

Grammaires & formes normales

Feuille de travaux dirigés n°7

1. Nettoyez la grammaire :

$$\begin{aligned} N &= \{S, X, Y, Z\} \\ T &= \{a, b, c\} \\ S & \\ P &\begin{cases} S \rightarrow SX \mid XY \mid SaZ \\ X \rightarrow aX \mid bY \mid c \\ Y \rightarrow SY \mid SbX \mid YY \\ Z \rightarrow aZ \mid bSX \mid c \end{cases} \end{aligned}$$

2. Soit la grammaire :

$$\begin{aligned} N &= \{S, A, B, D, E, F, G\} \\ T &= \{0, 1\} \\ S & \\ P &\begin{cases} S \rightarrow 1B \mid 0E \mid 0EF \\ A \rightarrow G \mid 0E \\ B \rightarrow 0D \mid 1S \mid 0 \mid 1 \\ D \rightarrow G \mid 1E \\ E \rightarrow 0S \mid 1D \mid 0 \mid 1 \\ F \rightarrow 0F0 \\ G \rightarrow 0B \end{cases} \end{aligned}$$

- a) Donner un automate fini déterministe qui reconnaît le langage engendré par cette grammaire.
b) Quel est ce langage ?

3. Est-ce que les grammaires suivantes sont ambiguës ?

a)

$$\begin{aligned} N &= \{S, X, Y\} \\ T &= \{a, b\} \\ S & \\ P &\begin{cases} S \rightarrow XbY \\ X \rightarrow aX \mid \varepsilon \\ Y \rightarrow aY \mid bY \mid \varepsilon \end{cases} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} N &= \{S, X, Y\} \\ T &= \{a, b\} \\ S & \\ P &\begin{cases} S \rightarrow XaSbY \mid \varepsilon \\ X \rightarrow aX \mid \varepsilon \\ Y \rightarrow bY \mid \varepsilon \end{cases} \end{aligned}$$

4. Trouvez le langage engendré par la grammaire $\langle N = \{S, A, B, C\}, T = \{a, b\}, S, P \rangle$:

$$P = \begin{cases} S \rightarrow AB \mid CA \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow BC \mid AB \\ C \rightarrow aB \mid b \end{cases}$$

5. Soit la grammaire $G = \langle N = \{S, A, B, C\}, T = \{a, b\}, S, P \rangle$:

$$P = \begin{cases} S \rightarrow aAa \\ A \rightarrow Sb \mid bBB \\ B \rightarrow abb \mid aC \\ C \rightarrow aCA \end{cases}$$

- a) Nettoyez G ;
b) donnez sa forme normale de Chomsky ;
c) puis sa forme normale de Greibach.

6. Trouvez le langage engendré par la grammaire $\langle N = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}, T = \{a, b\}, S_1, P \rangle$:

$$P = \begin{cases} S_1 \rightarrow S_1S_2 \mid S_2 \mid S_3 \\ S_2 \rightarrow bS_2 \mid aS_4S_6 \mid \varepsilon \\ S_3 \rightarrow bS_3 \mid abS_5 \mid \varepsilon \\ S_4 \rightarrow bS_2 \mid S_3S_4 \\ S_5 \rightarrow aS_6S_3 \mid bS_2S_7S_8 \mid bS_2S_7 \\ S_6 \rightarrow aS_6 \mid bS_6S_6 \\ S_7 \rightarrow aS_7b \mid aS_5 \\ S_8 \rightarrow S_6S_3 \mid aS_8S_7 \end{cases}$$

7. Si on veut supprimer les symboles non productifs et les symboles non accessibles, peut-on faire :

- a) Elimination des variables non productives puis élimination des variables non accessibles ?
b) Elimination des variables non accessibles puis élimination des variables non productives ?
c) L'un quelconque des 2 choix précédents ?
d) Aucun des 2 choix précédents ?

Justifiez vos réponses.

8. Mettez $\langle N = \{S, A, B\}, T = \{a, b\}, S, P \rangle$ sous forme normale de Greibach.

$$P = \begin{cases} S \rightarrow Sa \mid Sb \mid Aa \\ A \rightarrow Bb \mid Aa \mid b \\ B \rightarrow Bb \mid Ba \mid \varepsilon \end{cases}$$

9. Mettez $\langle N = \{A, B, C\}, T = \{a, b\}, A, P \rangle$ sous forme normale de Greibach.

$$P = \begin{cases} A \rightarrow Aa \mid Ab \mid Ca \mid a \\ B \rightarrow Aa \mid Bb \\ C \rightarrow Ba \mid Cb \end{cases}$$

10. *Optionnel* a) Mettez $\langle N = \{S, A, B, C, D, E\}, T = \{a, b\}, S, P \rangle$ sous forme normale de Chomsky.

$$P = \begin{cases} S \rightarrow aAa \mid bBb \\ A \rightarrow C \mid a \\ B \rightarrow C \mid b \\ C \rightarrow CDE \mid \varepsilon \\ D \rightarrow A \mid B \mid ab \end{cases}$$

b) Mettez $\langle N = \{S, X, A, B\}, T = \{a, b\}, S, P \rangle$ sous forme normale de Greibach.

$$P = \begin{cases} S \rightarrow XA \mid BB \\ A \rightarrow A \\ X \rightarrow b \\ B \rightarrow b \mid SB \end{cases}$$