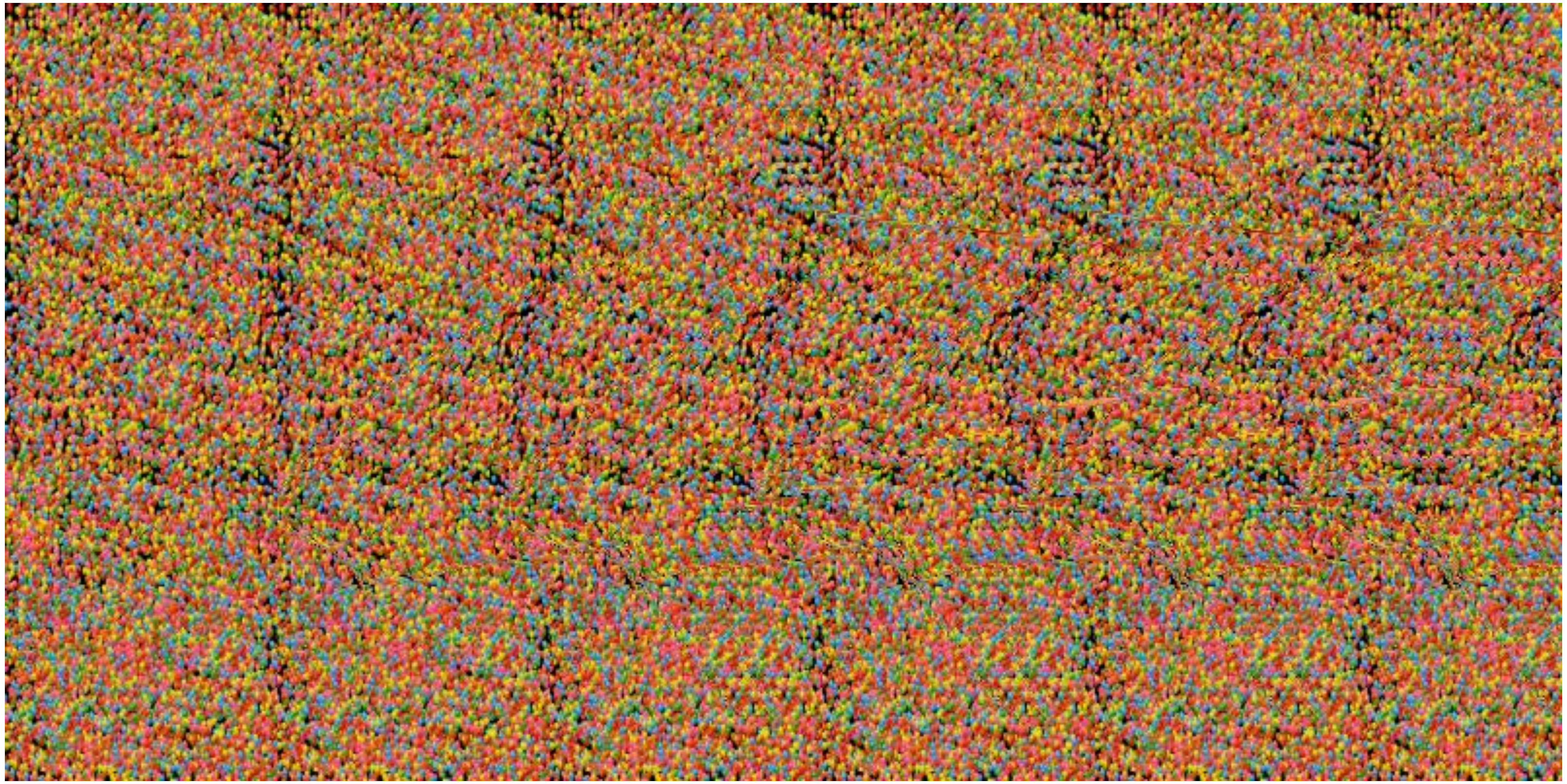
Počítačové vidění

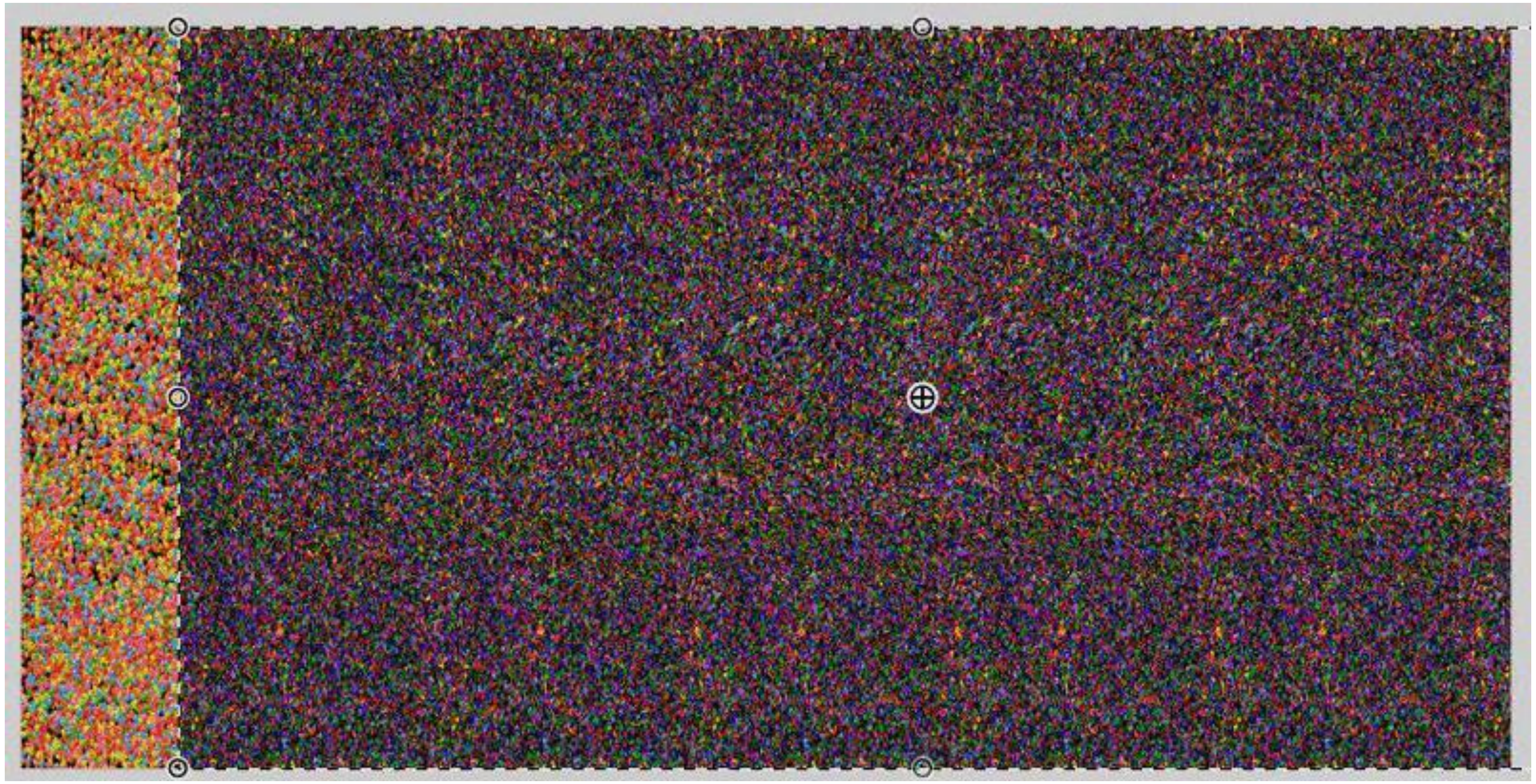
Kalibrace kamery, stereo

Autostereogram



obrázek: https://en.wikipedia.org/wiki/Autostereogram

Autostereogram



obrázek: https://en.wikipedia.org/wiki/Autostereogram

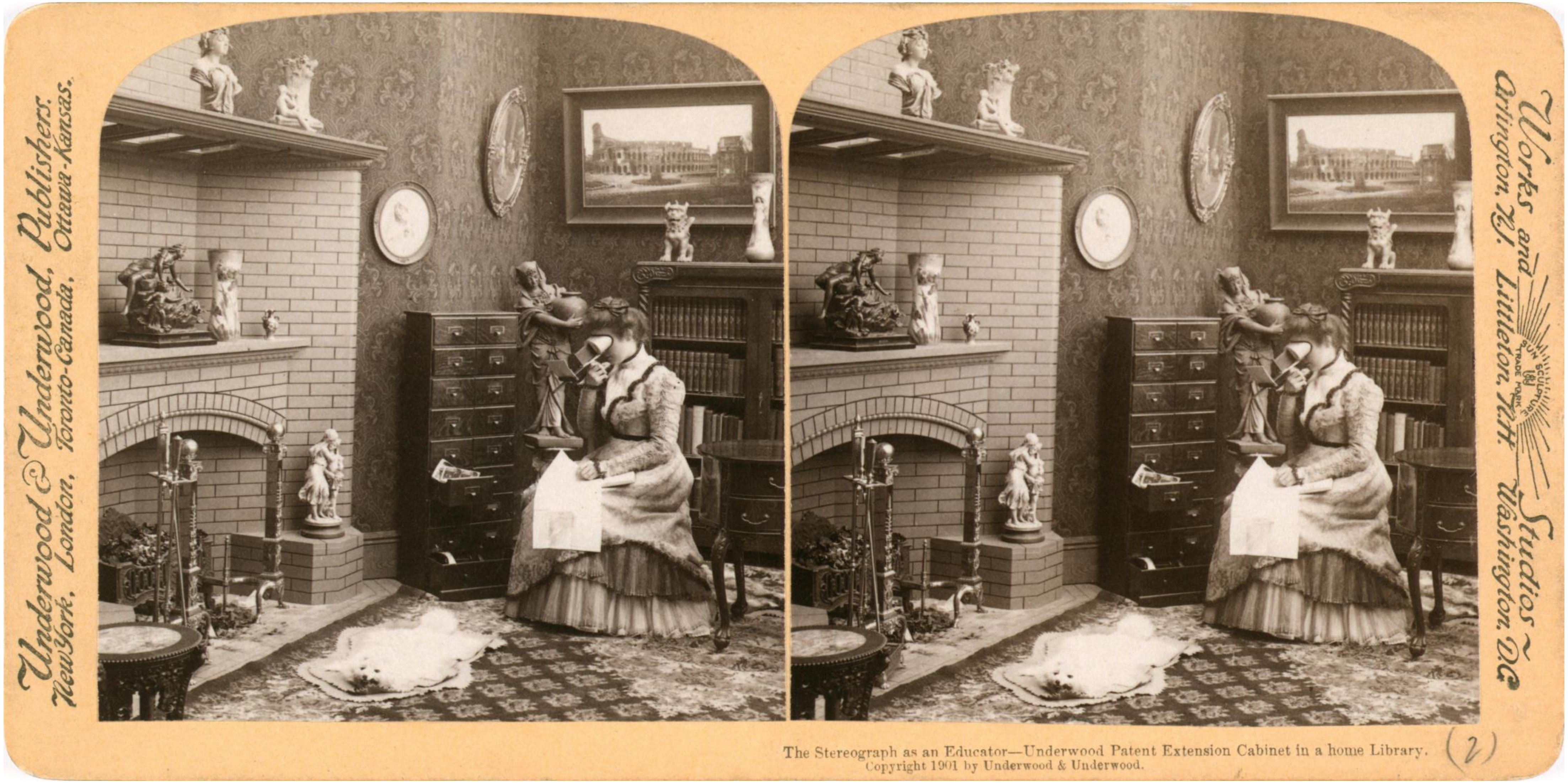
Stereogram

obrázek: http://dylanstiles.com/?p=44

Stereogram

obrázek: http://dylanstiles.com/?p=44

Stereogram



obrázek: https://cs.wikipedia.org/wiki/Stereogram

Anaglyf

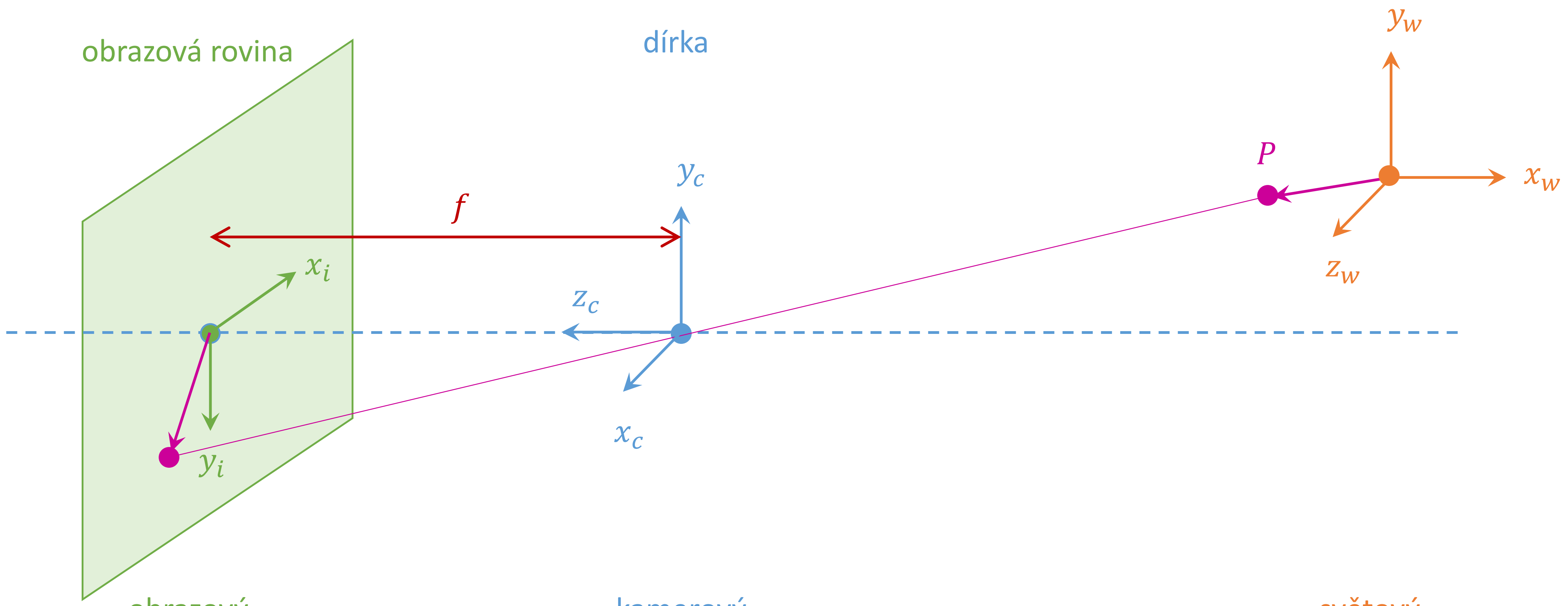
obrázek: https://cs.wikipedia.org/wiki/Stereogram

Přehled

1. Lineární model kamery
2. Kalibrace kamery
3. Výpočet vnitřních a vnějších matic
4. Stereo a 3D rekonstrukce

Lineární model kamery

Model dírkové kamery



obrazový souřadnicový systém

$$\boldsymbol{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

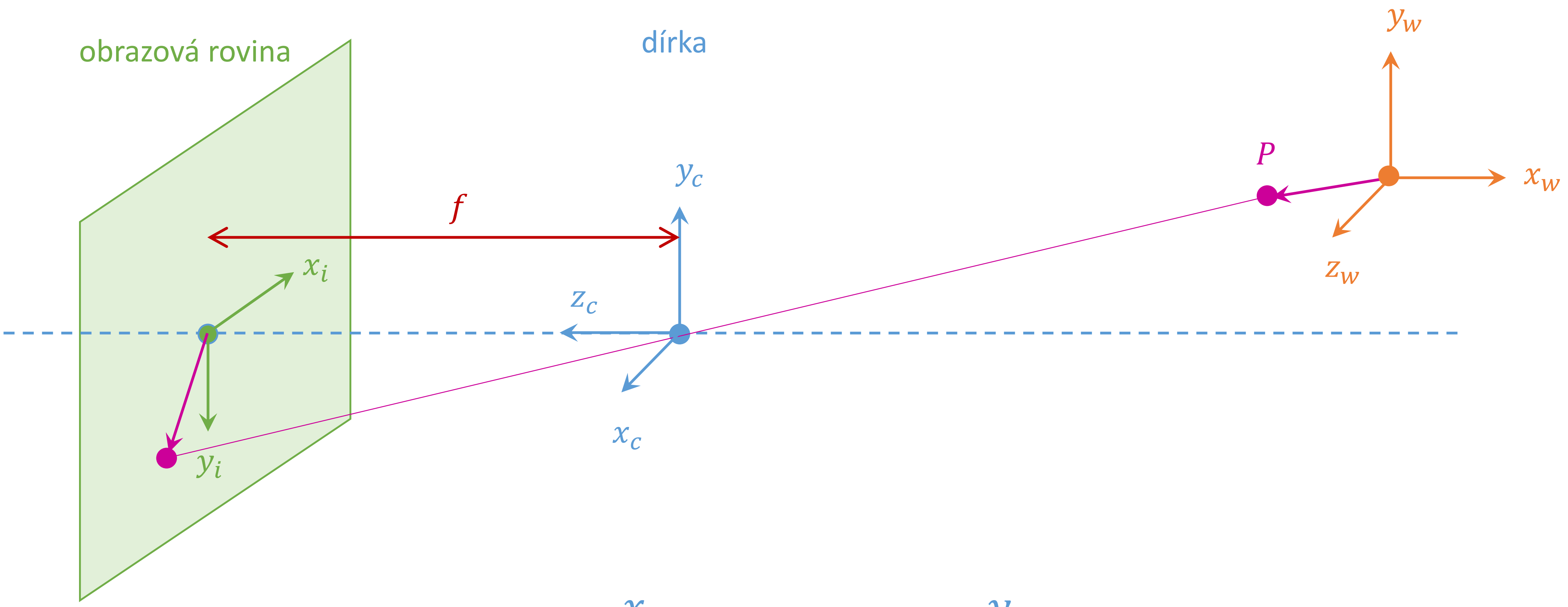
kamerový souřadnicový systém

$$\boldsymbol{x}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}$$

světový souřadnicový systém

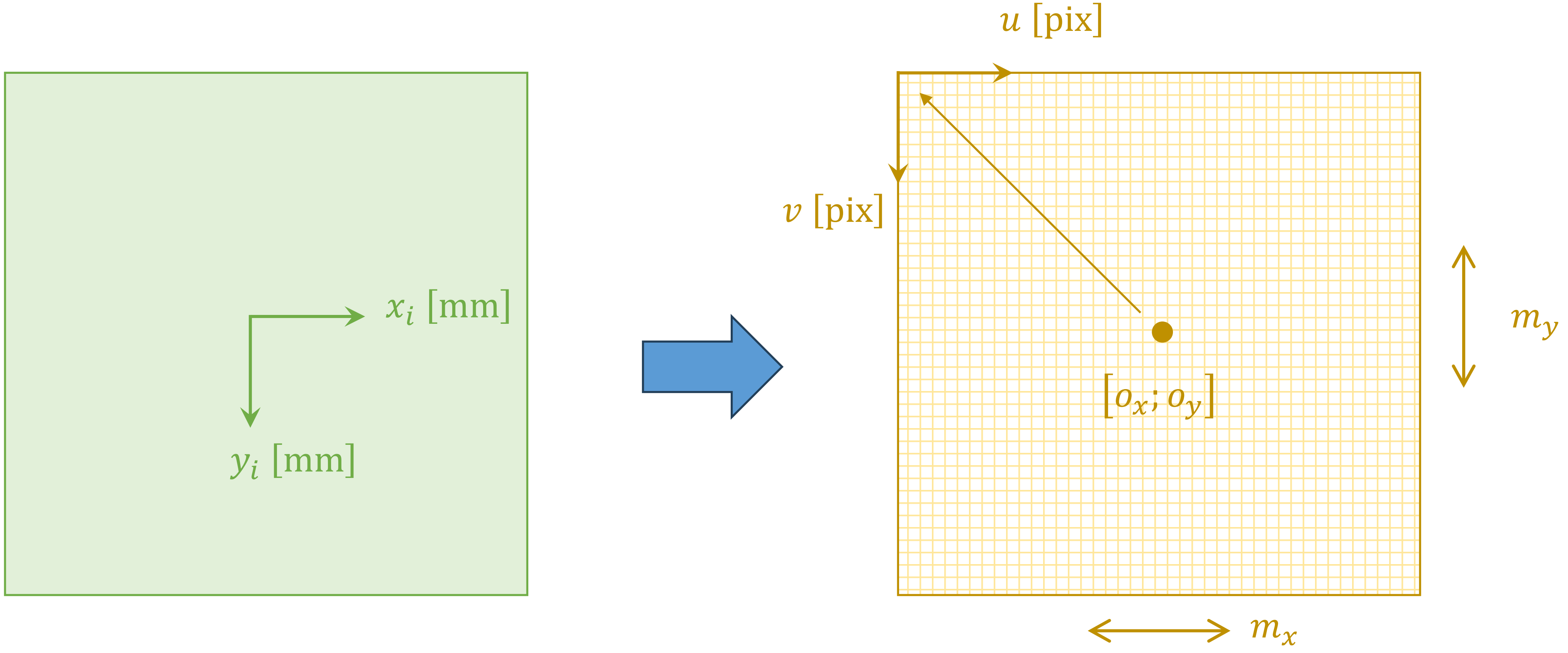
$$\boldsymbol{x}_w = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix}$$

Model dírkové kamery



$$x_i = f \cdot \frac{x_c}{z_c} \qquad y_i = f \cdot \frac{y_c}{z_c}$$

Obrazová rovina



$$u = m_x \cdot x_i + o_x$$
$$= m_x \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x$$

$$v = m_y \cdot y_i + o_y$$
$$= m_y \cdot f \cdot \frac{y_c}{z_c} + o_y$$

m_x, m_y … kolik pixelů na milimetr ve směrech x a y
pixely obecně nemusejí být čtvercové

o_x, o_y … hlavní bod obvykle uvažujeme vlevo nahoře

Perspektivní projekce

- Přepíšeme jako

$$u = m_x \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x \quad v = m_y \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_y$$

$$= f_x \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x \qquad = f_y \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_y$$

- Kde f_x, f_y jsou ohniskové vzdálenosti v pixelech
- Hodnoty f_x, f_y, o_x, o_y jsou tzv. **vnitřní parametry** kamery

Linearizace perspektivní projekce

- Nelineární rovnice

$$u = m_x \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x \qquad v = m_y \cdot f \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x$$

$$= f_x \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x \qquad = f_y \cdot \frac{x_c}{z_c} + o_x$$

- Zapíšeme v homogenních souřadnicích jako

$$z_c \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

Kalibrační a vnitřní matice

$$z_c \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

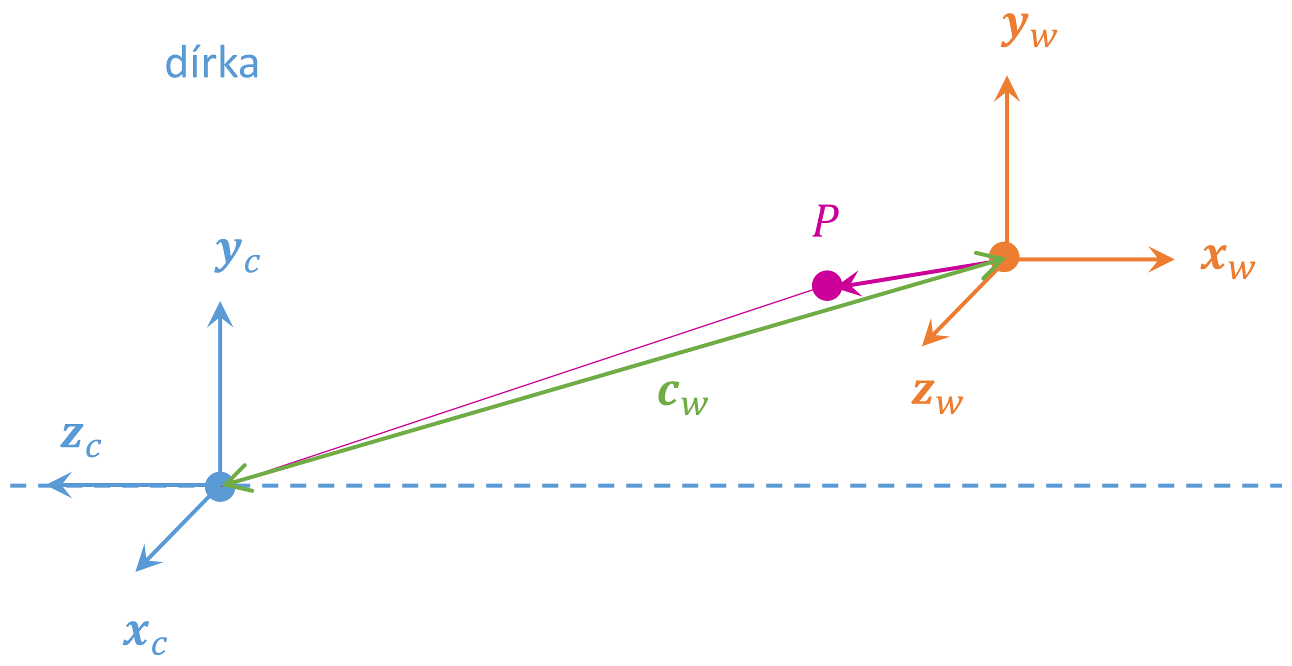
$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x \\ 0 & f_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

kalibrační matice

$$\boldsymbol{M}_{\text{int}} = [\boldsymbol{K}|\boldsymbol{0}] = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

vnitřní matice kamery

Vnější parametry: pozice a natočení kamery



natočení kamery vůči světovým souřadnicím

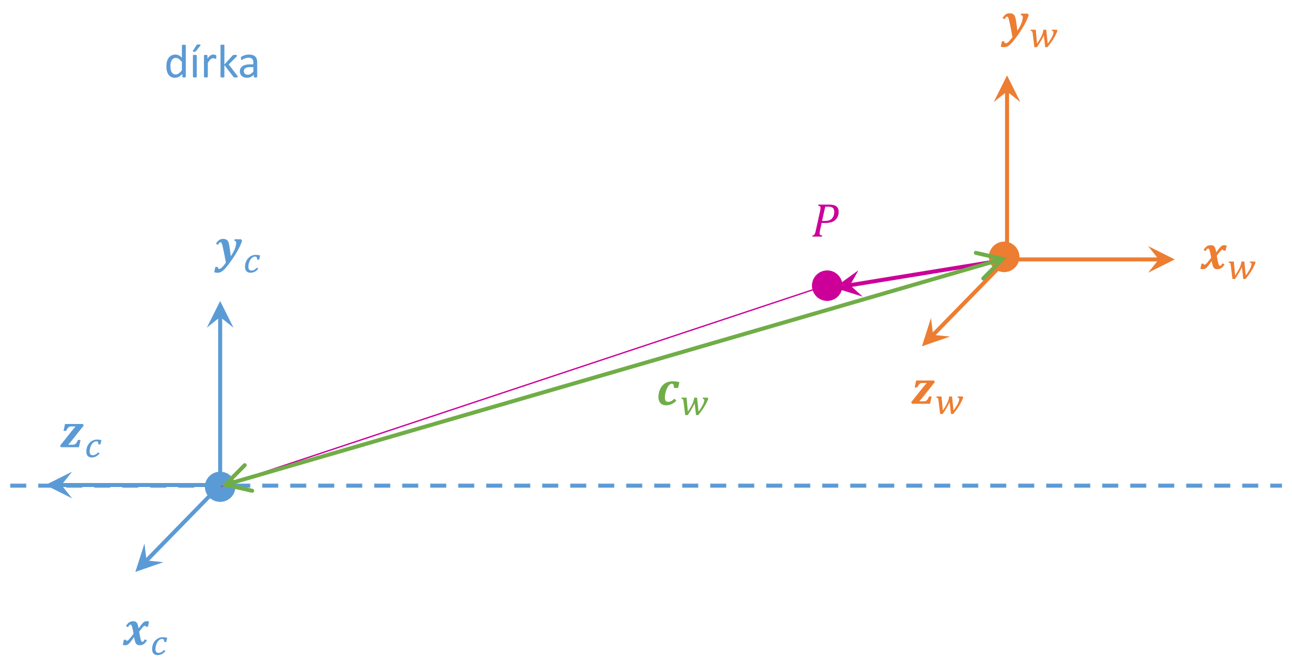
$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix}$$

řádek 1 … natočení vektoru osy x_c ve světovém souřadnicovém systému
řádek 2 … natočení vektoru osy y_c ve světovém souřadnicovém systému
řádek 3 … natočení vektoru osy z_c ve světovém souřadnicovém systému

posun kamery vůči světovým souřadnicím

$$c_w = [c_x, c_y, c_z]$$

Vnější parametry: pozice a natočení kamery



$\boldsymbol{x}_w$ … pozice bodu ve světových souřadnicích
$\boldsymbol{x}_c$ … pozice bodu v kamerových souřadnicích

$$\boldsymbol{t} = -\boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{c}_w$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_c &= \boldsymbol{R} \cdot (\boldsymbol{x}_w - \boldsymbol{c}_w) \\ &= \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{x}_w - \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{c}_w \\ &= \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{x}_w + \boldsymbol{t} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

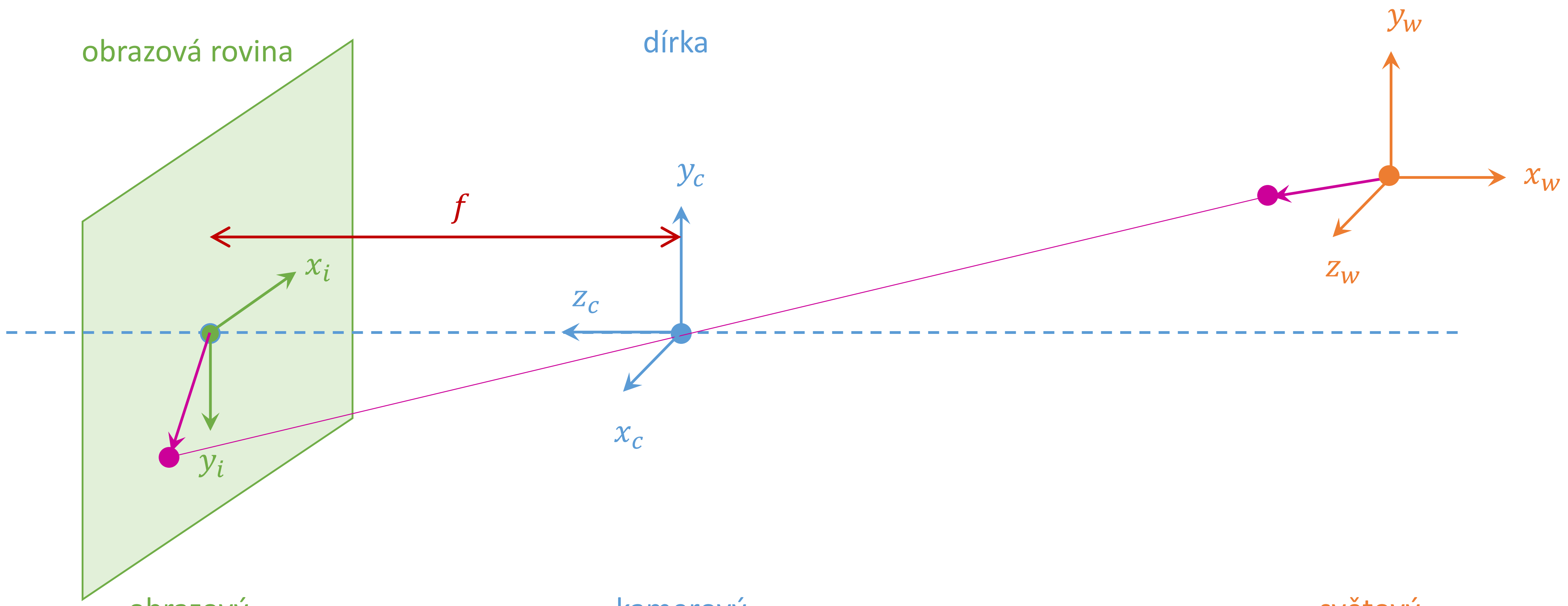
Vnější matice kamery

$$\boldsymbol{x}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{3\times 3} & \boldsymbol{t} \\ \boldsymbol{0}_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

vnější matice kamery

Model dírkové kamery



obrazový souřadnicový systém

$$\boldsymbol{x}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$$

kamerový souřadnicový systém

$$\boldsymbol{x}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}$$

světový souřadnicový systém

$$\boldsymbol{x}_w = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix}$$

Projekční matice $\boldsymbol{P}$

kamera → pixely

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}_{\text{int}} \cdot \boldsymbol{x}_c$$

svět → kamera

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}_c = \boldsymbol{M}_{\text{ext}} \cdot \boldsymbol{x}_w$$

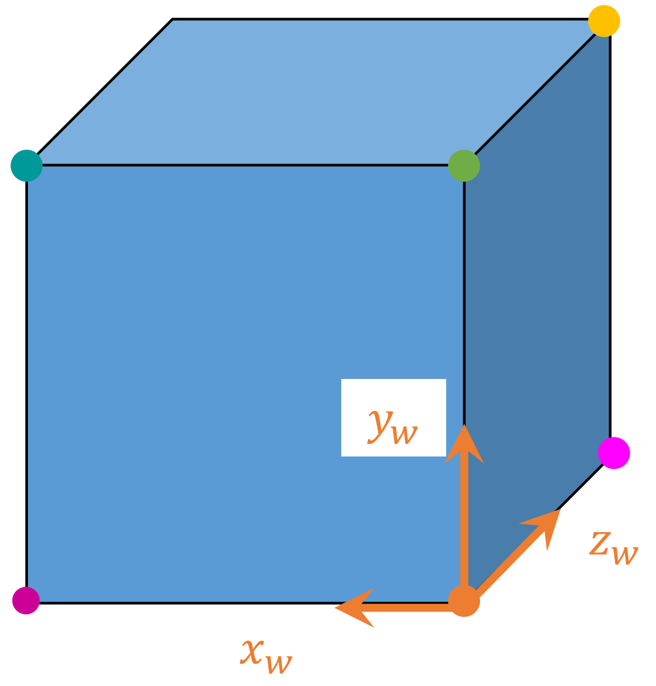
Dohromady: $\boxed{\text{Projekční matice } \boldsymbol{P} = \boldsymbol{M}_{\text{int}} \cdot \boldsymbol{M}_{\text{ext}}}$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}_{\text{int}} \cdot \boldsymbol{M}_{\text{ext}} \cdot \boldsymbol{x}_c = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{x}_w$$

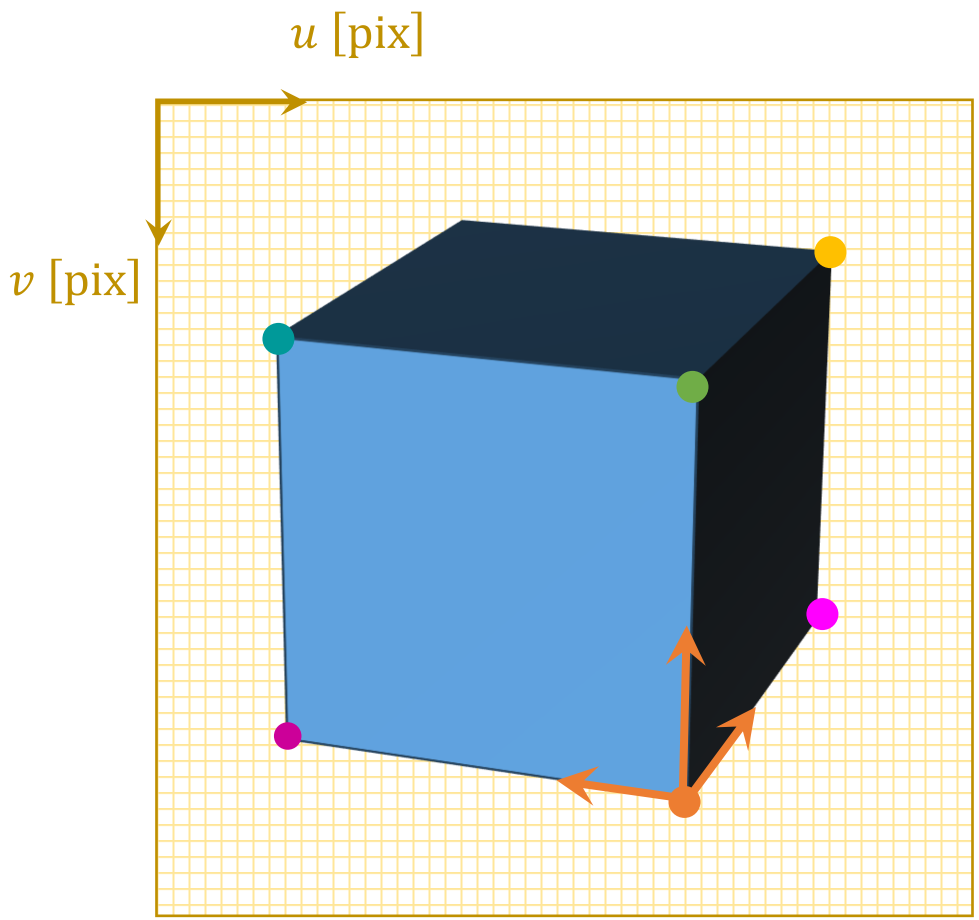
$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \\ p_{4,1} & p_{4,2} & p_{4,3} & p_{4,4} \end{bmatrix}$$

Kalibrace kamery

Kalibrace z korespondencí

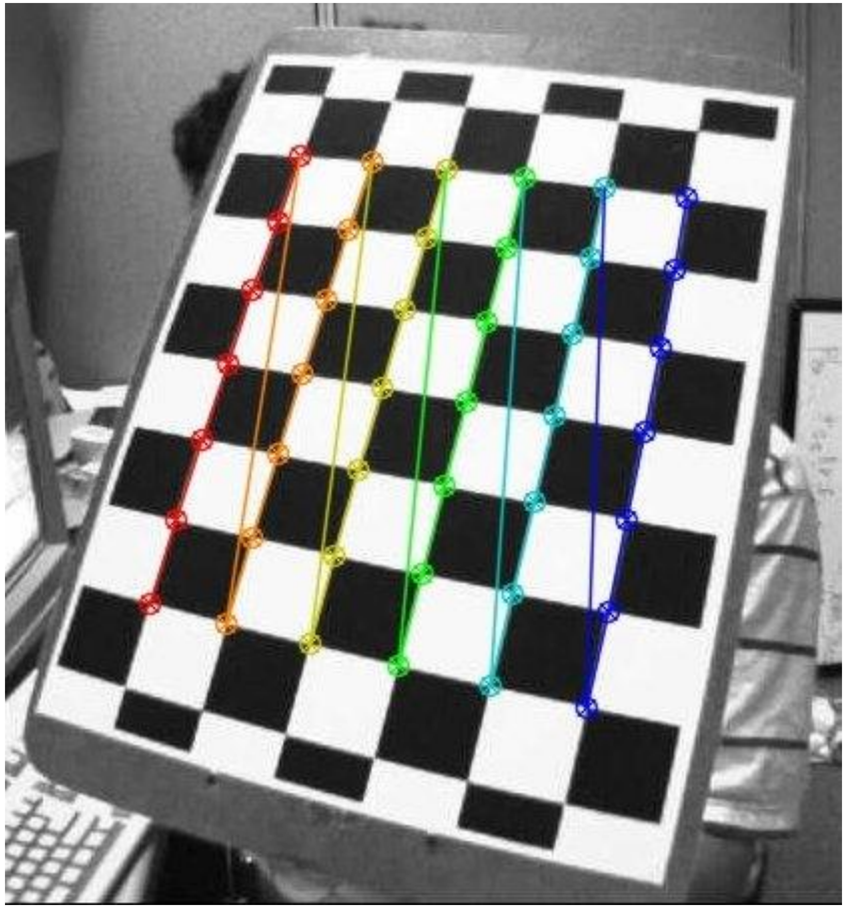


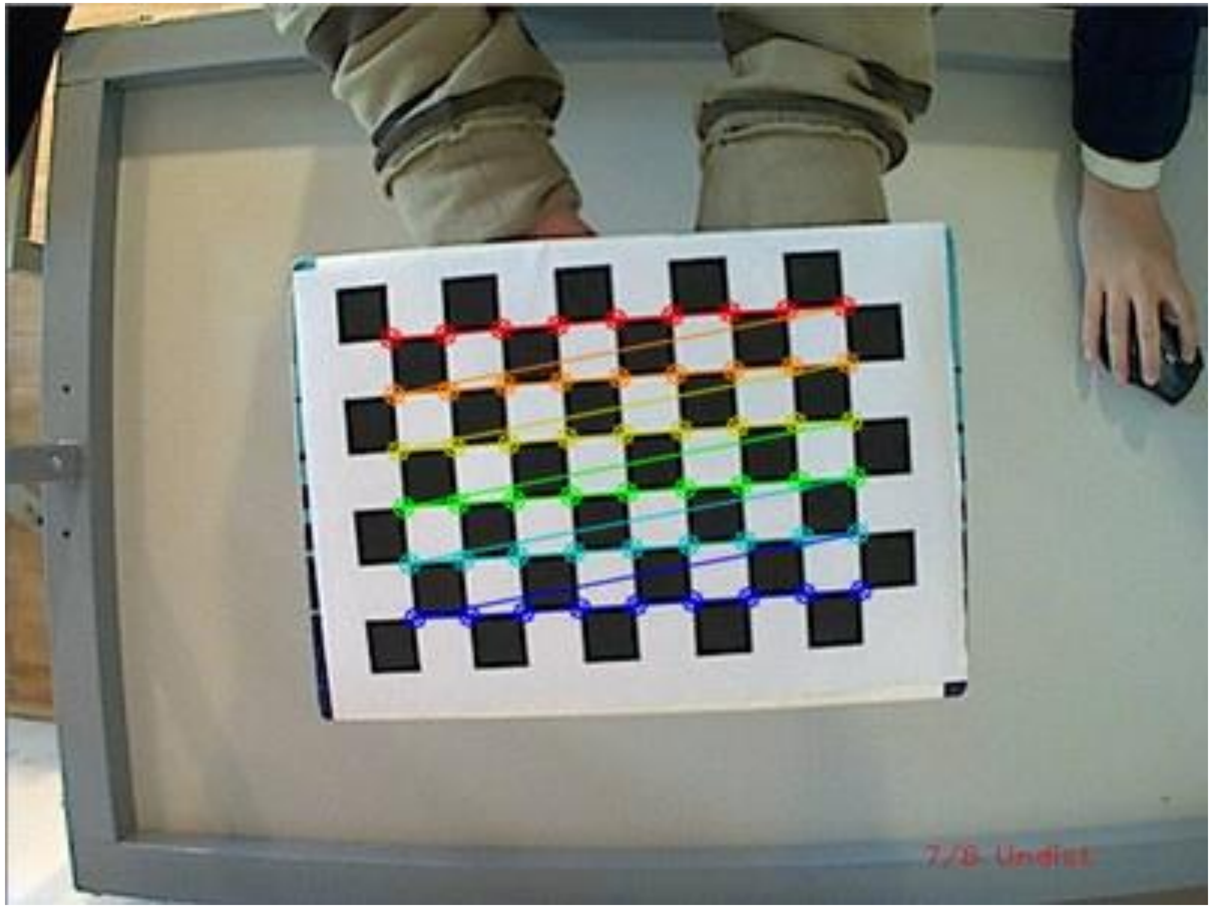
objekt se známou geometrií



zachycený obraz

Kalibrace v OpenCV z šachovnice





Kalibrace z korespondencí

- Každý bod se transformuje jako

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Vektorově zapsáno

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{x}_w$$

- Korespondencí $\boldsymbol{u} \leftrightarrow \boldsymbol{x}_w$ máme více a známe jejich pozice jak ve světových souřadnicích, tak v pixelech

- Úkolem je nalézt neznámou projekční matici $\boldsymbol{P}$

Kalibrace z korespondencí

- Podobně jako u odhadu geometrické transformace lze systém přepsat na

x_i, y_i jsou světové souřadnice (zahodili jsme dolní index w)

$$\begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_0 \cdot u_0 & -y_0 \cdot u_0 & z_0 \cdot u_0 & -u_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_0 & y_0 & z_0 & 1 & -x_0 \cdot v_0 & -y_0 \cdot v_0 & z_0 \cdot v_0 & -v_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_3 \cdot u_3 & -y_3 \cdot u_3 & z_3 \cdot u_3 & -u_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 & -x_3 \cdot v_3 & -y_3 \cdot v_3 & z_3 \cdot v_3 & -v_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1,1} \\ p_{1,2} \\ p_{1,3} \\ p_{1,4} \\ p_{2,1} \\ p_{2,2} \\ p_{2,3} \\ p_{2,4} \\ p_{3,1} \\ p_{3,2} \\ p_{3,3} \\ p_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Kalibrace z korespondencí

- Jelikož nezáleží na škále (souřadnice pixelů převodem z homogenního systému normalizujeme), řešíme problém

$$\boldsymbol{p}^* = \min_{\boldsymbol{p}} \|\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{p}\|^2, \qquad \text{za podmínky } \|\boldsymbol{p}\|^2 = 1$$

- Řešením je vlastní vektor $\boldsymbol{v}_{\min}$ asociovaný s nejmenším vlastním číslem $\lambda_{\min}$ matice $\boldsymbol{X}^\top \cdot \boldsymbol{X}$

$$\boldsymbol{p}^* = \boldsymbol{v}_{\min}$$

kde

$$\boldsymbol{X}^\top \cdot \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{v}_{\min} = \lambda_{\min} \cdot \boldsymbol{v}_{\min}$$

Vnitřní a vnější matice z prjekční matice $\boldsymbol{P}$

- Projekční matice je součin vnitřní a vnější matice $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{M}_{\text{int}} \cdot \boldsymbol{M}_{\text{ext}}$

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Platí

$$\underbrace{\begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} \end{bmatrix}}_{\text{známe z kalibrace}} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x \\ 0 & f_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{horní trojúhelníková}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix}}_{\text{ortonormální}}$$

Na projekční matici aplikujeme **QR rozklad** = ortonormální x horní trojúhelníková

Vnitřní a vnější matice z prjekční matice $\boldsymbol{P}$

- Projekční matice je součin vnitřní a vnější matice $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{M}_{\text{int}} \cdot \boldsymbol{M}_{\text{ext}}$

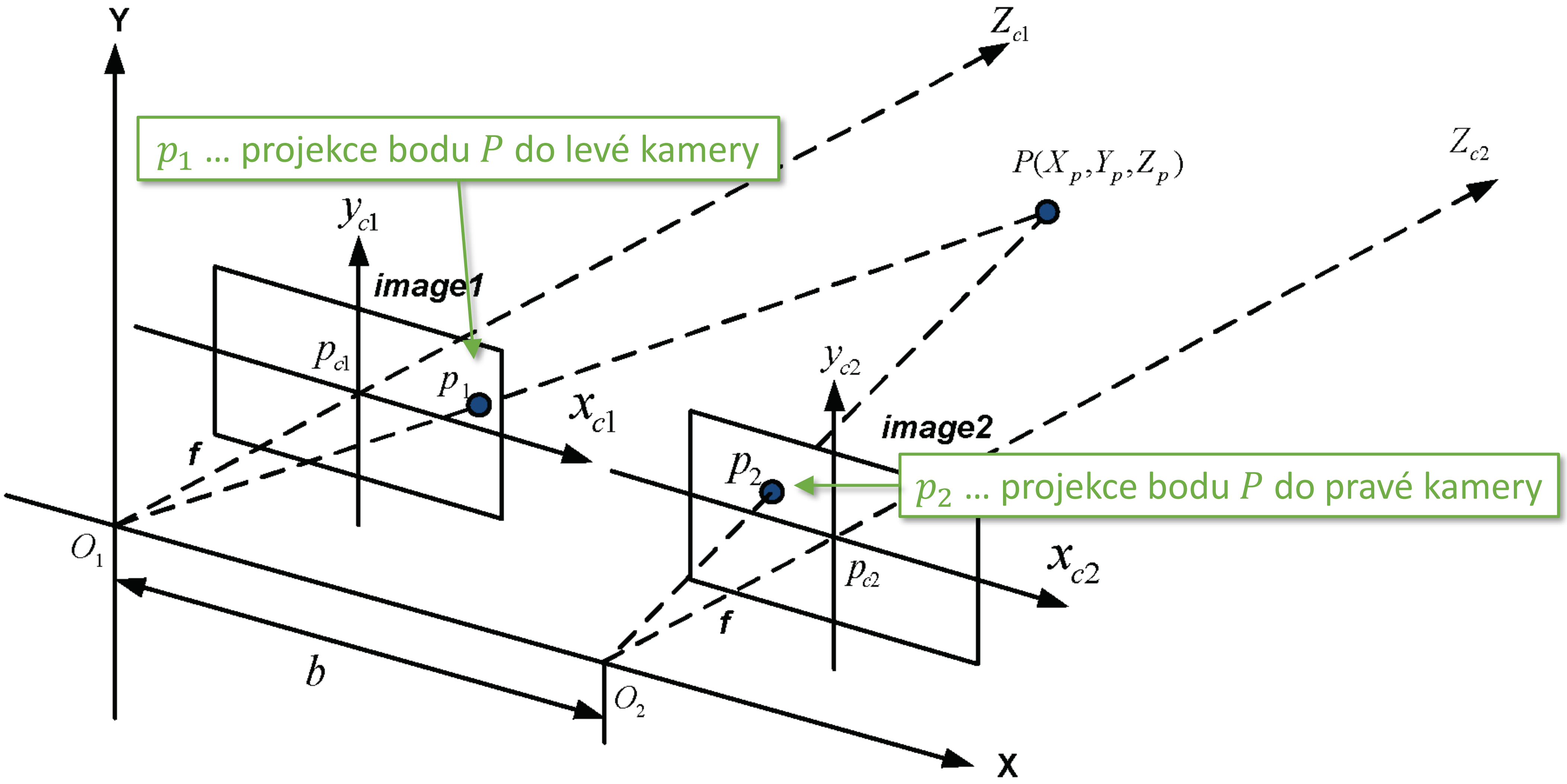
$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x & 0 \\ 0 & f_y & o_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Platí

$$\begin{bmatrix} p_{1,4} \\ p_{2,4} \\ p_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & o_x \\ 0 & f_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t} = \boldsymbol{K}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p_{1,4} \\ p_{2,4} \\ p_{3,4} \end{bmatrix}$$

Stereovize

Kalibrované stereo

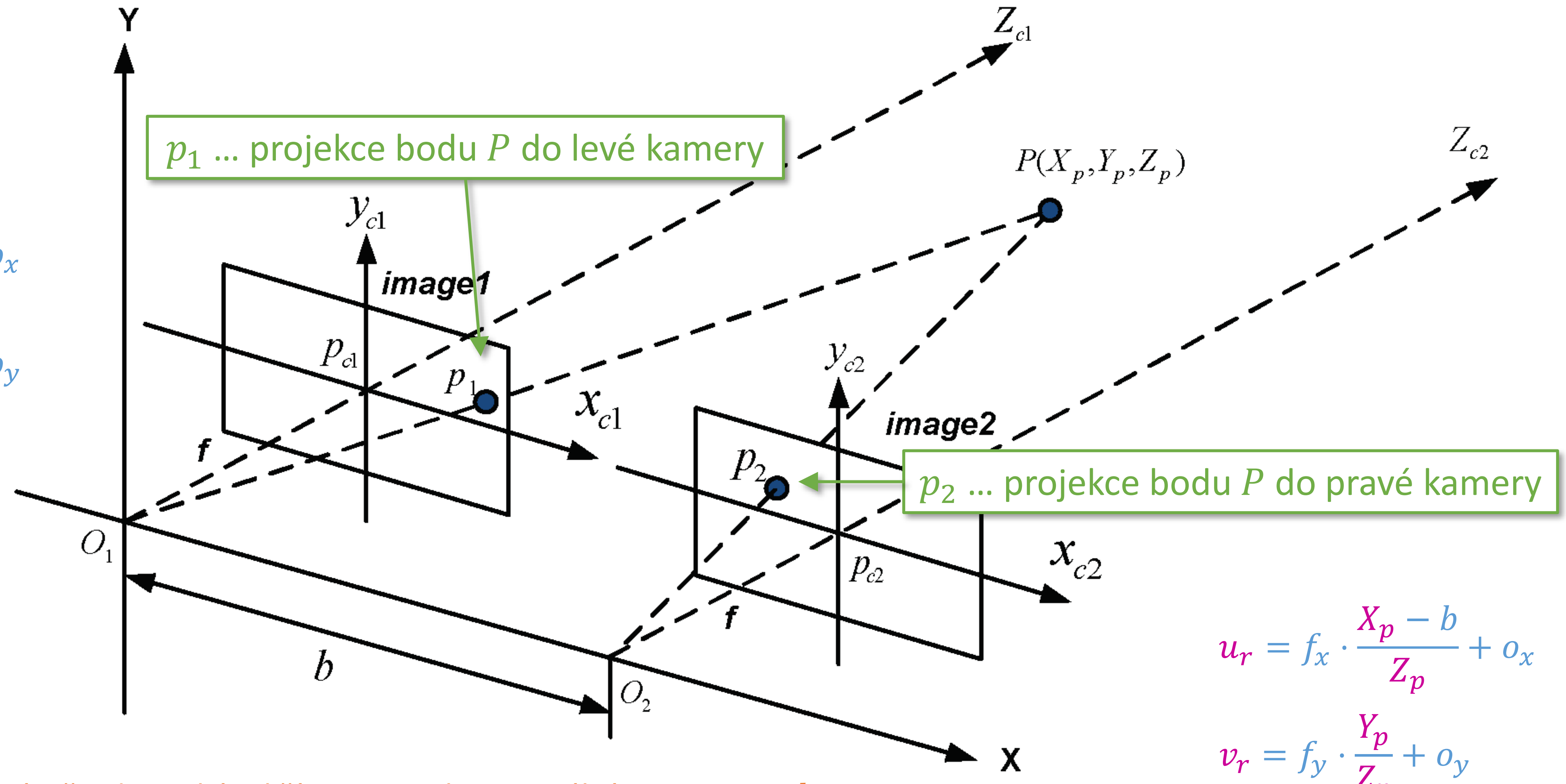


Kamery jsou téměř identické – liší se pouze horizontálním posunem b

Kalibrované stereo

$$u_l = f_x \cdot \frac{X_p}{Z_p} + o_x$$

$$v_l = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$



$$u_r = f_x \cdot \frac{X_p - b}{Z_p} + o_x$$

$$v_r = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$

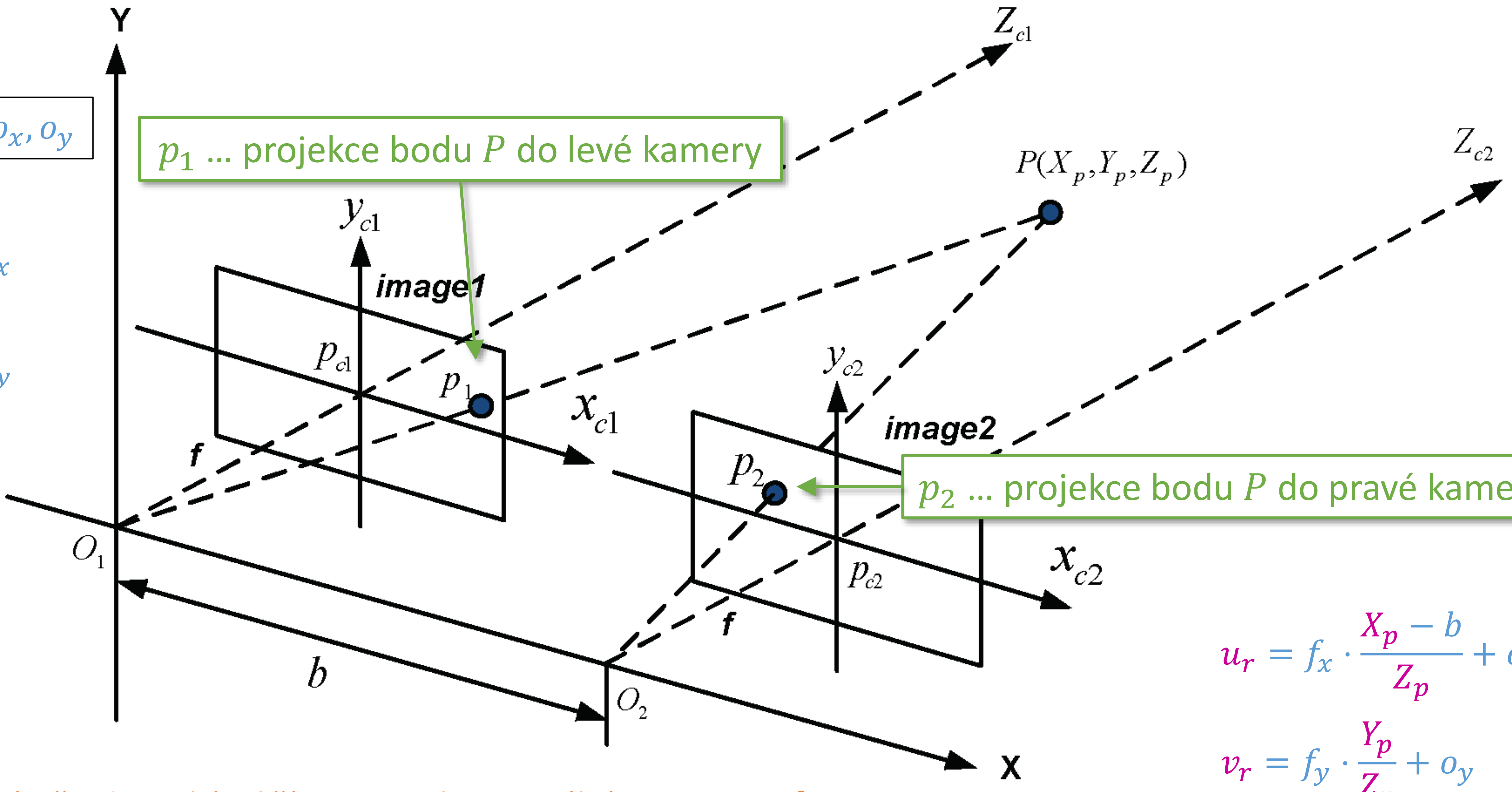
Kamery jsou téměř identické – liší se pouze horizontálním posunem b

Kalibrované stereo

známe: f_x, f_y, b, o_x, o_y

$$u_l = f_x \cdot \frac{X_p}{Z_p} + o_x$$

$$v_l = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$



p_1 … projekce bodu P do levé kamery

p_2 … projekce bodu P do pravé kamery

$$u_r = f_x \cdot \frac{X_p - b}{Z_p} + o_x$$

$$v_r = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$

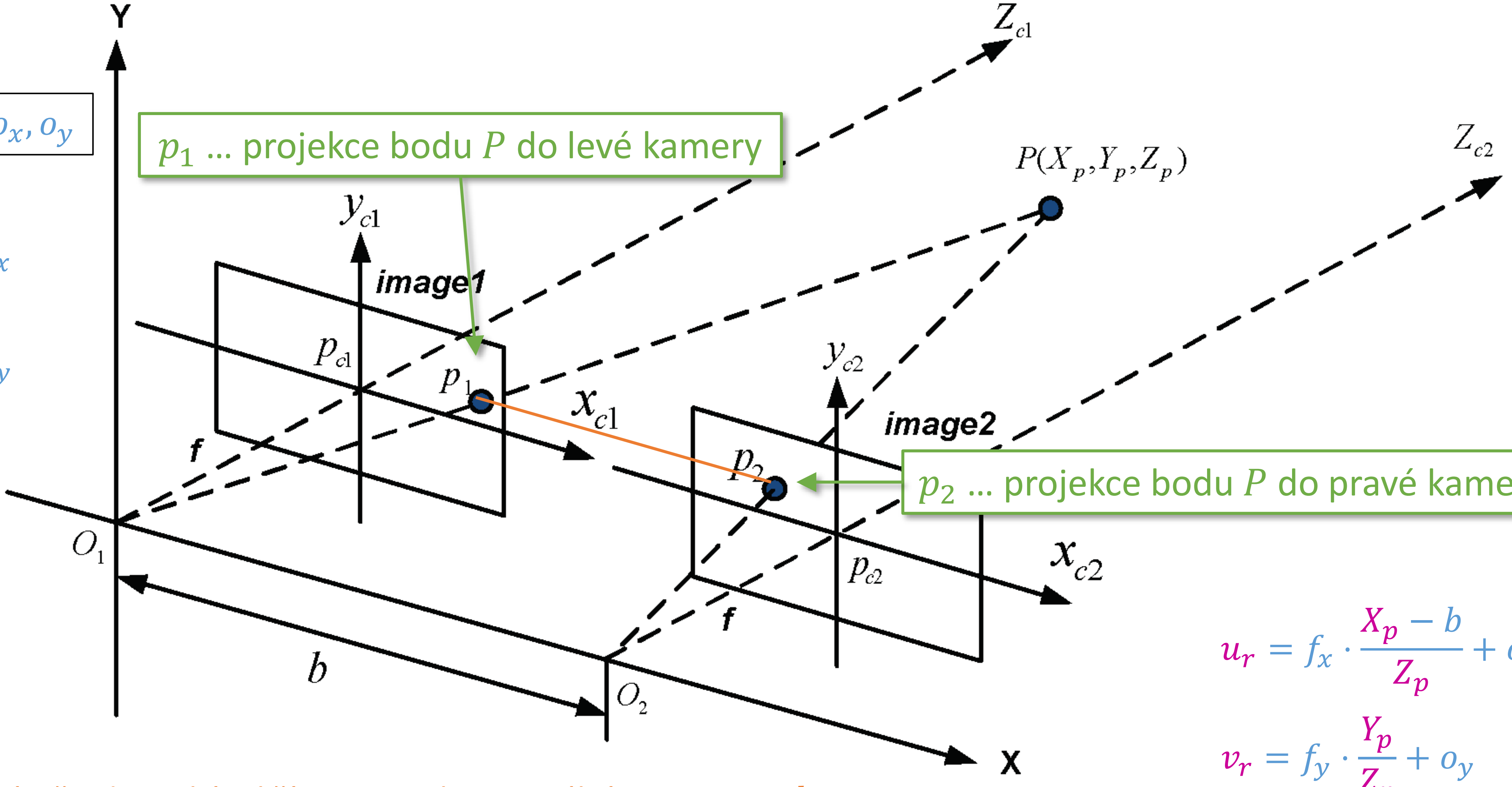
Kamery jsou téměř identické – liší se pouze horizontálním posunem b

Kalibrované stereo

známe: f_x, f_y, b, o_x, o_y

$$u_l = f_x \cdot \frac{X_p}{Z_p} + o_x$$

$$v_l = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$



p_1 … projekce bodu P do levé kamery

p_2 … projekce bodu P do pravé kamery

$$u_r = f_x \cdot \frac{X_p - b}{Z_p} + o_x$$

$$v_r = f_y \cdot \frac{Y_p}{Z_p} + o_y$$

Kamery jsou téměr identické – liší se pouze horizontálním posunem b

Obraz p_2 bodu P v pravé kameře leží na stejném řádku jako obraz p_1 v levé kameře

Hloubka a disparita

- Perspektivní projekce je

$$(u_l, v_l) = \left(f_x \cdot \frac{x}{z} + o_x, f_y \cdot \frac{y}{z} + o_y\right)$$

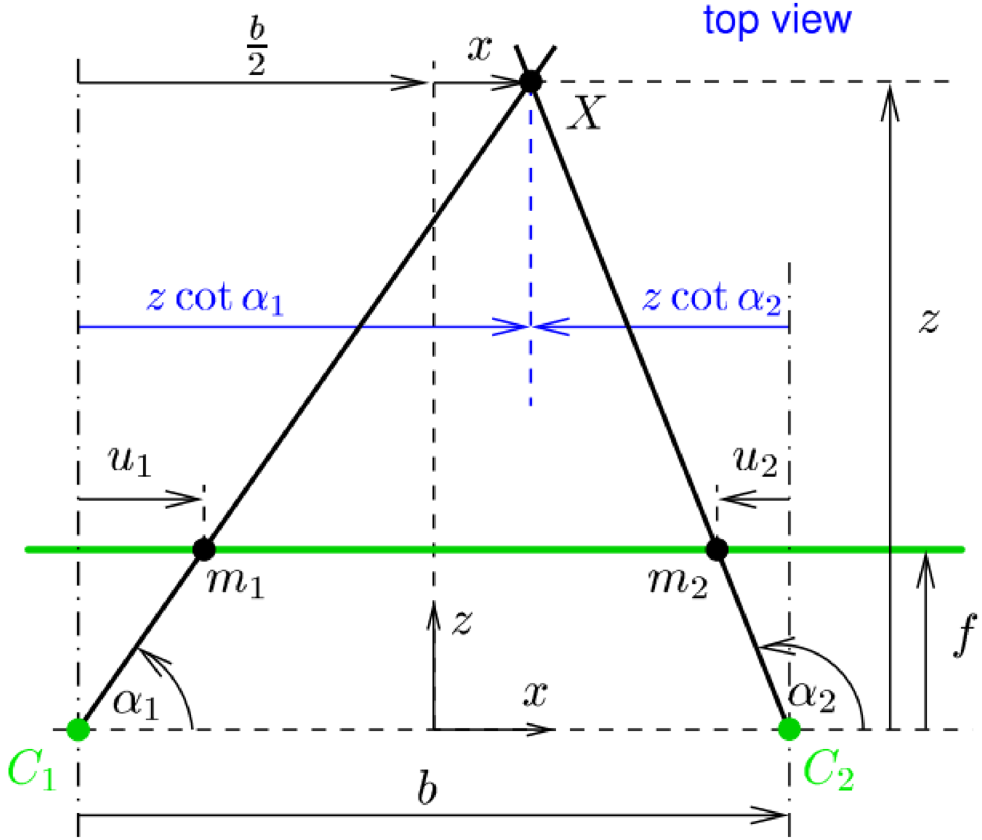
$$(u_r, v_r) = \left(f_x \cdot \frac{x - b}{z} + o_x, f_y \cdot \frac{y}{z} + o_y\right)$$

- Vyjádříme x, y, z

$$x = \frac{b \cdot (u_l - o_x)}{u_l - u_r}$$

$$y = \frac{b \cdot f_x \cdot (u_l - o_x)}{f_y \cdot (u_l - u_r)}$$

$$z = \frac{b \cdot f_x}{u_l - u_r}$$



obrázek: https://cw.fel.cvut.cz/wiki/courses/tdv/start

Hloubka a disparita

- Perspektivní projekce je

$$(u_l, v_l) = \left(f_x \cdot \frac{x}{z} + o_x, f_y \cdot \frac{y}{z} + o_y\right)$$

$$(u_r, v_r) = \left(f_x \cdot \frac{x-b}{z} + o_x, f_y \cdot \frac{y}{z} + o_y\right)$$

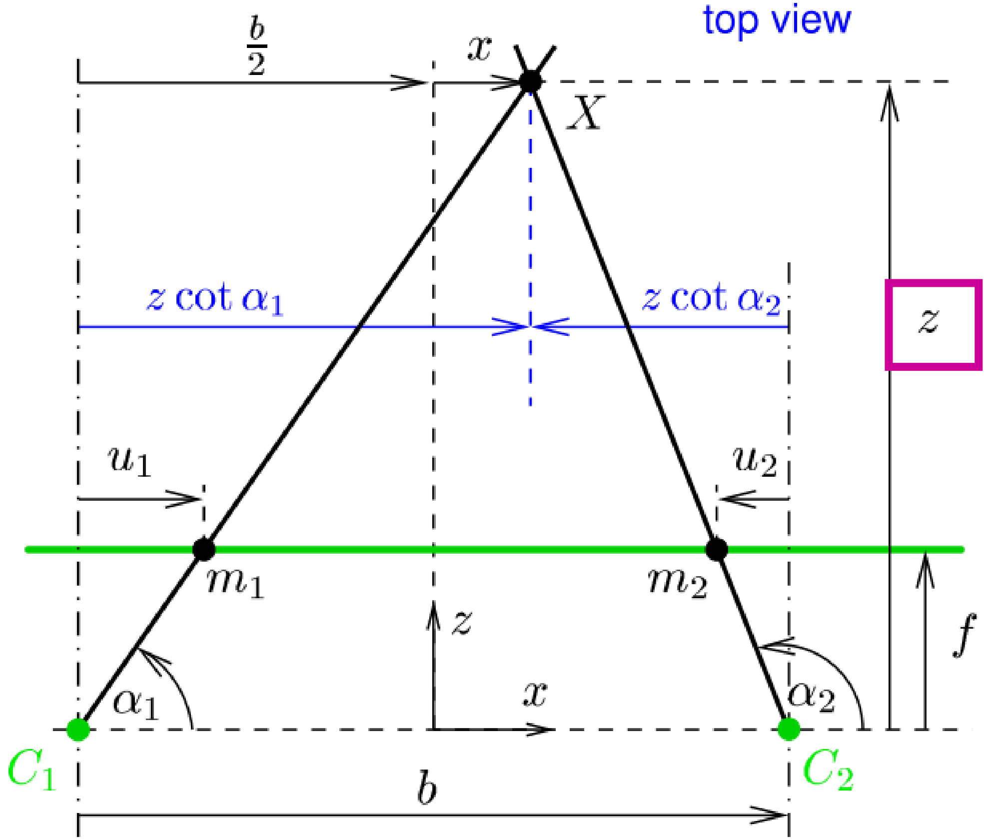
- Vyjádříme x, y, z

$$x = \frac{b \cdot (u_l - o_x)}{\boxed{u_l - u_r}}$$

$$y = \frac{b \cdot f_x \cdot (u_l - o_x)}{f_y \cdot \boxed{(u_l - u_r)}}$$

Hloubka $\boxed{z} = \frac{b \cdot f_x}{\boxed{u_l - u_r}}$

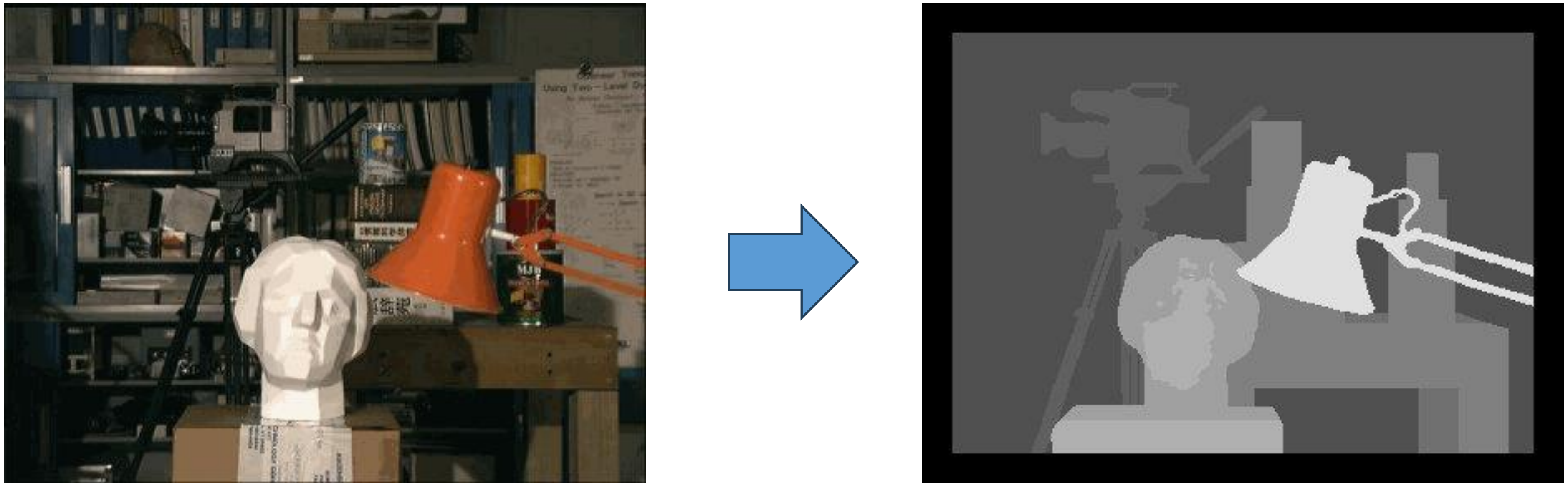
Disparita



obrázek: https://cw.fel.cvut.cz/wiki/courses/tdv/start

Stereo matching

- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu



Stereo matching

- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu

Potřebujeme znát korespondence

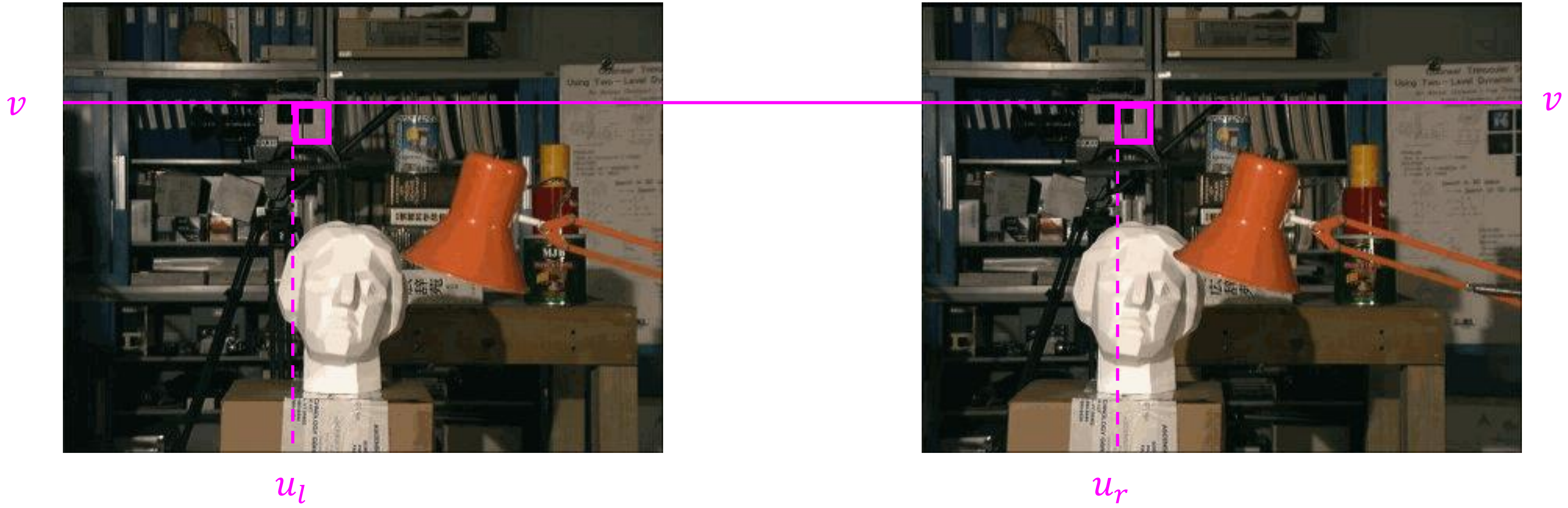
Stereo matching

- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu

SIFT = **<u>řídké</u>** korespondence
Potřebujeme pro všechny pixely (husté korespondence)

Stereo matching

- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu
- Nejjednodušší způsob je hledání nejpodobnějšího okna, např. L_2 vzdálenost

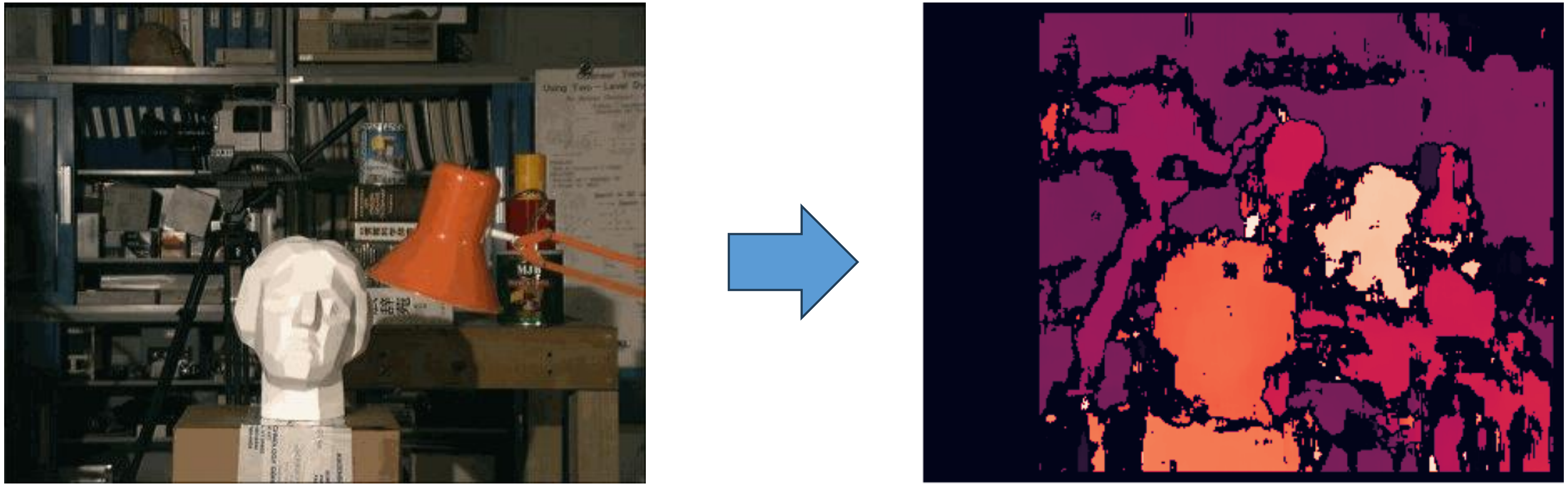


Disparita: $u_l - u_r$

Hloubka: $z = \frac{b \cdot f_x}{u_l - u_r}$

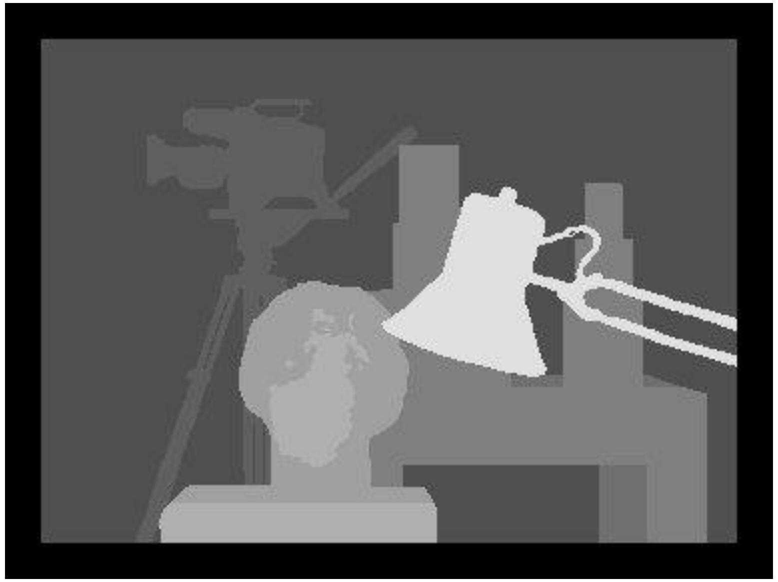
Stereo matching

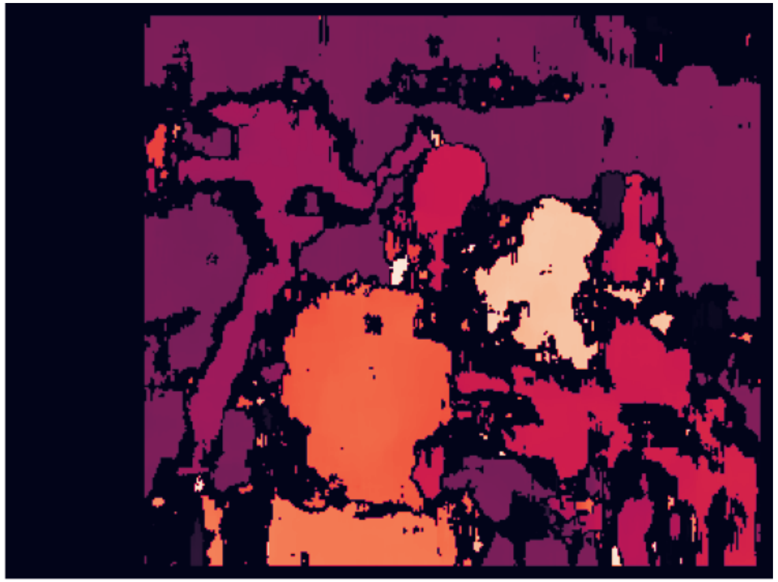
- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu
- Nejjednodušší způsob je hledání nejpodobnějšího okna, např. L_2 vzdálenost



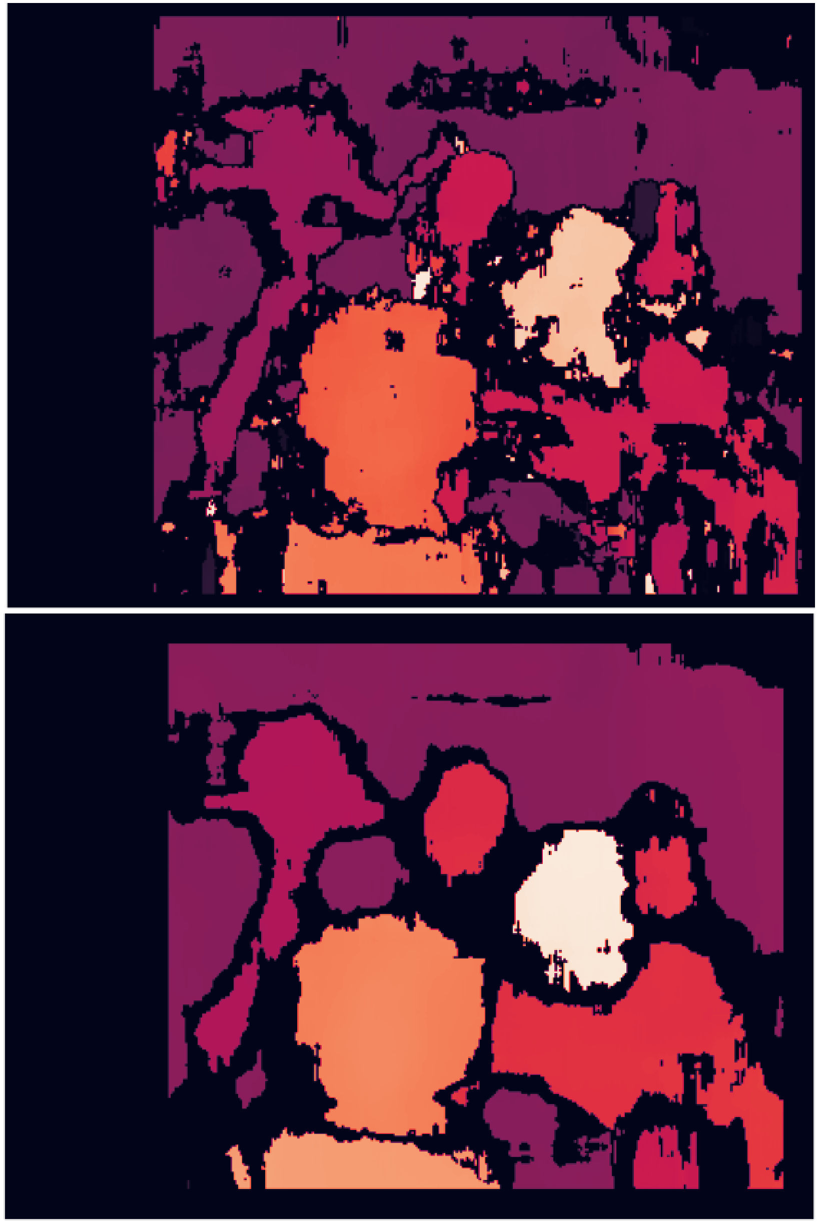
Stereo matching

- Vstupem stereo matchingu jsou dva obrazy a cílem je vytvořit disparitní mapu
- Nejjednodušší způsob je hledání nejpodobnějšího okna, např. L_2 vzdálenost





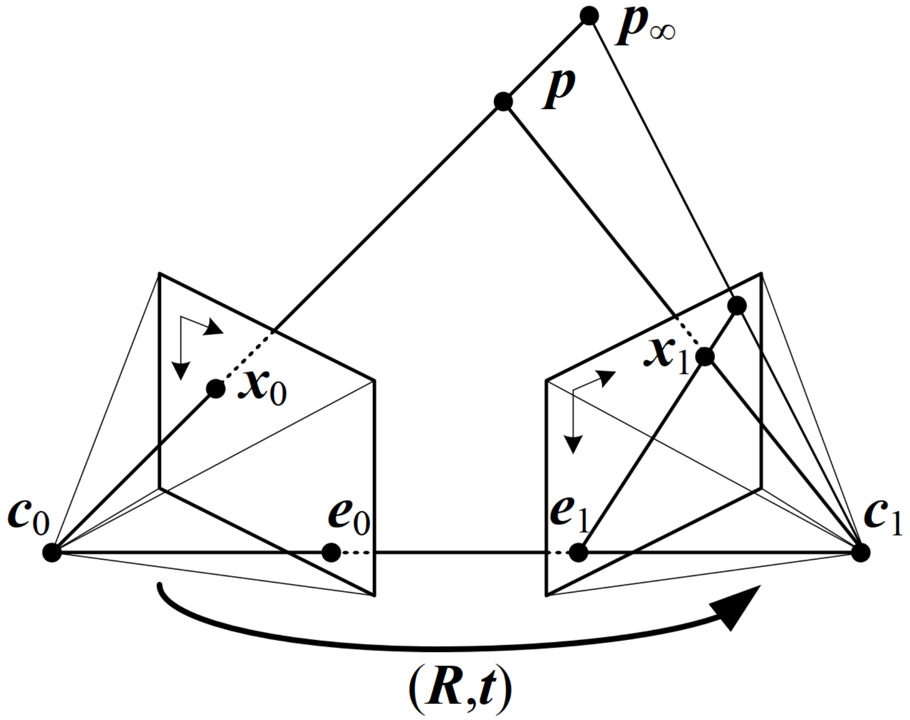
Problémy stereo matchingu



- Scéna musí mít texturu
- Textura se nesmí opakovat
- Hyperparametry
  - velikost okna, max. posun, …

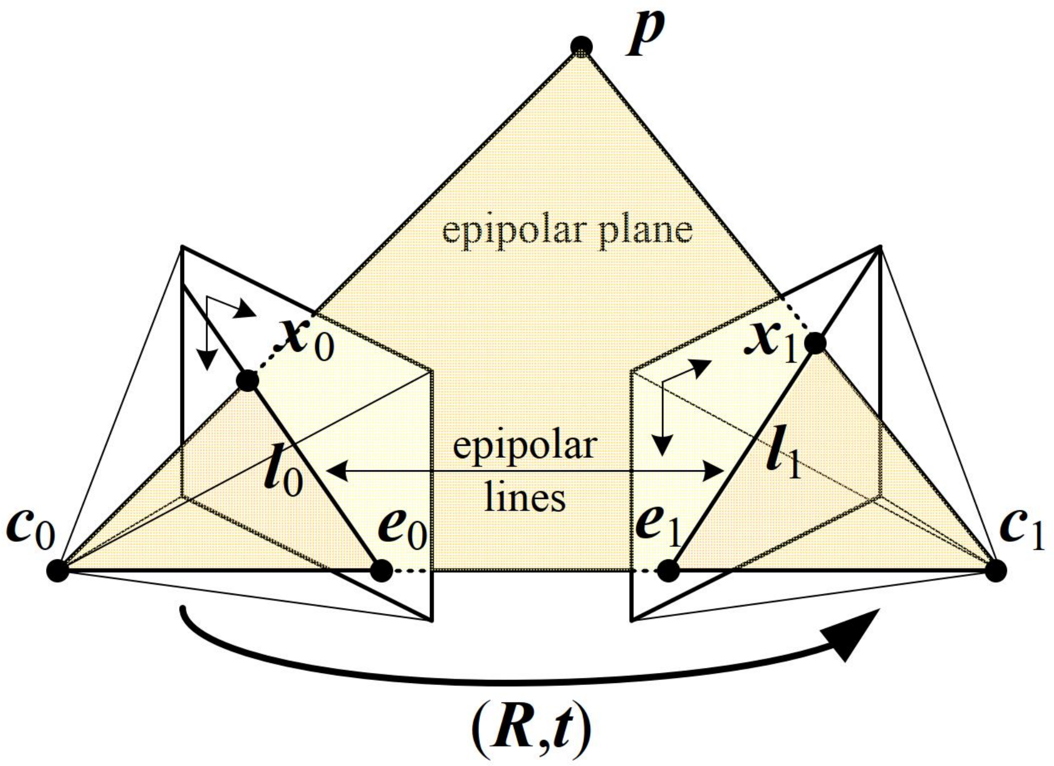
Nekalibrované stereo

Nekalibrované stereo



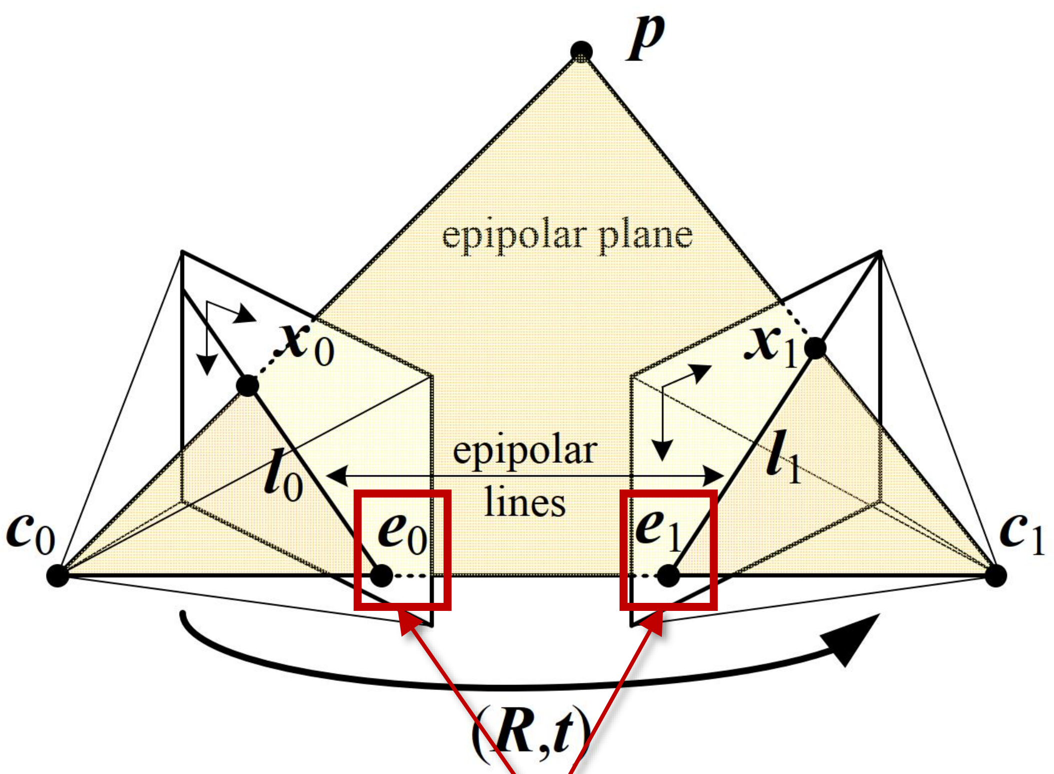
- Známe vnitřní kalibrační matice kamer: f_x, f_y, o_x, o_y
- Předpokládáme, že máme korespondence bodů mezi obrazy
- **Neznáme vnější matice (vzájemné pozice a natočení)**

Epipolární geometrie



obrázek: https://szeliski.org/Book/

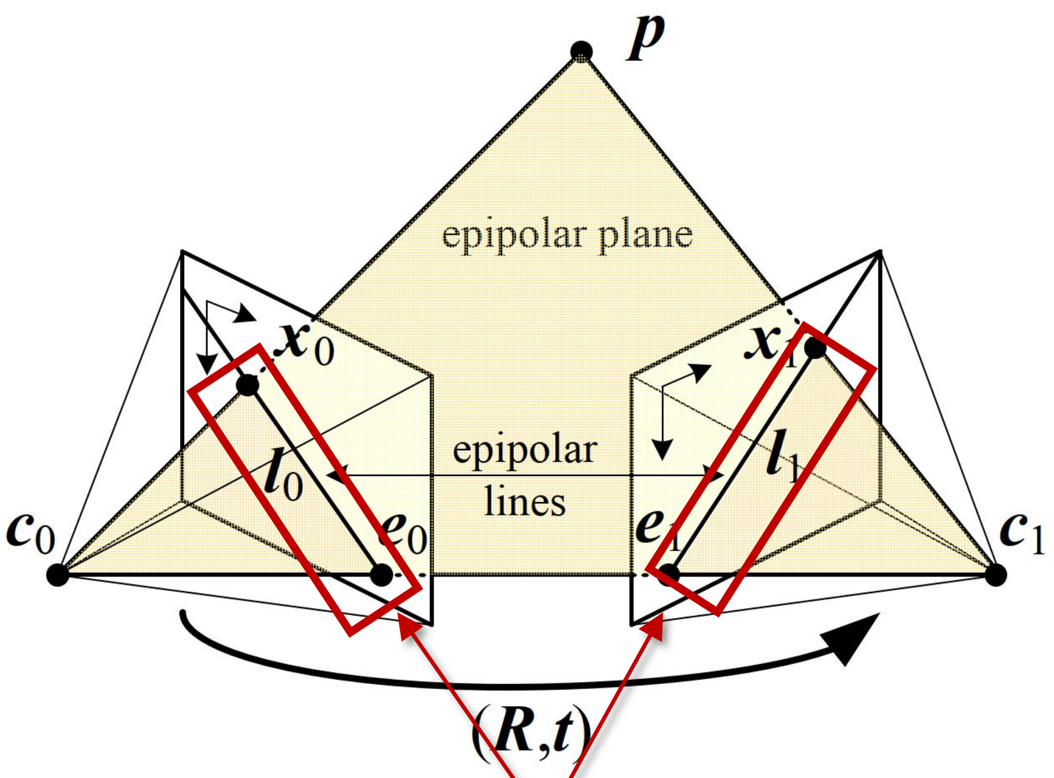
Epipolární geometrie



e_0, e_1 … obraz středů kamer viděný v druhé z kamer → **epipóly**

obrázek: https://szeliski.org/Book/

Epipolární geometrie

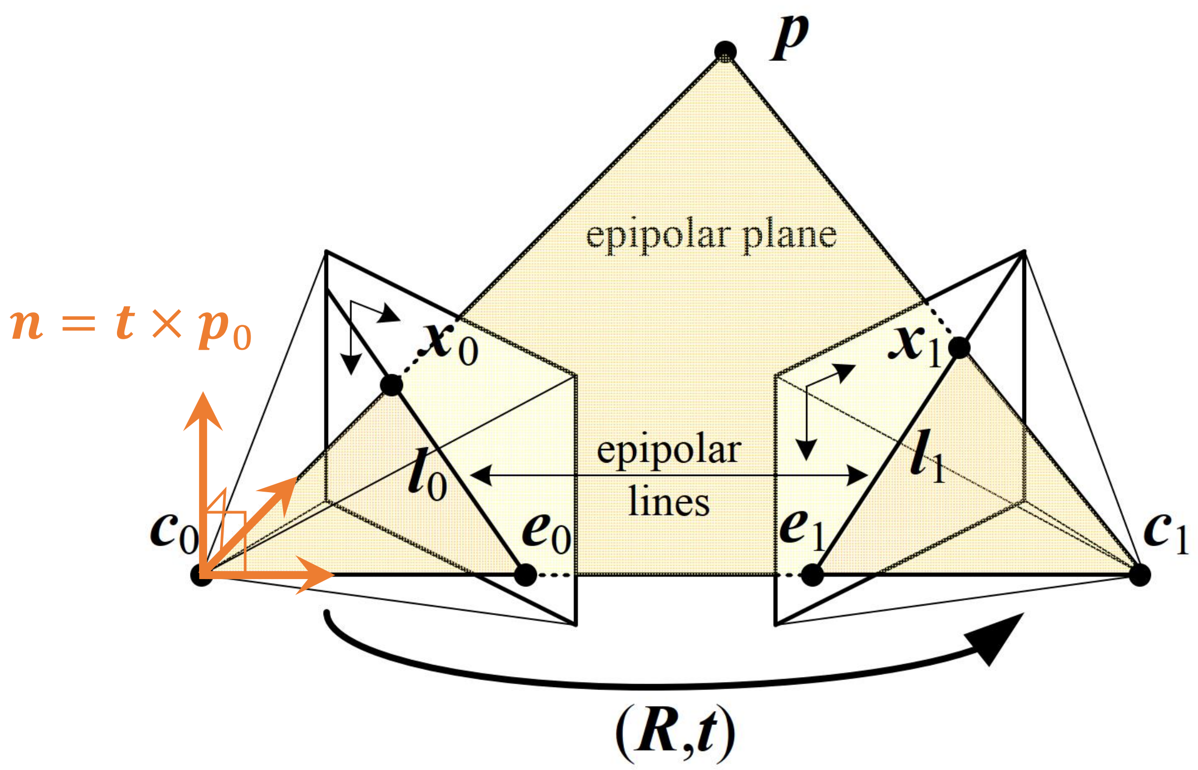


l_0, l_1 … **epipoláry**

obraz přímky spojující střed kamery a bod v prostoru $\boldsymbol{p}$, jak je viděn druhou z kamer

obrázek: https://szeliski.org/Book/

Epipolární geometrie



p_l a normála n jsou kolmé → jejich skalární součin musí být nulový:

$$\boldsymbol{p}_l \cdot (t \times \boldsymbol{p}_l) = 0$$

obrázek: https://szeliski.org/Book/

Odvození esenciální matice

- Vektorový součin

$$\boldsymbol{p}_l \cdot (t \times \boldsymbol{p}_l) = 0$$

- Lze přepsat jako

$$[x_l \quad y_l \quad z_l] \cdot \begin{bmatrix} t_y \cdot z_l - t_z \cdot y_l \\ t_z \cdot x_l - t_x \cdot z_l \\ t_x \cdot y_l - t_y \cdot x_l \end{bmatrix} = 0$$

- A dále rozepsat na

$$[x_l \quad y_l \quad z_l] \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix}}_{T_\times} \cdot \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} = 0$$

Odvození esenciální matice

- Dosazením $\boldsymbol{x}_l = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{x}_r + \boldsymbol{t}$ a po úpravě dostaneme epipolární podmínku

$$[x_l \quad y_l \quad z_l] \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{bmatrix}}_{\substack{\text{Esenciální matice} \\ \boldsymbol{E} = \boldsymbol{T}_\times \cdot \boldsymbol{R}}} \cdot \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = 0$$

- Epipolární podmínka $\boldsymbol{x}_l \cdot (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{x}_r) = 0$ říká, že obraz bodu v levé kameře $\boldsymbol{x}_l$ musí ležet na obrazu přímky $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{x}_r$ v levé kameře (na epipoláře) vytvořené jako spojnice mezi středem pravé kamery $\boldsymbol{c}_r$ a obrazu bodu v pravé kameře $\boldsymbol{x}_r$

- Pokud známe $\boldsymbol{E}$, lze $\boldsymbol{T}_\times$ a $\boldsymbol{R}$ získat singulárním rozkladem (SVD)

Odvození fundamentální matice

- V odvozené epipolární podmínce $\boldsymbol{x}_l \cdot (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{x}_r) = 0$ jsou souřadnice v kamerovém systému [mm] namísto pixelů

- Pro převod na pixely je nutné zahrnout i vnitřní matice kamery (předpokládáme, že známe nebo je lze snadno kalibrovat)

- Jelikož $\boldsymbol{u}_l = \boldsymbol{K}_l \cdot \boldsymbol{x}_l$, v kamerovém systému lze $\boldsymbol{x}_l$ vyjádřit jako $\boldsymbol{x}_l = \boldsymbol{K}_l^{-1} \cdot \boldsymbol{u}_l$ a obdobně pro pravou kameru

- Dosazením pixelových za kamerové souřadnice a zanedbání škály dostaneme

$$\boldsymbol{u}_l \cdot \underbrace{\boldsymbol{K}_l^{-\top} \cdot \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{K}_r^{-1}}_{\textbf{fundamentální matice } \boldsymbol{F} \in \mathbb{R}^{3\times 3}} \cdot \boldsymbol{u}_r = 0$$

ze známé fundamentální matice $\boldsymbol{F}$ získáme esenciální matici jako $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{K}_l \cdot \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{K}_r$

Odhad fundamentální matice

- Epipolární podmínka je

$$\boldsymbol{u}_l \cdot \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{u}_r = 0$$

- Známe obrazové korespondence $\boldsymbol{u}_l \leftrightarrow \boldsymbol{u}_r$ (potřebujeme alespoň 8), neznáme $\boldsymbol{F}$

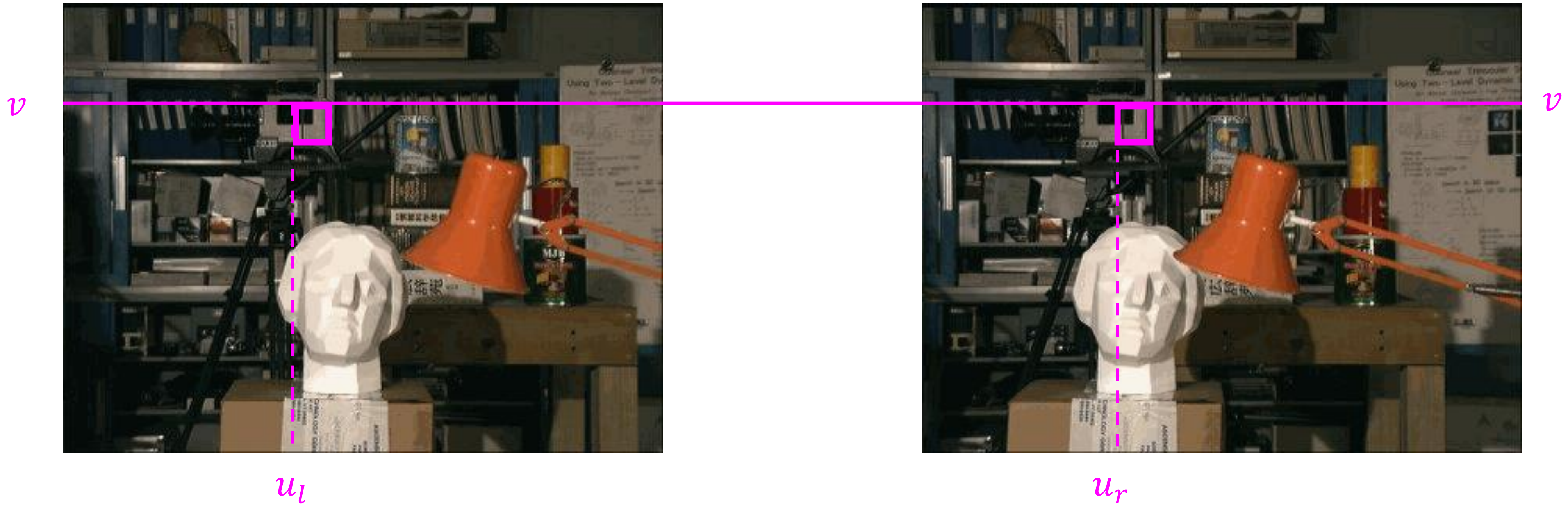
- Podobně jako u kalibrace kamery přepíšeme na soustavu lineárních rovnic

$$N \left\{ \begin{bmatrix} u_{l1} \cdot u_{r1} & u_{l1} \cdot v_{r1} & u_{l1} & v_{l1} \cdot u_{r1} & v_{l1} \cdot v_{r1} & v_{l1} & u_{r1} & v_{r1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{lN} \cdot u_{rN} & u_{lN} \cdot v_{rN} & u_{lN} & v_{lN} \cdot u_{rN} & v_{lN} \cdot v_{rN} & v_{lN} & u_{rN} & v_{rN} & 1 \end{bmatrix} \right. \cdot \begin{bmatrix} f_{1,1} \\ f_{1,2} \\ f_{1,3} \\ f_{2,1} \\ f_{2,2} \\ f_{2,3} \\ f_{3,1} \\ f_{3,2} \\ f_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- A řešíme jako minimalizaci $\boldsymbol{f}^* = \min_{\boldsymbol{p}} \|\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{f}\|^2, \|\boldsymbol{f}\|^2 = 1$. Řešením je opět vlastní vektor matice $\boldsymbol{X}^\top \cdot \boldsymbol{X}$ asociovaný s nejmenším vlastním číslem

Stereo matching

- U jednoduchého sterea se kamery liší pouze posunem
- Korespondence mezi obrazy vždy leží na stejném řádku

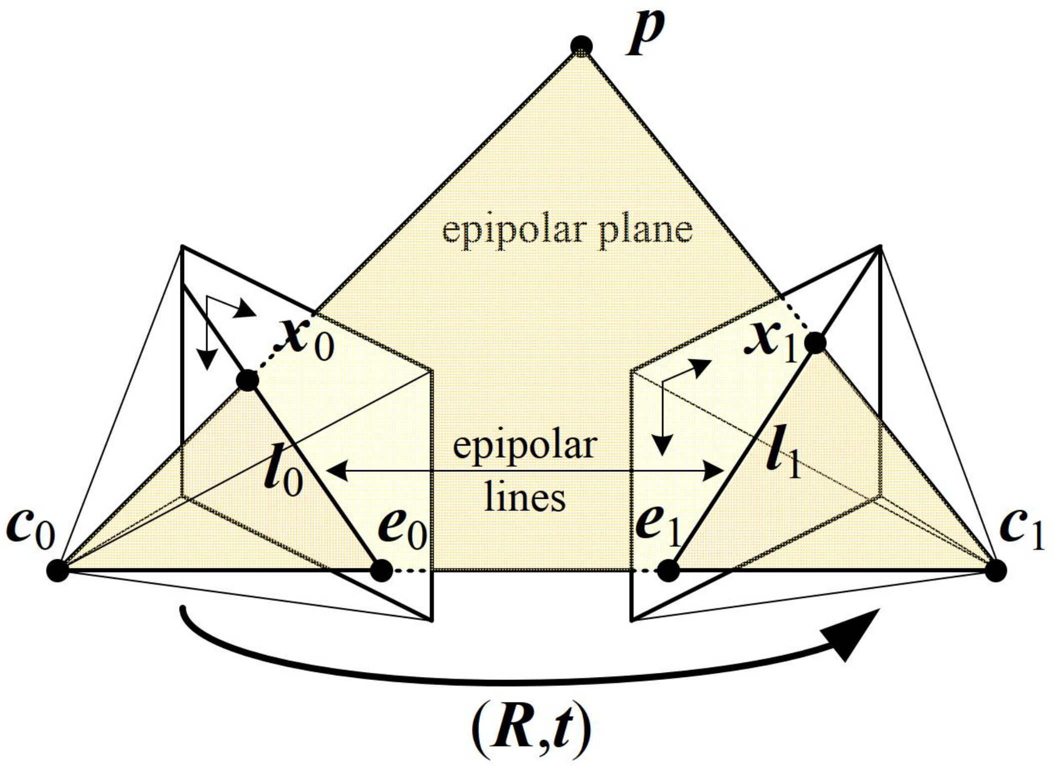


Disparita: $u_l - u_r$

Hloubka: $z = \frac{b \cdot f_x}{u_l - u_r}$

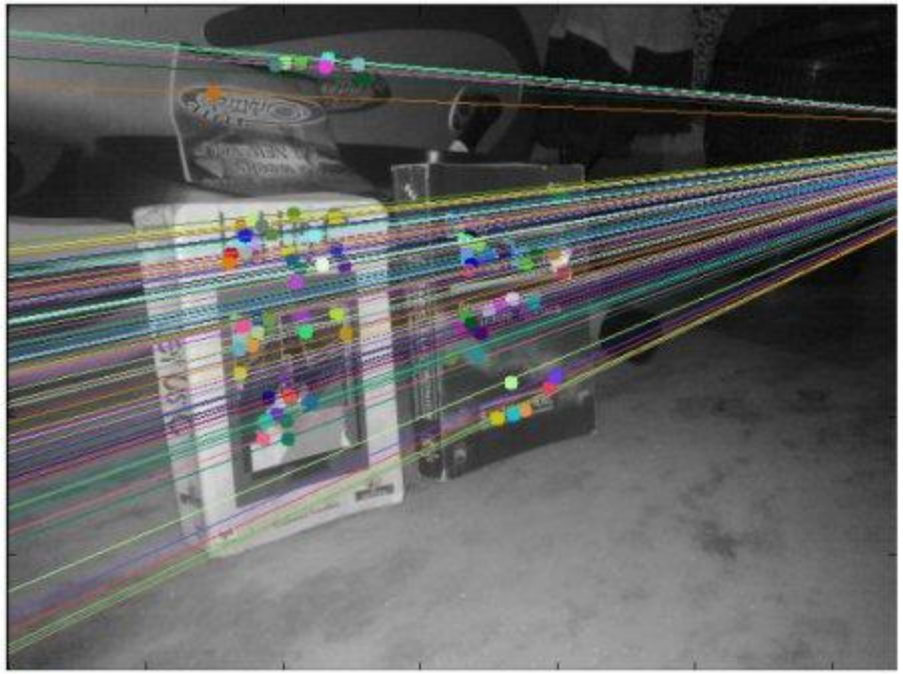
Stereo matching z libovolných pohledů

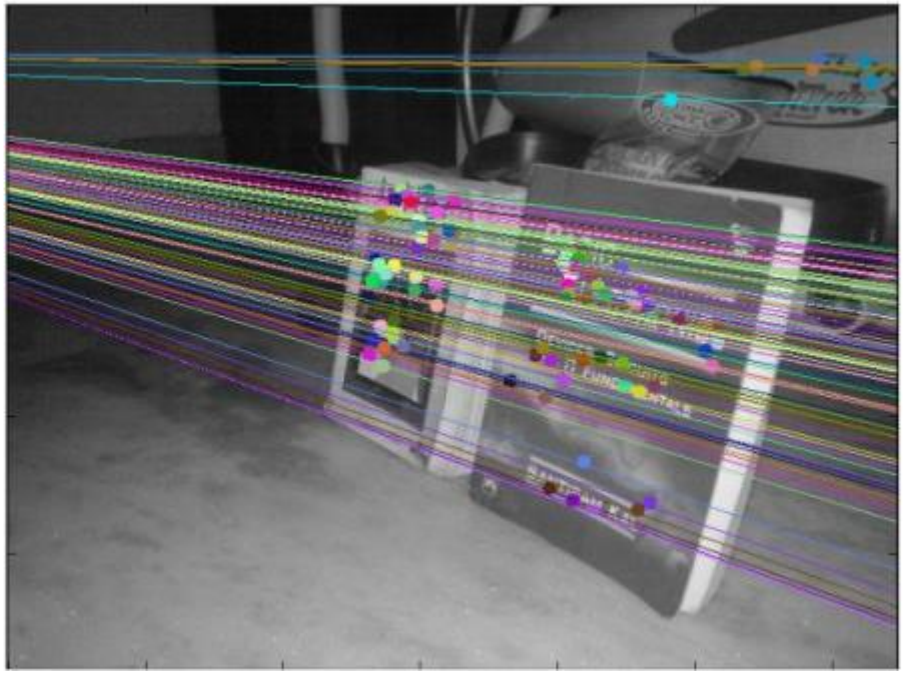
- Obecně leží korespondence vždy na odpovídající epipolární přímce (epipoláře)



Epipolární přímky

- Obecně leží korespondence vždy na odpovídající epipolární přímce (epipoláře)





obrázek: https://docs.opencv.org/3.4/da/de9/tutorial_py_epipolar_geometry.html

Epipolární přímky

- Epipolární podmínka $\boldsymbol{u}_l \cdot \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{u}_r = 0$
- Člen $\boldsymbol{u}_l \cdot \boldsymbol{F}$ je rovnice epipolární přímky zobrazené v pravé kameře
- Podmínka tedy říká, že bod $\boldsymbol{u}_r$ musí na této přímce ležet
- Rozepsáno

$$[u_l \quad v_l \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & f_{1,3} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & f_{2,3} \\ f_{3,1} & f_{3,2} & f_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_r \\ v_r \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

- Rovnice epipolární přímky pak je

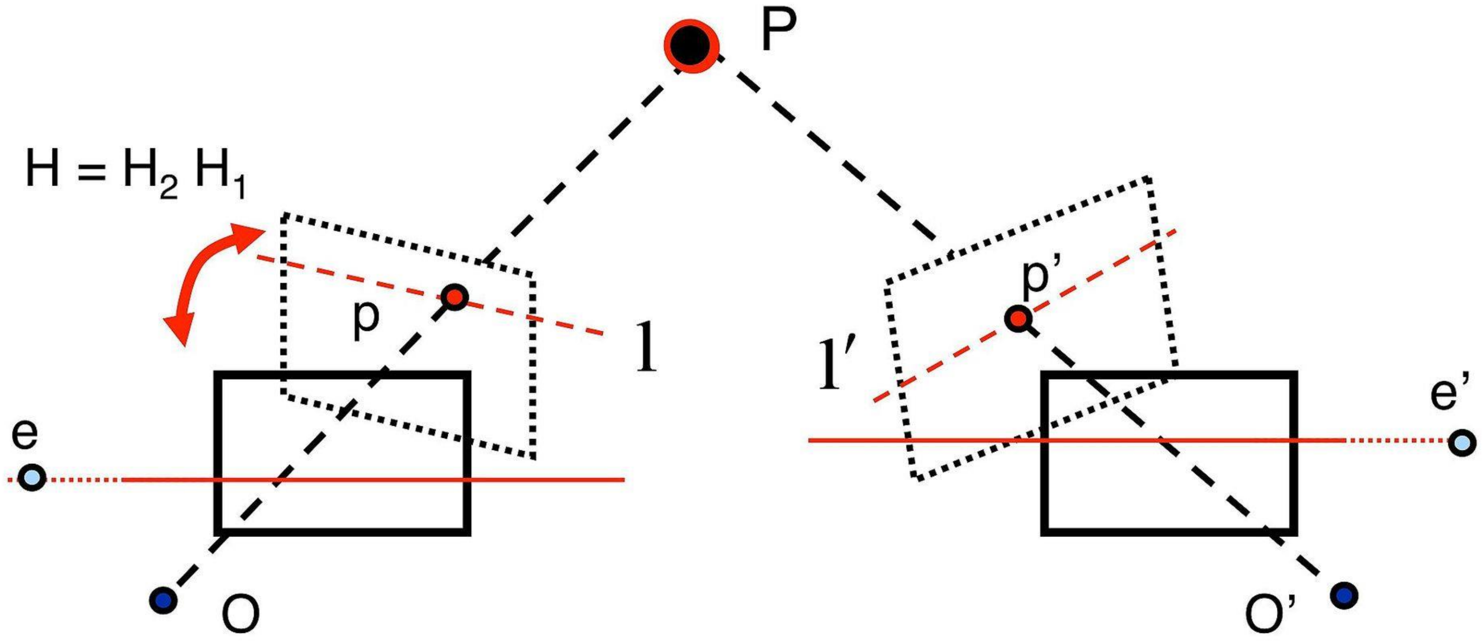
$$(f_{1,1} \cdot u_l + f_{2,1} \cdot v_l + f_{3,1}) \cdot u_r + (f_{1,2} \cdot u_l + f_{2,2} \cdot v_l + f_{3,2}) \cdot v_r + (f_{1,3} \cdot u_l + f_{2,3} \cdot v_l + f_{3,3}) = 0$$

- Zkráceně

$$a_l \cdot u_r + b_l \cdot v_r + c_l = 0$$

Stereo rektifikace

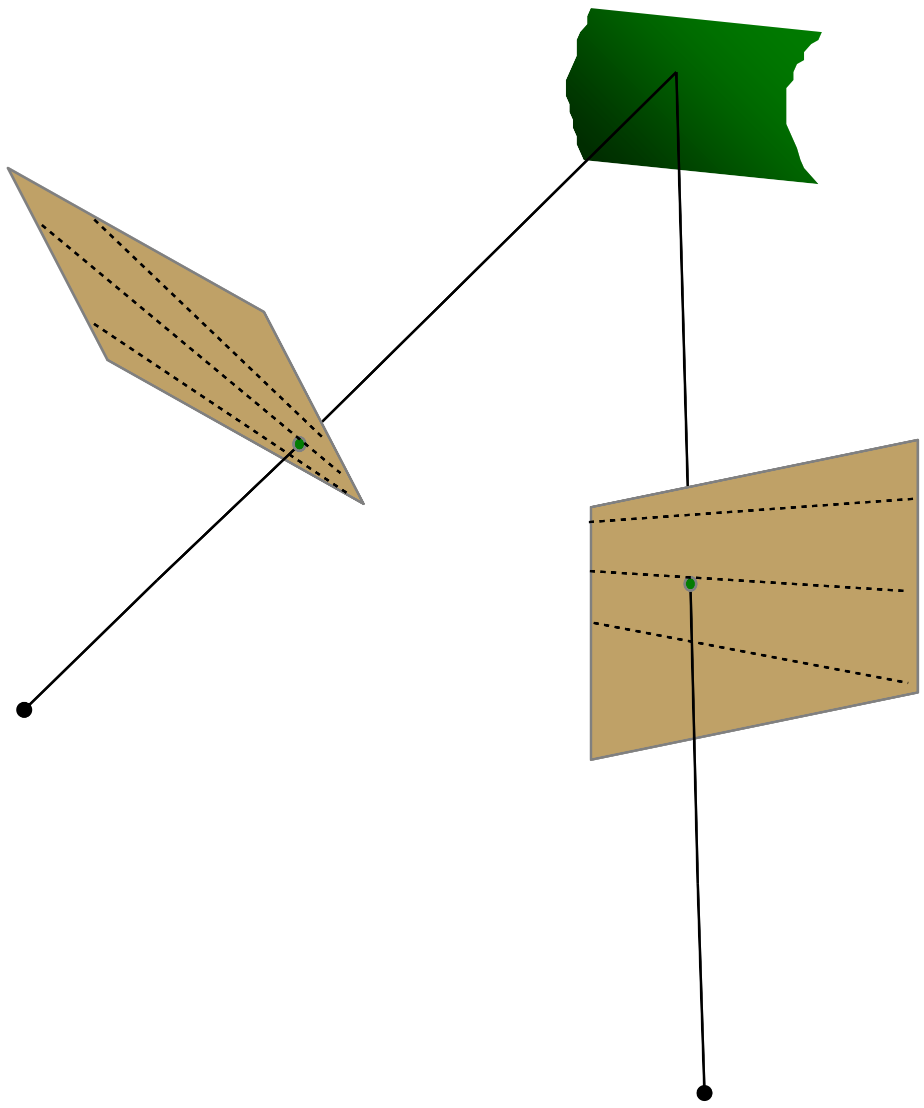
- V praxi se obvykle korespondence nehledají na epipolárních přímkách
- Namísto toho se stereo pár nejprve tzv. rektifikuje → obrazy obou se promítnou na společnou rovinu, která je paralelní se spojnicí kamerových středů
- Korespondence pak jsou opět na stejném řádku (epipoláry jsou vodorovné)



obrázek: https://en.wikipedia.org/wiki/Image_rectification

Stereo rektifikace

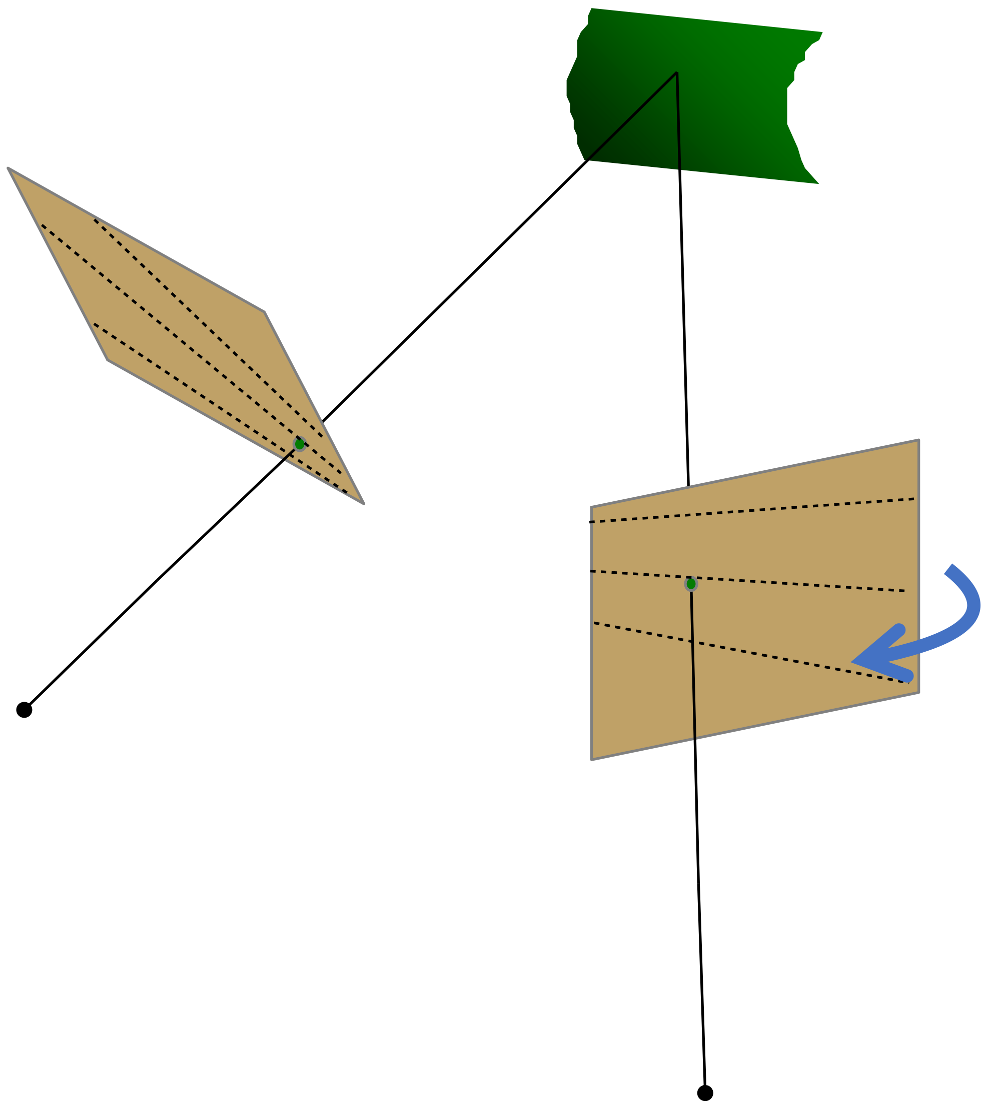
1. Výpočet E a následně R
2. Narovnání pravého obrazu rotací R
3. Narovnání obou obrazů zároveň
4. Škálování obou obrazů



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Stereo rektifikace

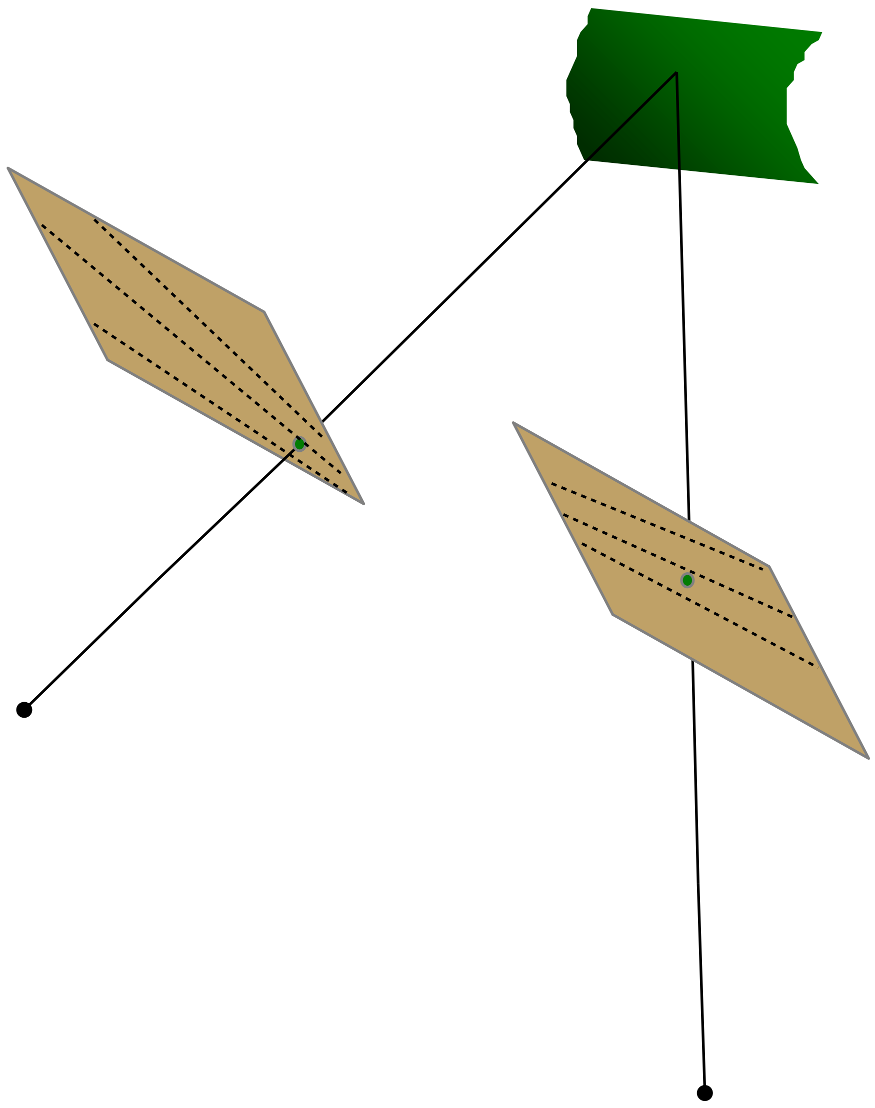
1. Výpočet E a následně R
2. **Narovnání pravého obrazu rotací $\boldsymbol{R}$**
3. Narovnání obou obrazů zároveň
4. Škálování obou obrazů



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Stereo rektifikace

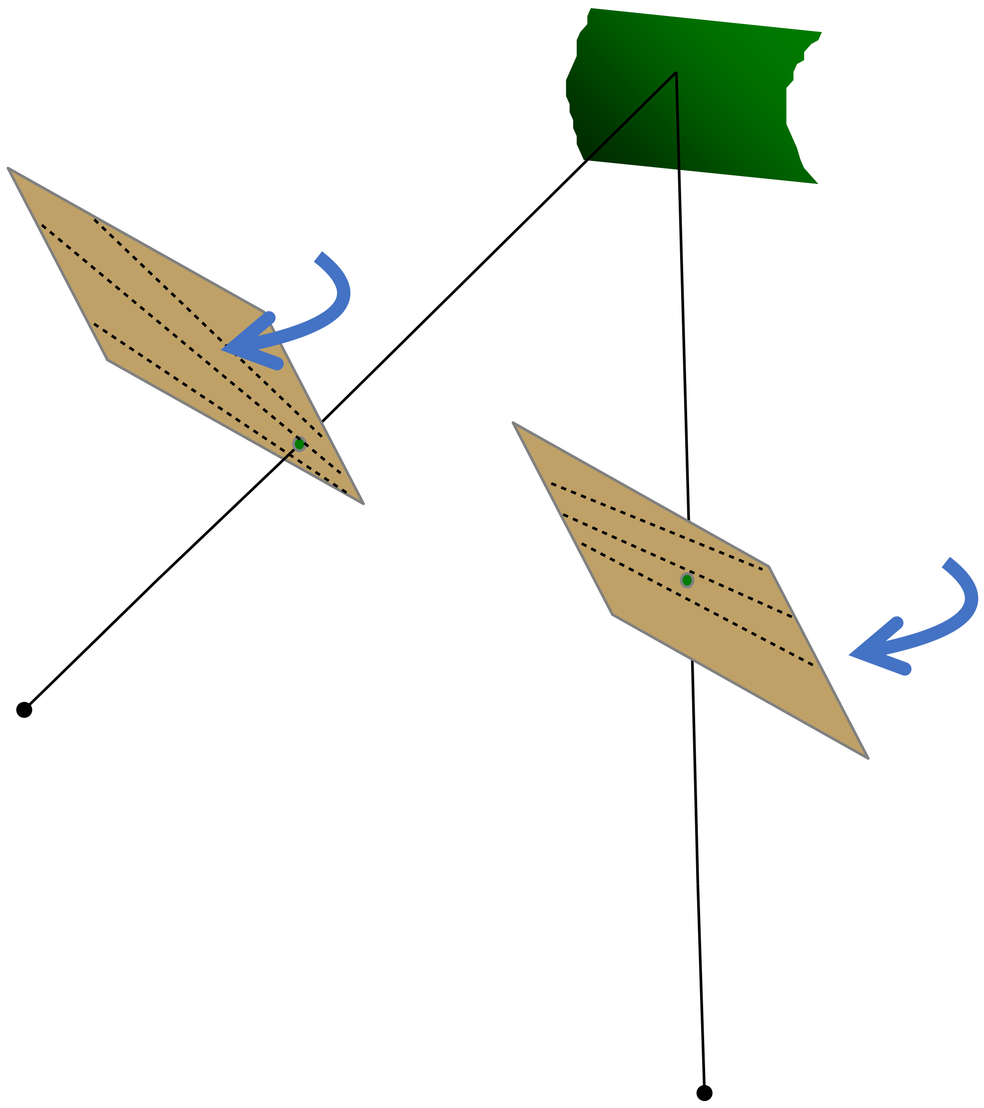
1. Výpočet E a následně R
2. **Narovnání pravého obrazu rotací R**
3. Narovnání obou obrazů zároveň
4. Škálování obou obrazů



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Stereo rektifikace

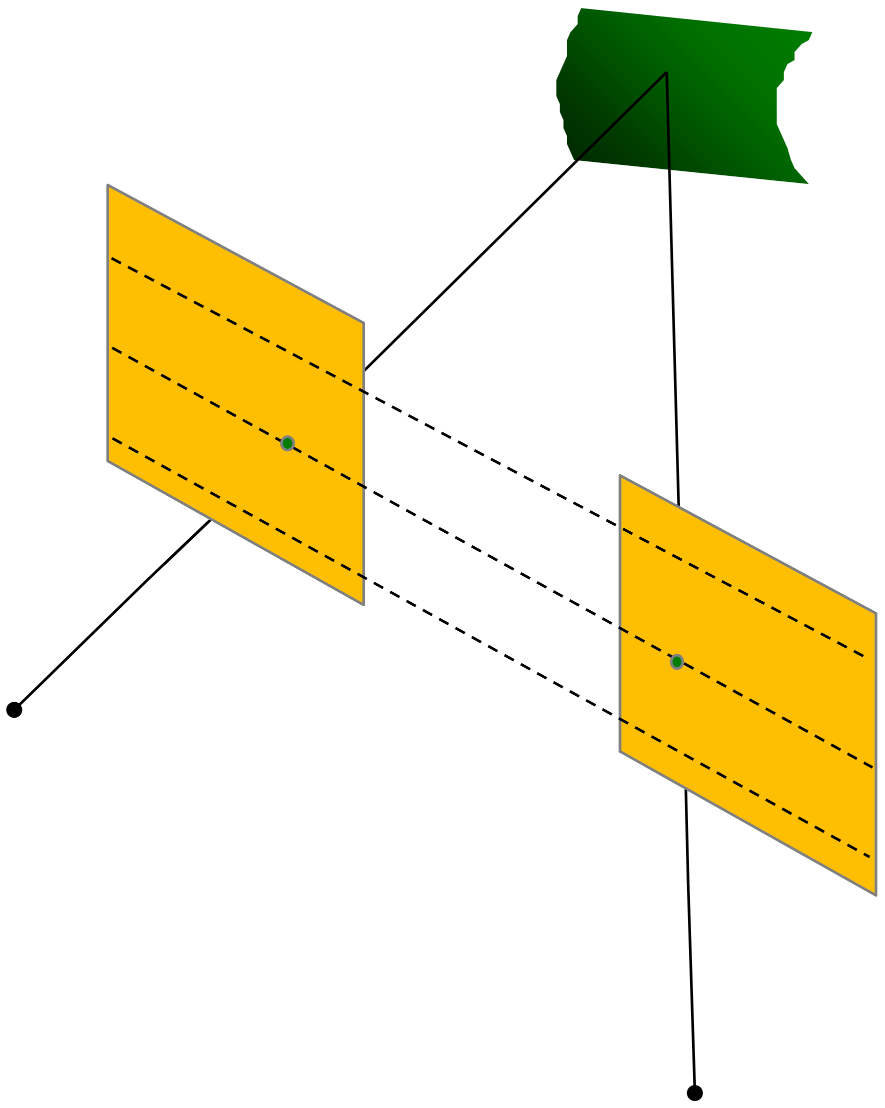
1. Výpočet E a následně R
2. Narovnání pravého obrazu rotací R
3. **Narovnání obou obrazů zároveň**
4. Škálování obou obrazů



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Stereo rektifikace

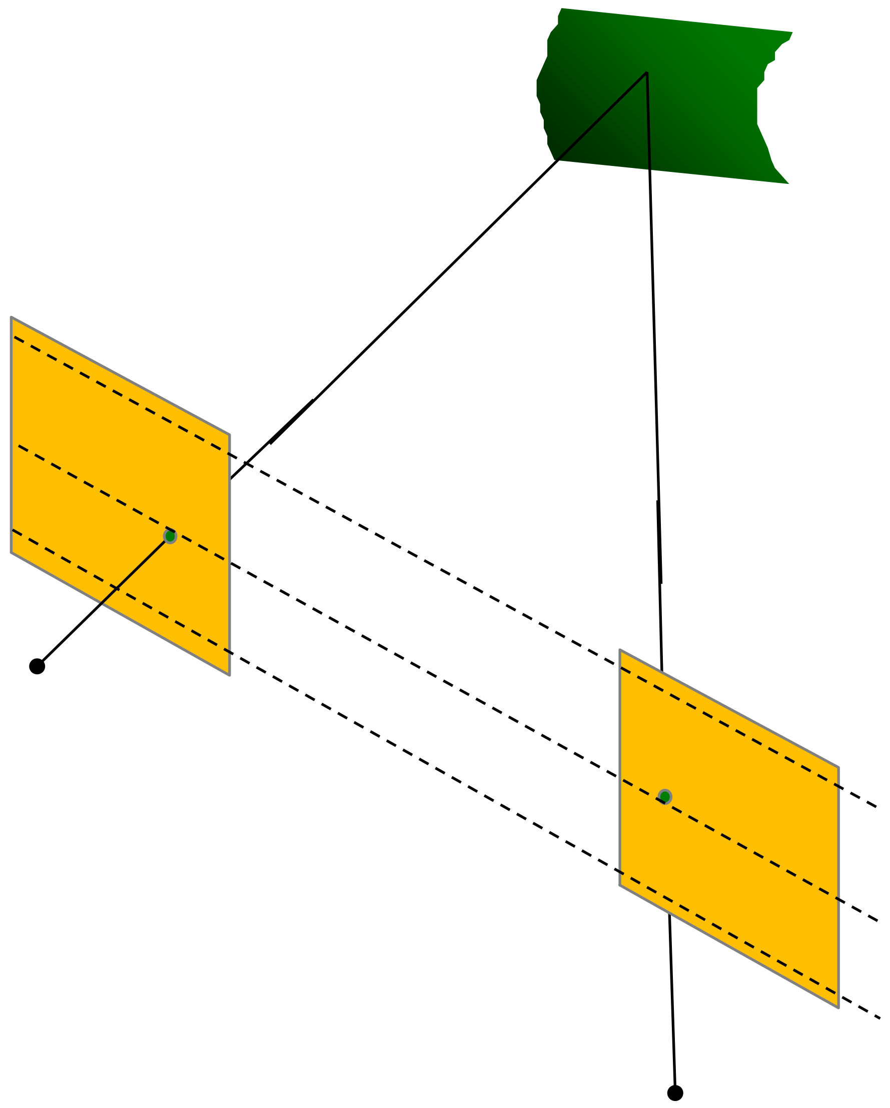
1. Výpočet E a následně R
2. Narovnání pravého obrazu rotací R
3. **Narovnání obou obrazů zároveň**
4. Škálování obou obrazů



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

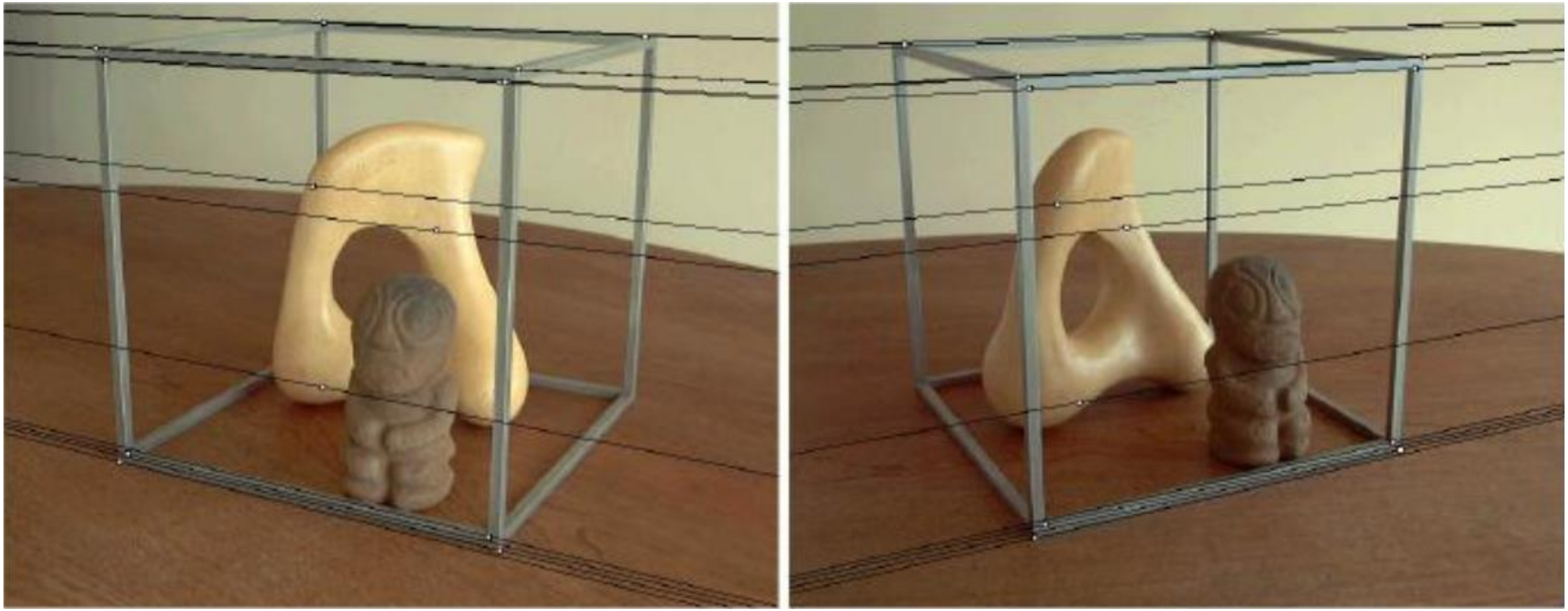
Stereo rektifikace

1. Výpočet E a následně R
2. Narovnání pravého obrazu rotací R
3. Narovnání obou obrazů zároveň
4. **Škálování obou obrazů**



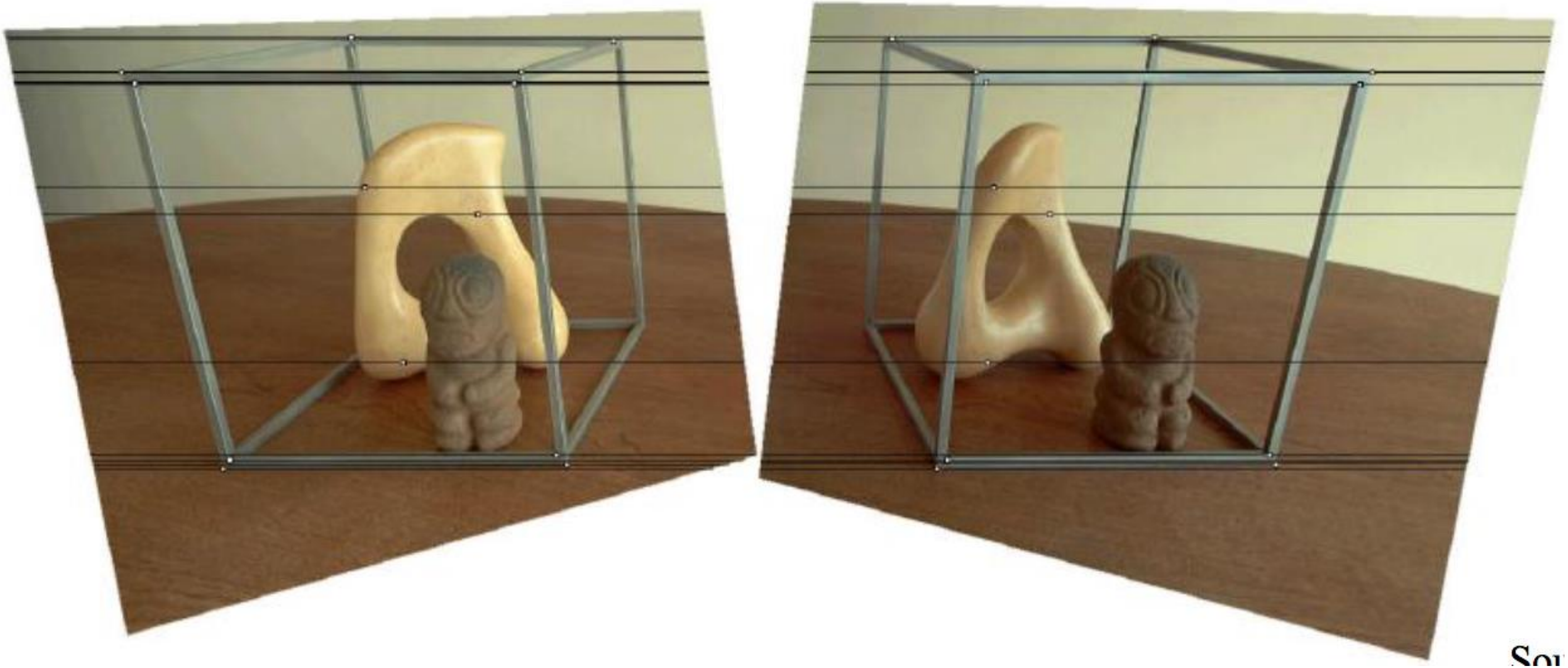
slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Stereo rektifikace



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

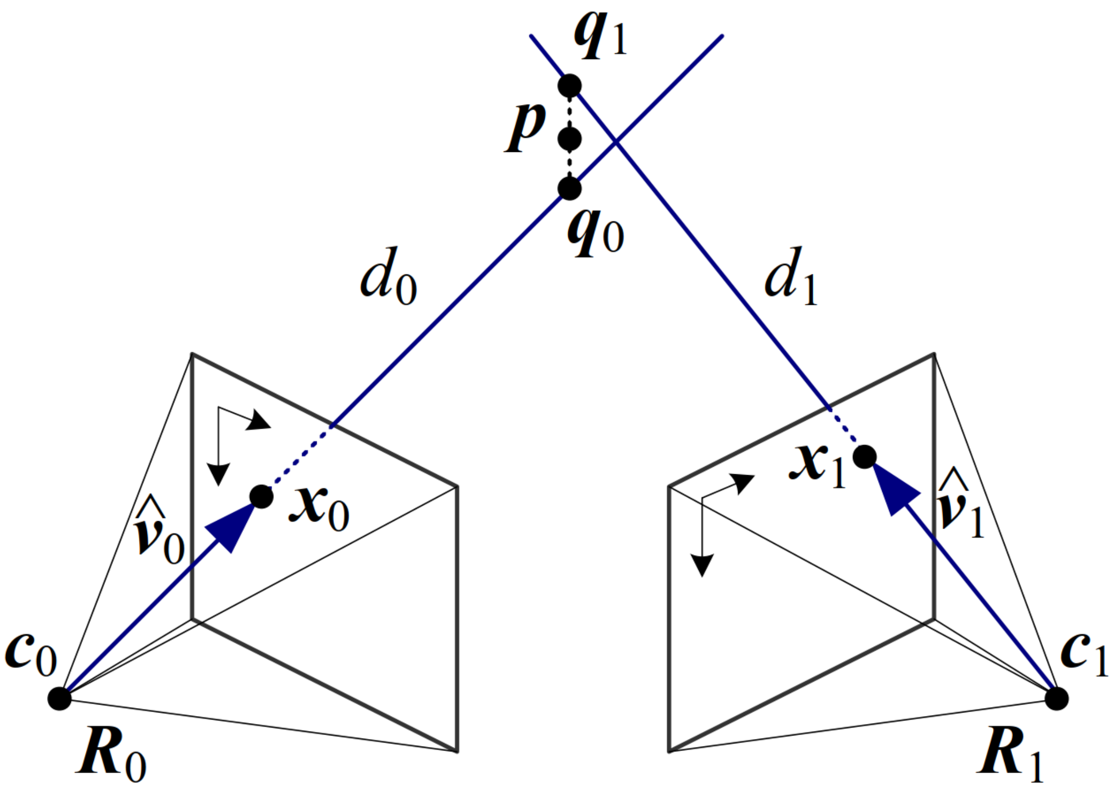
Stereo rektifikace



slide: https://www.cs.cmu.edu/~16385/

Triangulace

- Z hustých korespondencí můžeme triangulovat body v prostoru = rekonstruovat jejich 3D pozice
- Optické paprsky se nemusí přesně protínat
- Řeší se proto metodou nejmenších čtverců



Triangulace

$\boldsymbol{p}_{3,:}$ … 3. řádek matice $\boldsymbol{P}$

- Pro levou kameru platí

$$\begin{bmatrix} u_l \\ v_l \\ w_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & p_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Pro pravou kameru

$$\begin{bmatrix} u_r \\ v_r \\ w_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} & q_{1,4} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} & q_{2,4} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} & q_{3,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Můžeme zapsat jako

$$\begin{aligned} u_l \cdot \boldsymbol{p}_{3,:} \cdot \boldsymbol{x}_w &= \boldsymbol{p}_{1,:} \cdot \boldsymbol{x}_w \\ v_l \cdot \boldsymbol{p}_{3,:} \cdot \boldsymbol{x}_w &= \boldsymbol{p}_{2,:} \cdot \boldsymbol{x}_w \\ u_r \cdot \boldsymbol{q}_{3,:} \cdot \boldsymbol{x}_w &= \boldsymbol{q}_{1,:} \cdot \boldsymbol{x}_w \\ v_r \cdot \boldsymbol{q}_{3,:} \cdot \boldsymbol{x}_w &= \boldsymbol{q}_{2,:} \cdot \boldsymbol{x}_w \end{aligned}$$

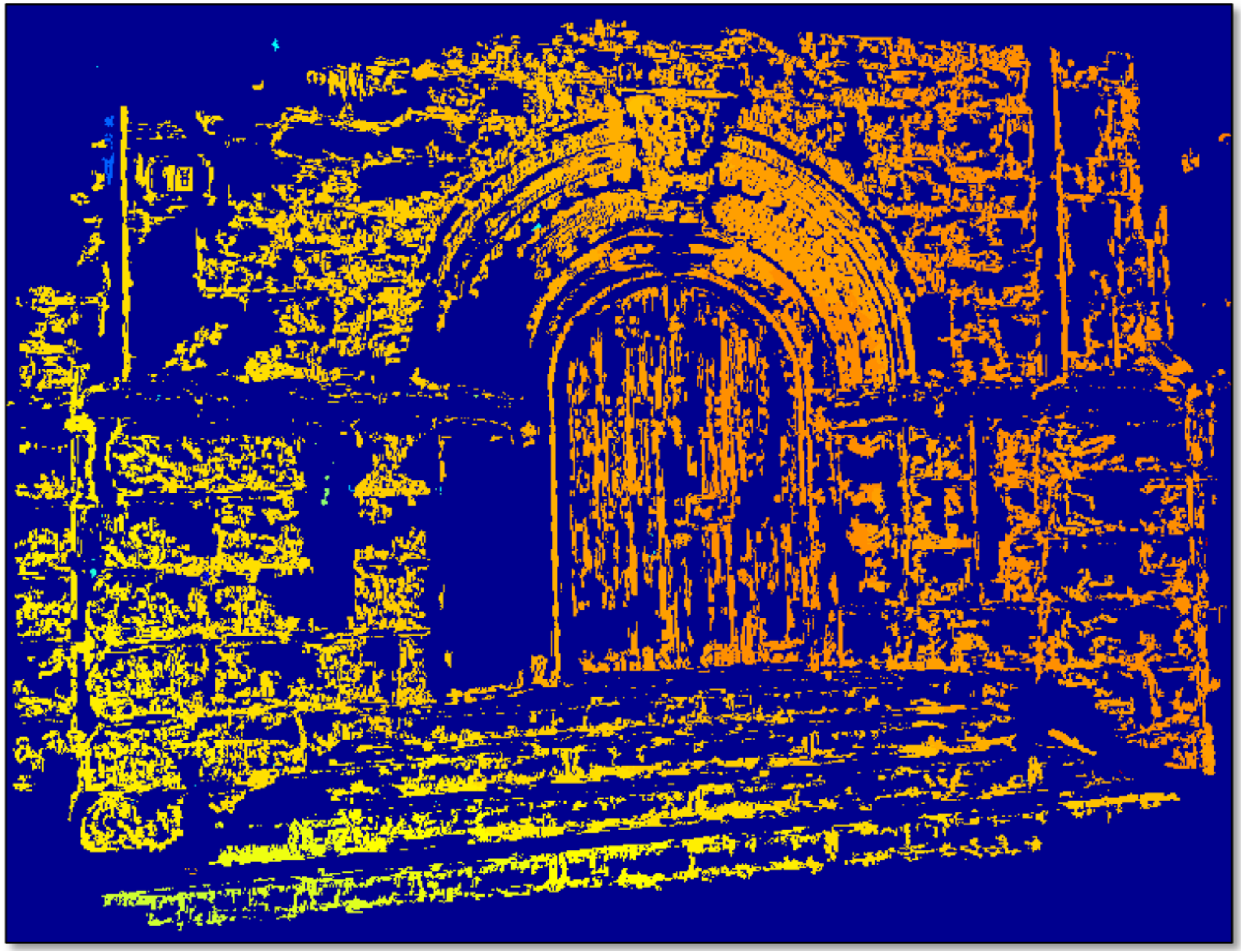
- A formulovat jako

$$\begin{bmatrix} u_l \cdot \boldsymbol{p}_{3,:} - \boldsymbol{p}_{1,:} \\ v_l \cdot \boldsymbol{p}_{3,:} - \boldsymbol{p}_{2,:} \\ u_r \cdot \boldsymbol{q}_{3,:} - \boldsymbol{q}_{1,:} \\ v_r \cdot \boldsymbol{q}_{3,:} - \boldsymbol{q}_{2,:} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{x}_w = \boldsymbol{0}$$

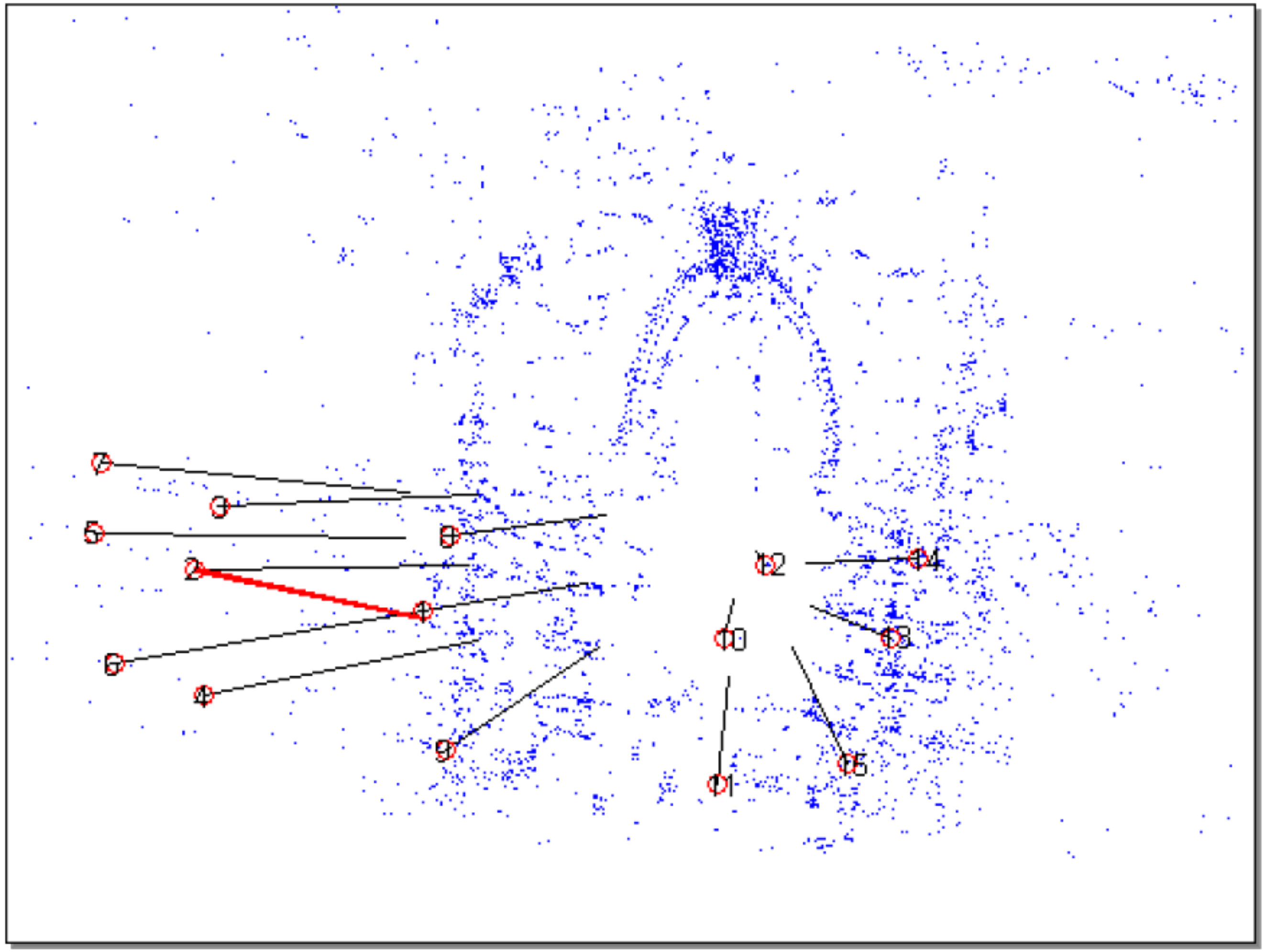
Příklad

Příklad

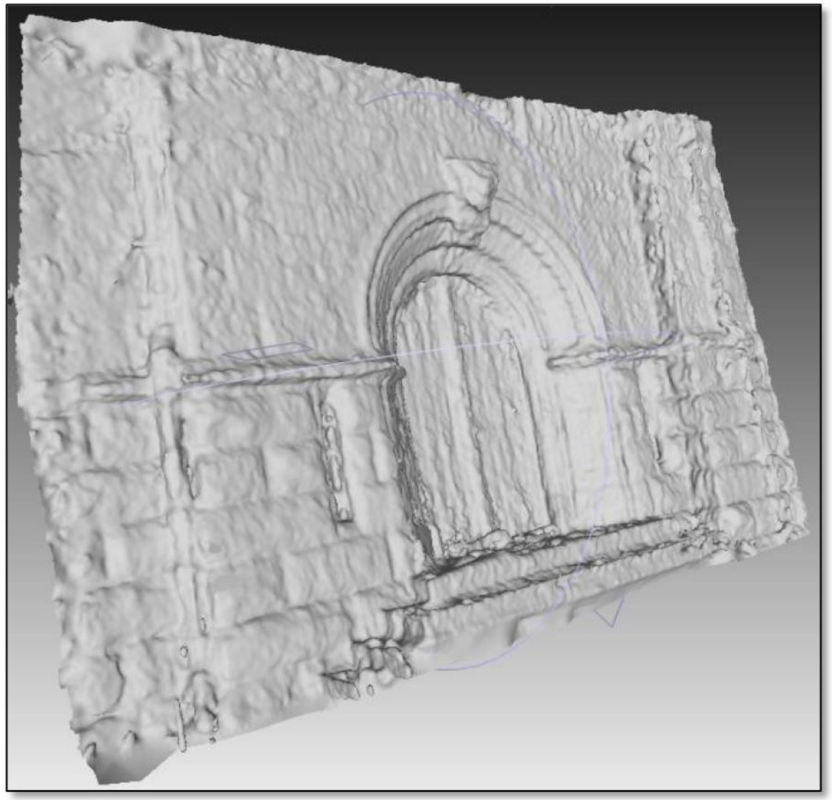
Příklad



Příklad



Příklad



Příklad