lettre de la fin.

$n)$ les mots ayant un 1 comme n-ième lettre de la fin.
b) Déterminiser $i)$, $ii)$, $iii)$, ...
c) Montrer que $n)$ aura 2^n états.
d) Minimiser $i)$, $ii)$, $iii)$, ...
e) Chercher un argument simple, pour justifier le nombre d'états de l'automate minimal.

4. *Optionnel* Soit L un langage rationnel sur un alphabet Σ. Montrer que les langages suivants sont rationnels.
a) $MAX(L) = \{x \in L, \forall y \neq \varepsilon, xy \notin L\}$
b) $MIN(L) = \{x \in L,$ aucun préfixe propre de x n'est dans $L\}$
c) $INIT(L) = \{x \in \Sigma^\star, \exists y \in \Sigma^\star, xy \in L\}$