Segmentace obrazu, binární matematická morfologie

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.

Segmentace obrazu

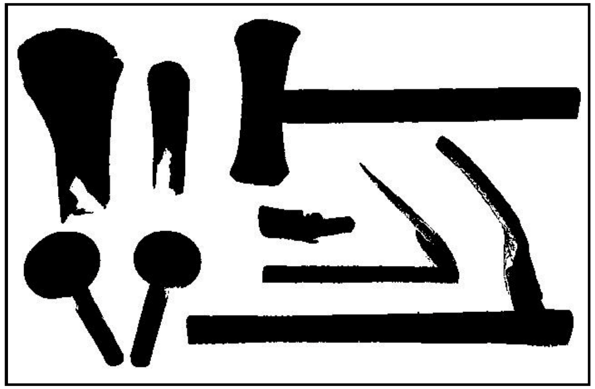
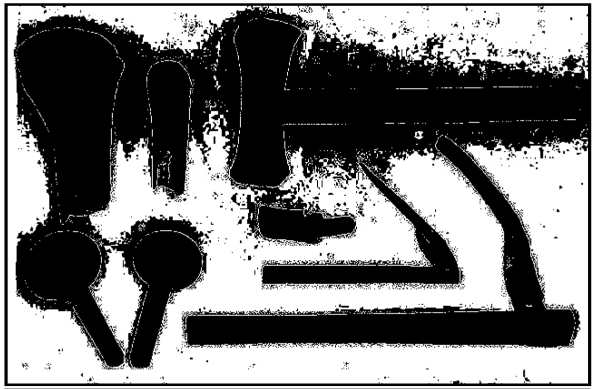
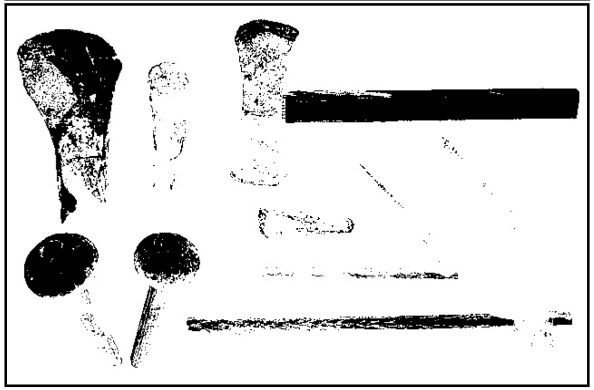
- Rozdělení obrazu na oblasti odpovídající důležitým objektům v obraze, redukce objemu zpracovávaných dat
- Kompletní segmentace >>>oblast souhlasí s objektem ve vstupním obrazu >>> využití vyšší úrovně zpracování obrazu
- Částečná segmentace >>> rozdělení na homogenní oblasti dle jasu, barvy, textury…
- **(-)** Zatížení obrazu informačním šumem, nejednoznačnost obrazových dat
- **1.** Metody využívající globální znalost >>> histogram
- **2.** určování hranic mezi oblastmi a sledování průběhu hranice
- **3.** vytváření oblastí (na základě podobného jasu, barvy, textury…)
- 2. a 3. duální operace >>> oblast má hranici, která ji určuje; obě metody lze kombinovat >>> vytváření relačních struktur >>> uzly jsou oblasti, relace sousednosti jsou hrany

Segmentace obrazu prahováním

- Objekty mají podobný jas, barvu…
- Prahování >>> transformace vstupního obrazu

$$g(i,j)=\begin{cases}1 & pro \quad f(i,j)\geq T\\ 0 & pro \quad f(i,j)<T\end{cases}$$

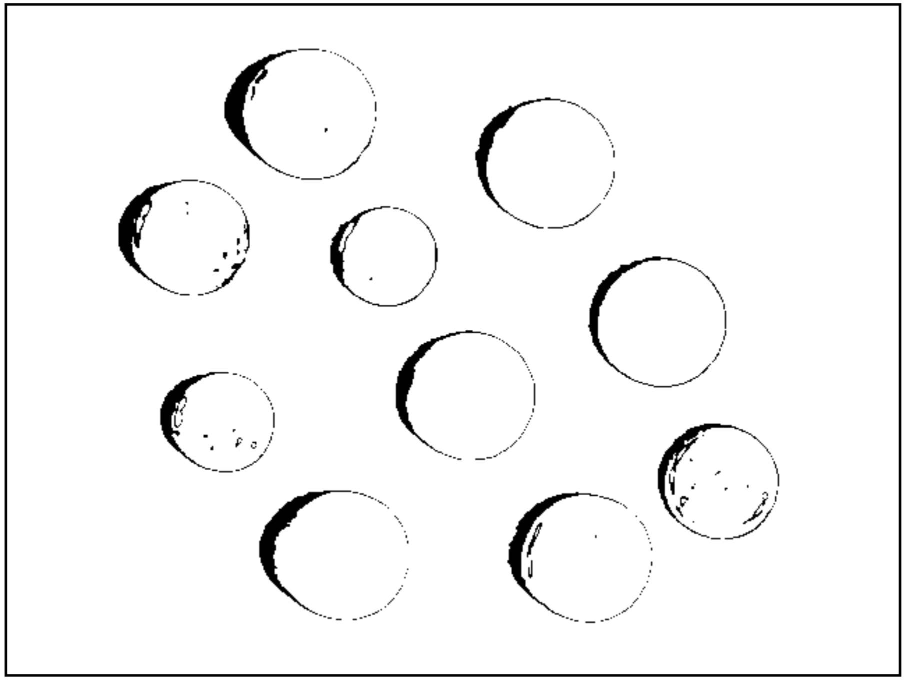
- T >>> hodnota prahu

Segmentace obrazu prahováním

- Prahování s dvěmi prahy, I >>> interval jasů

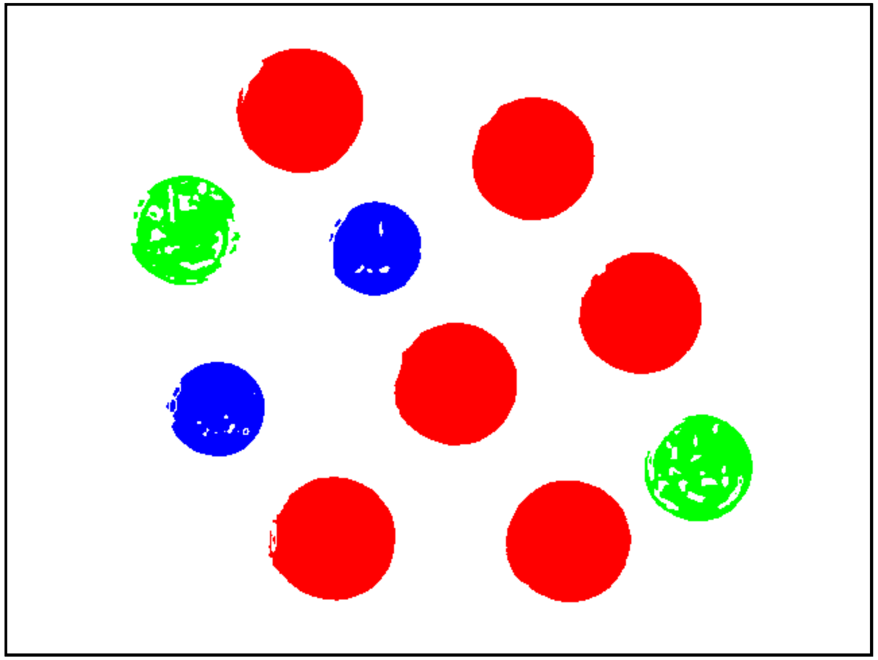
$$g(i,j) = \begin{cases} 1 & pro \quad f(i,j) \in I \\ 0 & jinak \end{cases}$$



Segmentace obrazu prahováním

- Prahování s více prahy, I_j >>> intervaly jasů

$$g(i,j) = \begin{matrix} 1 & pro & f(i,j) \in I_1 \\ 2 & pro & f(i,j) \in I_2 \\ \vdots & & \vdots \\ N & pro & f(i,j) \in I_N \\ 0 & & jinak \end{matrix}$$

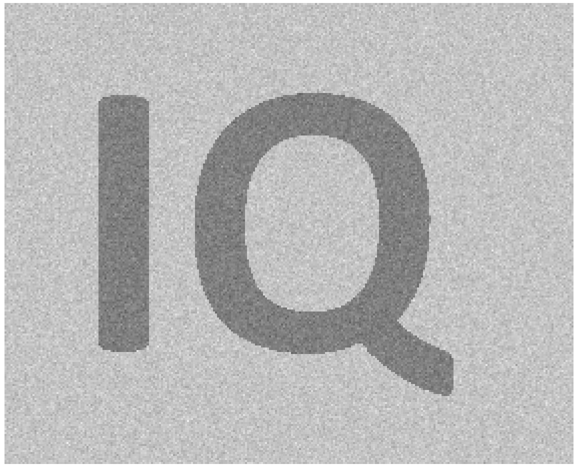


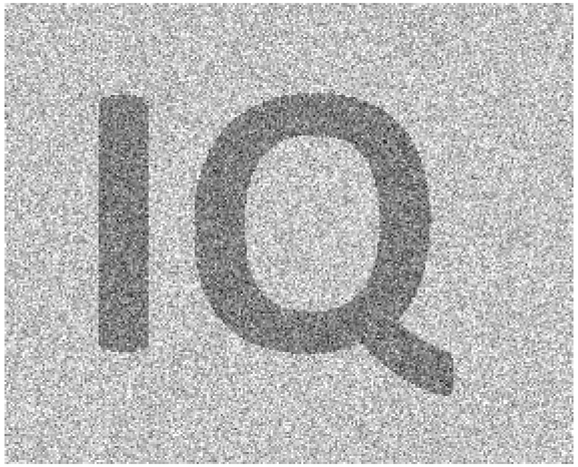
Segmentace obrazu prahováním

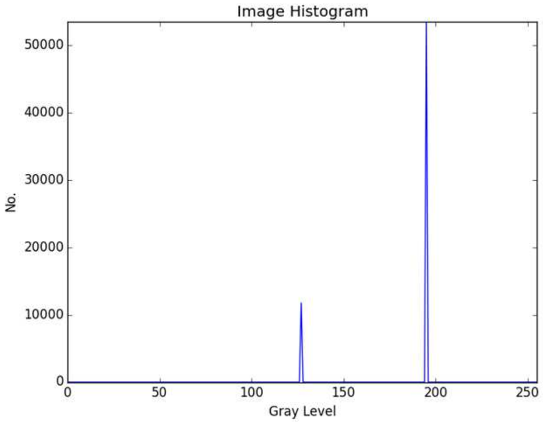
- Poloprahování >>>hodnocení výsledků člověkem

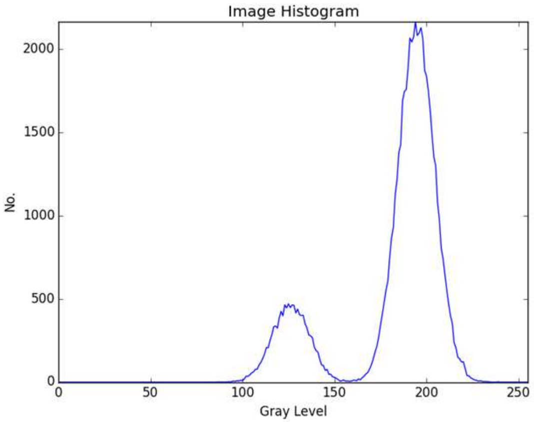
$$g(i,j) = \begin{cases} f(i,j) & pro \quad f(i,j) \in I \\ 0 & jinak \end{cases}$$

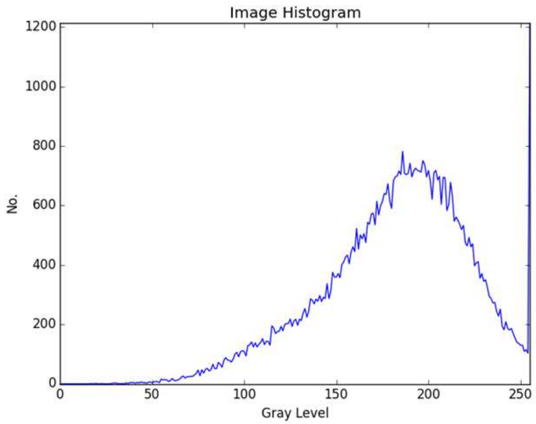
Stanovení prahu – vliv šumu





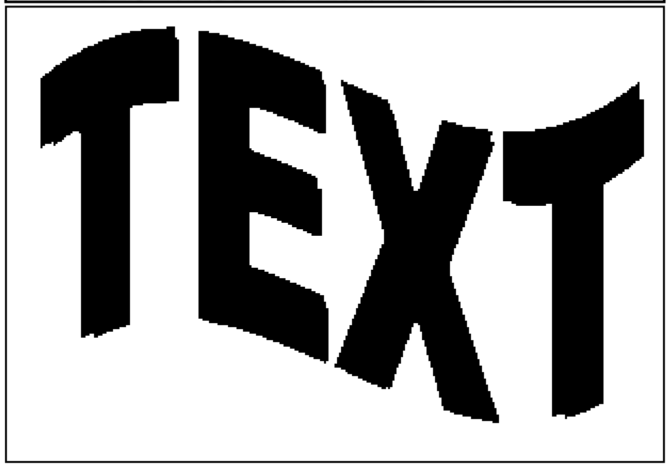


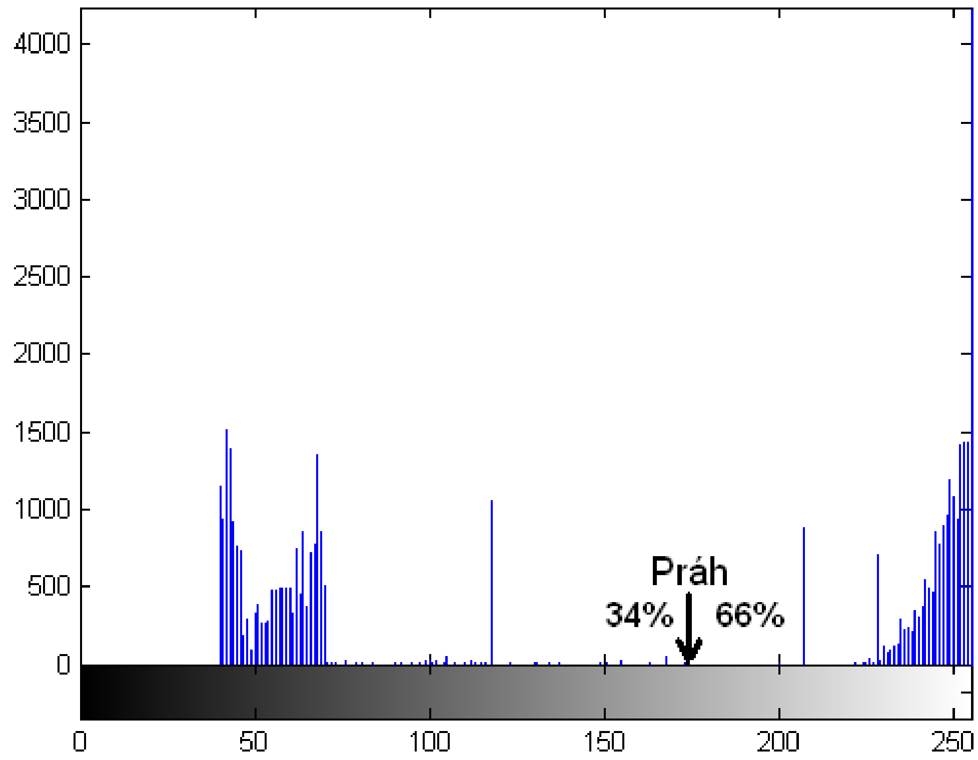




Automatické určování prahu

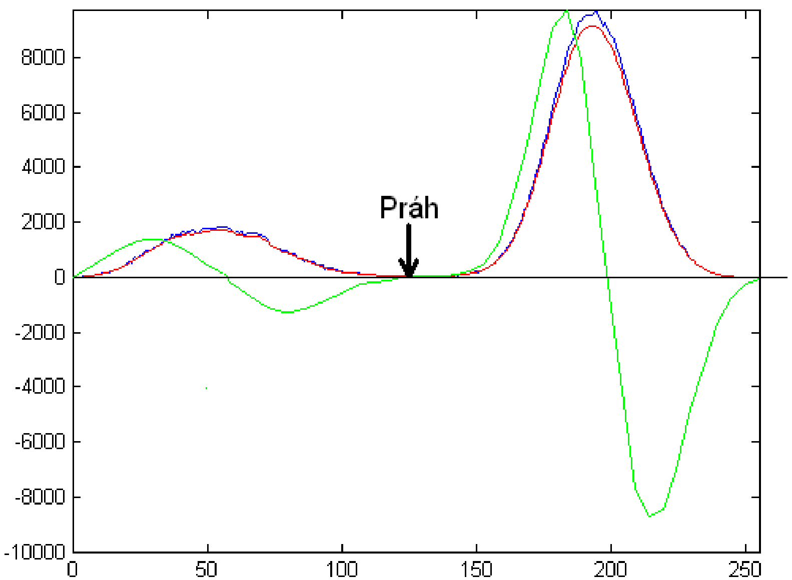
- **Procentuální prahování**
  Apriorní znalost >>> např. písmena zaujímají 34% plochy obrazu >>> text je tmavý a pozadí světlé >>> 34% z levé části obrazového histogramu bude pravděpodobně patřit obrazovým bodům tvořícím text

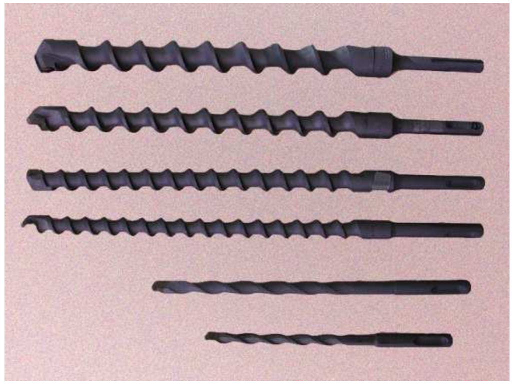


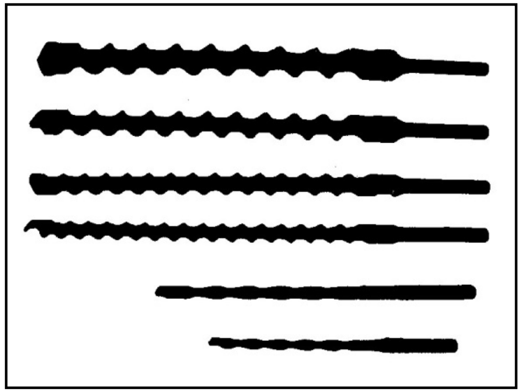


Automatické určování prahu

- **Analýza obrazového histogramu**
- Pro dvou a více-modální histogramy, hodnoty jasů objektu by měly tvořit jednotlivé módy
- Histogram jako funkce >>> analýza >>> např. použití diferencí: $y(n) = x(n) - x(n-N)$
- **(-)** maxima a minima histogramu se musí výrazně lišit







Automatické určování prahu

- **Analýza obrazového histogramu**

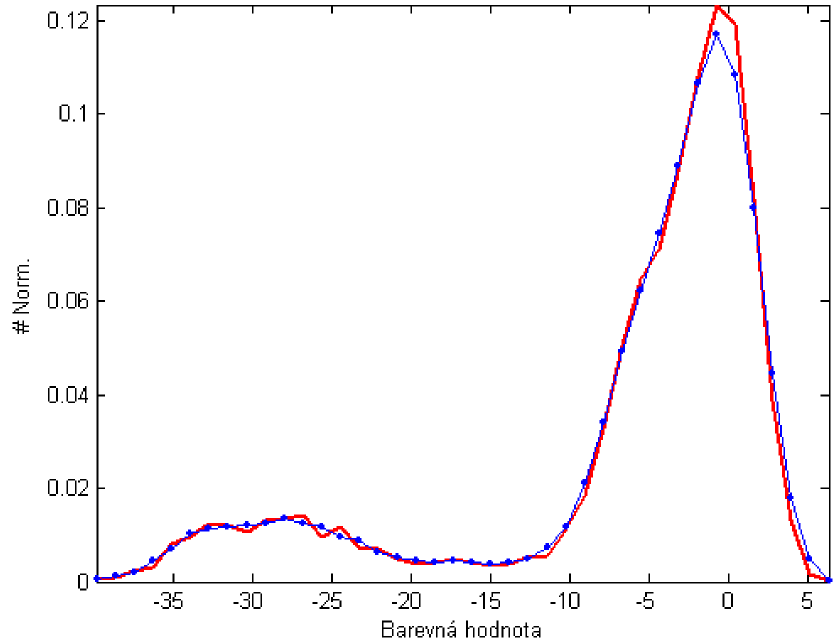
1. Fce. popisující histogram

$$h_{vo}(z_i) = P_r \cdot h_r(z_i) + (1 - P_r) \cdot h_k(z_i)$$

$$P_k = 1 - P_r$$

$$h_r(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_i - \mu_r}{\sigma_r} \right)^2 \right)$$

$$h_k(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z_i - \mu_k}{\sigma_k} \right)^2 \right)$$



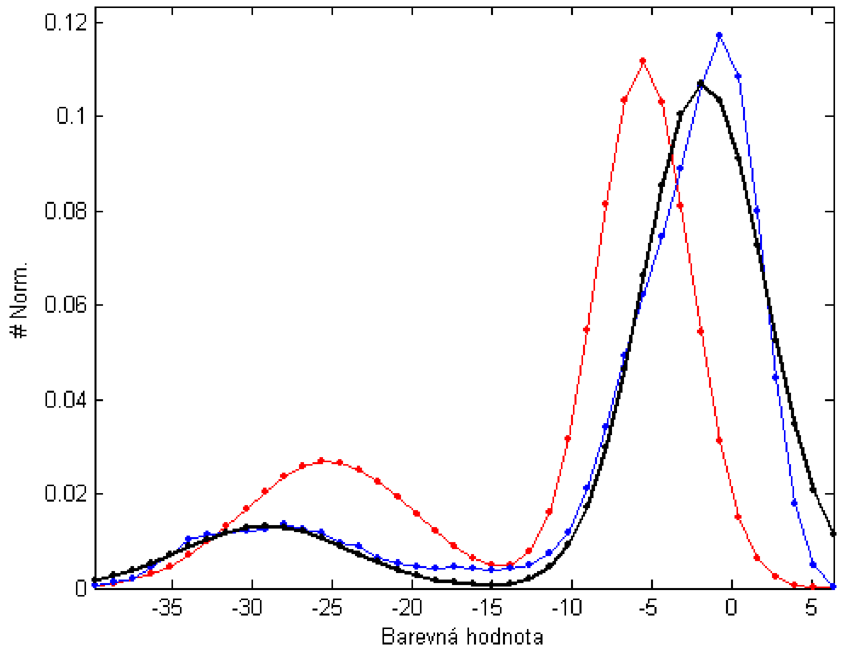
2. Odhad μ_r, μ_k, σ_r, σ_k, P_r s pomocí metody nejmenších čtverců

$$\varphi = \sum_i \left[h_v(z_i) - h_{vo}(z_i) \right]^2$$

* Algoritmus byl vytvořen ve spolupráci s Doc. Ing. Vladimírem Kracíkem, CSc., z katedry aplikované matematiky TUL.

Automatické určování prahu

- **Analýza obrazového histogramu**



Počáteční nastavení:

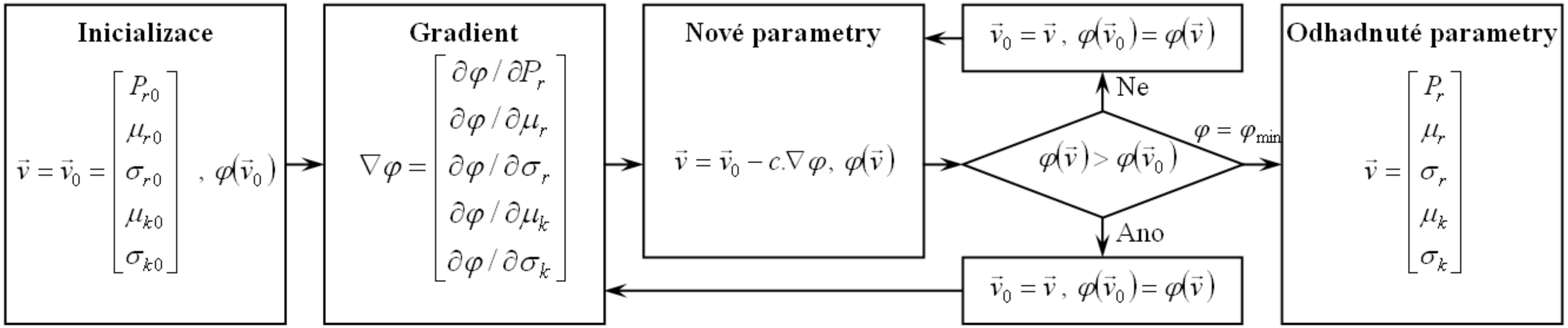
$$P_{r0} = 0.2$$

$$IntH = maH - miH$$

$$\mu_{r0} = \frac{IntH}{4} + miH \qquad \sigma_{r0} = \frac{IntH}{9}$$

$$\mu_{k0} = \frac{3.IntH}{4} + miH \qquad \sigma_{k0} = \frac{IntH}{16}$$

Algoritmus výpočtu:



Automatické určování prahu

- **Analýza obrazového histogramu**

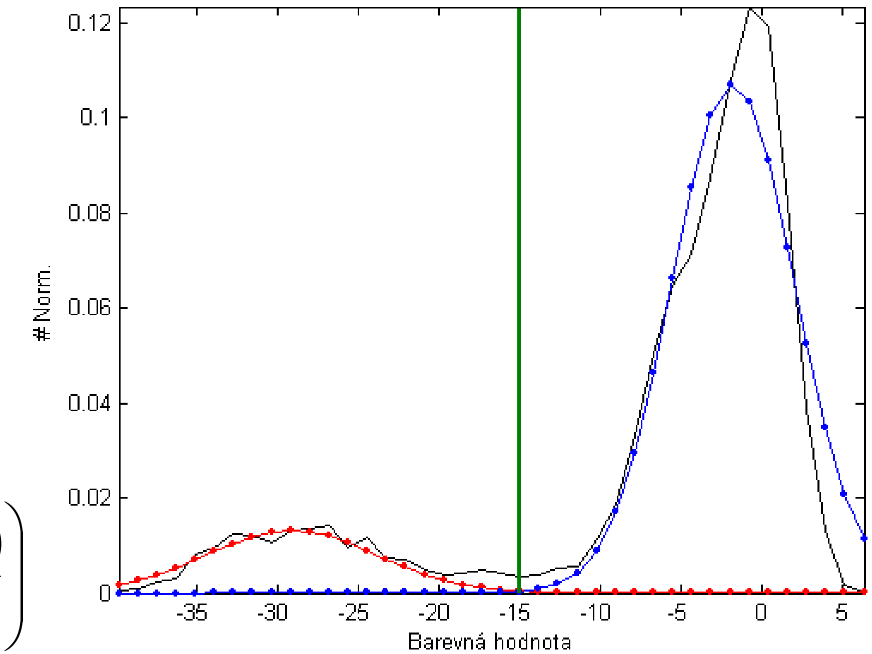
Práh T:

$$\boxed{T = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}}$$

$$a = \sigma_k^2 - \sigma_r^2$$

$$b = 2.\left(\sigma_r^2 \mu_k - \sigma_k^2 \mu_r\right)$$

$$c = \mu_r^2 \sigma_k^2 - \mu_k^2 \sigma_r^2 + 2.\sigma_k^2 \sigma_r^2 .\log\left(\frac{\sigma_r (1 - P_r)}{\sigma_k P_r}\right)$$



Výpočet prahu:

$$\frac{P_r}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{T - \mu_r}{\sigma_r}\right)^2\right) = \frac{(1 - P_r)}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{T - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2\right)$$

Segmentace srovnávání se vzorem

obraz *f(i,j)*

vzor *h(i,j)*

výsledek

Korelační míry

$$C_1(u,v) = \frac{1}{\max\limits_{(i,j)\in V} \left| f(i+u, j+v) - h(i,j) \right|}$$

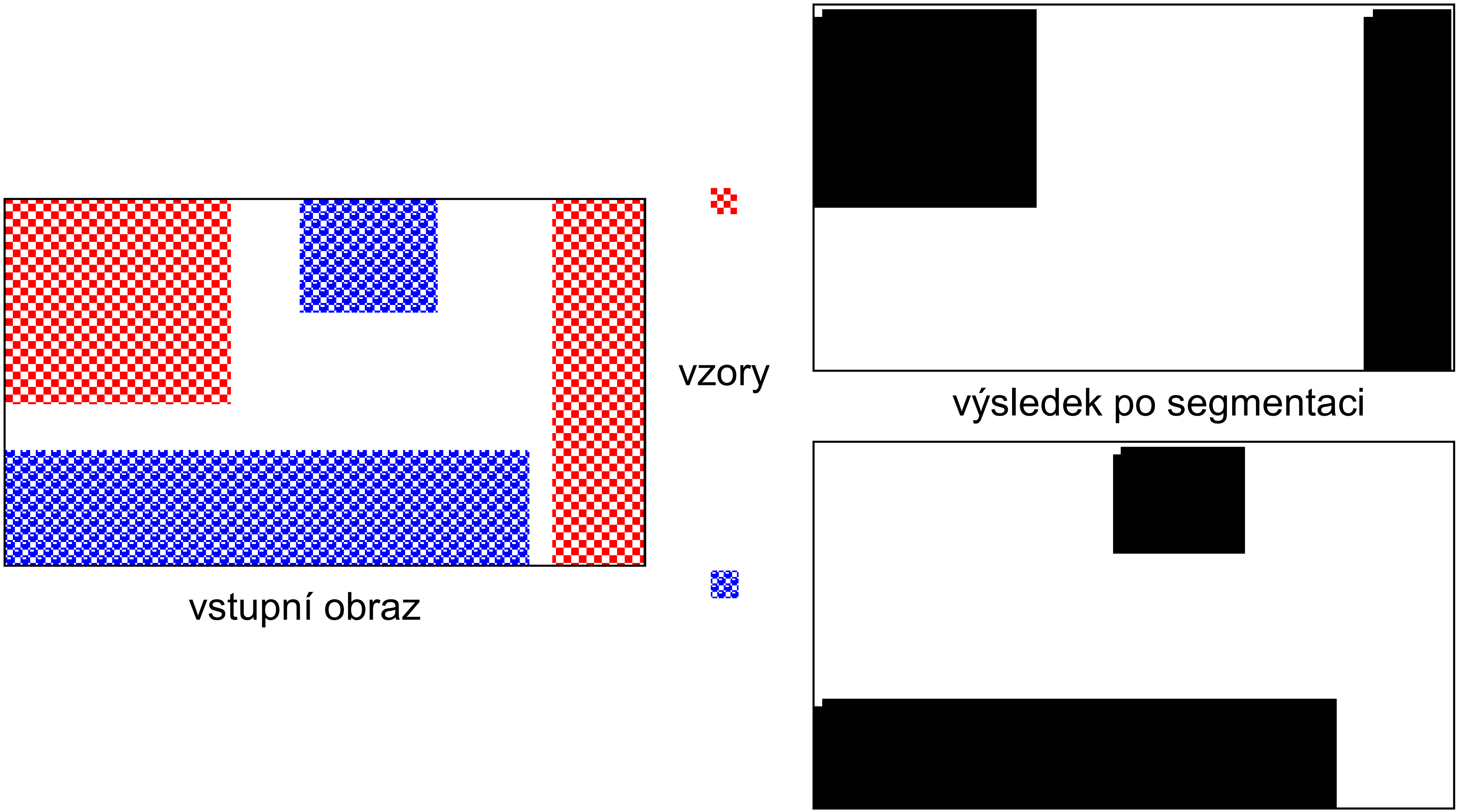
$$C_2(u,v) = \frac{1}{\sum\limits_{(i,j)\in V} \left| f(i+u, j+v) - h(i,j) \right|}$$

$$C_3(u,v) = \frac{1}{\sum\limits_{(i,j)\in V} \left[f(i+u, j+v) - h(i,j) \right]^2}$$

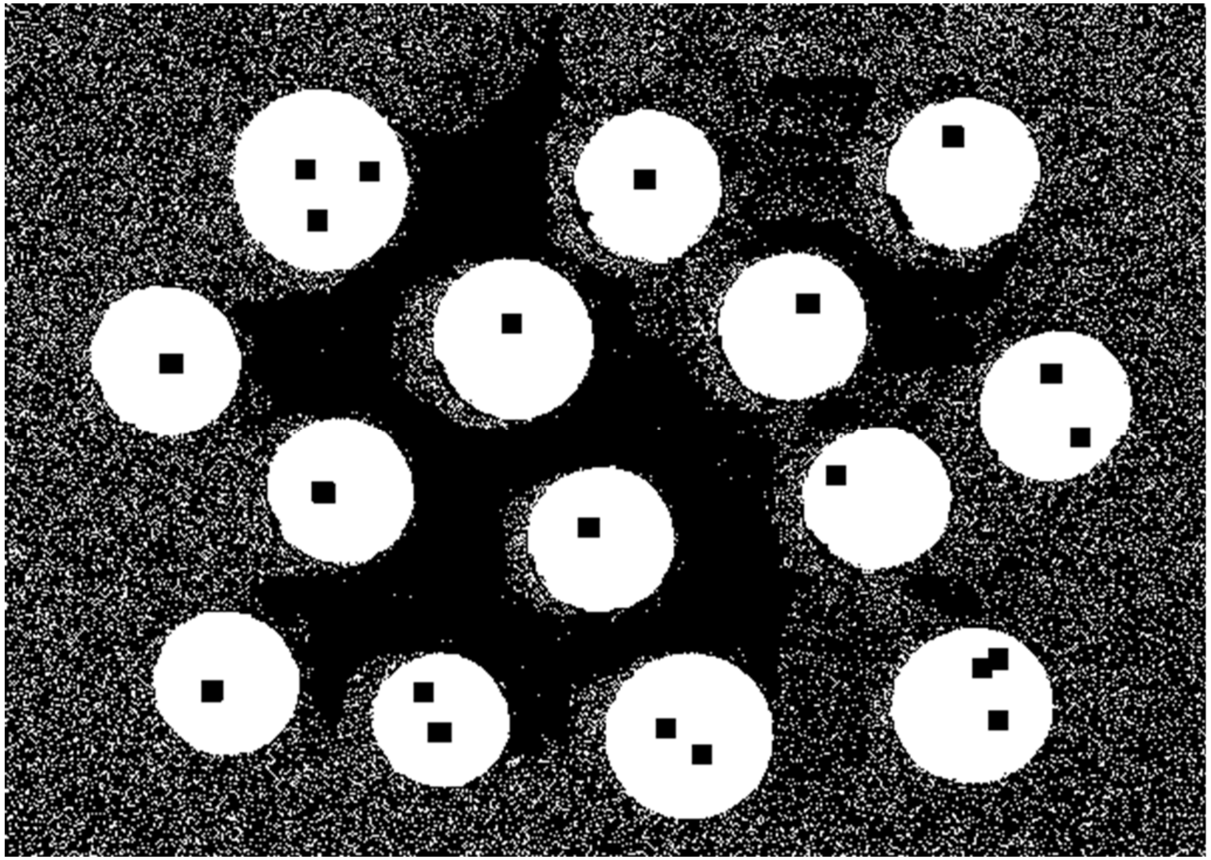
- Vzor musí být dosti podobný hledanému objektu
- Použití více vzorů >>> různé velikosti a orientace vzorů

Segmentace srovnávání se vzorem

- **Využití textury**



MATEMATICKÁ MORFOLOGIE



???

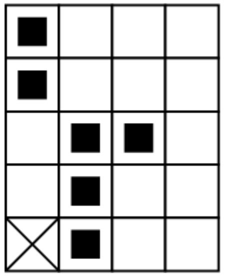
MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- Algebra nelineárních operací, segmentace s důrazem na tvar hledaných objektů >>> kvantitativní popis nalezených objektů
- Pro aplikace, kde je požadován krátký čas zpracování >>> biologie, materiálový výzkum, geologie, kriminalistika, obrazová inspekce v průmyslu, rozpoznávání znaků, dokumentů …
- Pro 2D i 1D signály
- Základ >>> bodové množiny >>> výsledky z integrální geometrie a topologie, reálné obrázky lze modelovat pomocí bodových množin libovolné dimenze N, 2D euklidovský prostor ε^2 >>> pro popis rovinných útvarů
- Množinové pojmy >>> **podmnožina** ($\supset$ or $\subset$), **průnik** ($\cap$), **sjednocení** (U), **prázdná množina** 0, **množinový doplněk** (^{c}), **množinový rozdíl:**

  $X \mid Y = X \cap Y^c$
- V PV >>> digitální protějšek euklidovského prostoru, binární matematická morfologie >>> množina dvojic celých čísel ($\in Z^2$), šedotónová matematická morfologie >>> množina trojic celých čísel ($\in Z^3$)

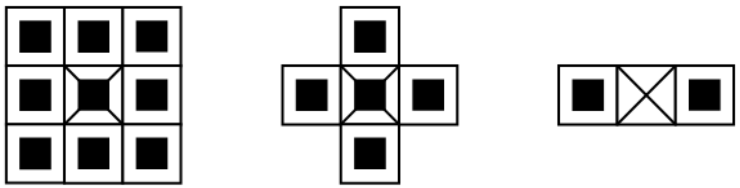
MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Binárními obrazy** >>> množina dvojic celých čísel ($\in Z^2$) - 2D bodová množina, diskrétním rastr >>> diskrétní mřížka obohacena o relaci sousedství >>> pro čtvercové i hexagonální mřížky, body objektů >>> množina X (pixel s hodnotou jedna), body doplňku X^c >>> pozadí (pixel s hodnotou nula), bod x diskrétního obrazu (radiusvektor vzhledem k počátku (0,0))



$X = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2,2), (0, 3), (0,4)\}$

- Morfologická transformace Ψ >>> relace mezi obrazem X s bodovou množinou (strukturní element - vztažen k "lokálnímu" počátku O - reprezentativní bod)



- Morfologické transformace Ψ(X) >>> systematické posouvání strukturního elementu B po obraze, výsledek relace (0 nebo 1) se zapíše do výstupního obrazu v reprezentativním pixelu

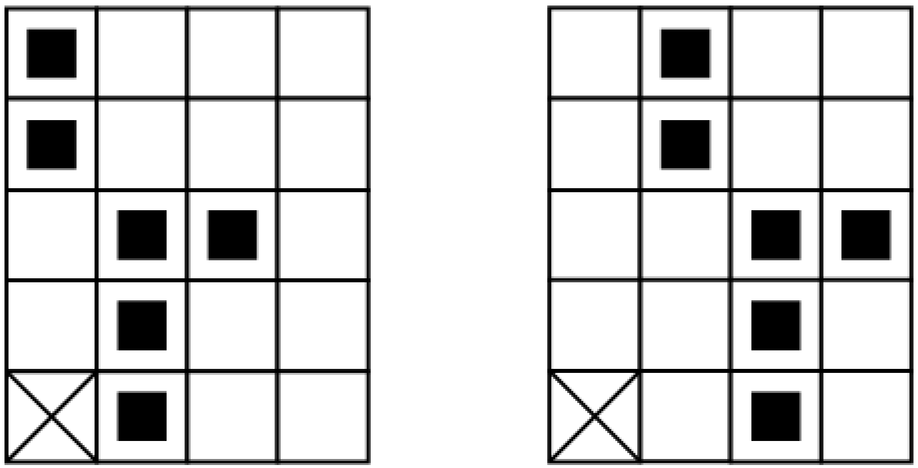
MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- Každé morfologické transformace $\Psi(X)$ má duální transformaci $\Psi^*(X)$

  $\Psi(X) = (\Psi^*(X^C))^C$

- X_h >>> translace bodové množiny X o radiusvektor h

  $X_h = \{p \in \varepsilon^2, p = x + h \text{ pro některá } x \in X\}$

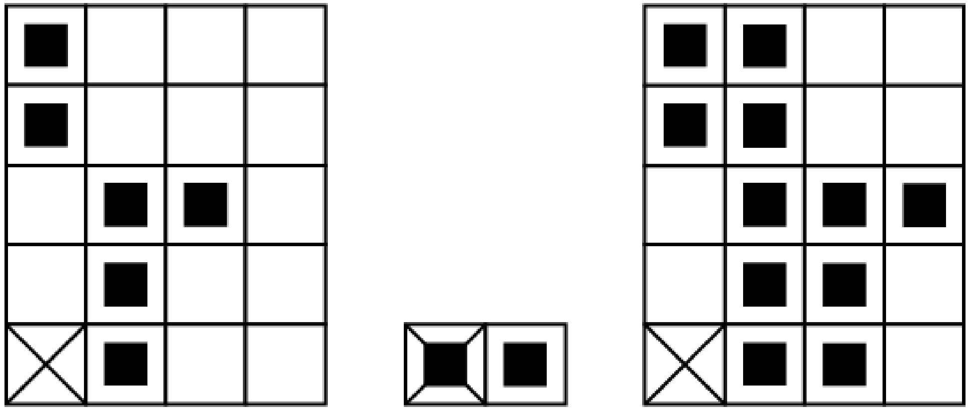


translace o vektor {(1,0)}

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Dilatace** $\oplus$ >>> skládá body dvou množin pomocí vektorového součtu, $X \oplus B$ je bodovou množinou všech možných vektorových součtů pro dvojice pixelů, pro jeden z X a jeden z B

  $X \oplus B = \{p \in \varepsilon^2 : p = x + b, x \in X, b \in B\}$



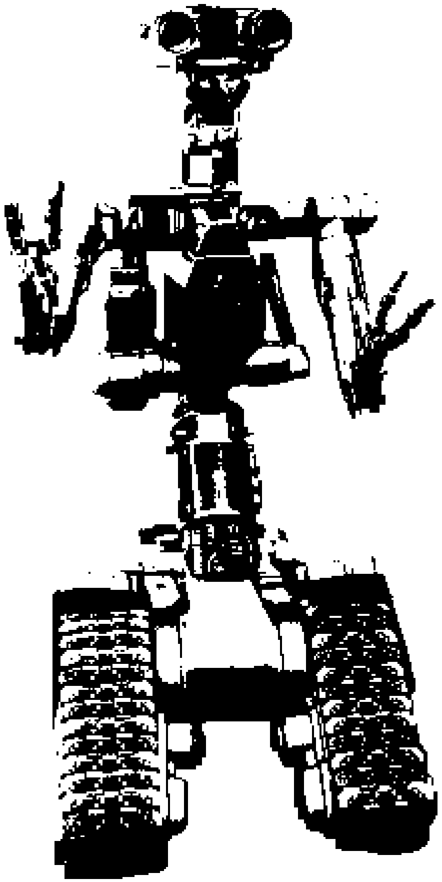
$X = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2, 2), (0,3), (0,4)\}$

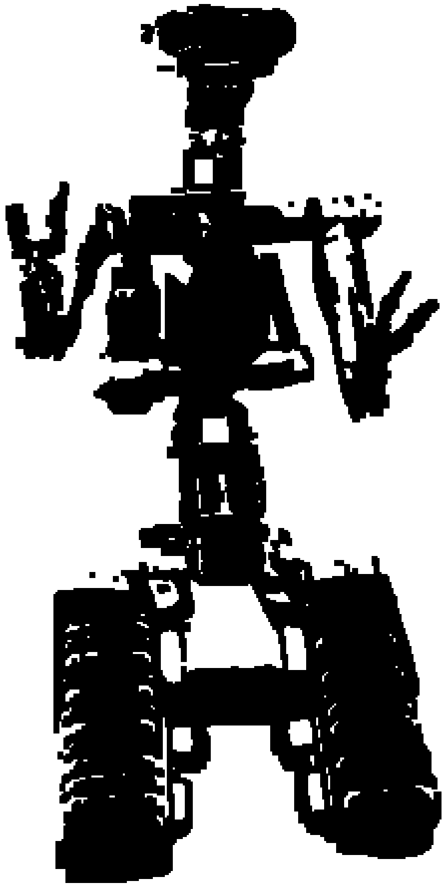
$B = \{(0,0), (1,0)\}$

$X \oplus B = \{(1,0), (1,1), (1,2), (2, 2), (0,3), (0,4), (2,0), (2,1), (2,2), (3,2), (1,3), (1,4)\}$

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Dilatace** + isotropický (transformace se chová stejně ve všech směrech) strukturní element 3x3 (objekty expandují) >>> objekty se rozrostly o jednu "slupku" na úkor pozadí, díry s tloušťku jeden bod se zaplnily





BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Dilatace**

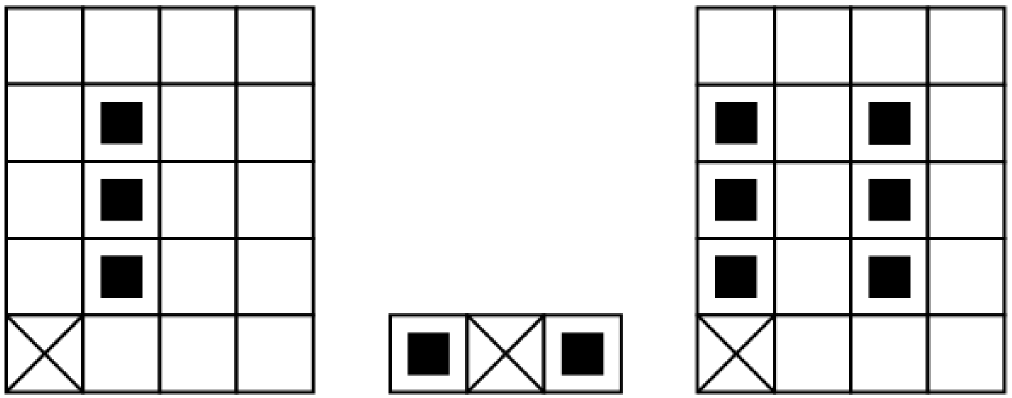
  >>> komutativní operace $X \oplus B = B \oplus X$

  >>> asociativní operace $X \oplus (B \oplus D) = (X \oplus B) \oplus D$

  >>> invariantní vůči posunu $X_h \oplus B = (X \oplus B)_h$

  >>> rostoucí transformace je-li $X \subseteq Y$, potom $X \oplus B \subseteq Y \oplus B$

  >>> sjednocení posunutých bodových množin $X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X_b$



reprezentativní bod není prvkem strukturního elementu – porušení souvislosti

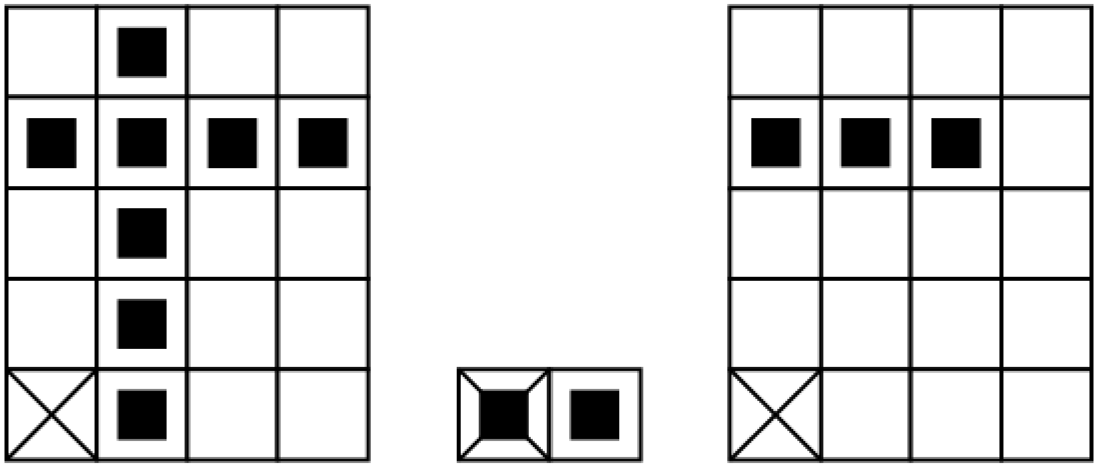
- Použití >>> samostatně k zaplnění malých děr, úzkých zálivů a pro další složitější operace, zvětšuje objekty, pro zachování původních rozměrů >>> kombinace s erozí

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Eroze** $\ominus$ >>> duální operace k dilataci, dilatace ani eroze nejsou invertovatelné, skládá dvě množiny:

  $X \ominus B = \{ p \in \varepsilon^2 : p + b \in X \text{ pro každé } b \in B \}$

- Pro každý bod obrazu p se ověřuje, zda výsledek p + b leží v X



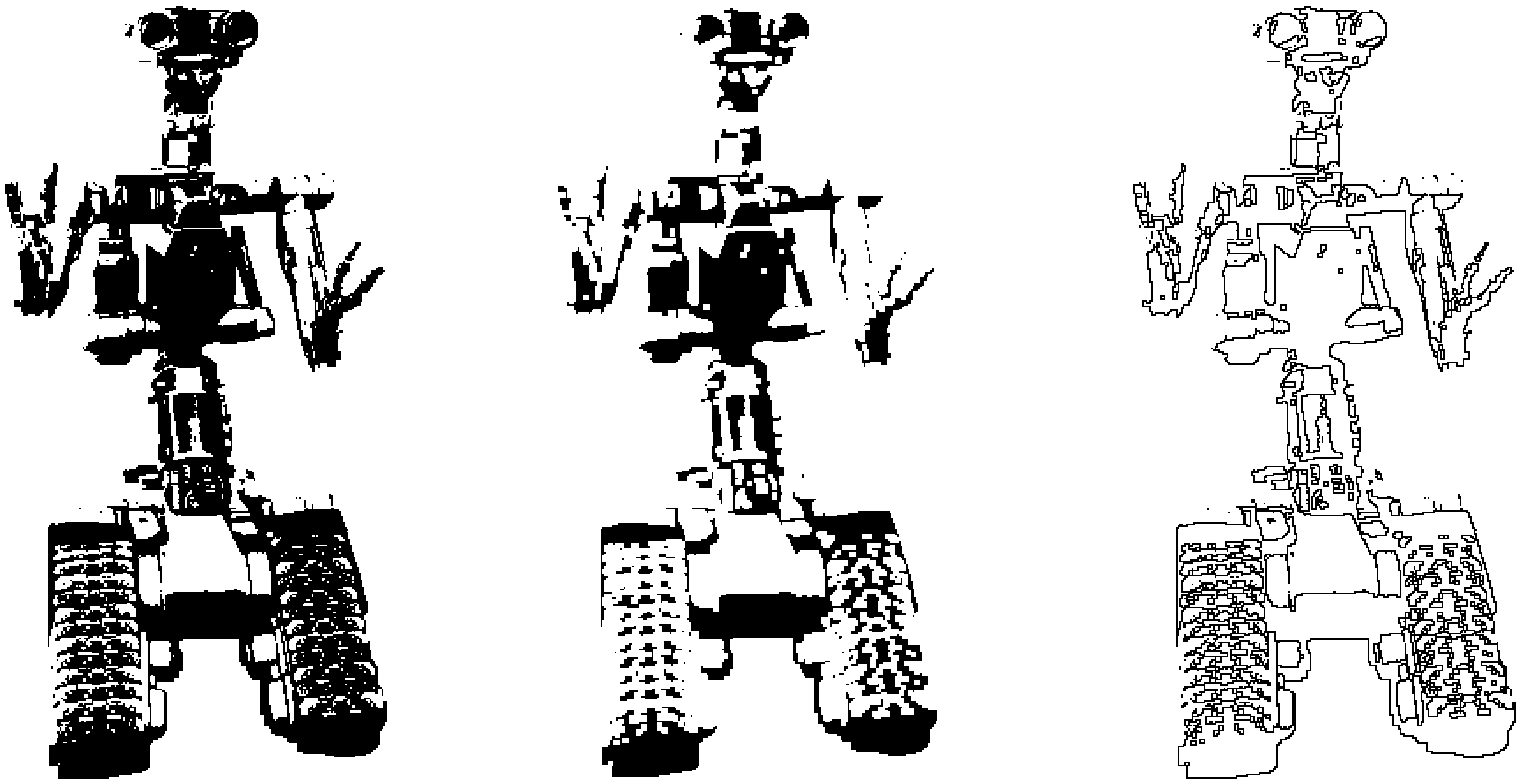
$X = \{(1,0),(1,1),(1,2),(0,3),(1,3),(2,3),(3,3),(1,4)\}$

$B = \{(0,0), (1,0)\}$

$X \ominus B = \{(0,3), (1,3), (2,3)\}$

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Eroze** >>> použití >>> zjednodušení struktury objektů, složitější objekt se rozdělí na několik jednodušších



eroze – isotropický strukturní element 3x3 - isotropické smrštění objektů, zmizely čáry a body tloušťky 1, obrys objektů >>> odečtení erodovaného obrázku od původního obrázku

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Otevření** >>> eroze následovaná dilatací

  $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$

- Dilatace a eroze nejsou navzájem inverzní zobrazení

- Obraz X otevřený vzhledem k B >>> obraz X se nezmění po otevření struktur. elementem B

- Otevření oddělí objekty spojené úzkou šíjí a tak zjednoduší strukturu objektů, je antiextenzivní:

  $X \circ B \subseteq X$

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Uzavření** >>> dilatace následovaná erozí

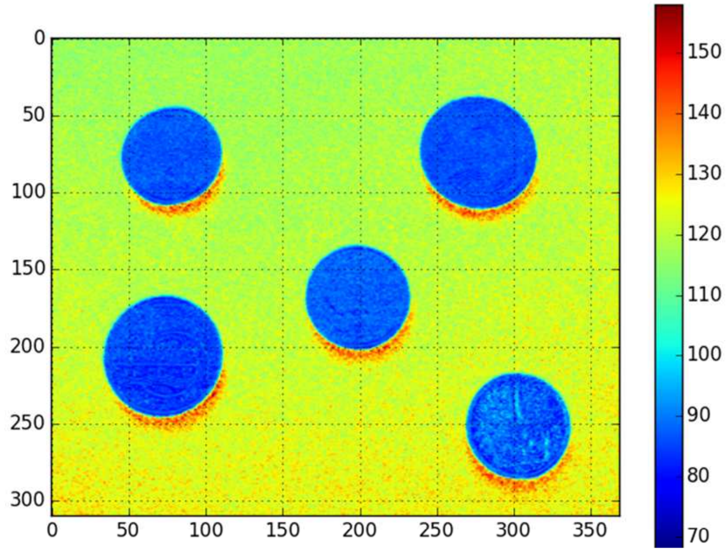
  $X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$

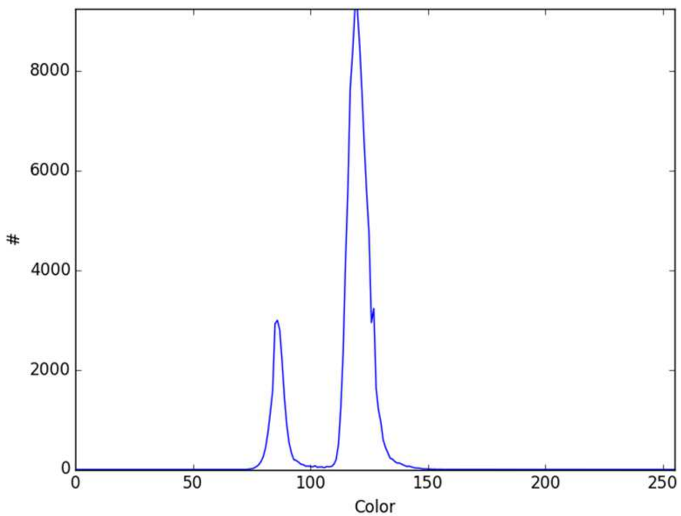
- Obraz X uzavřený vzhledem k B >>> obraz X se nezmění po uzavření struktur. elementem B

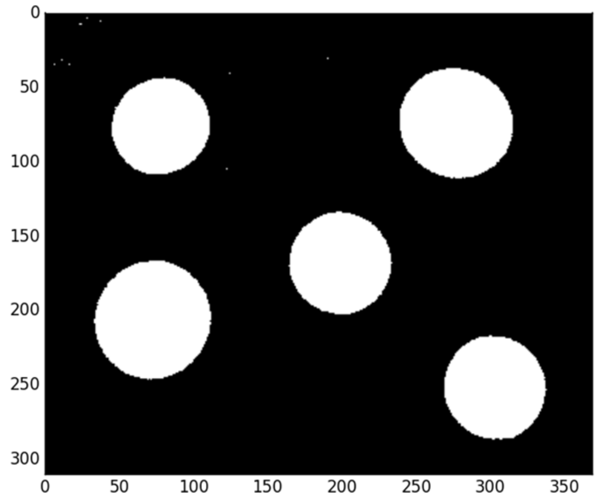
- Uzavření spojí objekty, které jsou blízko u sebe, zaplní malé díry a vyhladí obrys tím, že zaplní úzké zálivy, "malý", "blízký" a "úzký" >>> relativní vzhledem k velikosti strukturního elementu, uzavření je extenzivní

  $X \subseteq X \bullet B$

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

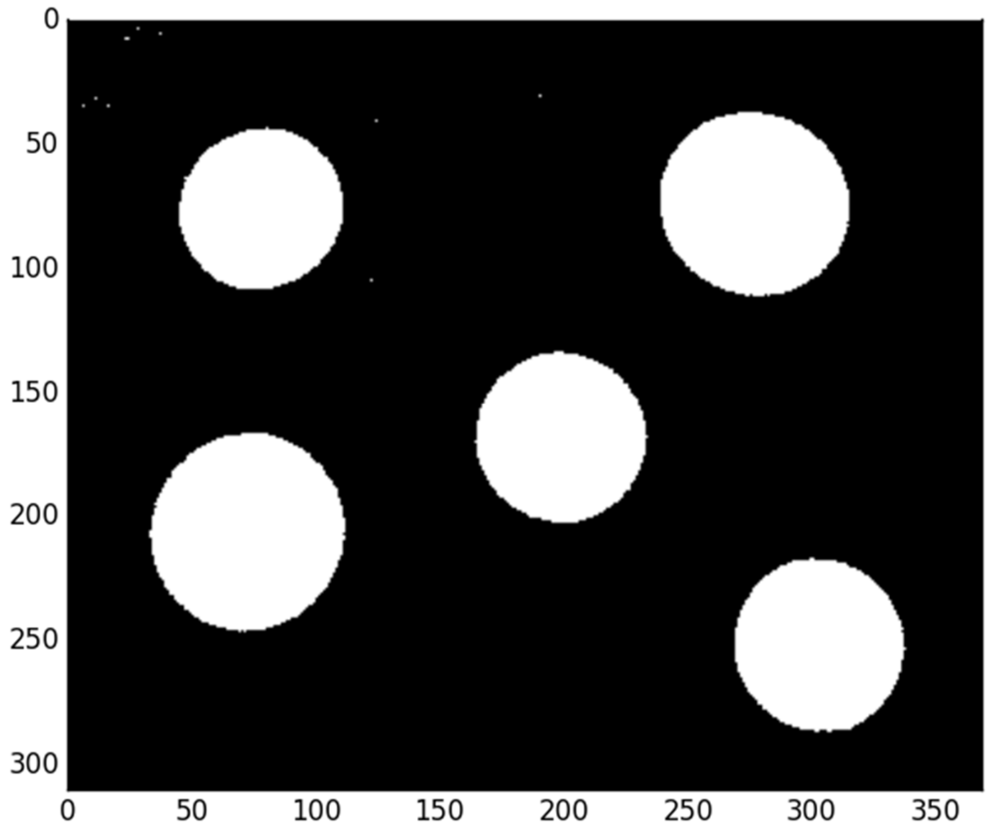






práh = 110

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE



práh = 110

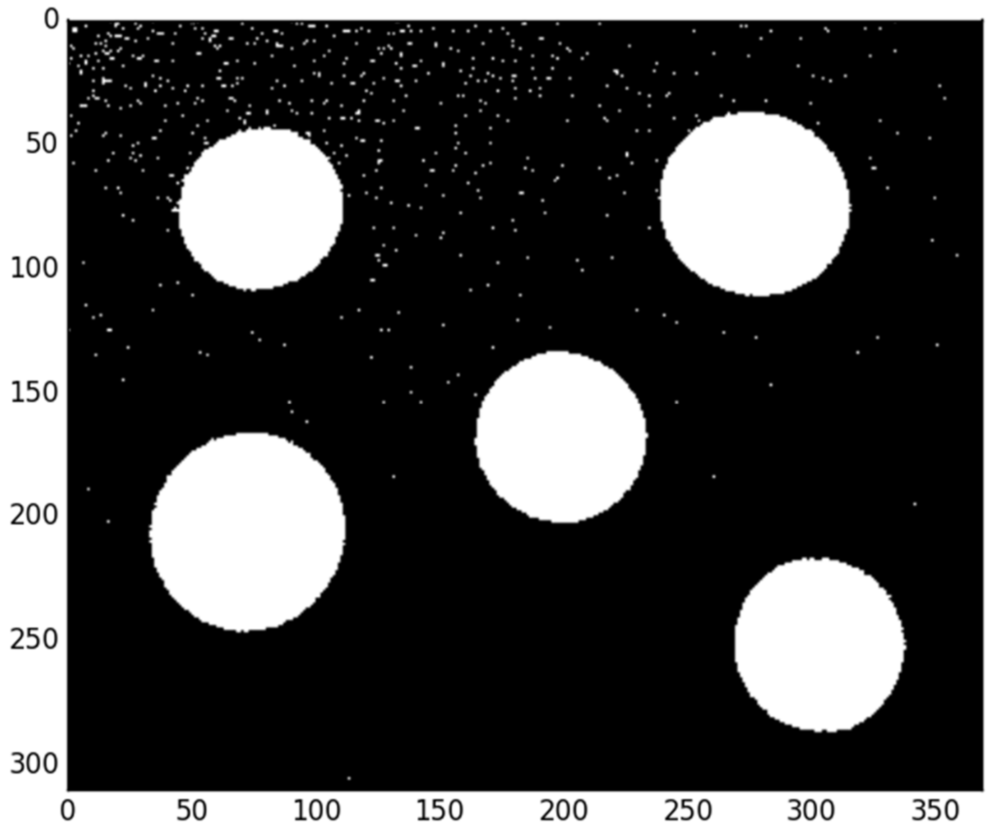
14 objektů, 9 objektů o velikosti 1-2 pixely (binární šum)

koruna č. 1: 3343 pixelů pětikoruna č. 1: 4433 pixelů

koruna č. 2: 3671 pixelů pětikoruna č. 2: 4849 pixelů

koruna č. 3: 3717 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE



práh = 113

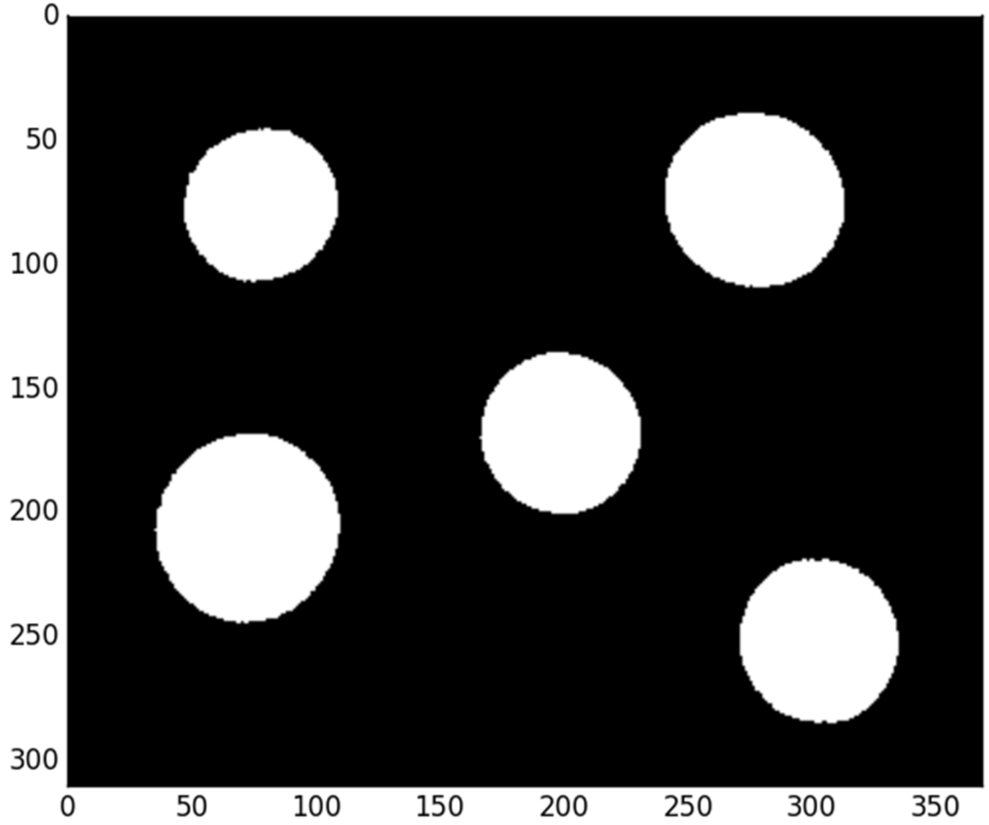
486 objektů, 481 objektů o velikosti 1-2 pixely (binární šum)

koruna č. 1: 3396 pixelů
koruna č. 2: 3706 pixelů
koruna č. 3: 3756 pixelů

pětikoruna č. 1: 4472 pixelů
pětikoruna č. 2: 4893 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE - eroze

[[0, 0, 0, 1, 0, 0],
[0, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[0, 1, 1, 1, 1, 1]]
strukturní element
kruh 6x6



práh = **113**

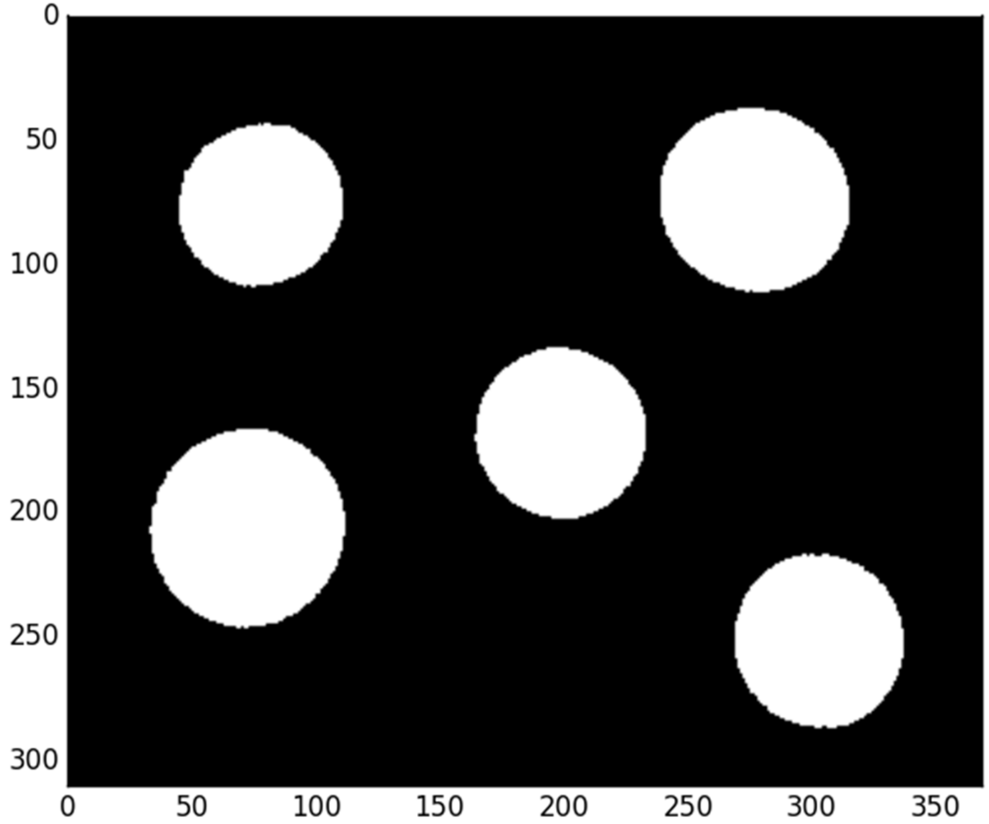
5 objektů

koruna č. 1: 2969 pixelů
koruna č. 2: 3271 pixelů
koruna č. 3: 3312 pixelů

pětikoruna č. 1: **3991** pixelů
pětikoruna č. 2: 4384 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE - otevření

[[0, 0, 0, 1, 0, 0],
[0, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[0, 1, 1, 1, 1, 1]]
strukturní element
kruh 6x6

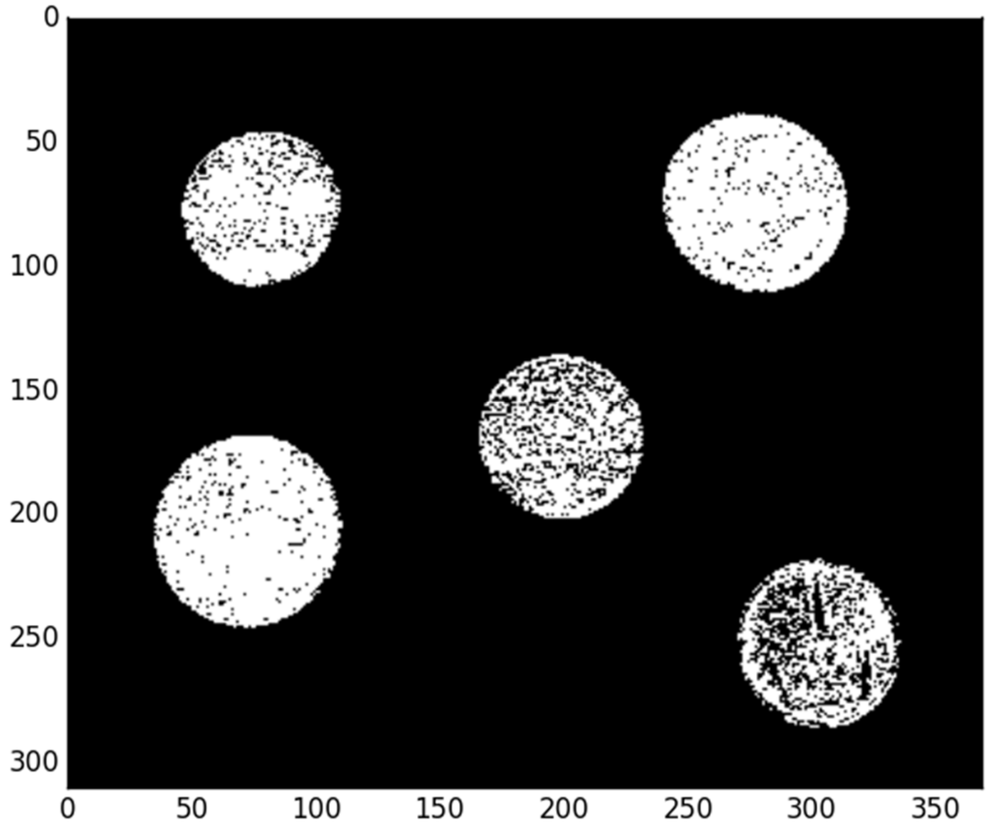


práh = **113**

5 objektů
koruna č. 1: 3380 pixelů
koruna č. 2: 3702 pixelů
koruna č. 3: 3748 pixelů

pětikoruna č. 1: 4464 pixelů
pětikoruna č. 2: 4884 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE



práh = **89**

27 objektů, 22 objektů o velikosti 1-20 pixelů

koruna č. 1: 2650 pixelů

koruna č. 2: 2453 pixelů

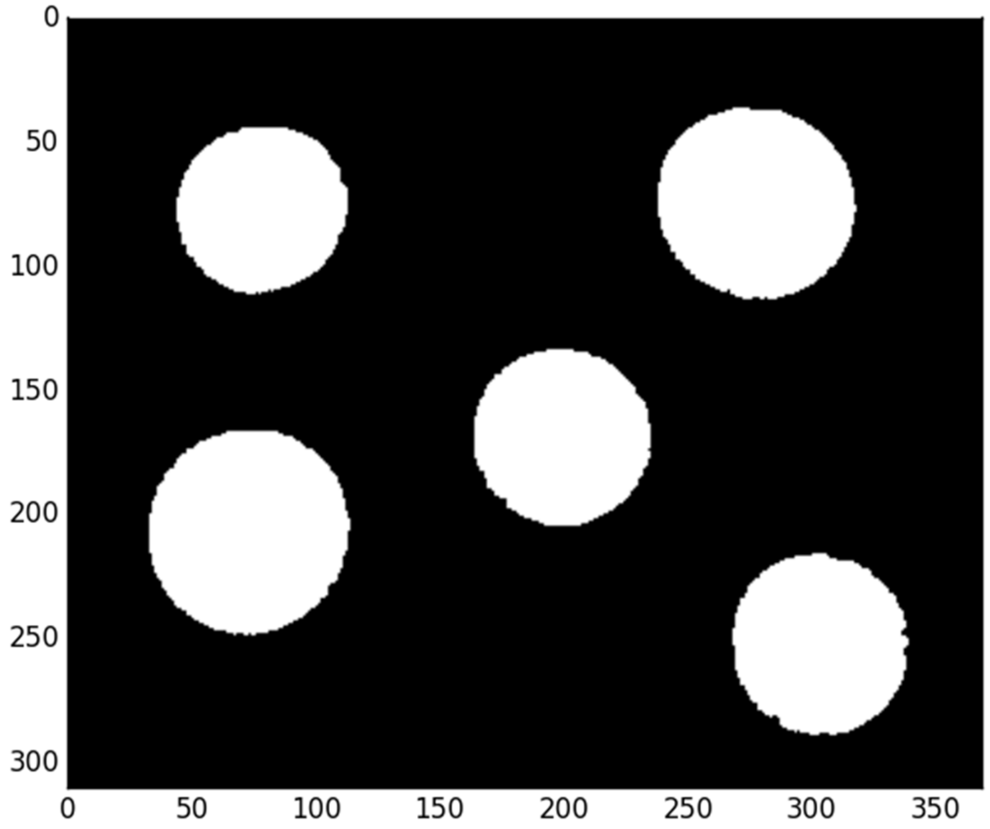
koruna č. 3: 2054 pixelů

pětikoruna č. 1: **3905** pixelů

pětikoruna č. 2: 4278 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE - dilatace

[[0, 0, 0, 1, 0, 0],
[0, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[0, 1, 1, 1, 1, 1]]
strukturní element
kruh 6x6

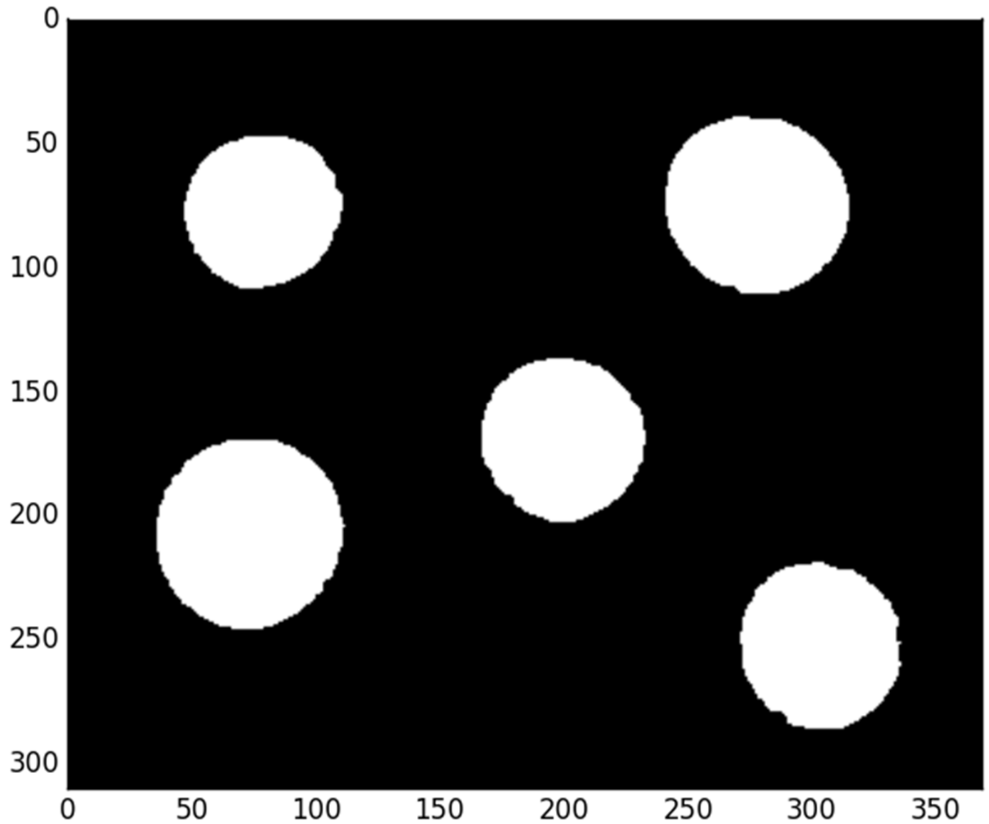


práh = **89**

5 objektů
koruna č. 1: 3619 pixelů
koruna č. 2: 3990 pixelů
koruna č. 3: **4031** pixelů
pětikoruna č. 1: 4820 pixelů
pětikoruna č. 2: 5228 pixelů

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE - uzavření

[[0, 0, 0, 1, 0, 0],
[0, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[1, 1, 1, 1, 1, 1],
[0, 1, 1, 1, 1, 1]]
strukturní element
kruh 6x6

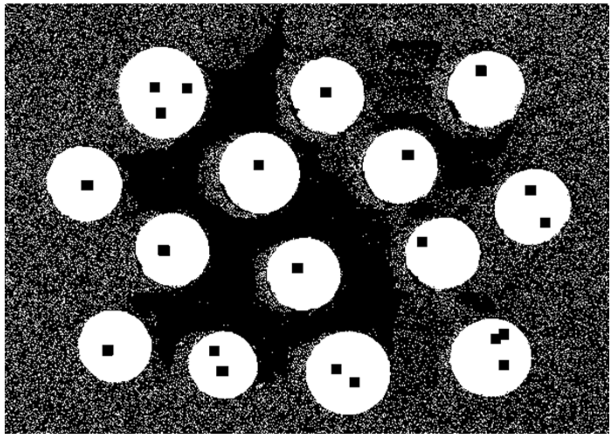


práh = **89**

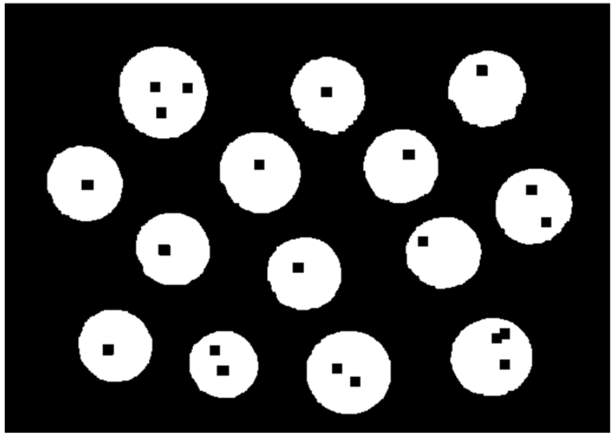
5 objektů

koruna č. 1: 3040 pixelů
koruna č. 2: 3382 pixelů
koruna č. 3: 3404 pixelů

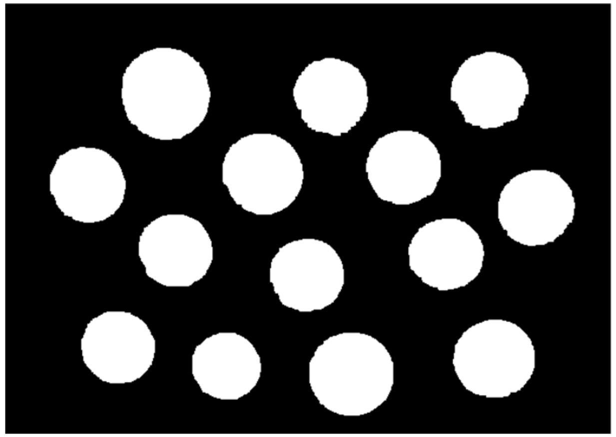
pětikoruna č. 1: 4146 pixelů
pětikoruna č. 2: 4531 pixelů



binární obraz



otevření, 5x5



uzavření, 12x12

BINÁRNÍ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- **Transformace tref či miň (hit or miss)**
- Morfologický operátor $\otimes$, který indikuje shodu strukturního elementu a části obrazu, strukturní element >>> vzor, který se vyhledává, pro vyhledávání rohů, hranic objektů a pro ztenčování
- Testování, zda nějaké body do X nepatří >>> složený strukturní element >>> dvojice disjunktních množin $B = (B_1, B_2)$

  $X \otimes B = \{x : B_1 \subset X \text{ a } B_2 \subset X^c\}$
- Část B_1 složeného strukturního elementu s reprezentativním bodem v poloze x musí být obsažena v X a nesmí být část B_2 složeného strukturního elementu obsažena v X^c, ověřování lokální shody mezi částí obrazu X a strukturním elementem (B_1, B_2)

  $X \otimes B = (X \ominus B_1) \cap (X^c \ominus B_2) = (X \ominus B_1) \setminus (X \oplus \breve{B}_2)$

Identifikace oblastí

- Před popisem oblastí je nutné provést identifikaci oblastí

Barvení oblastí:

- každá oblast v obraze je označená unikátním číslem
- nejvyšší číslo může (nemusí) udávat počet oblastí
- dvě různé oblasti nesmí být označeny stejným číslem

Barvení oblastí (1)

- 1. Průchod obrazu od shora dolů, z leva do prava

(i-1, j-1)	(i-1, j)	(i-1, j+1)
(i, j-1)	(i, j)	

- 2. Při kolizi barev uložení do tabulky ekvivalencí, např.: 1 sousedí s 2 atd.

1		2
1		2
1	1	?

- 3. Druhý průchod obrazem, přebarvení sousedních bodů dle tabulky ekvivalencí

Barvení oblastí (2)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Binární obraz po segmentaci

Barvení oblastí (3)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	0	0	3	3	0	4	0
0	5	5	5	2	2	2	0	0	3	0	0	4	0
0	0	0	0	5	0	2	0	0	0	0	0	4	0
0	6	6	5	5	2	2	2	2	2	2	4	4	0
0	0	0	0	5	5	5	2	2	2	2	2	4	0
0	7	7	0	0	0	5	0	2	0	0	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

První průchod

Barvení oblastí (4)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	2	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	2	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	3	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Druhý průchod

Popis oblastí - Výpočet těžiště oblasti

- Obecný moment stupně p+q pro obraz velikosti M x N:

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x^p y^q g(x, y)$$

Když *f(i, j) = b*, potom *g(i, j) = 1* jinak *g(i, j) = 0*

- Souřadnice těžiště oblasti: m_{00} - velikost

$$x_t = \frac{m_{10}}{m_{00}} \qquad y_t = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

- Př.: pro barvu 2:

$m_{00} = 3$, $m_{10} = 28$, $m_{01} = 4$, $x_t = 9.33$ (9), $y_t = 1.33$ (1)

(0,0)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	2	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	2	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	3	3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(13,7)