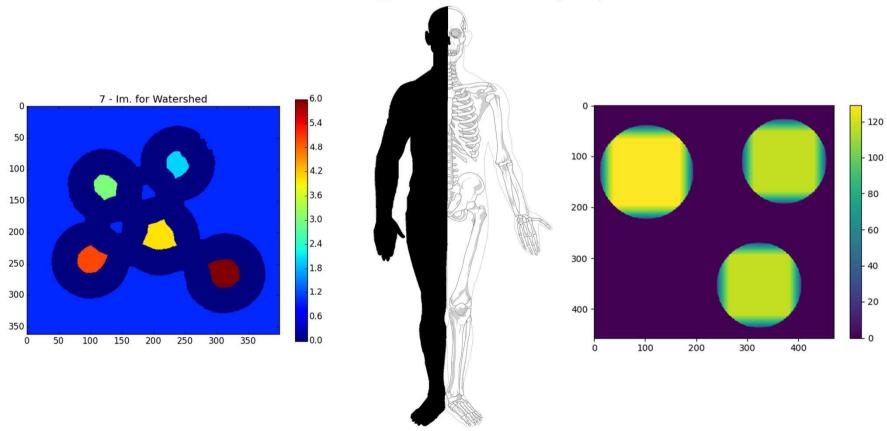
Segmentace obrazu, skeletizace šedotónová matematická morfologie

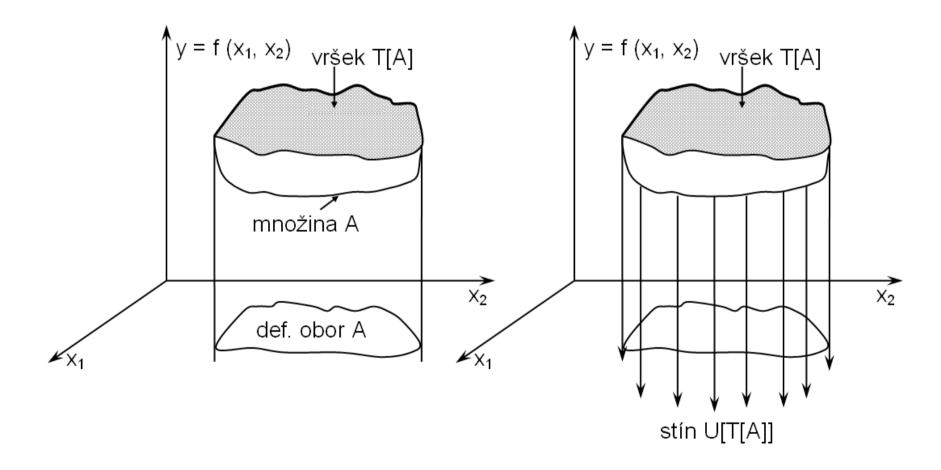
doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.



ŠEDOTÓNOVÁ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

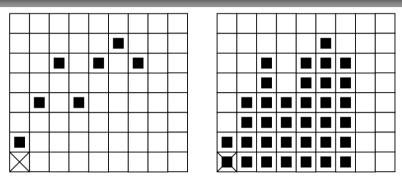
- Zobecnění operací matematické morfologie zavedených pro binární obrázky na obrazy s více jasovými úrovněmi, hlavní operace min a max, eroze (dilatace) obrazu přiřazuje každému pixelu minimální (maximální) hodnotu v okolí okamžitého bodu vstupního obrazu, strukturní element funkcí dvou proměnných >>> ovlivňuje jakým způsobem se berou v úvahu hodnoty obrazu v okolí, hodnota strukturního elementu je přičtena (odečtena), pokud se v okolí počítá maximum (minimum)
- Topografický pohled >>> hodnota jasu >>> výška v krajině, světlá a tmavá >>> kopce a prohlubně, nalezení globálních vlastností obrazu (údolí, rozvodí, hřebeny hor, ... v krajině)
- Stín (umbra) a vršek (top of the surface) bodové množiny >>> šedotónovou dilataci >>> dilatace stínů

VRŠEK A STÍN



Vršek množiny A >>> maximální hodnoty funkce $f(x_1,x_2)$, stín množiny je celý prostor pod vrškem

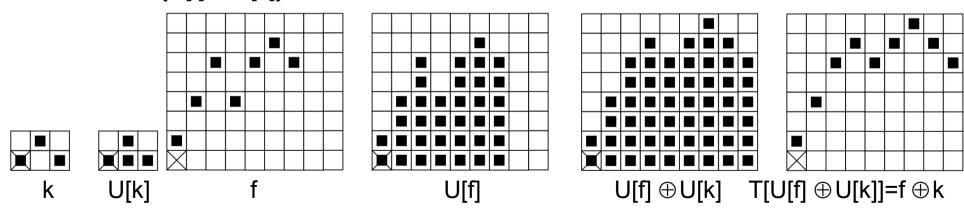
ŠEDOTÓNOVÁ DILATACE



1D funkce f a její stín U[f]

Sedotónová dilatace \oplus >>> F, K $\subseteq \epsilon^{n-1}$, f : F $\to \epsilon$, k : K $\to \epsilon$, f \oplus k : F \oplus K $\to \epsilon$

 $f \oplus k = T\{U[f] \oplus U[k]\}$ funkce f ... obraz, k ... strukturní element



Algoritmus výpočtu >>> přes maximum součtů v množině

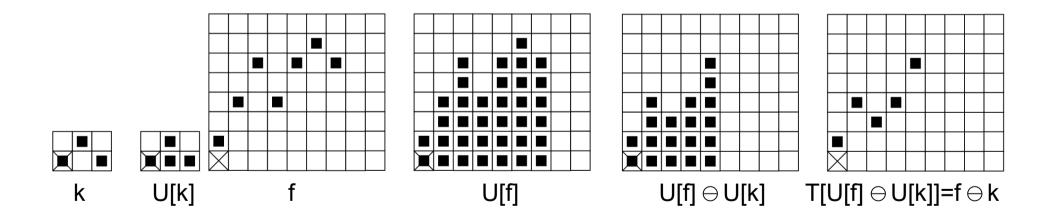
 $(f \oplus k)(x) = \max\{f(x - z) + k(z), z \in K, x - z \in F\}$

ŠEDOTÓNOVÁ EROZE

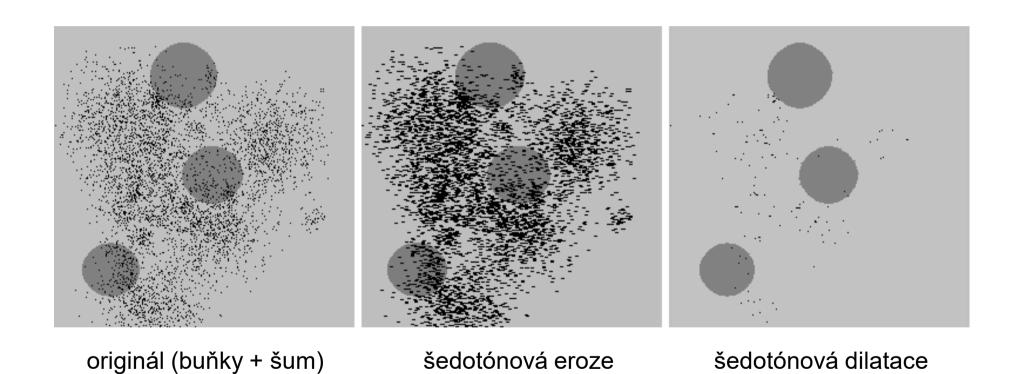
• Šedotónová eroze >>> 1. najde stíny, 2. eroduje je binární erozí, 3. výsledek = vršek množiny, F, K $\subseteq \varepsilon^{n-1}$, f : F $\to \varepsilon$, k : K $\to \varepsilon$, f \ominus k : F \ominus K $\to \varepsilon$

$$f \ominus k = T\{U[f] \ominus U[k]\}$$

$$(f \ominus k)(x) = \min\{f(x + z) - k(z), z \in K, x + z \in F\}$$
 (podobnost s korelací)

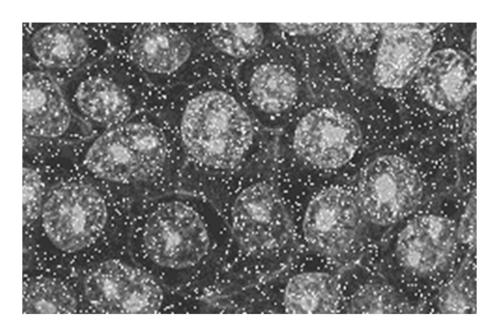


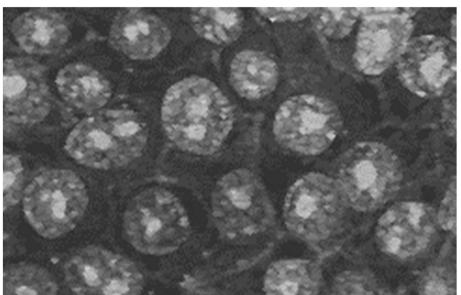
ŠEDOTÓNOVÁ DILATACE A EROZE



(strukturní element 3×3)

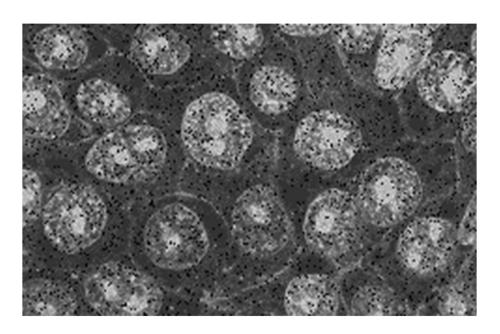
ŠEDOTÓNOVÉ OTEVŘENÍ A UZAVŘENÍ

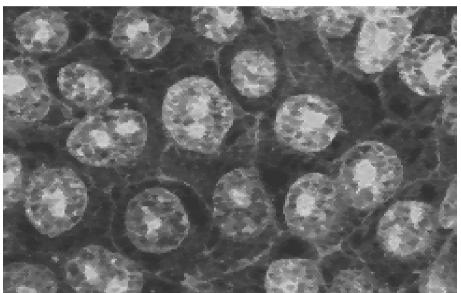




otevření

ŠEDOTÓNOVÉ OTEVŘENÍ A UZAVŘENÍ



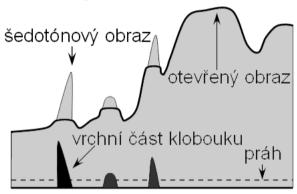


uzavření

TRANSFORMACE VRCHNÍ ČÁST KLOBOUKU

Vrchní část klobouku (angl. top hat transformation) >>> množinový rozdíl mezi otevřením a původním obrazem, tj.

X \ (X ∘ K) X ... šedotónový obraz, K ... strukturní element

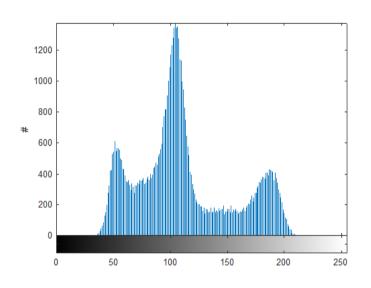


1D - nalezení objektů (jasnější než pozadí) na postupně se měnícím pozadí

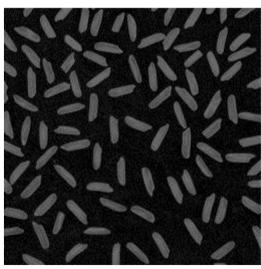
- Použítí >>> segmentace objektů, které se v šedotónovém obrazu liší od pozadí, i když se jas pozadí pomalu mění, části obrazu, které se nevejdou do strukturního elementu K použitého pro otevření, se odstraní, po odečtení otevřeného obrazu od původního se objeví jen odstraněné části obrazu, nalezení prahováním
- Transformace najde pouze vrchní část "klobouku", když strukturní element je větší než otvor pro hlavu
- Pro složitější průběh jasu na pozadí se používá segmentace pomocí rozvodí (watershed)

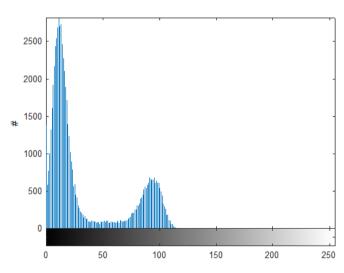
TRANSFORMACE VRCHNÍ ČÁST KLOBOUKU







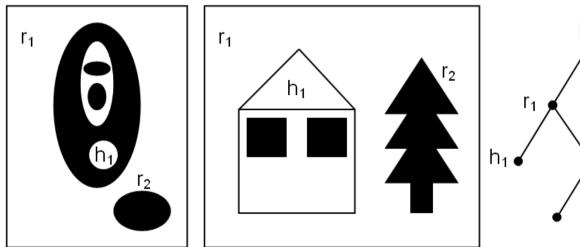






SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

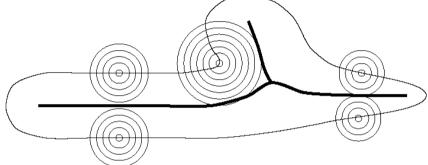
- Studium topologických vlastností objektů >>> matematická morfologie >>> homotopické transformace zachovávající homotopický strom
- Homotopická transformace >>> zachovává relaci souvislosti mezi oblastmi a děrami v obraze, nemění homeotopický strom, př. – pouťový balónek, buněčné struktury v mikroskopických obrazech
- Homotopický strom >>> zobrazuje relaci souvislosti, lze znázornit, kořen stromu >>> pozadí, první větvení >>> oblasti uvnitř pozadí, druhé větvení >>> díry v objektech ...



stejný topologický strom pro dva různé obrazy

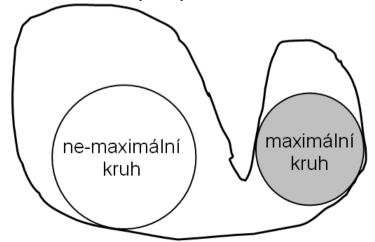
SKELET, MAXIMÁLNÍ KRUH

Skelet >>> kostra objektu. Výklad pro názornost začneme ve spojitém euklidovském prostoru, což je názornější než v diskrétním rastru, na který dojde později

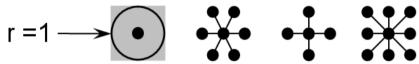


skelet – požár trávníku (skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

Maximální kruh B(p, r) vepsaný do množiny X, střed p, poloměr r ≥ 0 (množina bodů, jejichž vzdálenost d od středu ≤ r) >>> hranice množiny X se dotýká ve dvou a více bodech, v daném místě dotyku již kruh nelze zvětšit

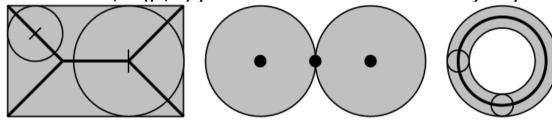


Digitální obraz >>> kruhy o poloměru jedna pro různě definovanou vzdálenost (euklidovská vzdálenost, 6-, 4-, a 8-souvislost):



Skelet >>> množina středů p maximálních kruhů, X ⊂ Z²

 $S(X) = \{ p \in X : \exists r \ge 0, B(p, r) \text{ je maximální kruh množiny } X \}$



Skelet vpisovaním maximálních kruhů >>> (-) ne vždy zachovává homotopii původní množiny (dotýkajících se kruhy), diskrétní mřížka >>> skelety s tloušťkou větší než jeden pixel, použití >>> skelet definovat pomocí sekvenčního zeslabování

$$nB = B \oplus B \oplus ... \oplus B$$
 $nB ... kruh o poloměru n$

 Skelet >>> sjednocení reziduí transformace otevření množiny X pro různá měřítka (poloměry kruhu)

$$S(X) = \bigcup_{n=0}^{\infty} ((X \ominus nB) \setminus (X \ominus nB) \circ B)$$
 (-) výsledný skelet je nesouvislý

Ztenčování >>>

$$X \oslash B = X \setminus (X \otimes B)$$
 $X \dots obraz, B \dots strukturní element B = (B1, B2)$

Ztlušťování >>>

$$X \odot B = X \cup (X \otimes B)$$

část hranice pozadí, která by po rozdílu způsobila porušení souvislosti, se ignoruje $(X \odot B)^C = X^C \oslash B$ dualita

Sekvenční ztenčování >>> { $B_{(1)}$, $B_{(2)}$, $B_{(3)}$, ..., $B_{(n)}$ } ... posloupnost složených strukturních elementů $B_{(i)} = (B_{(i1)}, B_{(i2)})$

$$X \oslash \{ B_{(i)} \} = (((X \oslash B_{(1)}) \oslash B_{(2)}) ... \oslash B_{(n)})$$

 $X \odot \{ B_{(i)} \} = (((X \odot B_{(1)}) \odot B_{(2)}) ... \odot B_{(n)})$ sekvenční ztlušťování

- Zajímavé posloupností strukturních elementů { B_(i) } pro oktagonální rastr >>> posloupnosti z Golayovy abecedy >>> strukturní element rozměru 3×3, hodnota 1 >>> prvek patří do B₁ (v transformaci tref či miň se tedy ověřuje příslušnost k objektu), hodnota 0 >>> prvek patří do B₂ (příslušnost k pozadí), hodnota * >>> prvek se ve srovnávání neúčastní
- Operace ztenčování a ztlušťování jsou idempotentní

Sekvenční ztenčování strukturním elementem L Golayovy abecedy >>> homotopická náhrada skeletu

$$L_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & 1 & * \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad L_{2} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ * & 1 & * \end{bmatrix} \cdots$$

Sekvenční ztenčování strukturním elementem E Golayovy abecedy >>> po použití L >>> skelet má roztřepené konce >>> E je odstraní roztřepené konce, idempotence >>> v obraze zůstanou pouze uzavřené linie

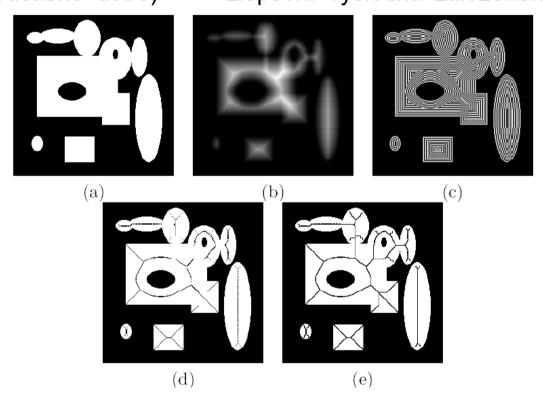
$$E_1 = \begin{bmatrix} * & 1 & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & * & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdots$$

Elementy M, D, C z Golayově abecedy, dnes se využívají lepší morfologické algoritmy pro výpočet skeletu, konvexního obalu a homotopických značek



Vincentův algoritmus >>> nejefektivnější algoritmus pro výpočet homotopického skeletu (v současné době) >>> zlepšení výsledku založeného na maximálních

kruzích



Vincentův algoritmus >>> (a) binární obraz, (b) vzdálenostní funkce, (c) vzdálenostní funkce znázorněná vrstevnicemi, (d) nesouvislý skelet pomocí max. kruhů, (e) výsledný skelet (skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

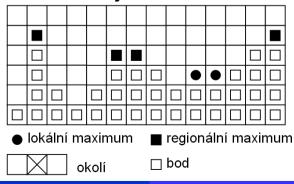
Skelet se počítá i pro 3D objekty (3D bodové množiny)

ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ

Bodová množina X >>> sjednocení maximálních kruhů B (v binární morfologii), každému bodu p skeletu S(X) je jednoznačně přiřazen max. kruh o poloměru q_X(p)

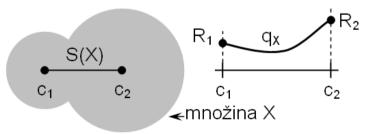
$$X = \bigcup_{p \in S(X)} (p + q_X(p)B)$$

- Použití >>> bezeztrátová komprese binárních obrazů
- Globálním maximum >>> pixel s nejvyšší hodnotou, globální minimum >>> nejtmavší pixel (pro šedotónové obrazy)
- Lokálním maximum >>> pro každý sousední pixel q pixelu p platí l(p) ≥ l(q) >>> pro malé okolí bodu >>> definováno strukturním elementem, lokálním minimum >>> pro každý sousední pixel q pixelu p platí l(p) ≤ l(q)
- Regionální maximum M >>> souvislá množina pixelů s odpovídající hodnotou h (plató ve výšce h), každý pixel sousedící s množinou M má menší hodnotu než h, každý pixel regionálního maxima M je lokálním maximem



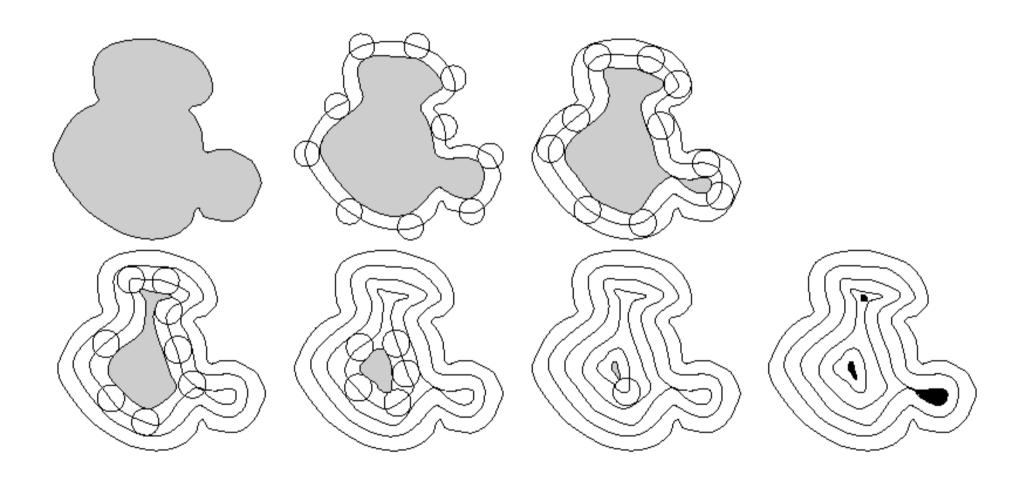
ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ

- Značka oblasti >>> poslední zbylá oblast (než zcela zmizí) po postupné erozi objektu strukturním elementem (kruh o jednotkovém poloměru) Použití >>> bezeztrátová komprese binárních obrazů
- Po opakované erozi nekonvexní oblasti, se oblast rozdělí na jednotlivé konvexní části
- Funkce $q_X(p)$ přiřazující pixelu p poloměr maximálního kruhu $q_X(p)$. Regionální maxima R1, R2 funkce $q_X(p)$ odpovídají výsledku konečné eroze
- Funkce q_x(p) >>> každému bodu skeletu p přiřazuje poloměr maximálního kruhu
- Konečná eroze bodové množiny X >>> Ult(X) >>> množina skládající se z regionálních maxim funkce q_X(p)



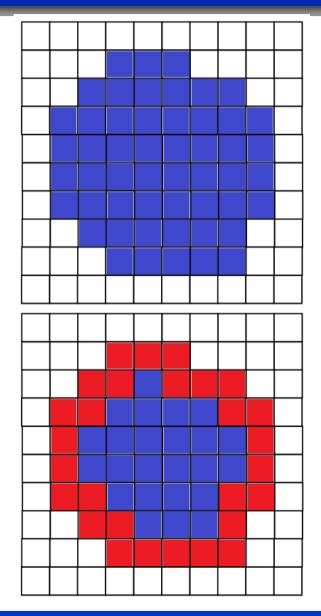
Skelet >>> úsečka spojující středy kruhů, funkce q_X(p) má dvě regionální maxima R1 a R2 ležící ve středu výchozích kruhů, maxima >>> konečná eroze (značky)

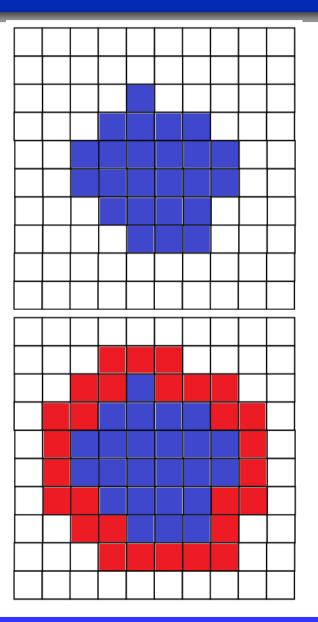
ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ



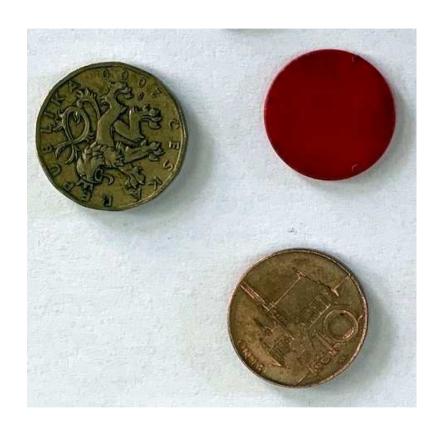
konečná eroze tvořena rezidui oblastí >>> oblastmi těsně před zmizením při opakovaných erozích (skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

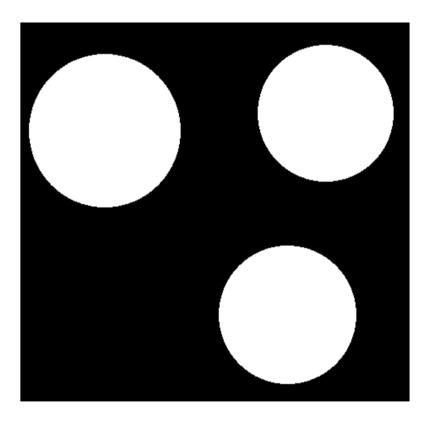
Komprese binárních obrazů





Komprese binárních obrazů



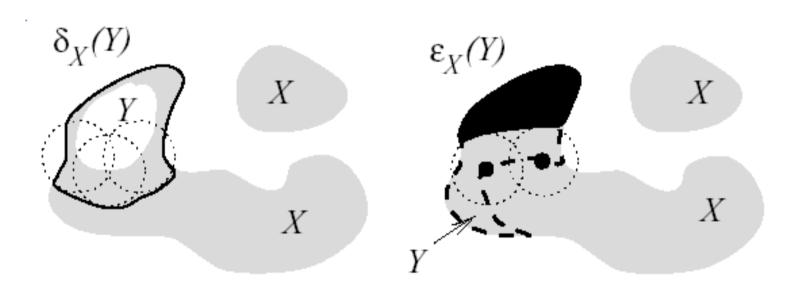


Uložení značek (x, y, r) -> ((100,130,90),(370,110,80),(320,360,80)) Uint 16 -> 18B Originální obraz -> 470 x 460 px, Uint8 -> 216 200B Kompresní poměr: 0,008%

GEODETICKÉ TRANSFORMACE

Geodetické dilatace větší velikosti >>> postupné skládáním n-krát použité dilatace velikosti 1

$$\delta_X^{(n)} = \delta_X^{(1)} \left(\delta_X^{(1)} \left(\delta_X^{(1)} \dots \left(\delta_X^{(1)} \right) \right) \right) \qquad \qquad \varepsilon_X^{(n)} = \varepsilon_X^{(1)} \left(\varepsilon_X^{(1)} \left(\varepsilon_X^{(1)} \dots \left(\varepsilon_X^{(1)} \right) \right) \right)$$



geodetická dilatace a eroze (skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT (SZSO))

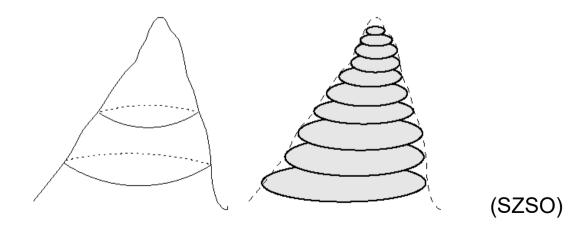
MORFOLOGICKÁ REKONSTRUKCE

Morfologické rekonstrukce pro šedotónové obrazy >>> každá rostoucí transformace Ψ definovaná pro binární obrazy je rozšiřitelná pro šedotónové obrazy

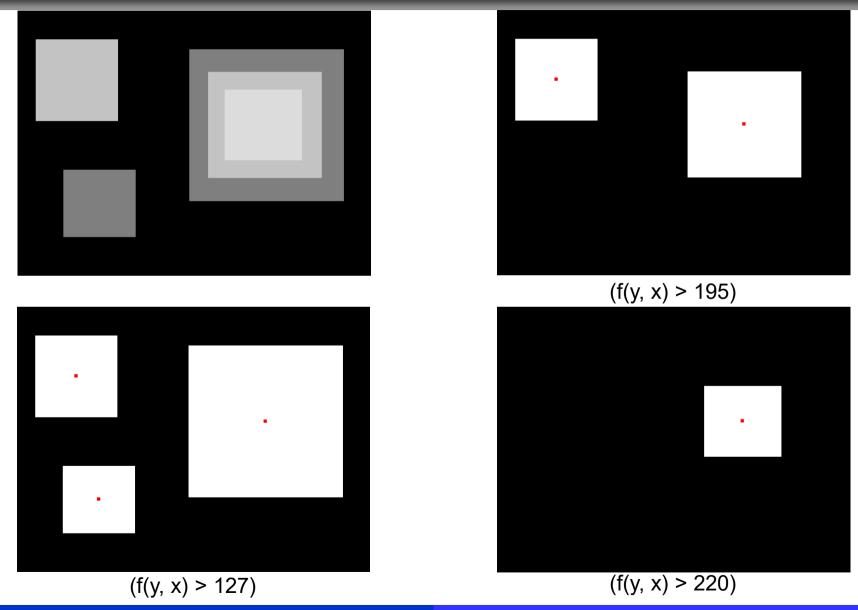
$$\forall X, Y \subset Z^2, Y \subseteq X \Rightarrow \Psi(Y) \subseteq \Psi(X)$$

Šedotónový obraz >>> zjednodušení >>> na sebe položené binární obrazy získané prahováním s postupně rostoucím prahem >>> dekompozice obrazu I pomocí prahování

 $T_k(I) = \{p \in D_I, I(P) \ge k\}$ $D_I \dots Def.$ obor obrazu I, hodnoty jasu obrazu I: $\{0,1,\dots,N\}$



MORFOLOGICKÁ REKONSTRUKCE



- Vznik >>> stereologové (matematici snažící se rekonstruovat 3D tvar z řezů), granulum = zrno, analýza materiálů a v biologii ..., dovoluje vyvodit informaci o měřítku (bez interpretace obrazu), analýza granulometrického spektra ≈ analýza frekvenčního spektra
- Postupné prosívání sítem s rostoucí velikostí děr >>> vstup >>> hromada kamenů (granulí) o různých velikostech >>> kolik kamenů patří do jednotlivých tříd daných velikostí, výsledek >>> diskrétní funkce (granulometrické spektrum (křivka)) >>> velikost děr v sítu (nezávisle proměnná), počet kamenů příslušné velikosti (závisle proměnná), binární mat. morfologie >>> prosívání = opakované otevřením strukturním elementem s rostoucí velikostí
- Analogie frekvenční spektrum >>> jak přispívají jednotlivé harmonické signály
- Třída transformací ($\Psi = (\psi_{\lambda})$) závislých na parametru $\lambda \ge 0$ je granulometrií, když:

$$\forall \lambda \geq 0,$$
 ψ_{λ} je rostoucí, idempotentní ψ_{λ} je antiextenzivní $\forall \lambda \geq 0, \ \mu \geq 0,$ $\psi_{\lambda} \psi_{\mu} = \psi_{\mu} \psi_{\lambda} = \psi_{\text{max}}(\lambda_{\mu})$

- Otevření vzhledem k λB = {λb, b ∈ B}, λ ≥ 0 tvoří granulometrii, B ... konvexní strukturní element
- Granulometrie pro diskrétních binární obrazy >>> posloupnost otevření ψ_n , n ... přirozené číslo n \geq 0, výsledek dalšího otevření v posloupnosti je menší než předchozí >>> nakonec nic nezbyde, krok prosívání charakterizuje míra m(X) na množině (obrazu) X (2D počet pixelů, 3D počet voxelů), rychlost prosívání charakterizuje granulometrické spektrum
- Granulometrická funkce (křivka, spektrum) množiny X:

$$PS_{\Psi}(X)(n) = m(\psi_n(X)) - m(\psi_{n-1}(X)), \forall n > 0$$

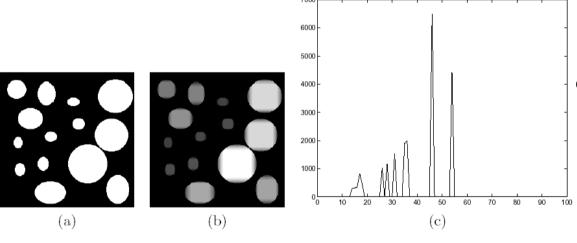
- Posloupnost otevření $\Psi(X)$, $n \ge 0$, je klesající, tj. $(\psi_0(X) \supseteq \psi_1(X) \supseteq \psi_2(X) \supseteq ...)$
- Granulometrické spektrum PS_{ψ} >>> binární obraz se převede na šedotónový obraz pomocí granulometrické funkce $G_{\psi}(X)$, PS_{ψ} >>> vypočet jako histogram granulometrické funk. $G_{\psi}(X)$

Granulometrické funkce G_ψ(X) binárního obrazu X >>> zobrazuje každý pixel x ∈ X do velikosti prvního n, pro které x ∉ ψ_n(X)

$$x \in X$$
, $G_{\psi}(X)(x) = \min \{n > 0, x \notin \psi_n(X)\}$

granulometrické spektrum PS_ψ binárního obrazu X

$$\forall n > 0$$
, $PS_{\psi}(X)(n) = card\{p, G_{\psi}(X)(p) = n\}$ card ... kardinalita množiny

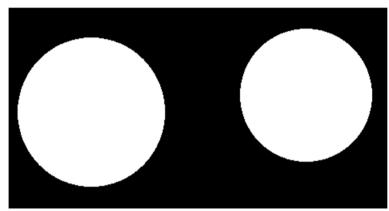


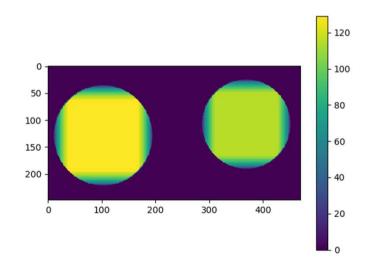
(P. Kodl, Výzkumné centrum Rockwell Automation, Praha) (SZSO) otevření čtvercovým strukturním elementem (od 2 x 2), granulometrické spektrum - tři významnější špičky >>> tři převládající velikosti objektů, signály v levé části spektra >>> artefakty způsobené diskretizací (euklidovské kruhy >>> diskrétními objekty – čtverce)

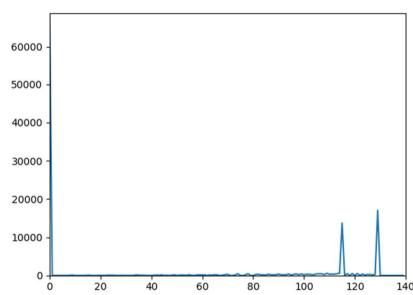
Velká výpočetní náročnost urychlení >>> použití podlouhlých strukturních elementů a složitějších 2D, které jsou z nich odvozeny >>> čtvercový strukturní element >>> Minkowského součet horizontálního a vertikálního čárového elementu



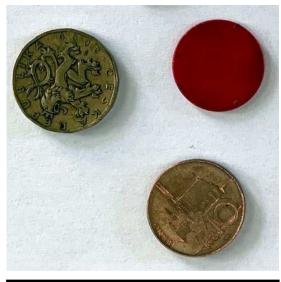


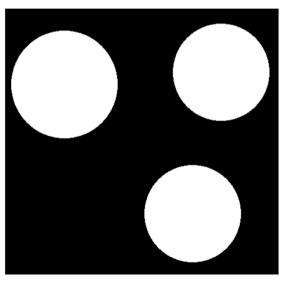


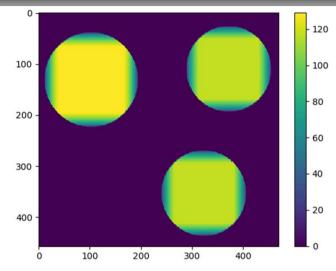


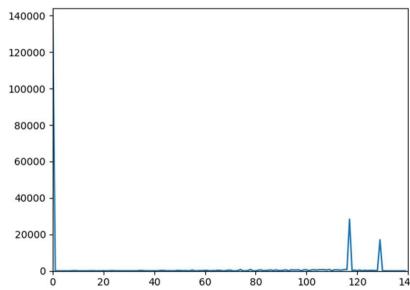


X: 117 x 117 – Y: 14157, res = 1,034 X: 129 x 129 – Y:17028, res = 1,023









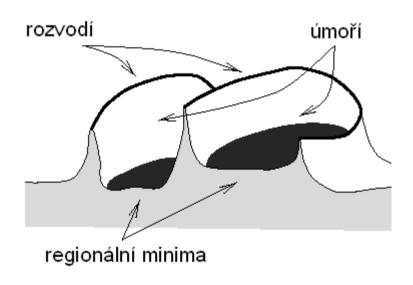
X: $117 \times 117 - Y$: 28314, res = 2,068; X: $129 \times 129 - Y$: 17028, res = 1,023

MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE A ROZVODÍ

- Segmentace >>> nalezení zajímavých objektů v obraze se známou interpretací
- Segmentace obrazů částic >>> metody matematické morfologie
- Segmentace binárních obrazů >>> oddělování překrývajících se částí
- Segmentace šedotónových obrazů >>> najít hranici objektů
- Morfologická segmentace částic >>> 1) nalezení značky identifikující částici, 2) transformace rozvodí rekonstruuje částici ze značky
- Značkování >>> označení bodu objektu a nestanovení jeho hranice, značka objektu nebo množiny X je množina M ⊆ X, značky M zachovávají homotopii množiny X (obvykle v prostřední části objektu (částice))kombinace morfologického a nemorfologický přístup >>> ruční a semiautomatické značkování
- Označkováné objekty, nalezení oblastí >>> narůstáním ze značek pomocí transformace rozvodí

MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE A ROZVODÍ

Topografická analogie >>> jezera a moře = regionální minima, oblast, odkud voda odtéká do určitého jezera nebo moře >>> úmoří (oblastmi vlivu regionálních minim obrazové funkce), rozvodí (watershed) (linie rozvodí) >>> oddělují jednotlivá úmoří



(SZSO)

MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE BINÁRNÍCH OBRAZŮ

- Transformace vrchní část klobouku >>> nalezení objektů lišící se jasem od pozadí s proměnlivým jasem, najde jasová převýšení (špičky), kterými se obraz odlišuje od lokálního pozadí, jasový průběh obrazové funkce nemá žádný vliv, závisí jen na tvaru definičního oboru strukturního elementu, transformace rozvodí bere v úvahu i vliv jas. průběhu obrazové funkce
- Morfologická segmentace binárních obrazů >>> nalézá oblasti, které odpovídají jednotlivým překrývajícím se objektům (např. částicím)
- Označkování >>> konečná eroze nebo ručně
- Narůstání ze značek >>> narůstaná oblast nemá přesáhnout výchozí množiny a oblasti se nemají spojit
- Starší postup >>> podmíněná dilatace, výsledek dodatečně omezen >>> zůstat uvnitř původních množin a nespojit částice
- Geodetická rekonstrukce (rychlejší než podmíněná dilatace) >>> strukturní element se přizpůsobuje podle hodnot v okolí zpracovávaného bodu

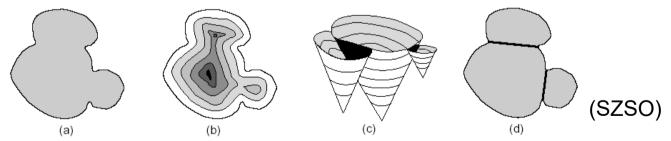
MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE BINÁRNÍCH OBRAZŮ

Geodetické zóny vlivu (i pro segmentaci částic) >>> někdy nevede ke správným výsledkům:

Transformace rozvodí (nejlepším řešením) >>> Výchozí binární obraz se převede na šedotónový pomocí záporně vzaté vzdálenostní transformace – dist, (přiřazuje každému pixelu p z množiny X velikost první eroze množiny, která už neobsahuje pixel p:

 $\forall p \in X$, dist_X(p) = min {n \in N, p není v (X \ominus nB)}

spadne –li kapka deště na topograficky chápaný obraz - dist, odteče největším spádem do regionálního minima

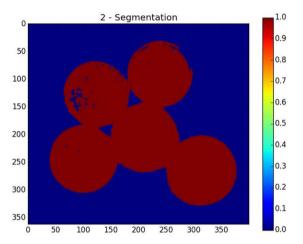


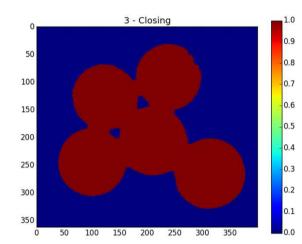
(a) obraz (b) šedotónový obraz pomocí vzdálenostní funkce (c) Topografický (3D) pohled na úmoří (d) správně segmentované částice jako rozvodí obrazu

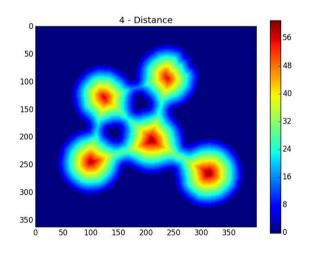
(SZSO)

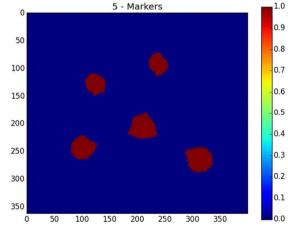
MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE A ROZVODÍ

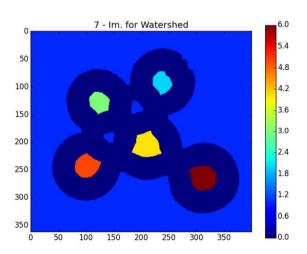




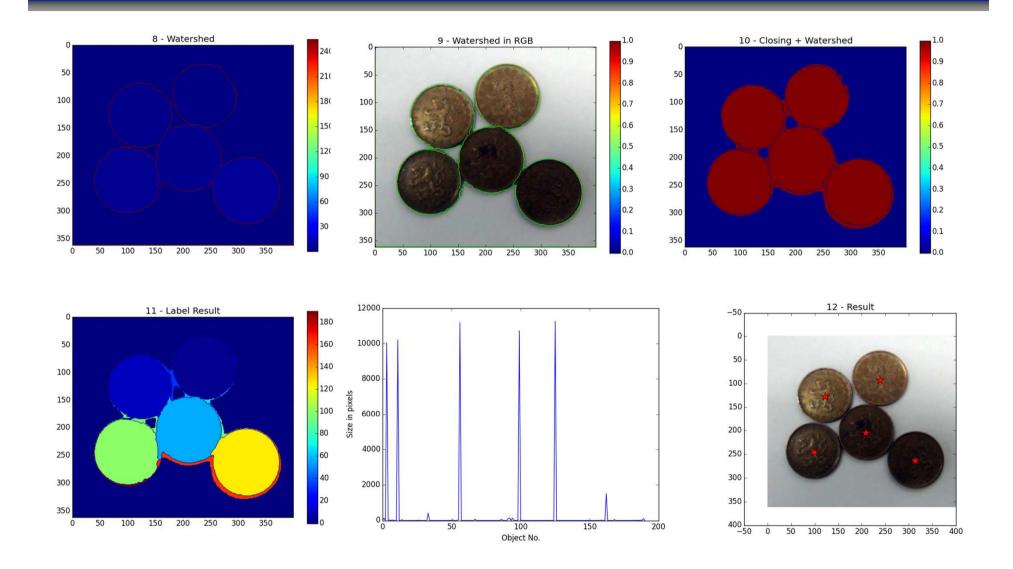








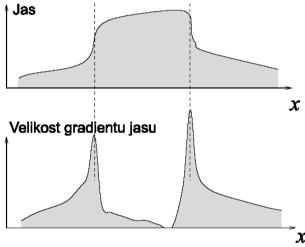
MORFOLOGICKÁ SEGMENTACE A ROZVODÍ

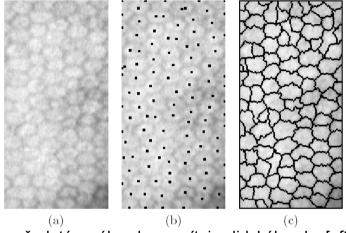


ŠEDOTÓNOVÁ SEGMENTACE A ROZVODÍ

Hledání hranic objektů (nejrychlejší změny velikosti obrazové funkce) v šedotónových obrazech >>> transformace rozvodí se použije na gradientní obraz

vstupního obrazu:





segmentace šedotónového obrazu sítnice lidského oka [oftalmologie] a - šedotónový obraz, b - body (značky), c - hranice buněk nalezené jako rozvodí ze značek (R. Šára, FEL ČVUT Praha, segmentace P. Kodl, Výzkumné centrum Rockwell Automation Praha)

Beucherův gradient >>> výpočetně jednoduchá aproximace gradientu obrazu >>> množinový rozdíl mezi dilatací vstupního obrazu X jednotkovým kruhem a erozí X jednotkovým kruhem

$$grad(X) = (X \oplus B) - (X \ominus B)$$

(-) metody segmentace počítané přes gradient obrazové funkce trpí
přesegmentováním >>> obraz je rozdělen do příliš mnoha oblastí, použití jiných
morfologických postupů