Automates finis - déterminisation et minimisation

Corrigé partiel de la feuille de travaux dirigés n^{o}4

1. On calcule l'équivalence de Nérode :

$$\begin{array}{ll} \approx_0 & \{1,2,3\}\{4,5,6,7\} \\ \approx_1 & \{1,3\}\{2\}\{4,5,6,7\} \\ \approx_2 & \{1,3\}\{2\}\{4,5,6,7\} \end{array}$$

Et nous obtenons, après renumérotation des états
Après minimisation et renommage nous obtenons :

δ	a	b
$\rightarrow 1$	2	1
2	2	3
$\leftarrow 3$	3	3

2. a) L'automate non-déterministe complet est :

δ	a	b
$\rightarrow 0$	1	3
1	4	$\{0,2\}$
$\leftarrow 2$	0	4
3	0	4
4	4	4

L'automate déterministe qu'on obtient est :

δ		a	b
$\rightarrow$	0	1	3
	1	4	$\{0,2\}$
	3	0	4
	4	4	4
$\leftarrow$	$\{0,2\}$	$\{0,1\}$	$\{3,4\}$
	$\{0,1\}$	$\{1,4\}$	$\{0,2,3\}$
	$\{3,4\}$	$\{0,4\}$	4
	$\{1,4\}$	4	$\{0,2,4\}$
$\leftarrow$	$\{0,2,3\}$	$\{0,1\}$	$\{3,4\}$
	$\{0,4\}$	$\{1,4\}$	$\{3,4\}$
$\leftarrow$	$\{0,2,4\}$	$\{0,1,4\}$	$\{3,4\}$
	$\{0,1,4\}$	$\{1,4\}$	$\{0,2,3,4\}$
$\leftarrow$	$\{0,2,3,4\}$	$\{0,1,4\}$	$\{3,4\}$

et en rénumérotant

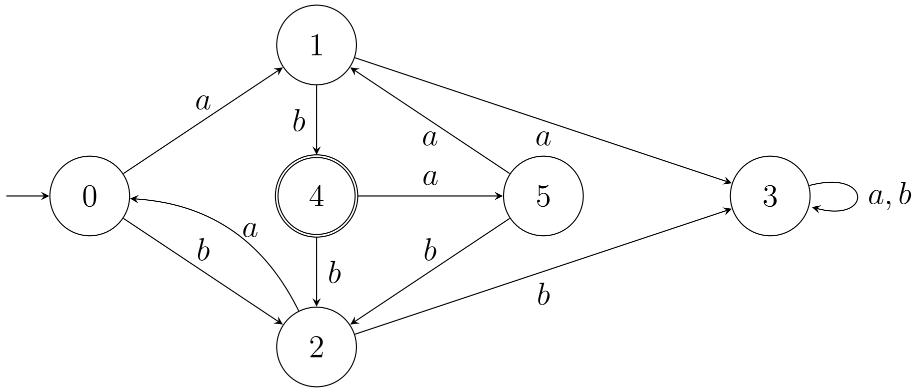
δ		a	b
$\rightarrow$	0	1	2
	1	3	4
	2	0	3
	3	3	3
$\leftarrow$	4	5	6
	5	7	8
	6	9	3
	7	3	10
$\leftarrow$	8	5	6
	9	7	6
$\leftarrow$	10	11	6
	11	7	12
$\leftarrow$	12	11	6

Le procédé de calcul de l'équivalence de Nérode se déroule ainsi :

$$\begin{array}{ll} \approx_0 & \{0,1,2,3,5,6,7,9,11\}\{4,8,10,12\} \\ \approx_1 & \{0,2,3,6,9\}\{1,5,7,11\}\{4,8,10,12\} \\ \approx_2 & \{0,9\}\{1,7\}\{2,3,6\}\{4,8,10,12\}\{5,11\} \\ \approx_3 & \{0,9\}\{1,7\}\{2,6\}\{3\}\{4,8,10,12\}\{5,11\} \\ \approx_4 & \{0,9\}\{1,7\}\{2,6\}\{3\}\{4,8,10,12\}\{5,11\} \end{array}$$

Ainsi, nous obtenons après renumérotation des états, l'automate minimal suivant :

δ	a	b
$\rightarrow 0$	1	2
1	3	4
2	0	3
3	3	3
$\leftarrow 4$	5	2
5	1	4



b) On obtient l'automate déterministe suivant :

δ		a	b
$\rightarrow$	0	1	3
	1		$\{0,2\}$
$\leftarrow$	$\{0,2\}$	$\{0,1\}$	3
	3	0	
	$\{0,1\}$	1	$\{0,2,3\}$
$\leftarrow$	$\{0,2,3\}$	$\{0,1\}$	3

et en complétant et rénumérotant

δ		a	b
$\rightarrow$	0	1	2
	1	3	4
	2	0	3
	3	3	3
$\leftarrow$	4	5	2
	5	1	6
$\leftarrow$	6	5	2

Le procédé de calcul de l'équivalence de Nérode se déroule ainsi :

$$\begin{array}{ll}
\approx_0 & \{0,1,2,5,3\}\{4,6\} \\
\approx_1 & \{0,2,3\}\{1,5\}\{4,6\} \\
\approx_2 & \{0\}\{1\}\{2,3\}\{4,6\}\{5\} \\
\approx_3 & \{0\}\{1\}\{2\}\{3\}\{4,6\}\{5\} \\
\approx_4 & \{0\}\{1\}\{2\}\{3\}\{4,6\}\{5\}
\end{array}$$

Et nous obtenons, après renumérotation des états, le même automate minimal qu'en **a)**.