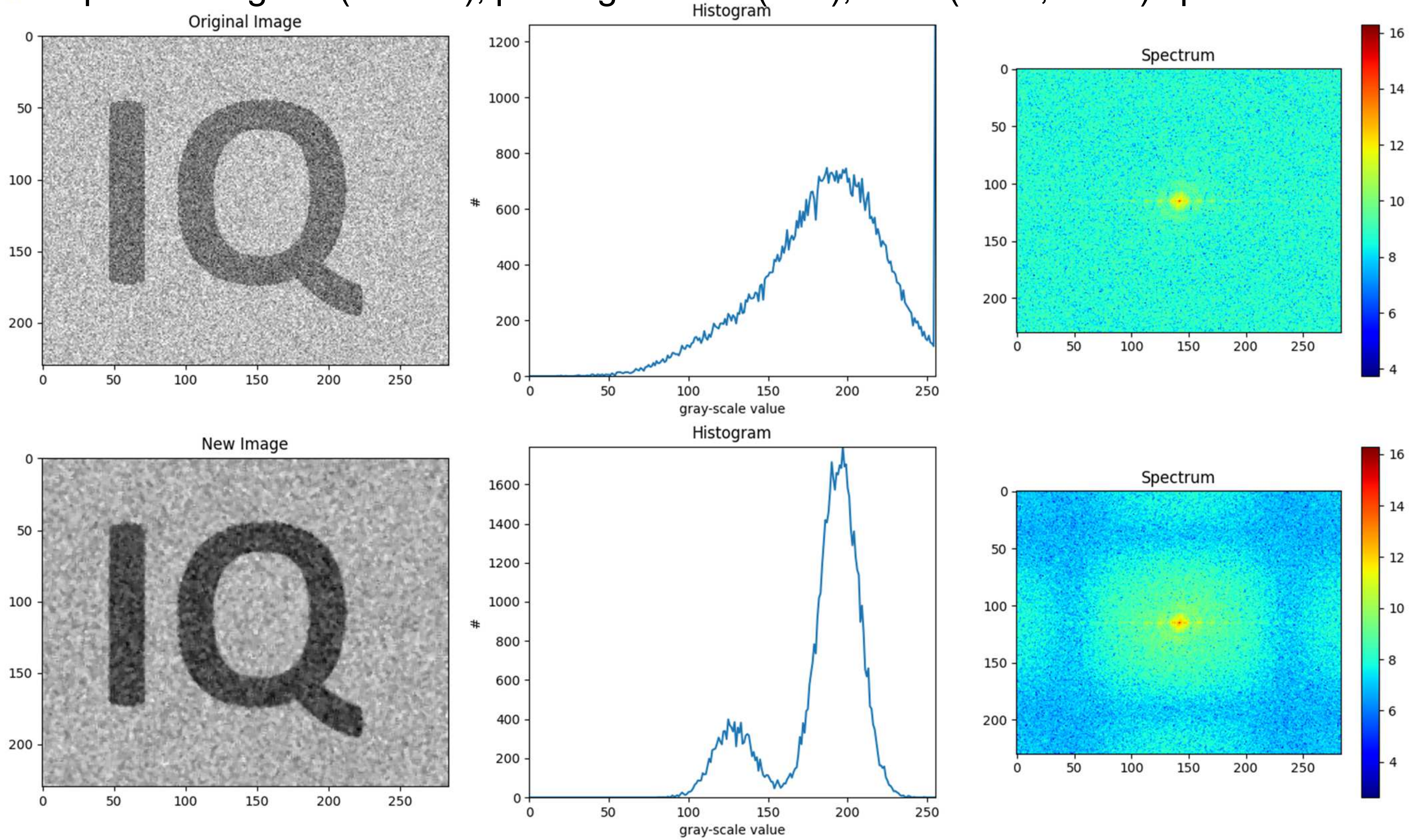
Filtrace šumu a hledání hran v obraze

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.

Filtrace šumu – praktické využití

- Úprava fotografií (ano/ne), pro segmentaci (ano), ANN (CNN, RNN) spíše ne



FILTRACE ŠUMU

- **Statistický princip filtrace šumu** >>>
- Aditivní šum ν - na obrazové funkci nezávislý, nulová střední hodnota, směrodatná odchylka σ n-násobné sejmutí statické scény za stejných podmínek
- Z každého obrazu stejný bod gi(x,y), i = 1... N
- Odhad správné hodnoty:

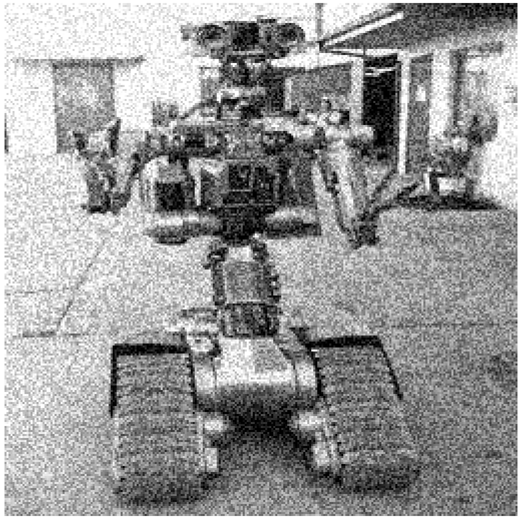
$$g_s(x,y) = \frac{g_1(x,y) + \ldots + g_n(x,y)}{n} + \frac{\nu_1 + \ldots + \nu_n}{n}$$

- Nová směrodatná odchylka šumu:

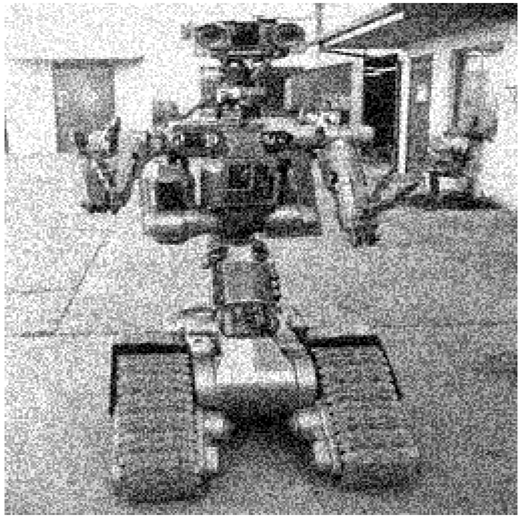
$$\sigma_s = \sigma / \sqrt{n}$$

- Centrální limitní věta >>> velké náhodné výběry >>> rozdělení výběrových průměrů je blízké k normálnímu, původně ho mít nemusela
- Velký výběr (30) >>> statistika >>> interval spolehlivosti

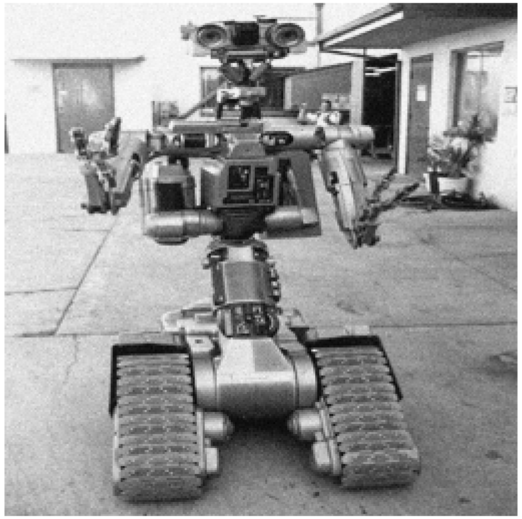
FILTRACE ŠUMU



obr. 01



obr. 25



LOKÁLNÍ FILTRACE

- Malé okolí O reprezentativního pixelu
- **1. vyhlazování** >>> potlačení šumu a osamocených fluktuací hodnot obrazové funkce >>> **DP**
- **2. detekce hran** >>> gradientní operátory >>> odhad derivaci obrazové funkce >>> **HP**
- 1 a 2 protiklad (lineární podoba) >>> nelineární metody, které vyhlazují a přitom jsou šetrné k hranám a detailům v obraze
- Lineární operace >>> lineární kombinaci hodnot vstupního obrazu f v malém okolí O reprezentativního pixelu (x,y)

$$f(x,y) = \sum_{(m,n)\in O}\sum h(x-m, y-n).g(m,n)$$ h ... konvoluční maska

- Výhodná znalost >>> známé statistické parametry šumu
- Předzpracování (žádná nová informace S – H věta, potlačení nebo zvýraznění informace)
- Zlepšení informace >>> lepší pořízení
- Konvoluční filtry >>> hardwarová realizace

LINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- Nová hodnota reprezentativního bodu >>> lineární kombinace hodnot ve zkoumaném okolí >>> diskrétní konvoluce

- **Lineární filtry** >>> různé váhy v lineární kombinaci, které jsou dány příslušnou konvoluční maskou h (dvojrozměrnou impulsní odezvou)

$$f(x,y) \rightarrow \boxed{h(x,y)} \rightarrow g(x,y) \qquad f(x-a,y-b) \rightarrow \boxed{h(x,y)} \rightarrow g(x-a,y-b)$$

lineární filtr — lineární prostorově invariantní filtr

- Prostorově invariantní filtry (homogenní filtry) >>> chování filtru se nemění při změně polohy v obrázku >>> postupná konvoluce s malou maskou

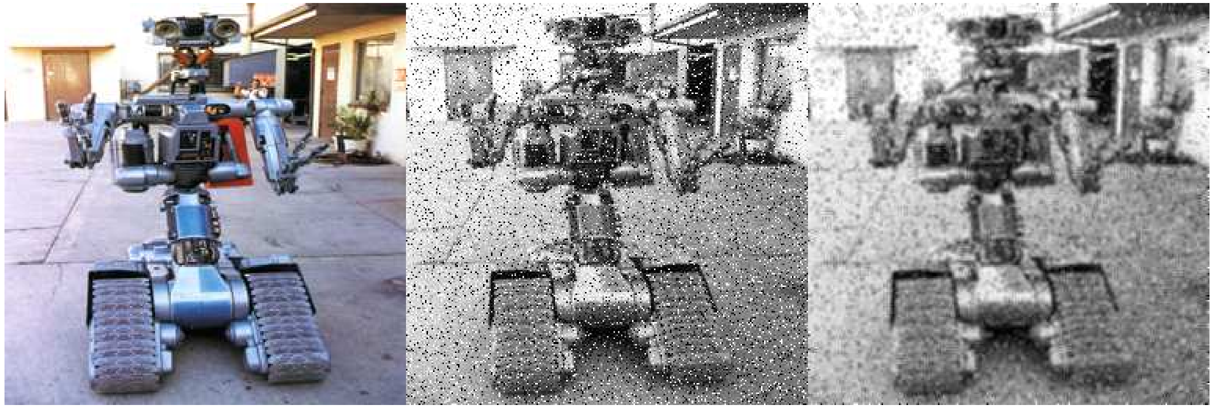
- Linearita porušena >>> hodnota obrazové funkce (jas, intenzita) je nezáporná a omezená, obrazy jsou ohraničeny v prostoru

- Prostorová invariantnost jen pro omezené posuny konvolučních masek

LINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Metoda prostého průměrování** >>> nová hodnota jasu bodu (x,y) >>> aritmetický průměr původních jasů ve zvoleném okolí, konvoluční maska h pro okolí 3 × 3:

$$h = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \textit{s váhováním bodů} \quad h = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad h = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



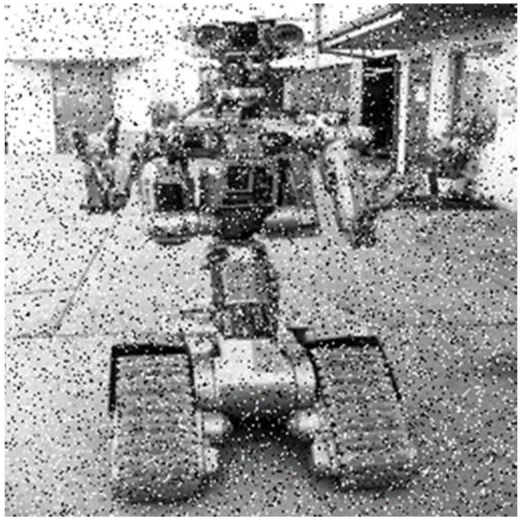
- **(-)** rozmazání hran, konvoluce >>> součin Fourierova obrazu 2-D signálu a Fourierova obrazu konvolučního filtru >>> filtrace DP

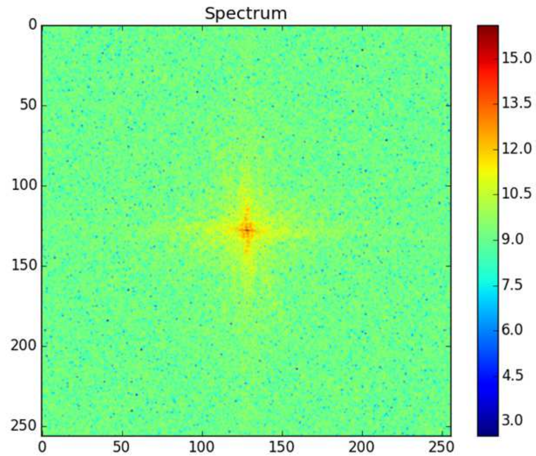
- Průměr >>> pomocná hodnota u některých nelineárních metod

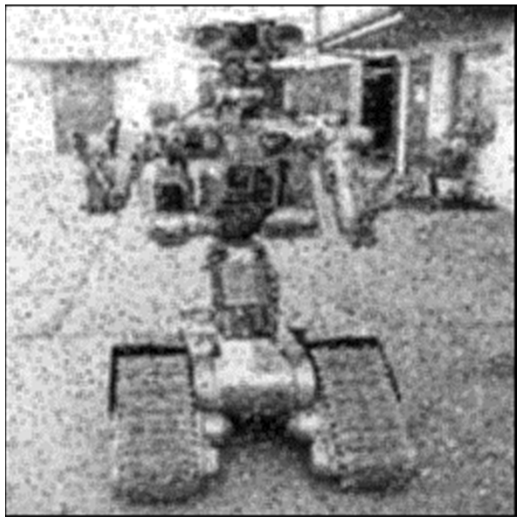
- Nová hodnota reprezentativního bodu >>> lineární kombinace hodnot ve zkoumaném okolí >>> diskrétní konvoluce

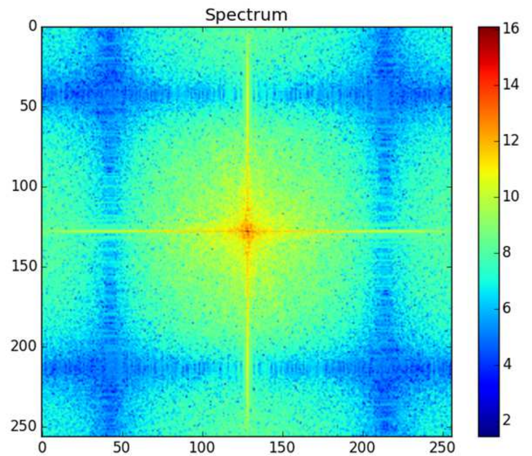
LINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Metoda prostého průměrování**









LINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Separabilní filtry** >>> konvoluční masku v p-rozměrném okolí, obvykle p = 2; 3 lze rozložit na součin jednorozměrných masek

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Binomický 2D filtr rozměru 5×5 (binomických čísel >>> součet dvou čísel v předchozím řádku Pascalova trojúhelníku

- Pro výpočet konvoluce >>> 25 násobení a 24 sčítání pro každý pixel, separabilní filtr >>> 10 součinů a 8 součtů

- Pro 3D obrázek (např. z tomograf), konvoluční jádro rozměru 9×9×9, pro každý voxel >>> 729 součinů a 728 součtů, separovatelný filtr >>> 27 součinů a 24 součtů na voxel

LINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Rekurzivní filtry** >>> invariantní >>> jako vstupní hodnoty pro konvoluci použity hodnoty vypočtené v předchozí poloze masky (jen její části, která je již naplněna novými hodnotami), pro 1D signál:

$$g'_n = h_0\, g_n + \sum_{i=0}^{r} h_n\, g'_{n-i}$$

- V konvoluci se kombinují nefiltrované a filtrované hodnoty >>> zavedení zpětné vazby, fungují v jednom daném směru, pro uchování minulých hodnot signálů je potřebná paměť >>> dynamický systém

- U 1D mohou být nestabilní u 2D jsou stabilní vždy, jednodušší popis než u nerekurzivních filtrů, u 2D neexistuje přirozený směr (u 1D čas), preferovány filtry s 0 fázovým posunem (neposouvání hran)

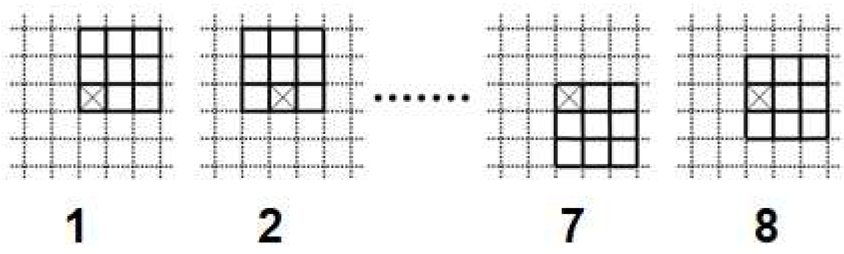
- Složitá teorie a interpretace, zjednodušení >>> kaskádní řazení jednoduchých filtrů

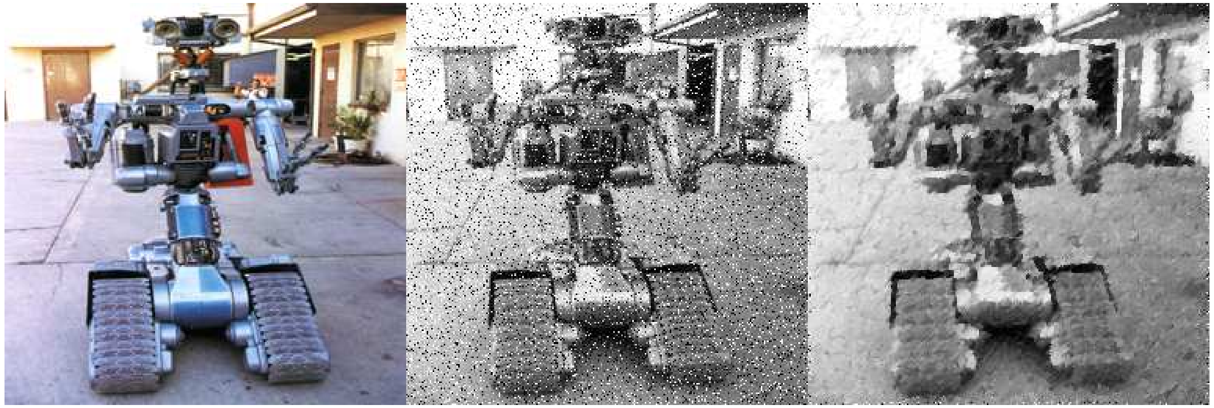
NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- Částečné potlačení rozmazáváním hran
- V analyzovaném okolí O se snaží najít jen tu jeho část (oblast o zhruba konstantním jasu), do které reprezentativní bod patří

NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Filtrace metodu rotující masky** >>> nerozmazává hrany, mírně ostří, maska čtverec 3×3, 8 poloh masky, v každé masce se spočte rozptyl jasů, vybere se maska s nejmenším rozptylem (homogenní okolí reprezetantivního bodu), výsledná hodnota reprezentativního bodu - aritmetický průměr hodnot ve vybrané masce, rychle konverguje do stabilního stavu – závisí na velikosti masky

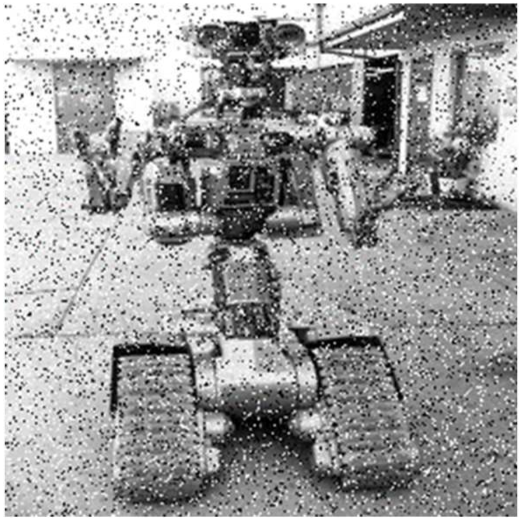


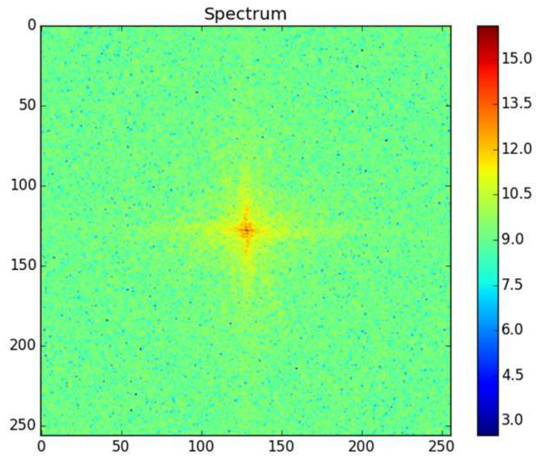


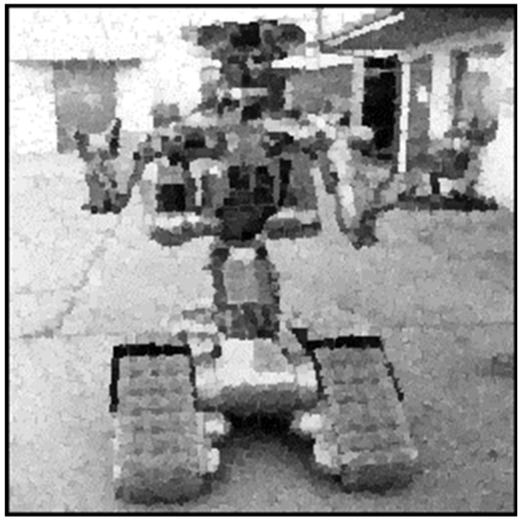
- Využití >>> oprava velkoplošných chyb bez vlivu na zbytek obrazu, jednoduché vyhlazení bez poškození hran.

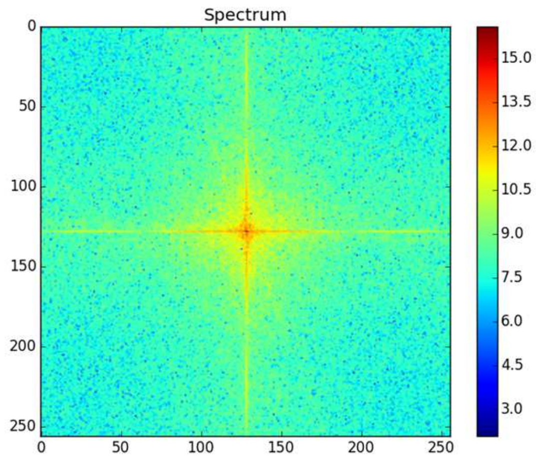
NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Filtrace metodu rotující masky**







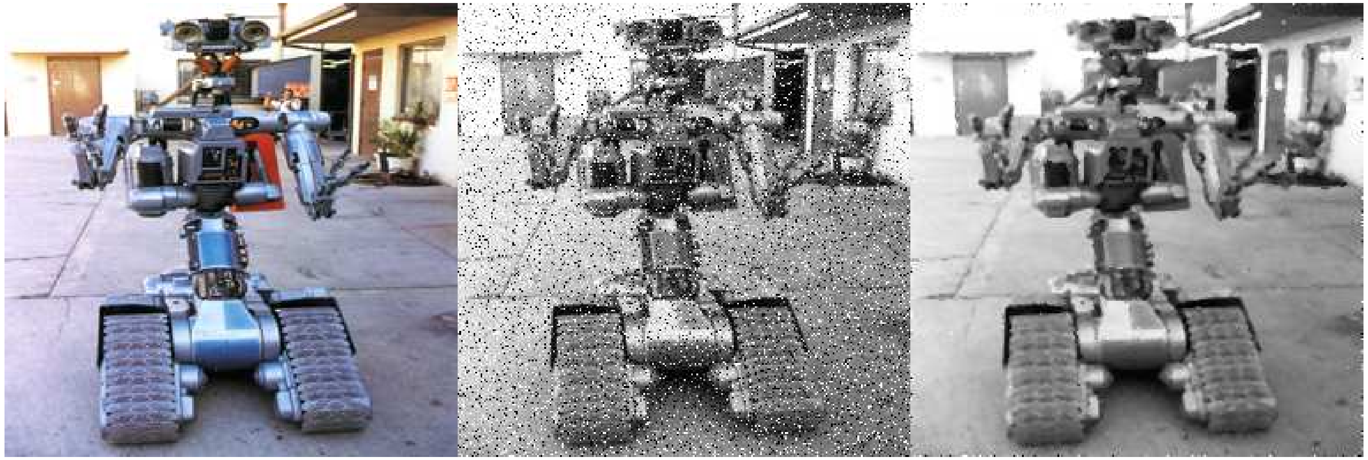


NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

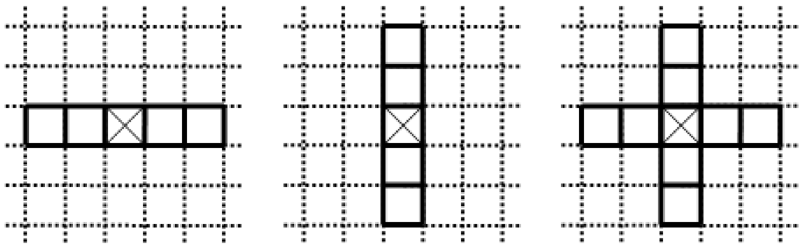
- **Statistické nelineárním filtry**
- Průměrování 8 x stejná hodnota, 1 x ∞, aritmetický průměr = ∞, je vychýlený
- Lineárním aproximaci pomocí metody nejmenších čtverců - prokládání množiny bodů přímkou, jeden bod je vychýlený, aproximující přímka je vychýlená
- Robustní statistika >>> nalézt vychýlené hodnoty a vyloučit je
- Vyloučení maximální a minimální hodnoty
- Výběrové kvantily >>> např. medián M >>> hodnota, pro kterou je pravděpodobnost jevu $x < M$ rovna jedné polovině
- Uspořádání vzestupně hodnoty jasu v lokálním okolí
- **Medián:** prvek, který je uprostřed této posloupnosti, výhodné masky 3 × 3, 5 × 5, ...

NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Filtrování pomocí mediánu**

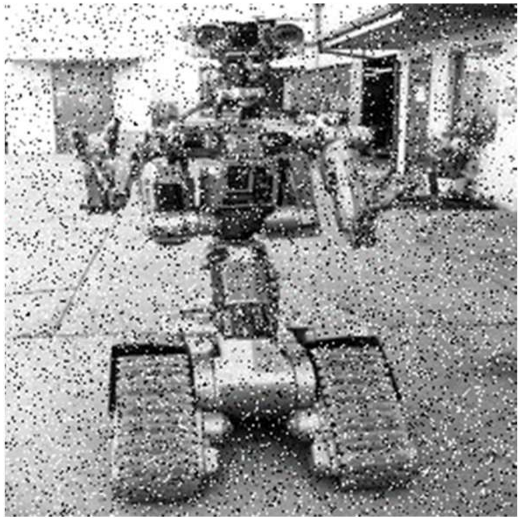


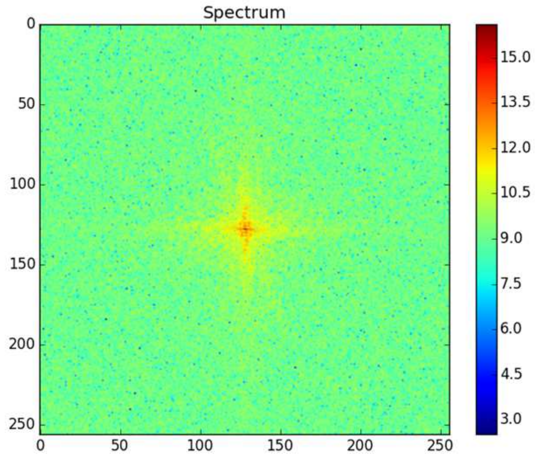
- Redukce rozmazání hran, potlačení impulsního šumu
- **(-)** filtrace mediánem v obdélníkovém okolí >>> porušení tenkých čár a ostrých >>> používá se jiný tvar okolí:

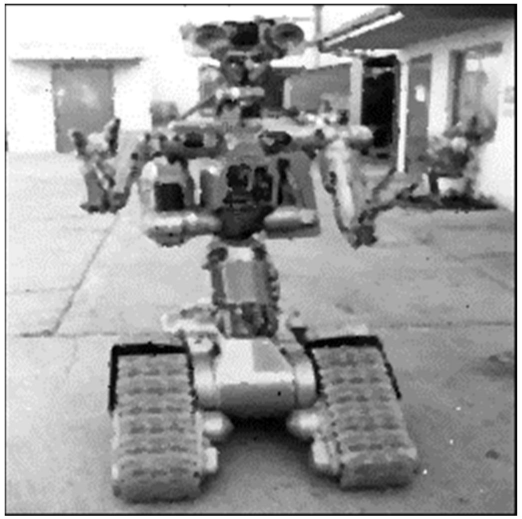


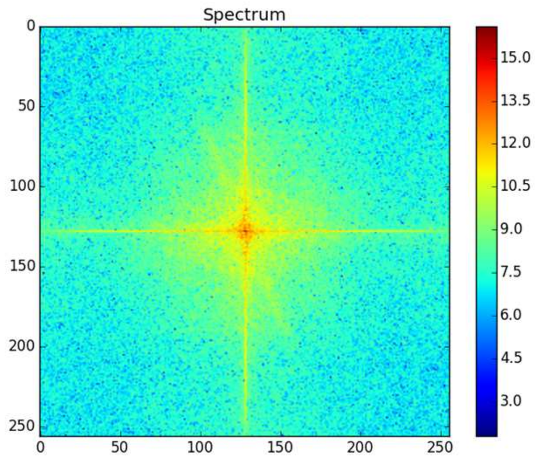
NELINEÁRNÍ METODY VYHLAZOVÁNÍ

- **Filtrování pomocí mediánu**









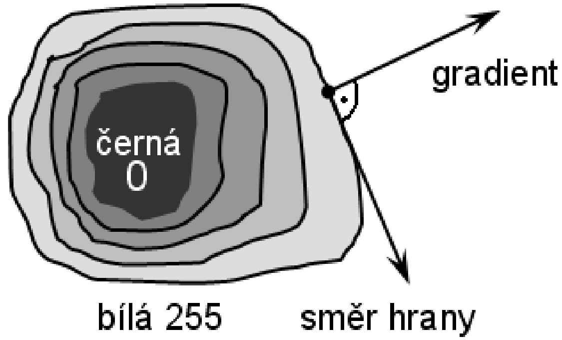
DETEKCE HRAN

- Pro vnímání člověka jsou velmi důležitá místa v obraze, kde se náhle mění hodnota jasu >>> pixely >>> hrany
- Lokální předzpracování >>> hledání hran
- Hrana v obraze dána vlastnostmi obrazového elementu a jeho okolí
- Určení >>> rychlost změny hodnoty obrazové funkce f(x,y)
- Studium změn funkce dvou proměnných >>> parciální derivace
- Změnu funkce udává její gradient (vektor ∇), určuje směr největšího růstu funkce (směr gradientu) a strmost tohoto růstu (velikost, modul gradientu)
- Hrany >>> pixely s velkým modulem gradientu

DETEKCE HRAN

- Pro spojitou funkci f (x,y):

$$|\nabla f(x,y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$ velikost gradientu



$$\Phi = \arg\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$$ směr gradientu

úhel (v radiánech) mezi souřadnou osou x a radiusvektorem k bodu (x,y)

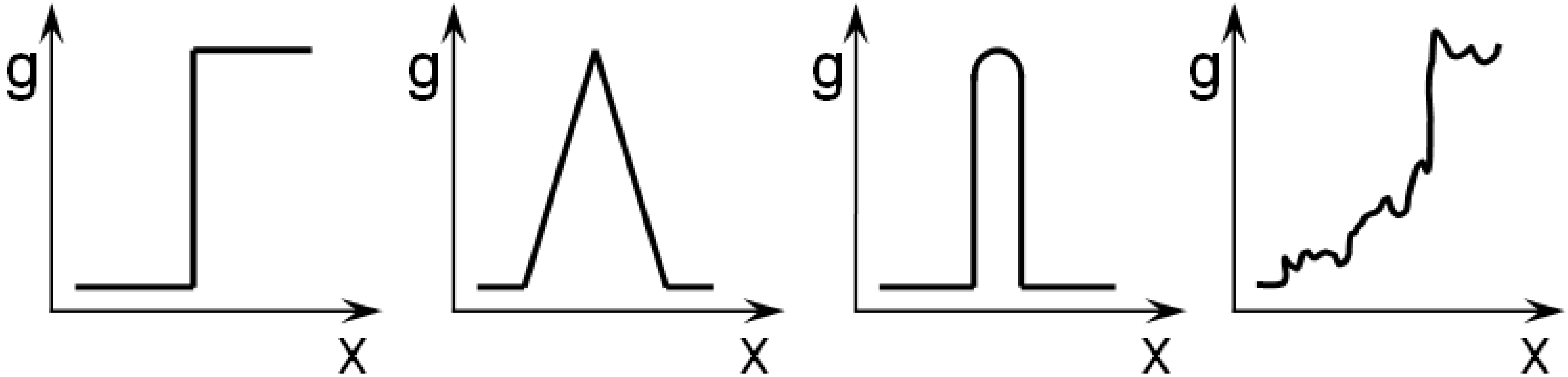
- Odhad velikosti hrany (gradientu) >>> všesměrový lineární Laplaceův operátor-Laplacián ∇^2, vychází z druhých parciálních derivací

$$\nabla^2 g(x,y) = \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial y^2}$$

- Použití hran nalezených v obraze lokálními operátory pro hledání hranic objektů, pokud objekt odpovídá oblasti homogenního jasu

- Směr hrany Φ se někdy definuje jako kolmý na směr gradientu Ψ >>> hranové pixely se poté mohou spojovat do hranic

DETEKCE HRAN



hrany: skoková střechová liniová zašuměná

DETEKCE HRAN

- Aproximace parciální derivace diferencemi:

$$\Delta_x g(x,y) = g(x,y) - g(x-n,y)$$
$$\Delta_y g(x,y) = g(x,y) - g(x,y-n)$$

- Symetricky (zanedbává vliv bodu x,y – moc se nepoužívá):

$$\Delta_x g(x,y) = g(x+n,y) - g(x-n,y)$$
$$\Delta_y g(x,y) = g(x,y+n) - g(x,y-n)$$

DETEKCE HRAN

- Gradientní operátory:
- 1. operátory aproximují derivace pomocí diferencí, některé jsou invariantní vůči rotaci (Laplacián - konvoluce s jedinou maskou), pro jiné, aproximující první derivaci využití několika masek odpovídajících příslušné orientaci, výběr té, která nejlépe lokálně aproximuje obrazovou funkci, výběrem jedné z masek je určen i směr gradientu (orientace)
- 2. operátory založené na hledání hran v místech, kde druhá derivace obrazové funkce prochází nulou (zero-crossing), Marrův-Hildrethové operátor a Cannyho hranový detektor
- 3. operátory snažící se lokálně aproximovat obrazovou funkci poměrně jednoduchým parametrickým modelem, např. polynomem dvou proměnných

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Jednoduché konvoluční masky aproximující derivace obrazové funkce:**

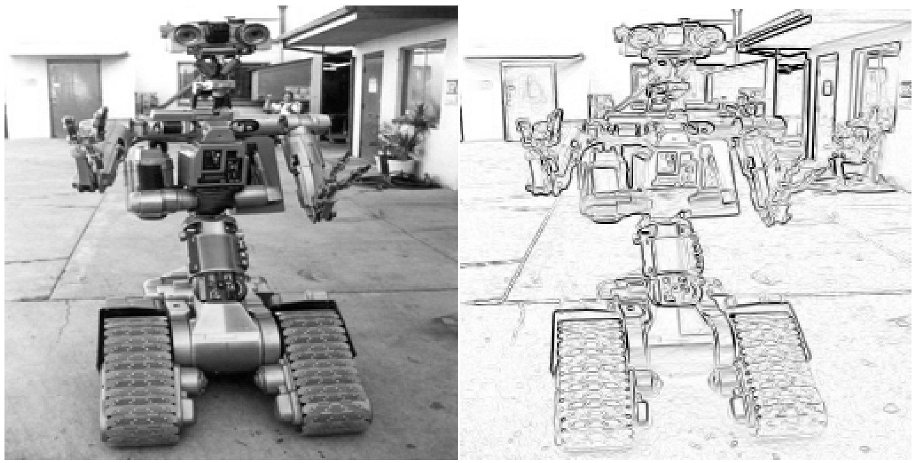
- **Robertsův operátor**
  konvoluční masky:

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

  velikost gradientu:

$$\left|g(x,y) - g(x+1,y+1)\right| + \left|g(x,y+1) - g(x+1,y)\right|$$

  (-) velká citlivost na šum (okolí použité pro aproximaci je malé)



DETEKOVÁNÍ HRAN

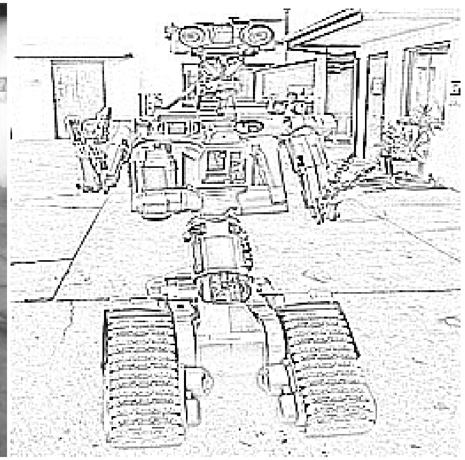
- **Laplaceův operátor**
  aproximuje druhou derivaci, invariantní vůči otočení, udává velikost hrany, neudává směr

$$h_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

  Laplacián s větší vahou pixelů blíže reprezentativnímu bodu masky, ztráta invariantnosti vůči otočení

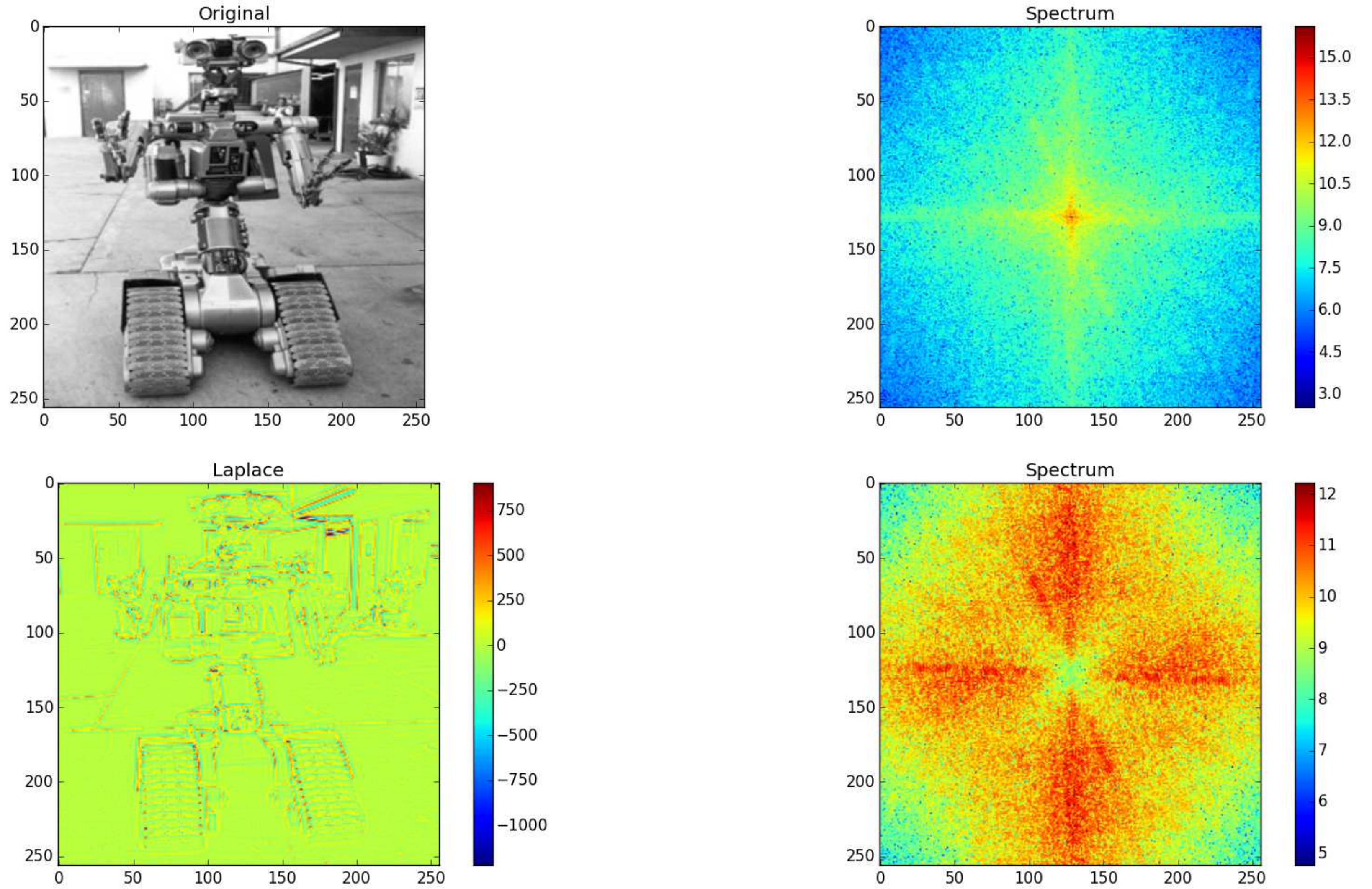
$$h = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad h = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

  (-) velká citlivost na šum, dvojité odezvy na hrany odpovídající tenkým liniím v obraze

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Laplaceův operátor**



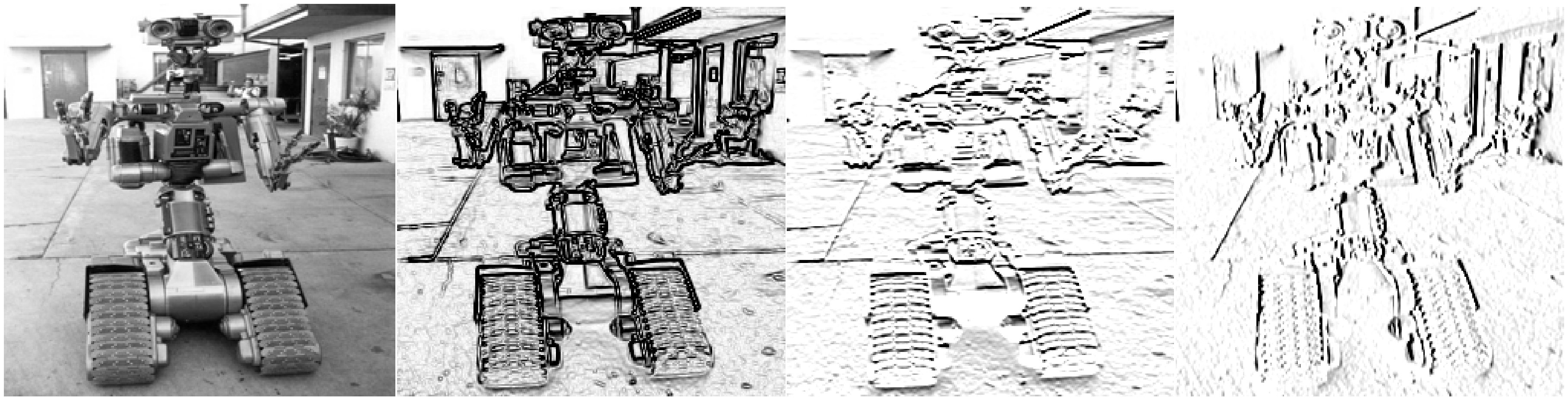
DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Operátor Prewittové**
  aproximuje první derivaci, gradient je odhadován v okolí 3×3 pro osm směrů, výběr masky s největším modulem gradientu

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \cdots$$

- **Sobelův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \cdots$$



DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Další směrové operátory aproximující první derivaci**
- **Robinsonův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \cdots$$

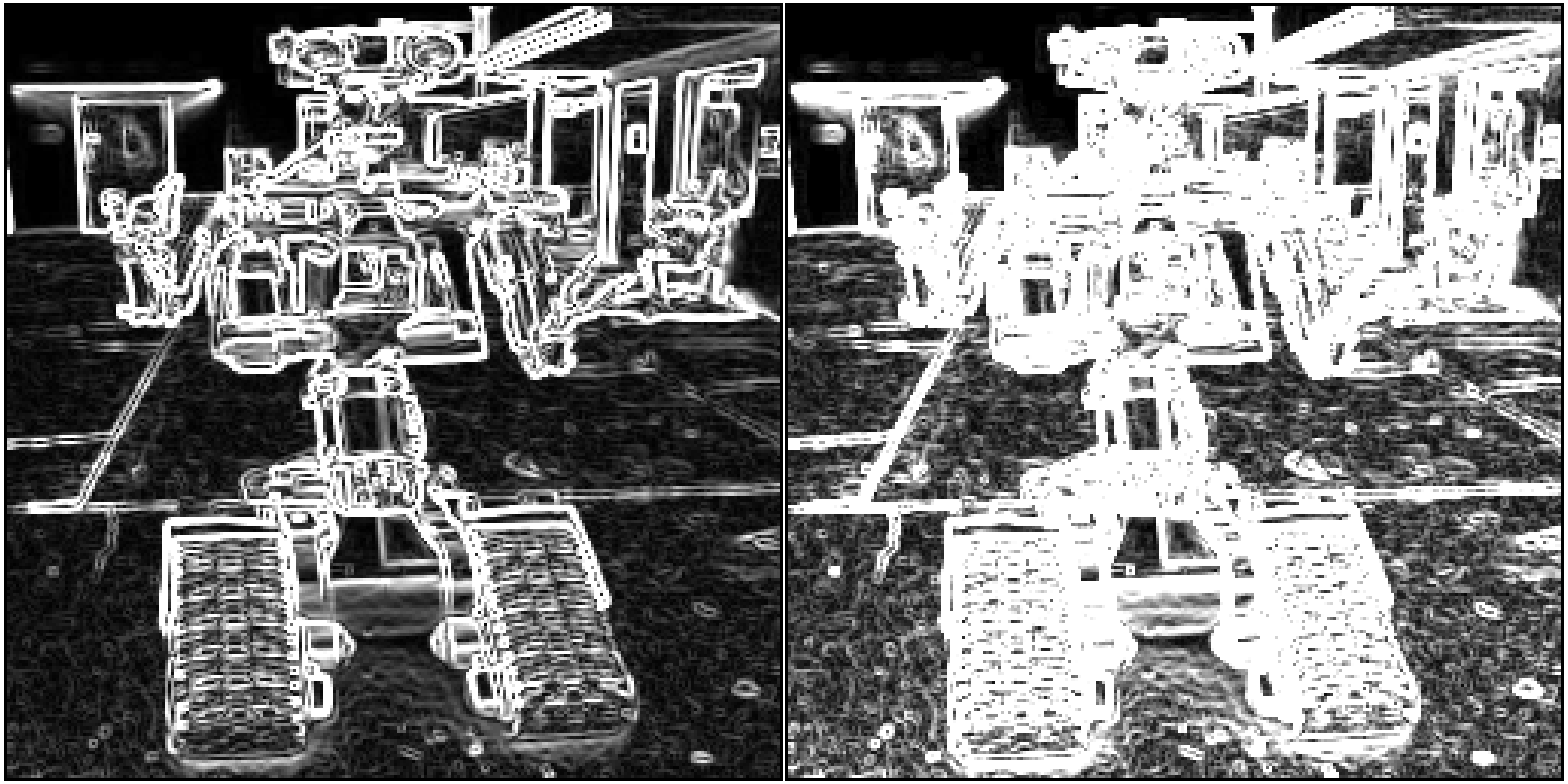
- **Kirschův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix} \qquad h_3 = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{bmatrix} \qquad \cdots$$

- **…**

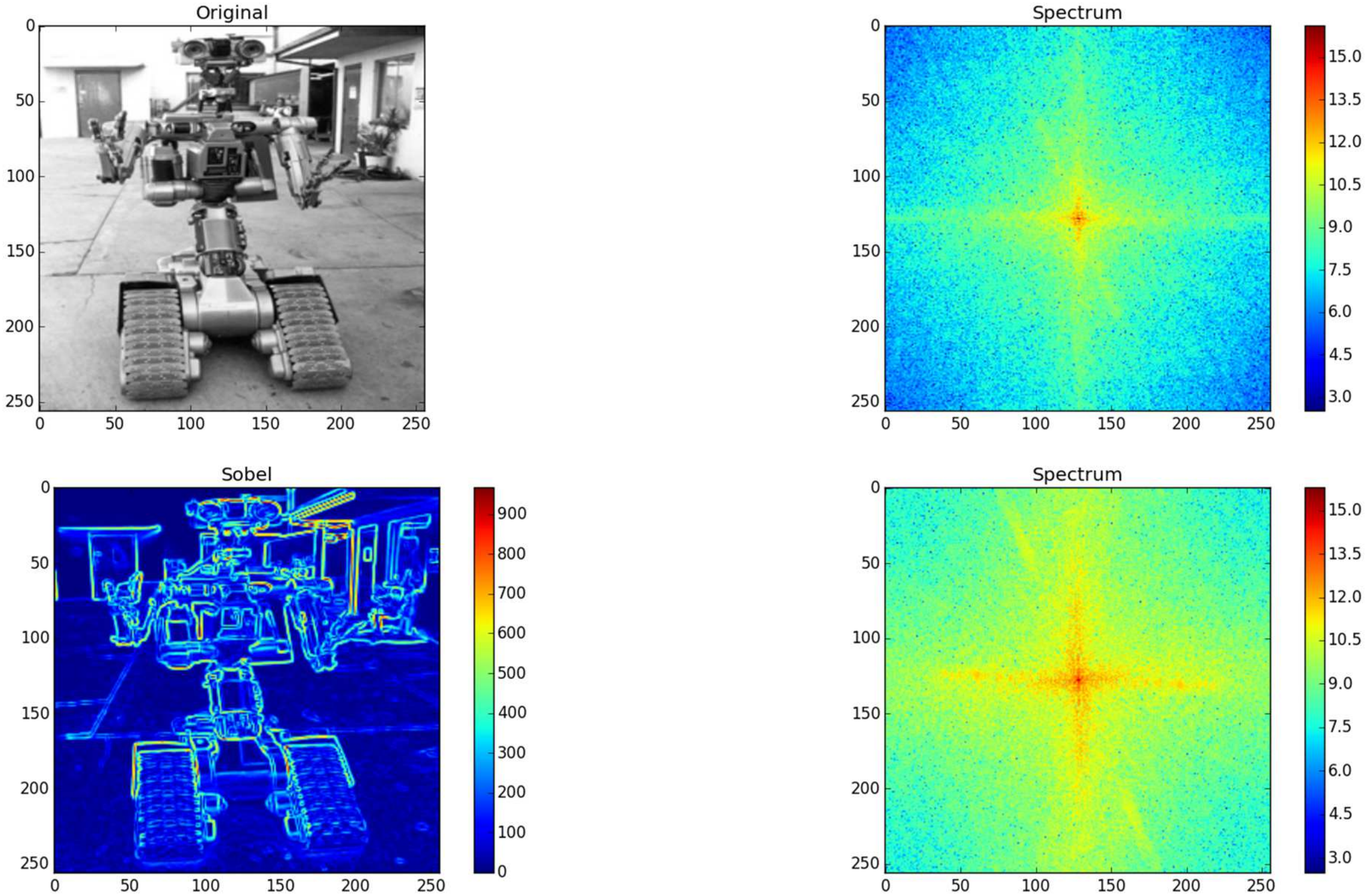
DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Sobelův x Kirschův operátor**



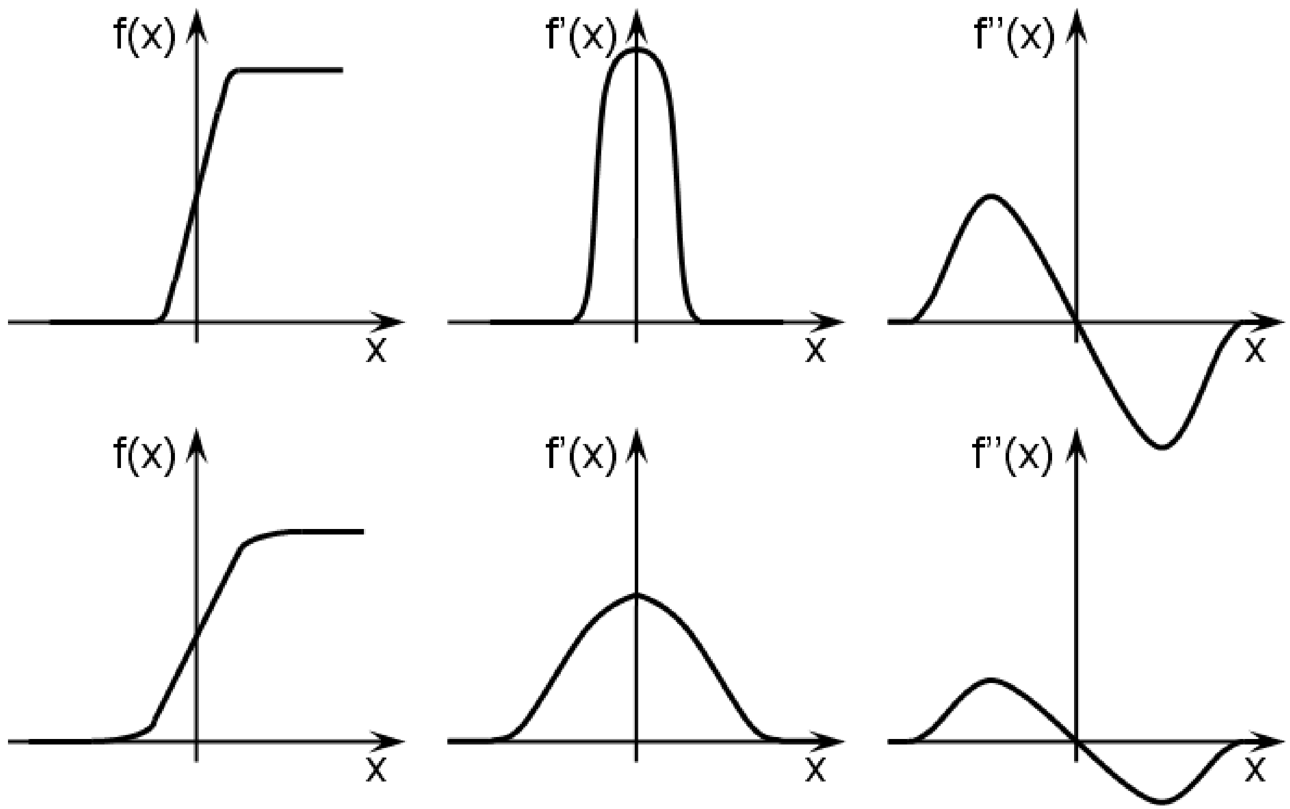
DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Sobelův operátor**



DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Hrany jako průchody nulou druhé derivace obrazové funkce**
- Nevýhoda operátorů aproximujících derivaci diferencemi v malém okolí je velká závislost jejich chování na konkrétním obrázku, velikost masky musí odpovídat velikosti detailů v obrazu, nejsou nezávislé na měřítku, velká citlivost na šum



DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Marrova teorie**

- Matematický model detekce skokových hran odpovídající neuro-fyziologickým měřením na sítnici oka, hledání polohy hrany v obraze v místě průchodu druhé derivace obrazové funkce nulou

- Druhá derivace >>> Protíná v místě hrany nulovou hodnotu, spolehlivější než hledat hrany pomocí první derivace

- Robustní počítání (odhad) druhé derivace >>> konvoluce obrazu s vyhlazujícím filtrem který požadavky (protikladné) na vyhlazující filtr:

  1. filtr má být hladký, ve frekvenčním spektru přibližně odpovídající PP >>> omezení možného počtu frekvencí, u kterých k průchodu nulou může dojít

  2. filtr by měl reagovat pouze na body z blízkého okolí hrany (přesnost lokalizace hrany v rovině)

DETEKOVÁNÍ HRAN

- Kompromis >>> Marrova teorie

- Lineární filtr, jehož koeficienty v konvoluční masce odpovídají 2D gaussovskému rozložení:

$$G(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

σ... středněkvadratická odchylka (na jak velkém okolí filtr operuje)

pixely blíže středu mají větší váhu a vliv pixelů vzdálenějších než 3σ je zanedbatelný

- všesměrový Laplacián ∇^2 (**LoG operátor** - Laplacian of Gaussian)

$$\nabla^2(G(x,y,\sigma) * f(x,y)) = (\nabla^2 G(x,y,\sigma)) * f(x,y)$$ linearita operací konvoluce a derivace

- hodnoty derivace Gaussiánu $\nabla^2 G$ lze předpočítat analyticky >>> na obrazu nezávisí

DETEKOVÁNÍ HRAN

- r ... Euklidovská vzdálenost od středu Gaussiánu (středově symetrický)
  $x^2 + y^2 = r^2$

$$G(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad \Rightarrow \quad G(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$G'(r) = -\frac{1}{\sigma^2}.r.e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$G''(r) = \frac{1}{\sigma^2}\left(\frac{r^2}{\sigma^2} - 1\right).e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$h(x,y) = c\left(\frac{x^2+y^2-\sigma^2}{\sigma^4} - 1\right).e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

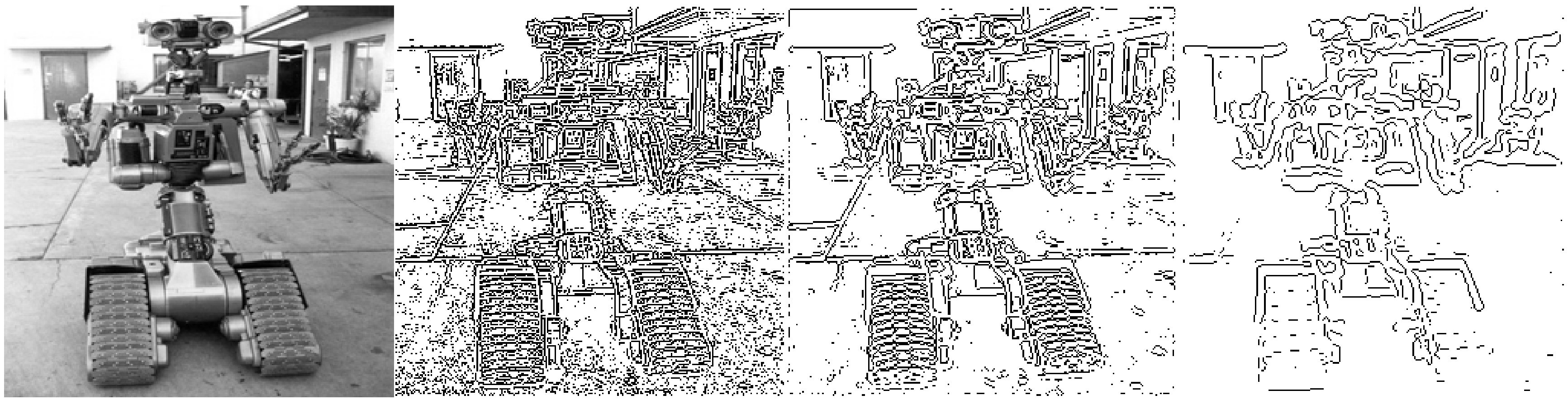
c... normalizační koeficient, součet všech koeficientů v masce je 0

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Aproximace operátoru LoG v masce (mexický klobouk) 5×5**

$$h(x,y)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Prahování LoG obrazu v intervalu hodnot blízkých k nule (slabé - nespojité hrany), lepší je použít detektor průchodů nulou, např. v masce 2 × 2 s reprezentativním bodem v levém horním rohu, Hrana se indikuje tehdy, pokud se uvnitř okna mění znaménko



σ = 0.1 σ = 1 σ = 2

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Operátor DoG** (Difference of Gaussians) >>> aproximace LoG pomocí diference dvou obrazů (konvoluce s Gaussiánem o různém σ)
- **(-)** DoG a Log vyhlazují ostré tvary (ostré rohy se ztrácejí), spojují hrany do uzavřených křivek (hrany - "talíř špaget)
- neurofyziologické experimenty (na kočkách) >>> sítnice lidského oka
- Shluky buněk (ganglions) velmi podobné operace jako $\nabla^2 G$
- Každý ganglion reaguje na světelné podněty z kruhově symetrického okolí, které odpovídají $\nabla^2 G$

DETEKOVÁNÍ HRAN

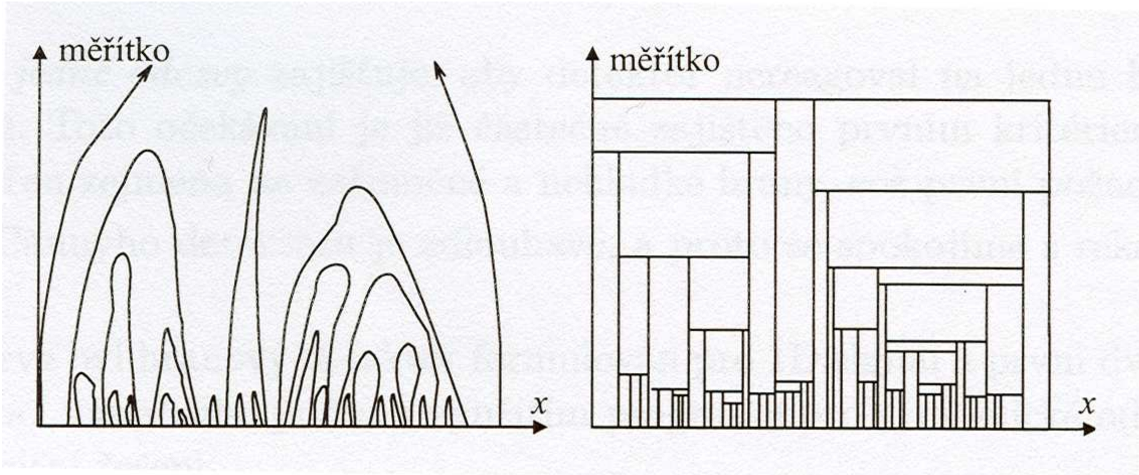
- **Volba měřítka ve zpracování obrazů**
- Pro lokální operace >>> správně zvolit měřítko (okolí použité pro výpočet)
- U hledání hran >>> správná velikost okolí = velikost zajímavých objektů v obraze, v době předzpracování obrazu neumíme interpretovat obraz
- Kybernetika a popis složitých problémů >>> zkoumaný jev se vyjádří pomocí formálního popisu (modelu) pro každé z různých rozlišení (měřítek), studium kvalitativních změn modelu pro různá rozlišení
- Hrany >>> různá měřítka = různá středně kvadratické odchylka σ gaussovského filtru
- pro 1D signál: $G(x,\sigma) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

funkce – prostor měřítek $F(x,\sigma) = f(x) * G(x,\sigma)$

inflexní body křivky $F(x, \sigma_0)$, pro různé σ_0: $\frac{\partial^2 F(x,\sigma_0)}{\partial x^2} = 0 \qquad \frac{\partial^3 F(x,\sigma_0)}{\partial x^3} \neq 0$

DETEKOVÁNÍ HRAN

- Polohy inflexních bodů lze nakreslit v souřadnicích (x, σ) jako soustavu křivek, analýzou křivek >>> rozsah měřítek, při kterých nastávají zajímavé změny signálu >>> automatické nastavení měřítka lokálního operátoru, bez nutnosti interpretace obrazu



prostor měřítek pro 1D strom intervalů
(skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

- **Strom intervalů** >>> zobrazení kvalitativní informace, vyjadřuje strukturu signálu v pozorovaných měřítkách, intervalový strom se buduje od kořene (největší měřítko σ_{max}), prohledávání směrem k listům (směr klesajícího σ), strom intervalů se větví v bodech prostoru měřítek, kde vznikají nové křivky odpovídající inflexním bodům

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Cannyho hranový detektor**

- Různá rozlišení a hledání, skokovou hranu lze hledat filtrem, návrh filtru >>> úloha variačního počtu (hledání nejlepší impulsní funkce filtru)

- Detektor je optimální pro skokové hrany když:

  1. Významné hrany nesmí být přehlédnuty, na jednu hranu by neměly být vícenásobné odezvy (detekční kritérium)

  2. Rozdíl mezi skutečnou a nalezenou polohou hrany má být minimální (lokalizační kritérium)

  3. Detektor nesmí reagovat na jednu hranu v obraze vícenásobně (požadavek jedné odezvy) pro zašuměné a nehladké hrany

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Zjednodušené odvození Cannyho detektoru:**
- **1.** Formulace pro 1D signál a první dvě kritéria optimalizace, využití variačního počtu s a programu pro symbolické odvozování, nalezení explicitního řešení
- **2.** Pro třetího kritérium - optimální odezva filtru numerickou optimalizací, výsledný filtr lze s aproximovat filtrací Gaussiánem G (chyba menší než 20%)
- **3.** Detektor hran zobecněn do 2D, hrana (poloha, orientace a velikost)

$$G_n = \frac{\partial G}{\partial n} = n.\nabla G$$

diferenční operátor - poskytuje i orientaci hrany (oproti Marrově teorii)

$$n = \frac{\nabla(G * f)}{|\nabla(G * f)|}$$

robustní odhad směru gradientu

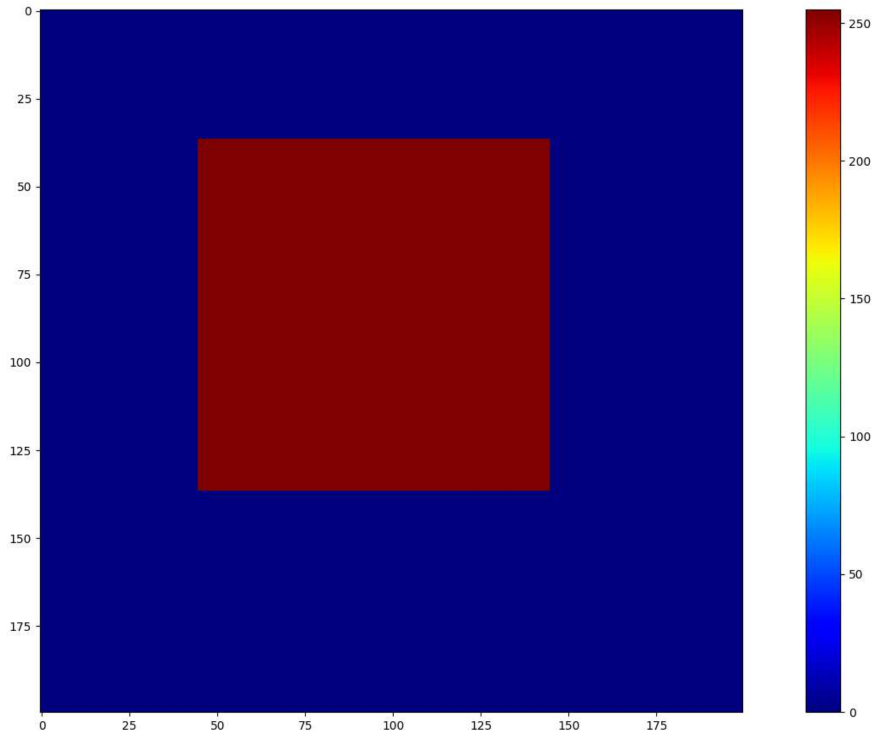
$$\frac{\partial}{\partial n} G_n * f = 0$$

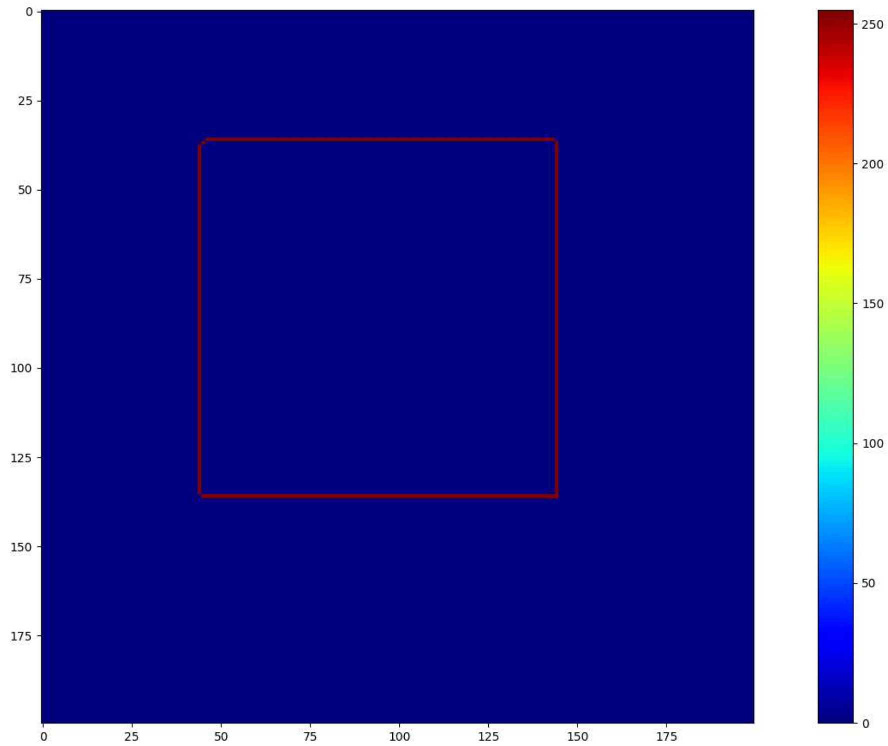
$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} G * f = 0$$

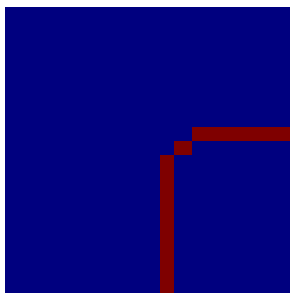
nalezení lokální maxima ve směru kolmém na hranu

DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Cannyho detektor**, př. čtverec 100 x 100, obvod 396 bodů?







Ostření obrazu

- Využití gradientních operátorů pro ostření obrazu (pro člověka) větší strmost hran >>> zdůraznění vysokých frekvencí

$$f(x,y) = g(x,y) - C.S(x,y)$$

C ... síla ostření

S ... operátor strmosti změny obrazové funkce

Ostření obrazu

- Ostření obrazu >>> FS >>> zdůraznění vysokých frekvencí, FT >>> lineární kombinace harmonických průběhů, cos(nx), n = 1,2,... ,derivace >>> ncos(nx), čím vyšší frekvence (n), tím větší je amplituda derivace >>> gradientní operátory zdůrazňují hrany
- Použití ostření >>> kontrastnější obraz, (sítotisk) >>> odstíny jasu se vytvářejí **polotónování**m, tj. větší či menší hustotou černých bodů >>> ostření obrazu nezbytné