

## Série N°4

### Analyse syntaxique : Méthodes d'analyse ascendantes

#### Exercice N°1 :

Soit  $G = (\{S\}, \{(, ), \text{nbr}\}, S)$  suivante :

$S \rightarrow S(S) \mid \text{nbr} \mid \epsilon$

1. Construire la collection d'ensembles d'items LR(0) pour cette grammaire.
2. La grammaire est-elle LR(0) ?
3. La grammaire est-elle SLR(1) ?
4. Si oui analyser la chaîne  $((\text{nbr})(\text{nbr}))$  et déduire son arbre de dérivation.

#### Exercice N°2 :

Soit  $G = (\{S, C\}, \{c, d\}, S)$  suivante :

$S \rightarrow CC$

$C \rightarrow cC \mid d$

1. Cette grammaire est-elle LR(1) ? (correction en cours)
2. Cette grammaire est-elle LALR(1) ? (correction en cours)
3. Analyser la chaîne **ccdc** et déduire son arbre de dérivation en utilisant les méthodes LR et LALR. Conclusion ?
4. Analyser la chaîne **ccdc d** et déduire son arbre de dérivation en utilisant les méthodes LR et LALR. Conclusion ?

#### Exercice N°3 :

Soit  $G = (\{\text{Dec}, \text{D\_id}, \text{Type}\}, \{\text{id}, \text{char}, \text{bool}, :, ;, \}, \text{Dec})$  suivante :

$\text{Dec} \rightarrow \text{D\_id} : \text{Type};$

$\text{D\_id} \rightarrow \text{D\_id}, \text{id} \mid \text{id}$

$\text{Type} \rightarrow \text{char} \mid \text{bool}$

1. Construire la collection d'ensembles d'items LR(1) pour cette grammaire.
2. Cette grammaire est-elle LR(1) ?
3. Cette grammaire est-elle LALR(1) ?
4. Analyser la chaîne **id, id : char;** et déduire son arbre de dérivation en utilisant la méthode LALR(1).

#### Exercice N°4 :

Soit  $G = (\{\text{Insts}, \text{Inst}, \text{Cond}\}, \{\text{si}, \text{alors}, \vee, \wedge, \text{faux}, \text{vrai}\}, \text{Insts})$  suivante :

$\text{Insts} \rightarrow \text{Inst} \mid \text{Insts Inst}$

$\text{Inst} \rightarrow \text{si Cond alors Inst}$

$\text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \vee \text{Cond} \mid \text{Cond} \wedge \text{Cond} \mid \text{faux} \mid \text{vrai}$

1. Construire la collection d'ensembles d'items LR(1) pour cette grammaire.
2. Construire la table d'analyse LR(1) pour cette grammaire.
3. Cette grammaire est-elle LR(1) ? Si non pourquoi ?
4. Proposer une solution pour que G soit LR(1).

---

**Exercice N°5 :**

On veut analyser syntaxiquement des expressions arithmétiques. Les opérandes sont des nombres entiers. Les opérateurs permis sont  $-$ ,  $\times$ , et  $\uparrow$  (opérateur de puissance). Les opérateurs  $-$  et  $\times$  sont associatifs à gauche. L'opérateur  $\uparrow$  est associatif à droite. L'ordre  $\uparrow$ ,  $\times$ ,  $-$  est un ordre selon la priorité décroissante des opérateurs ( $\uparrow$  est le plus prioritaire).

- (a) Parmi les grammaires suivantes, expliquer quelle est celle qui correspond à la description donnée ci-dessus :

$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$
$E \rightarrow F \uparrow E \mid F$ $F \rightarrow F \times G \mid G$ $G \rightarrow G - H \mid H$ $H \rightarrow (E) \mid nbr$	$E \rightarrow E - T \mid T$ $T \rightarrow T \times F \mid F$ $F \rightarrow F \uparrow G \mid G$ $G \rightarrow (E) \mid nbr$	$E \rightarrow E \uparrow F \mid F$ $F \rightarrow F \times G \mid G$ $G \rightarrow G - H \mid H$ $H \rightarrow (E) \mid nbr$	$E \rightarrow E - T \mid T$ $T \rightarrow T \times F \mid F$ $F \rightarrow G \uparrow F \mid G$ $G \rightarrow (E) \mid nbr$	$E \rightarrow E \uparrow F \mid F$ $F \rightarrow G \times F \mid G$ $G \rightarrow H - G \mid H$ $H \rightarrow (E) \mid nbr$

- (b) Améliorer la grammaire obtenue en (a) pour qu'elle génère des expressions arithmétiques (parenthésés ou non) seulement avec deux opérateurs  $-$  et  $\uparrow$ .
- (c) Construire la collection d'ensembles d'items LR(1) pour la grammaire obtenue en (b).
- (d) Sans construction de la table d'analyse LALR(1), Quelle est sa dimension ?.

# Solutions

## Solution d'exercice N°1 :

Soit  $G = (\{S\}, \{ (, ), \text{nbr} \}, S)$  suivante :  
 $S \rightarrow S(S) \mid \text{nbr} \mid \epsilon$   
 (1) (2) (3)

1. Construction de la collection d'ensembles d'items LR(0) :

$I_0 = \text{Ferm} (S' \rightarrow \cdot S) = [S' \rightarrow \cdot S] [S \rightarrow \cdot S(S)] [S \rightarrow \cdot \text{nbr}] [S \rightarrow \cdot ]$

$I_1 = \text{GOTO} (I_0, S) = [S' \rightarrow S \cdot] [S \rightarrow S \cdot (S)]$

$I_2 = \text{GOTO} (I_0, \text{nbr}) = [S \rightarrow \text{nbr} \cdot]$

$I_3 = \text{GOTO} (I_1, () = [S \rightarrow S (\cdot S)] [S \rightarrow \cdot S(S)] [S \rightarrow \cdot \text{nbr}] [S \rightarrow \cdot ]$

$I_4 = \text{GOTO} (I_3, S) = [S \rightarrow S (S \cdot)] [S \rightarrow S \cdot (S)]$

$I_5 = \text{GOTO} (I_3, \text{nbr})$

$I_6 = \text{GOTO} (I_4, ) = [S \rightarrow S (S) \cdot]$

$I_7 = \text{GOTO} (I_4, ()$

Table d'analyse LR (0)

	(	)	nbr	#	S
$I_0$	$R_3$	$R_3$	$R_3 \mid D_2$	$R_3$	$I_1$
$I_1$	$D_3$			Accepter : Chaine correcte	
$I_2$	$R_2$	$R_2$	$R_2$	$R_2$	
$I_3$	$R_3$	$R_3$	$R_3 \mid D_2$	$R_3$	$I_4$
$I_4$	$D_3$	$D_5$			
$I_5$	$R_1$	$R_1$	$R_1$	$R_1$	

2. La table d'analyse est multi-définie  $\Rightarrow G$  n'est pas LR (0)

Table d'analyse SLR (1)

	(	)	nbr	#	S
$I_0$	$R_3$	$R_3$	$D_2$	$R_3$	$I_1$
$I_1$	$D_3$			Accepter : Chaine correcte	
$I_2$	$R_2$	$R_2$		$R_2$	
$I_3$	$R_3$	$R_3$	$D_2$	$R_3$	$I_4$
$I_4$	$D_3$	$D_5$			
$I_5$	$R_1$	$R_1$		$R_1$	

3. La table d'analyse est mono-définie  $\Rightarrow G$  est SLR (1)  
 4. L'analyse de la chaine :  $((\text{nbr})(\text{nbr}))\#$

Pile	Chaine	Action
$\#I_0$	$((nbr)(nbr))\#$	$R_3$ : empiler S, $I_1$
$\#I_0S I_1$	$((nbr)(nbr))\#$	$D_3$ : empiler (, $I_3$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3$	$(nbr)(nbr))\#$	$R_3$ : empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4$	$(nbr)(nbr))\#$	$D_3$ : empiler (, $I_3$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3$	$nbr)(nbr))\#$	$D_2$ : empiler nbr, $I_2$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 nbr I_2$	$)(nbr))\#$	$R_2$ : dépiler 2 sym, empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 S I_4$	$)(nbr))\#$	$D_5$ : empiler ), $I_5$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 S I_4)I_5$	$(nbr))\#$	$R_1$ : dépiler 8 sym, empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4$	$(nbr))\#$	$D_3$ : empiler (, $I_3$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3$	$nbr))\#$	$D_2$ : empiler nbr, $I_2$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 nbr I_2$	$))\#$	$R_2$ : dépiler 2 sym, empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 S I_4$	$))\#$	$D_5$ : empiler ), $I_5$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4 ( I_3 S I_4)I_5$	$)\#$	$R_1$ : dépiler 8 sym, empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4$	$)\#$	$D_5$ : empiler ), $I_5$ ; Av
$\#I_0S I_1 ( I_3 S I_4)I_5$	$\#$	$R_1$ : dépiler 8 sym, empiler S, $I_4$
$\#I_0S I_1$	$\#$	Chaine correcte

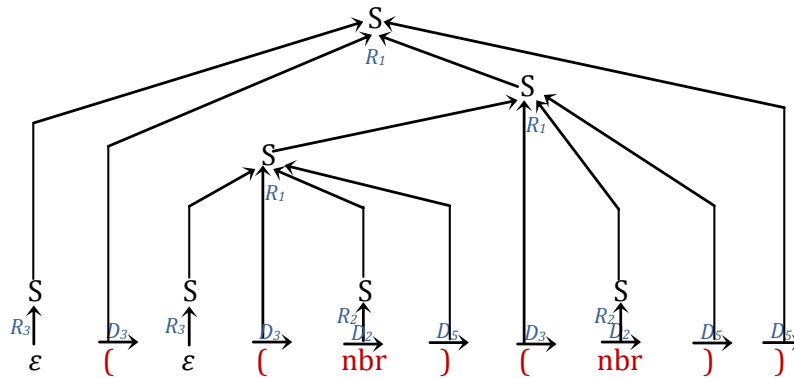


FIGURE 1 – Dérivation de la chaine  $((nbr)(nbr))$

## Solution d'exercice N°2 :

$G = (\{S, C\}, \{c, d\}, S)$  suivante :

$S \rightarrow CC$

(1)

$C \rightarrow cC \mid d$

(2) (3)

1. Correction en cours (Section ??)
2. Correction en cours (Section ??)
3. Analyse de la chaîne  $ccdc\#$

— En utilisant la méthode LR (1) :

Pile	Chaîne	Action
$\#I_0$	$ccdc\#$	1 : $D_3$ : empiler c, $I_3$ , Av
$\#I_0cI_3$	$cdc\#$	2 : $D_3$ : empiler c, $I_3$ , Av
$\#I_0cI_3cI_3$	$dc\#$	3 : $D_4$ : empiler d, $I_4$ , Av
$\#I_0cI_3cI_3dI_4$	$c\#$	4 : $R_3$ : D 2 sym ; E (C), $I_8$
$\#I_0cI_3cI_3CI_8$	$c\#$	5 : $R_2$ : D 4 sym ; E (C), $I_8$
$\#I_0cI_3CI_8$	$c\#$	6 : $R_2$ : D 4 sym ; E (C), $I_2$
$\#I_0CI_2$	$c\#$	7 : $D_6$ : empiler c, $I_6$ , Av
$\#I_0CI_2cI_6$	$\#$	Erreur : Chaîne incorrecte

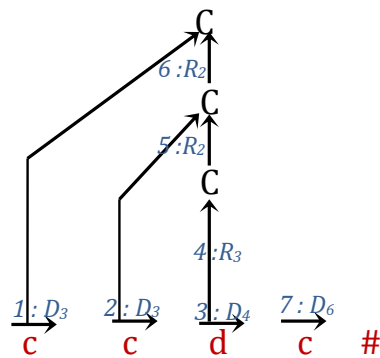


FIGURE 2 – Dérivation de la chaîne  $ccdc$  en utilisant la méthode LR (1)

— En utilisant la méthode LALR (1) :

Pile	Chaîne	Action
$\#I_0$	$ccdc\#$	1 : $D_{36}$ : empiler c, $I_{36}$ , Av
$\#I_0cI_{36}$	$cdc\#$	2 : $D_{36}$ : empiler c, $I_{36}$ , Av
$\#I_0cI_{36}cI_{36}$	$dc\#$	3 : $D_{47}$ : empiler d, $I_{47}$ , Av
$\#I_0cI_{36}cI_{36}dI_{47}$	$c\#$	4 : $R_3$ : D 2 sym ; E (C), $I_{89}$
$\#I_0cI_{36}cI_{36}CI_{89}$	$c\#$	5 : $R_2$ : D 4 sym ; E (C), $I_{89}$
$\#I_0cI_{36}CI_{89}$	$c\#$	6 : $R_2$ : D 4 sym ; E (C), $I_2$
$\#I_0CI_2$	$c\#$	7 : $D_{36}$ : empiler c, $I_{36}$ , Av
$\#I_0CI_2cI_{36}$	$\#$	Erreur : Chaîne incorrecte

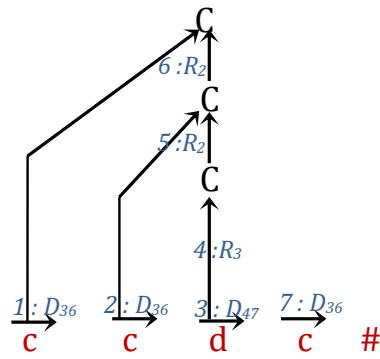


FIGURE 3 – Dérivation de la chaîne *ccdc* en utilisant la méthode LALR (1)

#### 4. Analyse de la chaîne *ccdc*#

— En utilisant la méthode LR (1) :

Pile	Chaîne	Action
# $\mathbb{I}_0$	<i>ccdc</i> #	1 : $\mathbb{D}_3$ : empiler c, $\mathbb{I}_3$ , Av
# $\mathbb{I}_0$ c $\mathbb{I}_3$	<i>ccdc</i> #	2 : $\mathbb{D}_3$ : empiler c, $\mathbb{I}_3$ , Av
# $\mathbb{I}_0$ c $\mathbb{I}_3$ c $\mathbb{I}_3$	<i>ccdc</i> #	3 : $\mathbb{D}_4$ : empiler d, $\mathbb{I}_4$ , Av
# $\mathbb{I}_0$ c $\mathbb{I}_3$ c $\mathbb{I}_3$ d $\mathbb{I}_4$	<i>cd</i> #	4 : $\mathbb{R}_3$ : D 2 sym ; E (C), $\mathbb{I}_8$
# $\mathbb{I}_0$ c $\mathbb{I}_3$ c $\mathbb{I}_3$ C $\mathbb{I}_8$	<i>cd</i> #	5 : $\mathbb{R}_2$ : D 4 sym ; E (C), $\mathbb{I}_8$
# $\mathbb{I}_0$ c $\mathbb{I}_3$ C $\mathbb{I}_8$	<i>cd</i> #	6 : $\mathbb{R}_2$ : D 4 sym ; E (C), $\mathbb{I}_6$
# $\mathbb{I}_0$ C $\mathbb{I}_2$	<i>cd</i> #	7 : $\mathbb{D}_6$ : empiler c, $\mathbb{I}_6$ , Av
# $\mathbb{I}_0$ C $\mathbb{I}_2$ c $\mathbb{I}_6$	<i>d</i> #	8 : $\mathbb{D}_7$ : empiler d, $\mathbb{I}_7$ , Av
# $\mathbb{I}_0$ C $\mathbb{I}_2$ c $\mathbb{I}_6$ d $\mathbb{I}_7$	#	9 : $\mathbb{R}_3$ : D 2 sym ; E (C), $\mathbb{I}_9$
# $\mathbb{I}_0$ C $\mathbb{I}_2$ c $\mathbb{I}_6$ C $\mathbb{I}_9$	#	10 : $\mathbb{R}_2$ : D 4 sym ; E (C), $\mathbb{I}_5$
# $\mathbb{I}_0$ C $\mathbb{I}_2$ C $\mathbb{I}_5$	#	11 : $\mathbb{R}_1$ : D 4 sym ; E (S), $\mathbb{I}_1$
# $\mathbb{I}_0$ S $\mathbb{I}_1$	#	Accepter : Chaîne correcte

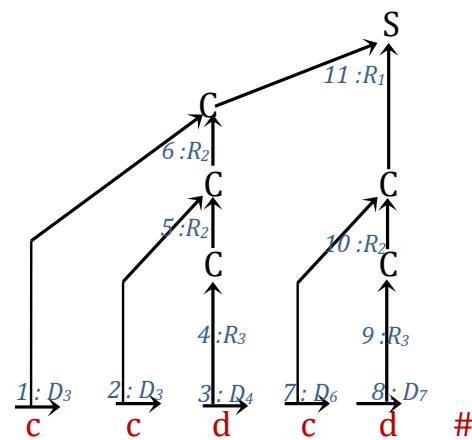


FIGURE 4 – Dérivation de la chaîne *ccdcd* en utilisant la méthode LR (1)

— En utilisant la méthode LALR (1) :

Pile	Chaine	Action
#I <sub>0</sub>	ccdc#	1 :D <sub>36</sub> : empiler c, I <sub>36</sub> , Av
#I <sub>0</sub> cI <sub>36</sub>	ccdc#	2 :D <sub>36</sub> : empiler c, I <sub>36</sub> , Av
#I <sub>0</sub> cI <sub>36</sub> cI <sub>36</sub>	dcd#	3 :D <sub>47</sub> : empiler d, I <sub>47</sub> , Av
#I <sub>0</sub> cI <sub>36</sub> cI <sub>36</sub> dI <sub>47</sub>	cd#	4 :R <sub>3</sub> : D 2 sym ; E (C), I <sub>89</sub>
#I <sub>0</sub> cI <sub>36</sub> cI <sub>36</sub> CI <sub>89</sub>	cd#	5 :R <sub>2</sub> : D 4 sym ; E (C), I <sub>89</sub>
#I <sub>0</sub> cI <sub>36</sub> CI <sub>89</sub>	cd#	6 :R <sub>2</sub> : D 4 sym ; E (C), I <sub>2</sub>
#I <sub>0</sub> CI <sub>2</sub>	cd#	7 :D <sub>36</sub> : empiler c, I <sub>36</sub> , Av
#I <sub>0</sub> CI <sub>2</sub> cI <sub>36</sub>	d#	8 :D <sub>47</sub> : empiler d, I <sub>47</sub> , Av
#I <sub>0</sub> CI <sub>2</sub> cI <sub>36</sub> dI <sub>47</sub>	#	9 :R <sub>3</sub> : D 2 sym ; E (C), I <sub>89</sub>
#I <sub>0</sub> CI <sub>2</sub> cI <sub>36</sub> CI <sub>89</sub>	#	10 :R <sub>2</sub> : D 4 sym ; E (C), I <sub>5</sub>
#I <sub>0</sub> CI <sub>2</sub> CI <sub>5</sub>	#	11 :R <sub>1</sub> : D 4 sym ; E (S), I <sub>1</sub>
#I <sub>0</sub> SI <sub>1</sub>	#	Accepter : Chaine correcte

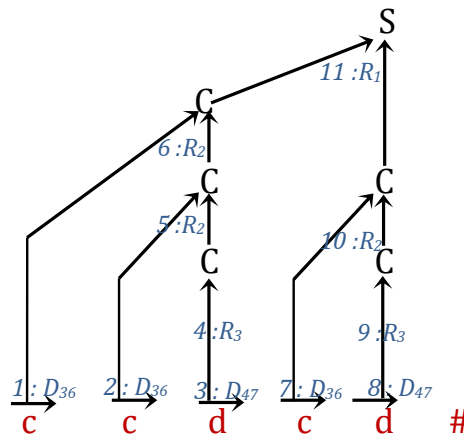


FIGURE 5 – Dérivation de la chaine *ccdc* en utilisant la méthode LALR (1)

### Solution d'exercice N°3 :

$G = (\{ \text{Dec}, \text{D\_id}, \text{Type} \}, \{ \text{id}, \text{char}, \text{bool}, :, ;, , \}, \text{Dec})$  suivante :

**Dec**  $\rightarrow$  **D\_id** : **Type**;

(1)

**D\_id**  $\rightarrow$  **D\_id** , **id** | **id**

(2) (3)

**Type**  $\rightarrow$  **char** | **bool**

(4) (5)

#### 1. Construction de la collection d'ensembles d'items LR(1) :

$I_0 = \text{Ferm } [D' \rightarrow \cdot \text{Dec}, \#] = [D' \rightarrow \cdot \text{Dec}, \#] [Dec \rightarrow \cdot D\_id : \text{Type}; , \#] [D\_id \rightarrow \cdot D\_id, id, : | ,] [D\_id \rightarrow \cdot id, : | ,]$

$I_1 = \text{GOTO}(I_0, Dec) = [D' \rightarrow Dec \cdot, \#]$   $I_2 = \text{GOTO}(I_0, D\_id) = [Dec \rightarrow D\_id \cdot : \text{Type}; , \#] [D\_id \rightarrow D\_id \cdot, id, : | ,]$

$I_3 = \text{GOTO}(I_0, id) = [D\_id \rightarrow id \cdot, : | ,]$

$I_4 = \text{GOTO}(I_2, :) = [Dec \rightarrow D\_id : \cdot \text{Type}; , \#] [Type \rightarrow \cdot \text{char}, ;, ] [Type \rightarrow \cdot \text{bool}, ;, ]$

$I_5 = \text{GOTO}(I_2, ,) = [D\_id \rightarrow D\_id , \cdot id, : | ,]$

$I_6 = \text{GOTO}(I_4, Type) = [Dec \rightarrow D\_id : \text{Type} \cdot, ;, \#]$

$I_7 = \text{GOTO}(I_4, char) = [Type \rightarrow char \cdot, ;, ]$

$\mathbb{I}_8 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_4, \text{bool}) = [\text{Type} \rightarrow \text{bool } ., ; ]$   
 $\mathbb{I}_9 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_5, \text{id}) = \mathbb{I}_5 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_2, .) = [\text{D\_id} \rightarrow \text{D\_id } ., \text{id } ., : | , ]$   
 $\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_6, ;) = [\text{Dec} \rightarrow \text{D\_id} : \text{Type} ; ., \#]$

## 2. Table d'analyse LR (1)

	id	char	bool	;	,	:	#	Dec	D_id	Type
$\mathbb{I}_0$	$\mathbb{D}_3$							$\mathbb{I}_1$	$\mathbb{I}_2$	
$\mathbb{I}_1$							ACC			
$\mathbb{I}_2$					$\mathbb{D}_5$	$\mathbb{D}_4$				
$\mathbb{I}_3$					$\mathbb{R}_3$	$\mathbb{R}_3$				
$\mathbb{I}_4$		$\mathbb{D}_7$	$\mathbb{D}_8$							$\mathbb{I}_6$
$\mathbb{I}_5$	$\mathbb{D}_9$									
$\mathbb{I}_6$				$\mathbb{D}_{10}$						
$\mathbb{I}_7$				$\mathbb{R}_4$						
$\mathbb{I}_8$				$\mathbb{R}_5$						
$\mathbb{I}_9$					$\mathbb{R}_2$	$\mathbb{R}_2$				
$\mathbb{I}_{10}$							$\mathbb{R}_1$			

La table d'analyse est mono-définie  $\Rightarrow G$  est LR(1)

3.  $C_{LR(1)} = \{ \mathbb{I}_0, \mathbb{I}_1, \dots, \mathbb{I}_{10} \}$   
 $C_{LALR(1)} = \{ \mathbb{I}_0, \mathbb{I}_1, \dots, \mathbb{I}_{10} \}$

## 4. L'analyse de la chaîne $id, id : char ; :$

Pile	Chaîne	Action
$\mathbb{I}_0$	$id, id : char ; \#$	1 : $\mathbb{D}_3 : E(id) ; \mathbb{I}_3 ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 id \mathbb{I}_3$	$, id : char ; \#$	2 : $\mathbb{R}_3 : D \text{ 2 sym} ; E(D\_id), \mathbb{I}_2$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2$	$, id : char ; \#$	3 : $\mathbb{D}_5 : E(,) ; \mathbb{I}_5 ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2, \mathbb{I}_5$	$id : char ; \#$	4 : $\mathbb{D}_9 : E(id) ; \mathbb{I}_9 ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2, \mathbb{I}_5 id \mathbb{I}_9$	$: char ; \#$	5 : $\mathbb{R}_2 : D \text{ 6 sym} ; E(D\_id), \mathbb{I}_2$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2$	$: char ; \#$	6 : $\mathbb{D}_4 : E(:) ; \mathbb{I}_4 ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2 : \mathbb{I}_4$	$char ; \#$	7 : $\mathbb{D}_7 : E(char) ; \mathbb{I}_7 ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2 : \mathbb{I}_4 char \mathbb{I}_7$	$ ; \#$	8 : $\mathbb{R}_4 : D \text{ 2 sym} ; E(Type), \mathbb{I}_6$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2 : \mathbb{I}_4 Type \mathbb{I}_6$	$ ; \#$	9 : $\mathbb{D}_{10} : E(;) ; \mathbb{I}_{10} ; \text{Av}$
$\mathbb{I}_0 D\_id \mathbb{I}_2 : \mathbb{I}_4 Type \mathbb{I}_6 ; \mathbb{I}_{10}$	$\#$	10 : $\mathbb{R}_1 : D \text{ 8 sym} ; E(Dec), \mathbb{I}_1$
$\mathbb{I}_0 Dec \mathbb{I}_1$	$\#$	Accepter : Chaîne correcte

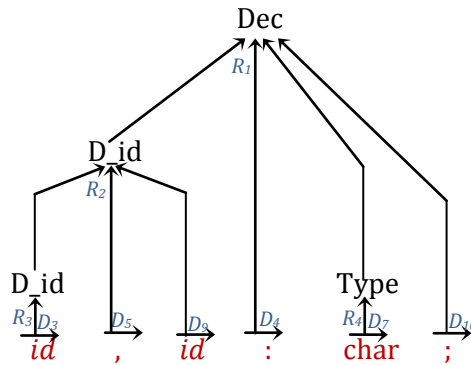


FIGURE 6 – Dérivation de la chaîne  $id, id : char ; \#$



## Solution d'exercice N°4 :

$G = (\{ \text{Insts}, \text{Inst}, \text{Cond} \}, \{ \text{si}, \text{alors}, \vee, \wedge, \text{faux}, \text{vrai} \}, \text{Insts})$  suivante :

$\text{Insts} \rightarrow \text{Inst} \mid \text{Insts Inst}$

(1) (2)

$\text{Inst} \rightarrow \text{si Cond alors Inst}$

(3)

$\text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \vee \text{Cond} \mid \text{Cond} \wedge \text{Cond} \mid \text{faux} \mid \text{vrai}$

(4)

(5)

(6)

(7)

### 1. Construction de la collection d'ensembles d'items LR(1) :

$\mathbb{I}_0 = \text{Ferm} [ \text{Insts}' \rightarrow \cdot \text{Insts}, \# ] = [ \text{Insts}' \rightarrow \cdot \text{Insts}, \# ] [ \text{Insts} \rightarrow \cdot \text{Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Insts} \rightarrow \cdot \text{Insts Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Inst} \rightarrow \cdot \text{si Cond alors Inst}, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_1 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_0, \text{Insts}) = [ \text{Insts}' \rightarrow \text{Insts} \cdot, \# ] [ \text{Insts} \rightarrow \text{Insts} \cdot \text{Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Inst} \rightarrow \cdot \text{si Cond alors Inst}, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_2 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_0, \text{Inst}) = [ \text{Insts} \rightarrow \text{Inst} \cdot, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_3 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_0, \text{si}) = [ \text{Inst} \rightarrow \text{si} \cdot \text{Cond alors Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{faux}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{vrai}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_4 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_1, \text{Inst}) = [ \text{Insts} \rightarrow \text{Insts Inst} \cdot, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_3 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_1, \text{si})$

$\mathbb{I}_5 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_3, \text{Cond}) = [ \text{Inst} \rightarrow \text{si Cond} \cdot \text{alors Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_6 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_3, \text{faux}) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{faux} \cdot, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_7 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_3, \text{vrai}) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{vrai} \cdot, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_8 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_5, \text{alors}) = [ \text{Inst} \rightarrow \text{si Cond alors} \cdot \text{Inst}, \# | \text{si} ] [ \text{Inst} \rightarrow \cdot \text{si Cond alors Inst}, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_9 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_5, \vee) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \vee \cdot \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{faux}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{vrai}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_5, \wedge) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \wedge \cdot \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{Cond} \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{faux}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \cdot \text{vrai}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_{11} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_8, \text{Inst}) = [ \text{Inst} \rightarrow \text{si Cond alors Inst} \cdot, \# | \text{si} ]$

$\mathbb{I}_3 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_8, \text{si})$

$\mathbb{I}_{12} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_9, \text{Cond}) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \vee \text{Cond} \cdot, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_6 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_9, \text{faux})$

$\mathbb{I}_7 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_9, \text{vrai})$

$\mathbb{I}_{13} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{10}, \text{Cond}) = [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \wedge \text{Cond} \cdot, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \vee \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ] [ \text{Cond} \rightarrow \text{Cond} \cdot \wedge \text{Cond}, \text{alors} | \vee | \wedge ]$

$\mathbb{I}_6 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{10}, \text{faux})$

$\mathbb{I}_7 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{10}, \text{vrai})$

$\mathbb{I}_9 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{12}, \vee) \quad \mathbb{I}_{10} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{12}, \wedge)$

$\mathbb{I}_9 = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{13}, \vee)$

$\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO} (\mathbb{I}_{13}, \wedge)$

$C_{LR(1)} = \{ \mathbb{I}_0, \mathbb{I}_1, \dots, \mathbb{I}_{13} \}$

### 2. Table d'analyse LR (1)

	si	alors	$\vee$	$\wedge$	faux	vrai	#	Insts	Inst	Cond
$I_0$	$D_3$							$I_1$	$I_2$	
$I_1$	$D_3$						ACC		$I_4$	
$I_2$	$R_1$						$R_1$			
$I_3$					$D_6$	$D_7$				$I_5$
$I_4$	$R_2$						$R_2$			
$I_5$		$D_8$	$D_9$	$D_{10}$						
$I_6$		$R_6$	$R_6$	$R_6$						
$I_7$		$R_7$	$R_7$	$R_7$						
$I_8$	$D_3$								$I_{11}$	
$I_9$					$D_6$	$D_7$				$I_{12}$
$I_{10}$					$D_6$	$D_7$				$I_{13}$
$I_{11}$	$R_3$						$R_3$			
$I_{12}$		$R_4$	$D_9 R_4$	$D_{10} R_4$						
$I_{13}$		$R_5$	$D_9 R_5$	$D_{10} R_5$						

3. **La table d'analyse est multi-définie  $\Rightarrow$  G n'est pas LR(1)**, G est ambiguë

#### 4. Elimination des conflits :

Pour éliminer les conflits dans la table d'analyse, on va utiliser les règles suivantes :

- (a) Les opérateurs  $\wedge$  et  $\vee$  sont associatifs à gauche.
- (b) L'ordre  $\wedge$  et  $\vee$  est un ordre selon la priorité décroissante des opérateurs ( $\wedge$  est le plus prioritaire).

Dans la case  $[I_{12}, \vee]$ , nous avons deux actions,  $D_9$  et  $R_4$  :

$R_4$  : signifie que sommet de la pile contient  $Cond \vee Cond$  qui doit être réduit par  $Cond$

$D_9$  : signifie qu'il faut empiler le symbole  $\vee$  qui se trouve à la tête de la chaîne, on a donc une chaîne de la forme  $Cond \vee Cond \vee Cond$ , puisque  $\vee$  est associative à gauche (règle (a)), donc  $R_4$  est favorisée à  $D_9$ .

Dans la case  $[I_{12}, \wedge]$ , nous avons deux actions,  $D_{10}$  et  $R_4$  :

$R_4$  : signifie que sommet de la pile contient  $Cond \vee Cond$  qui doit être réduit par  $Cond$

$D_{10}$  : signifie qu'il faut empiler le symbole  $\wedge$  qui se trouve à la tête de la chaîne, on a donc une chaîne de la forme  $Cond \vee Cond \wedge Cond$ , puisque  $\wedge$  est plus prioritaire que  $\vee$ , (règle (b)), donc  $D_{10}$  est favorisée à  $R_4$ .

Dans la case  $[I_{13}, \vee]$ , nous avons deux actions,  $D_9$  et  $R_5$  :

$R_5$  : signifie que sommet de la pile contient  $Cond \wedge Cond$  qui doit être réduit par  $Cond$

$D_9$  : signifie qu'il faut empiler le symbole  $\vee$  qui se trouve à la tête de la chaîne, on a donc une chaîne de la forme  $Cond \wedge Cond \vee Cond$ , puisque  $\wedge$  est plus prioritaire que  $\vee$ , (règle (b)), donc  $R_5$  est favorisée à  $D_9$ .

Dans la case  $[I_{13}, \wedge]$ , nous avons deux actions,  $D_{10}$  et  $R_5$  :

$R_5$  : signifie que sommet de la pile contient  $Cond \wedge Cond$  qui doit être réduit par  $Cond$

$D_{10}$  : signifie qu'il faut empiler le symbole  $\wedge$  qui se trouve à la tête de la chaîne, on a donc une chaîne de la forme  $Cond \wedge Cond \wedge Cond$ , puisque  $\wedge$  est associative à gauche (règle (a)), donc  $R_5$  est favorisée à  $D_{10}$ .

#### Table d'analyse après élimination des conflits

	si	alors	$\vee$	$\wedge$	faux	vrai	#	Insts	Inst	Cond
$I_0$	$D_3$							$I_1$	$I_2$	
$I_1$	$D_3$						ACC		$I_4$	
$I_2$	$R_1$						$R_1$			
$I_3$					$D_6$	$D_7$				$I_5$
$I_4$	$R_2$						$R_2$			
$I_5$		$D_8$	$D_9$	$D_{10}$						
$I_6$		$R_6$	$R_6$	$R_6$						
$I_7$		$R_7$	$R_7$	$R_7$						
$I_8$	$D_3$								$I_{11}$	
$I_9$					$D_6$	$D_7$				$I_{12}$
$I_{10}$					$D_6$	$D_7$				$I_{13}$
$I_{11}$	$R_3$						$R_3$			
$I_{12}$		$R_4$	$R_4$	$D_{10}$						
$I_{13}$		$R_5$	$R_5$	$R_5$						

La table d'analyse est mono-définie  $\Rightarrow G$  est LR(1)

### 2<sup>eme</sup> solution :

Changement de la grammaire :

**Cond**  $\longrightarrow$  **Cond**  $\vee$  **A** | **A**

**A**  $\longrightarrow$  **A**  $\wedge$  **B** | **B**

**B**  $\longrightarrow$  faux | vrai

### Solution d'exercice N°5 :

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$	$G_5$
	$E \longrightarrow F \uparrow E \mid F$ $F \longrightarrow F \times G \mid G$ $G \longrightarrow G - H \mid H$ $H \longrightarrow (E) \mid nbr$	$E \longrightarrow E - T \mid T$ $T \longrightarrow T \times F \mid F$ $F \longrightarrow F \uparrow G \mid G$ $G \longrightarrow (E) \mid nbr$	$E \longrightarrow E \uparrow F \mid F$ $F \longrightarrow F \times G \mid G$ $G \longrightarrow G - H \mid H$ $H \longrightarrow (E) \mid nbr$	$E \longrightarrow E - T \mid T$ $T \longrightarrow T \times F \mid F$ $F \longrightarrow G \uparrow F \mid G$ $G \longrightarrow (E) \mid nbr$	$E \longrightarrow E \uparrow F \mid F$ $F \longrightarrow G \times F \mid G$ $G \longrightarrow H - G \mid H$ $H \longrightarrow (E) \mid nbr$
(a)	Non car : Priorité inversée	Non car : associativité inversée pour $\uparrow$	Non car : Priorité inversée et associativité inversée pour $\uparrow$	Oui	Non car : Priorité inversée et associativité inversée

- (b)  $E \longrightarrow E - F \mid F$   
           (1)   (2)  
 $F \longrightarrow G \uparrow F \mid G$   
           (3)   (4)  
 $G \longrightarrow (E) \mid nbr$   
           (5)   (6)

(c) Construction de la collection d'ensembles d'items LR(1) :

$I_0 = \text{Ferm} (E' \longrightarrow \cdot E, \#) = [E' \longrightarrow \cdot E, \#] [E \longrightarrow \cdot E - F, \#|-] [E \longrightarrow \cdot F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G \uparrow F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G, \#|-] [G \longrightarrow \cdot (E), \#|-|\uparrow] [G \longrightarrow \cdot nbr, \#|-|\uparrow]$   
 $I_1 = \text{GOTO} (I_0, E) = [E' \longrightarrow E \cdot, \#] [E \longrightarrow E \cdot - F, \#|-]$   
 $I_2 = \text{GOTO} (I_0, F) = [E \longrightarrow F \cdot, \#|-]$   
 $I_3 = \text{GOTO} (I_0, G) = [F \longrightarrow G \cdot \uparrow F, \#|-] [F \longrightarrow G \cdot, \#|-]$   
 $I_4 = \text{GOTO} (I_0, () = [G \longrightarrow (\cdot E), \#|-|\uparrow] [E \longrightarrow \cdot E - F, )|-] [E \longrightarrow \cdot F, )|-] [F \longrightarrow \cdot G \uparrow F, )|-] [F \longrightarrow \cdot G, )|-] [G \longrightarrow \cdot (E), )|-|\uparrow] [G \longrightarrow \cdot nbr, )|-|\uparrow]$   
 $I_5 = \text{GOTO} (I_0, nbr) = [G \longrightarrow nbr \cdot, \#|-|\uparrow]$   
 $I_6 = \text{GOTO} (I_1, -) = [E \longrightarrow E - \cdot F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G \uparrow F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G, \#|-] [G \longrightarrow \cdot (E), \#|-|\uparrow] [G \longrightarrow \cdot nbr, \#|-|\uparrow]$   
 $I_7 = \text{GOTO} (I_3, \uparrow) = [F \longrightarrow G \uparrow \cdot F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G \uparrow F, \#|-] [F \longrightarrow \cdot G, \#|-] [G \longrightarrow \cdot (E), \#|-|\uparrow] [G \longrightarrow \cdot nbr, \#|-|\uparrow]$   
 $I_8 = \text{GOTO} (I_4, E) = [G \longrightarrow (E \cdot), \#|-|\uparrow] [E \longrightarrow E \cdot - F, )|-]$   
 $I_9 = \text{GOTO} (I_4, F) = [E \longrightarrow F \cdot, )|-]$

$\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_4, G) = [F \rightarrow G \cdot \uparrow F, )| -] [F \rightarrow G \cdot, )| -]$   
 $\mathbb{I}_{11} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_4, () = [G \rightarrow (E) \cdot, )| - \uparrow] [E \rightarrow \cdot E - F, )| -] [E \rightarrow \cdot F, )| -] [F \rightarrow \cdot G \uparrow F, )| -] [F \rightarrow \cdot G, )| -] [G \rightarrow \cdot (E) \cdot, )| - \uparrow] [G \rightarrow \cdot \text{nbr} \cdot, )| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{12} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_4, \text{nbr}) = [G \rightarrow \text{nbr} \cdot, )| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{13} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_6, F) = [E \rightarrow E - F \cdot, \#| -]$   
 $\mathbb{I}_3 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_6, G)$   
 $\mathbb{I}_4 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_6, ())$   
 $\mathbb{I}_5 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_6, \text{nbr})$   
 $\mathbb{I}_{14} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_7, F) = [F \rightarrow G \uparrow F \cdot, \#| -]$   
 $\mathbb{I}_3 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_7, G)$   
 $\mathbb{I}_4 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_7, ())$   
 $\mathbb{I}_5 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_7, \text{nbr})$   
 $\mathbb{I}_{15} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_8, )) = [G \rightarrow (E) \cdot \cdot, \#| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{16} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_8, -) = [E \rightarrow E \cdot F, )| -] [F \rightarrow \cdot G \uparrow F, )| -] [F \rightarrow \cdot G, )| -] [G \rightarrow \cdot (E) \cdot, )| - \uparrow] [G \rightarrow \cdot \text{nbr} \cdot, )| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{17} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{10} \uparrow) = [F \rightarrow G \uparrow \cdot F, )| -] [F \rightarrow \cdot G \uparrow F, )| -] [F \rightarrow \cdot G, )| -] [G \rightarrow \cdot (E) \cdot, )| - \uparrow] [G \rightarrow \cdot \text{nbr} \cdot, )| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{18} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{11}, E) = [G \rightarrow (E \cdot), )| - \uparrow] [E \rightarrow E \cdot F, )| -]$   
 $\mathbb{I}_9 = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{11}, F)$   
 $\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{11}, G)$   
 $\mathbb{I}_{11} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{11}, ())$   
 $\mathbb{I}_{12} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{11}, \text{nbr})$   
 $\mathbb{I}_{19} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{16}, F) = [E \rightarrow E - F \cdot, )| -]$   
 $\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{16}, G)$   
 $\mathbb{I}_{11} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{16}, ())$   
 $\mathbb{I}_{12} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{16}, \text{nbr})$   
 $\mathbb{I}_{20} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{17}, F) = [F \rightarrow G \uparrow F \cdot, )| -]$   
 $\mathbb{I}_{10} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{17}, G)$   
 $\mathbb{I}_{11} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{17}, ())$   
 $\mathbb{I}_{12} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{17}, \text{nbr})$   
 $\mathbb{I}_{21} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{18}, )) = [G \rightarrow (E) \cdot \cdot, )| - \uparrow]$   
 $\mathbb{I}_{16} = \text{GOTO}(\mathbb{I}_{18}, -)$

- (d)  $C_{LR(1)} = \{ \mathbb{I}_0, \mathbb{I}_1, \dots, \mathbb{I}_{21} \}$   
 $C_{LALR(1)} = \{ \mathbb{I}_0, \mathbb{I}_1, \mathbb{I}_{29}, \mathbb{I}_{310}, \mathbb{I}_{411}, \mathbb{I}_{512}, \mathbb{I}_{616}, \mathbb{I}_{717}, \mathbb{I}_{818}, \mathbb{I}_{1319}, \mathbb{I}_{1420}, \mathbb{I}_{1521} \} = 12 \text{ items} \Rightarrow 13 \text{ lignes dans la table LALR (1)}$