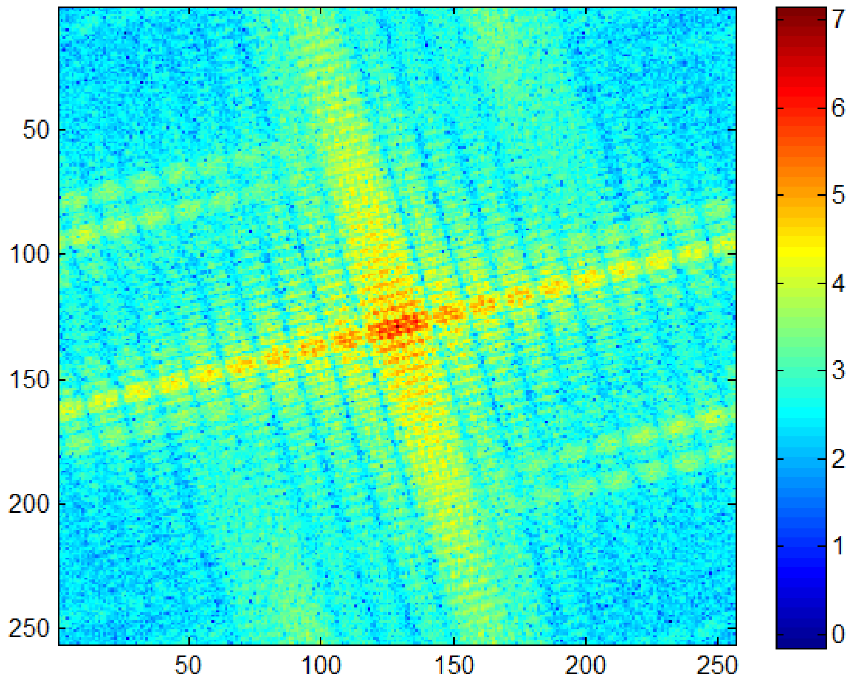
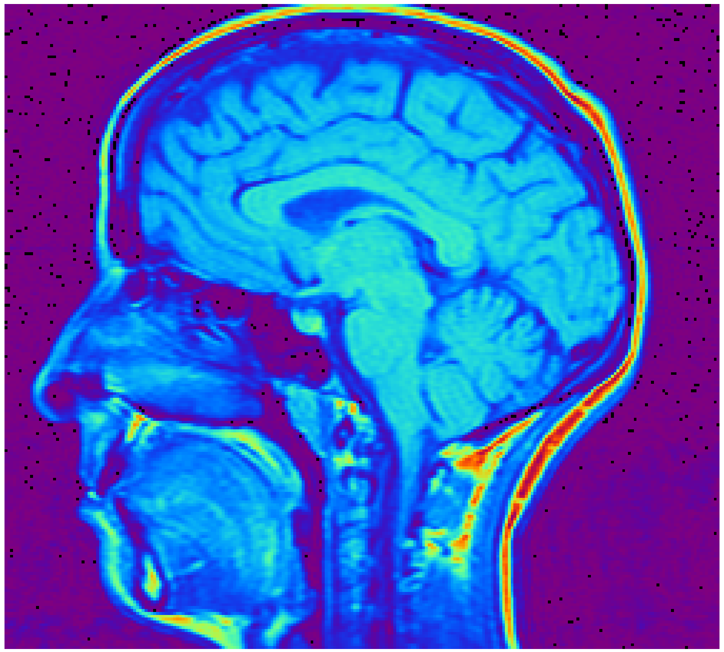
# Transformace hodnot jasu a 2D LDT

**doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.**



# TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **1. Jasové korekce** >>> jas v bodě výstupního závisí na jasu bodu ve vstupním obrazu

- zdroj poruch >>> vinětace - světlo procházející dále od optické osy je více zeslabováno
  >>> snímací prvek nemusí být citlivý ve všech bodech
  >>> nadměrné osvětlení scény
  >>> prachové částice na optice a na snímacím prvku

- deterministické poruchy >>> jasové korekce
  zkreslený obraz:

$$f(x,y) = e(x,y).g(x,y)$$

e(x, y) … porucha (multiplikativní koeficient)
g(x, y) … původní obraz

$$\boxed{g(x,y) = \frac{f(x,y)}{e(x,y)} = \frac{c.f(x,y)}{f_c(x,y)}}$$

c … konst. jas (etalon), fc(x, y)… etalon. šedý obr.

# TRANSFORMACE HODNOT JASU

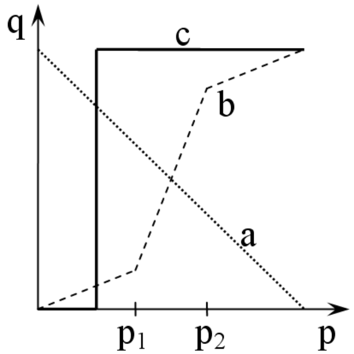
g(x, y)

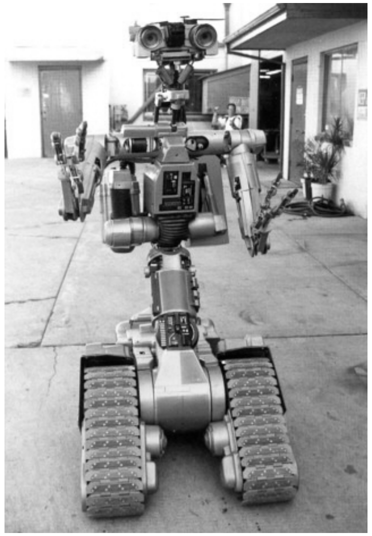
fc(x, y)

f(x, y)

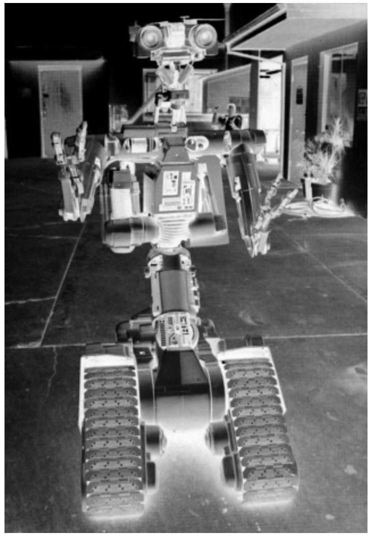
# TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **2. Transformace jasové stupnice** >>> nezávisí na poloze v obraze, stejná pro všechny pixely v obraze výchozí stupnice jasu $p=<p_0, p_k>$, nová stupnice jasu $q=<q_0, q_k>$, $q = T(p)$
- obvyklé transformace:

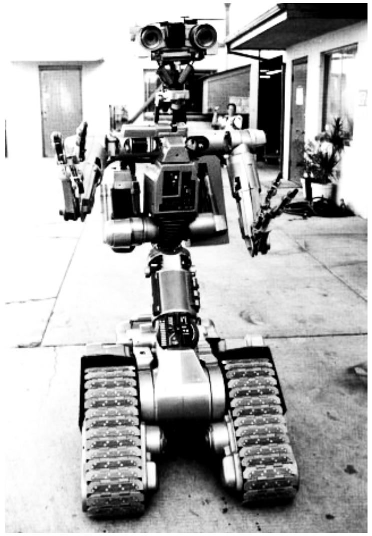


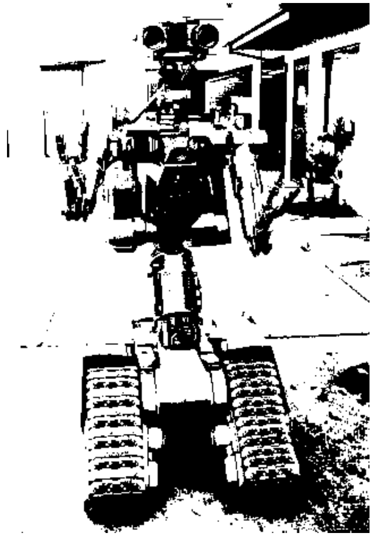
originál



a) negace



b) zvýraznění jasů



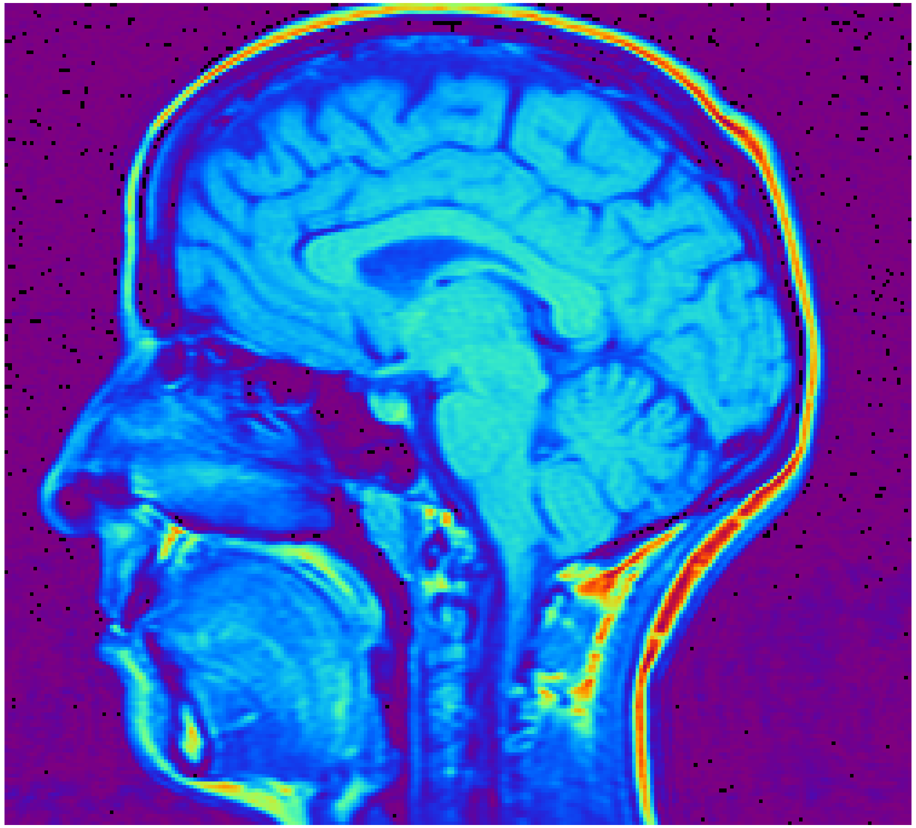
c) segmentace

# TRANSFORMACE HODNOT JASU

**paletové obrazy** – 16 barev

# TRANSFORMACE HODNOT JASU

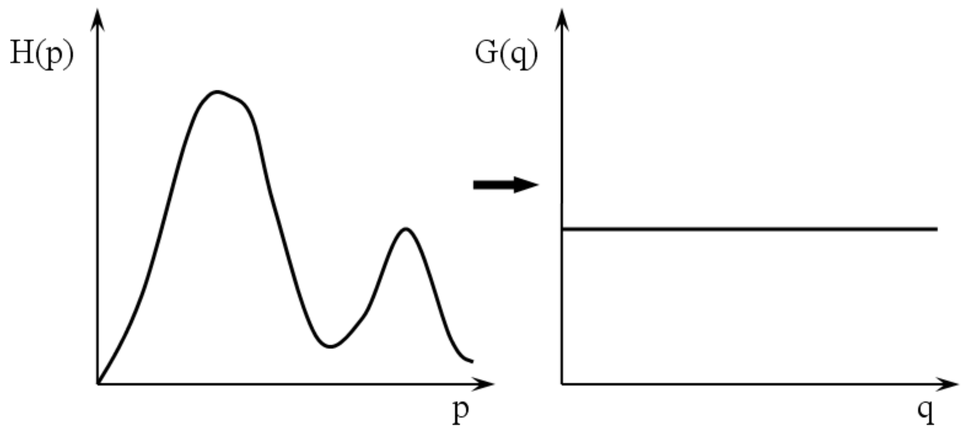
**pseudobarevné obrazy** >>> výchozí monochromatický obraz >>> jasům jsou přiřazeny barvy >>> lidské oko je více citlivé na změnu barvy než na změnu jasu, člověk rozliší více "jasových" detailů



# TRANSFORMACE HODNOT JASU

- **Ekvalizace (vyrovnání) histogramu** >>> zvýšení kontrastu blízko maxim histogramu, snížení kontrastu blízko minim histogramu, ideál všechny jasy zastoupeny v histogramu stejně četně

výsledný histogram: $\sum_{i=0}^{k} G(q_i) = \sum_{i=0}^{k} H(p_i)$



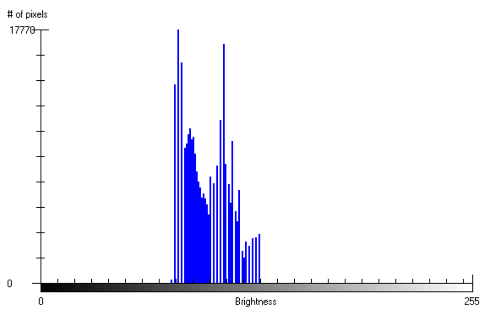

ekvalizovaný histogram G(q) odpovídá rovnoměrnému rozdělení f (hustota P je konstantní), obraz má rozměr NxN, ideální ekvalizace - pro spojitý signál

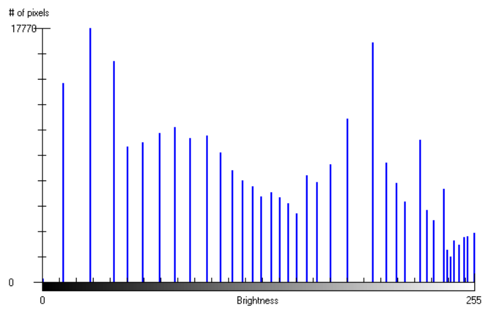
$$f = \frac{N^2}{q_k - q_0} \qquad N^2 \int_{q_0}^{q} \frac{1}{q_k - q_0}\, ds = \frac{N^2 (q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{p_0}^{p} H(s)\, ds$$

# TRANSFORMACE HODNOT JASU

- Kumulativní histogram, hledaná transformace jasové stupnice:

$$q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{p_0}^{p} H(s)\, ds + q_0$$ diskrétní aproximace $$\boxed{q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=p_0}^{p} H(i) + q_0}$$



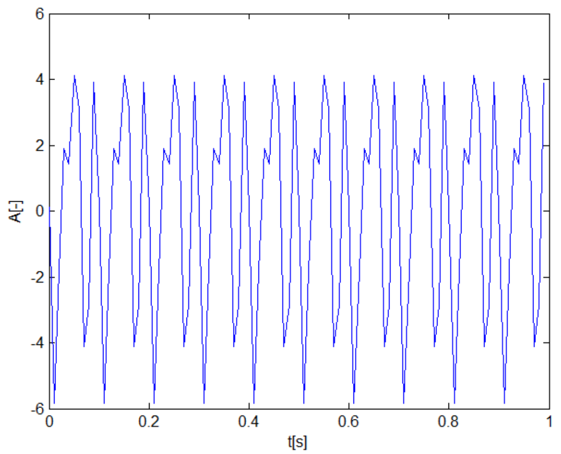



- **Fourierova transformace 1D (1)**
- Diskrétní Fourierova transformace 1D DFT, (inverzní) IDFT

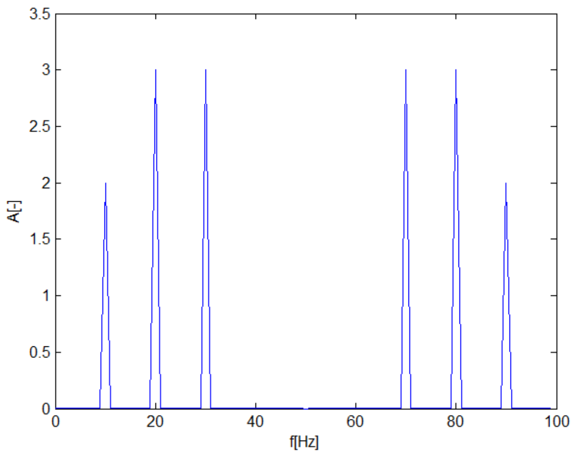
$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp\left(\frac{-2\pi i n k}{N}\right) \qquad x_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp\left(\frac{2\pi i n k}{N}\right)$$

- Fs = 100 Hz, t = 1s

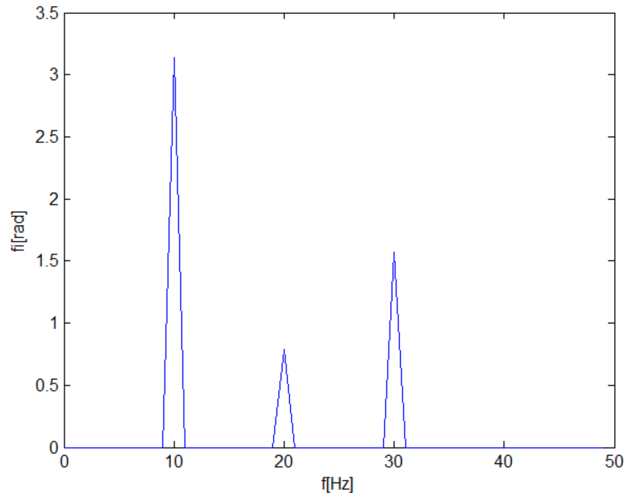
a = 2 * cos(2*π*10*t + π) + 3 * cos(2*π*20*t + π/4) + 3 * cos(2*π*30*t + π/2)




signál



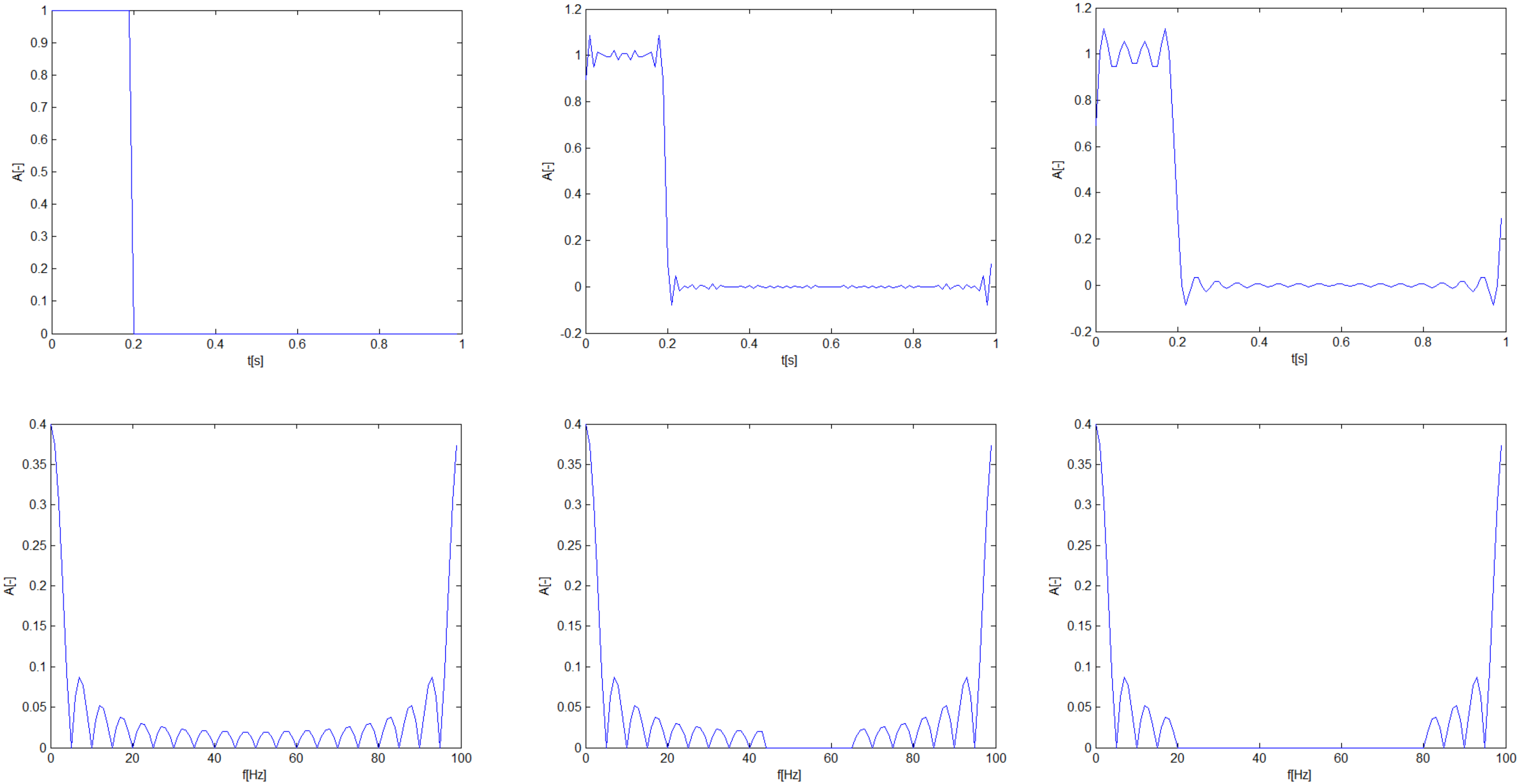

amplitudové spektrum




fázové spektrum

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

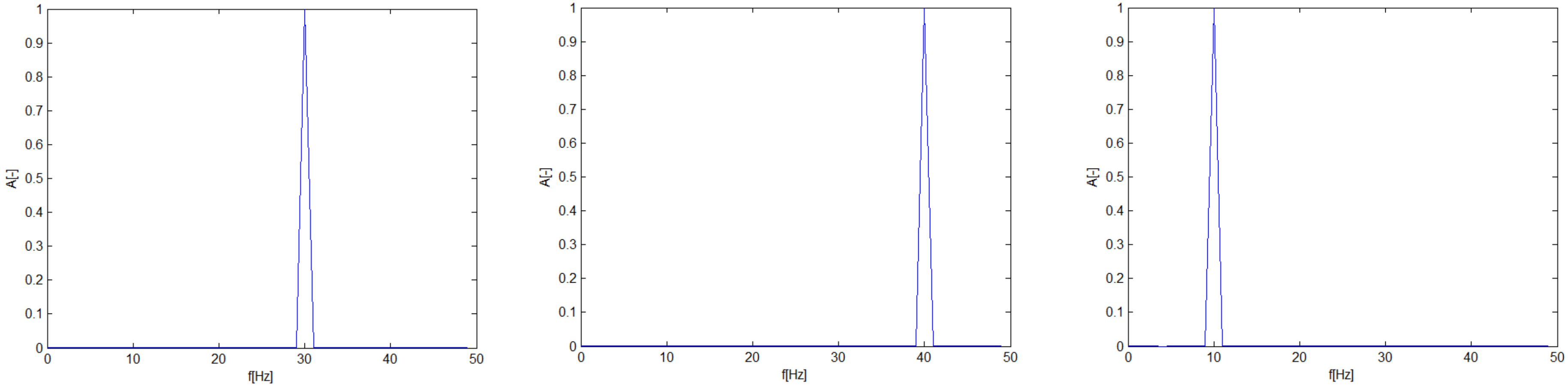
- **Fourierova transformace 1D (2)**
- rekonstrukce



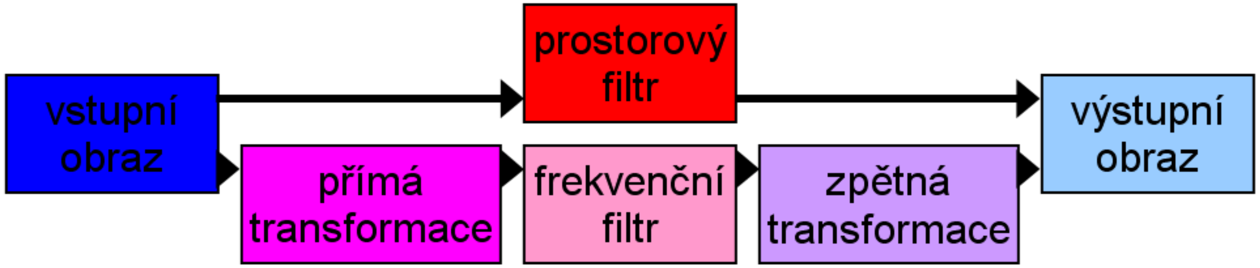
# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Fourierova transformace 1D (3)**
- Podvzorkování

- Fs = 100 Hz, t = 1s
  a = 2 * cos(2*π*f*t + π), f1 = 30Hz, f2 = 60Hz, f3 = 110Hz



# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE




- **Filtrace v prostorové oblasti** (1D v časové oblasti) >>> lineární kombinace vstupního obrazu s koeficienty filtru (často jako lokální filtry), využití konvoluce

- **Filtrace ve frekvenční oblasti** >>> převedení obrazu lineární integrální transformací do "frekvenční reprezentace" >>> filtrace >>> výsledek filtrace se inverzní lineární integrální transformací převede opět na obraz

- Obraz f, rozměry M x N

$$f = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- Výsledný obraz F, rozměry M x N, P a Q transformační matice rozměru M x M (N x N)

  $F = PfQ, \quad F(u,v) = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} P(u,m) f(m,n) Q(n,v)$ u = 0, 1, …, M - 1; v = 0, 1, …, N – 1

- pokud P a Q jsou regulární (det ≠ 0) existuje $P^{-1}$ a $Q^{-1}$, inverzní transformace:

  $f = P^{-1}FQ^{-1}$

- matice M, transponovaná matice $M^T$, komplexní matice C, C* každý prvek matice je nahrazen komplexně sdruženým prvkem (1 + 2i >>> 1 - 2i)

  1) $M = M^T$, M je symetrická matice
  2) $M^TM = E$ (jednotková matice), M je ortogonální matice
  3) $M^{-1} = M$, platí pro reálnou, symetrickou a ortogonální matici
  4) $C^{*T} = C$, C je hermitovská matice
  5) $C^{*T}C = E$, C je unitární matice
  6) $C^{-1} = C$, platí pro čtvercovou, komplexní, unitární a hermitovskou matici

- ortogonální transformace >>> P a Q jsou reálné, symetrické a ortogonální (komplexní, unitární a hermitovské) matice

  $F = PfQ \qquad f = PFQ$

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Fourierova transformace**

$$\Phi_{JJ}(k,l) = \frac{1}{J}\exp\left(-i\frac{2\pi}{J}kl\right) \qquad k,\, l = 0,\, 1,\, \ldots,\, J-1$$

- Diskrétní Fourierova transformace 2D DFT, P = $\Phi_{MM}$, Q = $\Phi_{NN}$

$$F = \Phi_{MM} f \, \Phi_{NN}$$

$$F(u,v) = \frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\exp\left[-2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)\right] \qquad u = 0,\, 1,\, \ldots,\, M-1;\; v = 0,\, 1,\, \ldots,\, N-1$$

$$F(u,v) = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\exp\left(\frac{-2\pi i n v}{N}\right)\right]\exp\left(\frac{-2\pi i m u}{M}\right)$$

- Inverzní diskrétní Fourierova transformace 2D IDFT

$$\Phi_{JJ}^{-1}(k,l) = \frac{1}{J}\exp\left(i\frac{2\pi}{J}kl\right)$$

$$f(m,n) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\exp\left[2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)\right]$$

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Fourierova transformace**

- Periodická transformace F, periodický obraz f; a, b … celá čísla

$$F(u,-v) = F(u,N-v) \qquad f(-m,n) = f(M-m,n)$$

$$F(-u,v) = F(M-u,v) \qquad f(m,-n) = f(m,N-n)$$

$$F(aM+u,bN+v) = F(u,v) \qquad f(aM+m,bN+n) = f(m,n)$$

*f(m, n)* lineární kombinace periodických vzorků $2\pi i\left(\frac{mu}{M}+\frac{nv}{N}\right)$

*F(u, v)* váhová funkce

$$F(u,v) = \mathrm{Re}(u,v) + i\,\mathrm{Im}(u,v)$$

$$|F(u,v)| = \sqrt{\mathrm{Re}^2(u,v) + \mathrm{Im}^2(u,v)}$$

amplitudové frekvenční spektrum

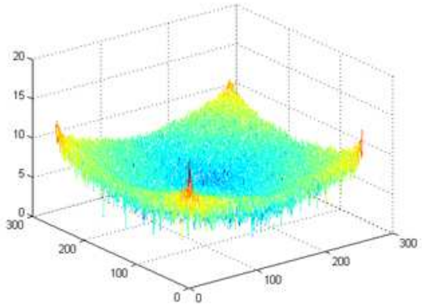
$$\Phi(u,v) = \tan^{-1}\left[\frac{\mathrm{Im}(u,v)}{\mathrm{Re}(u,v)}\right]$$

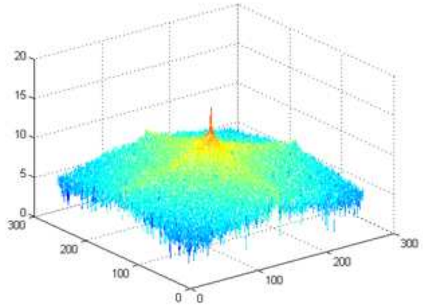
fázové spektrum

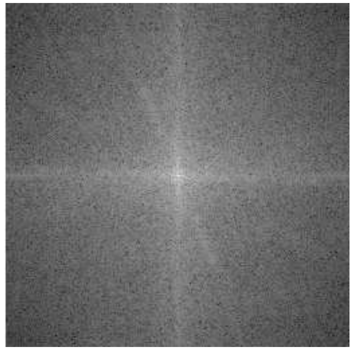
$$P(u,v) = |F(u,v)|^2 = \mathrm{Re}^2(u,v) + \mathrm{Im}^2(u,v)$$

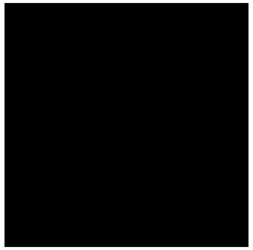
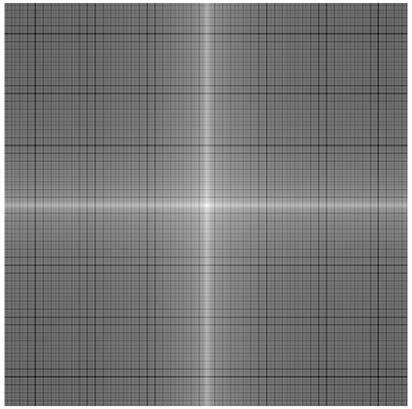
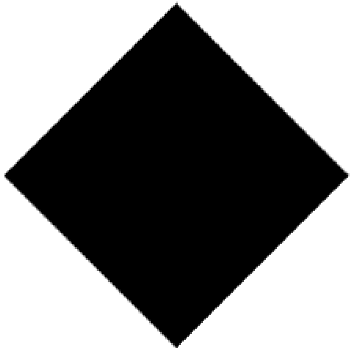
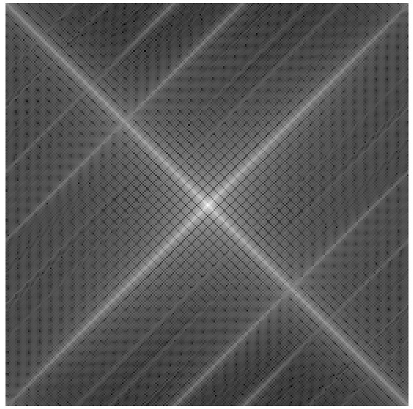
výkonové spektrum
(výkonová spektrální hustota)

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

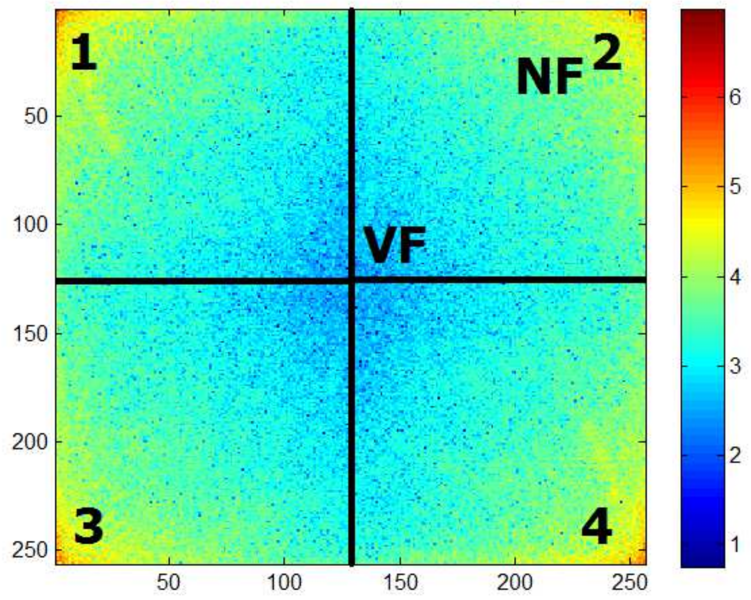


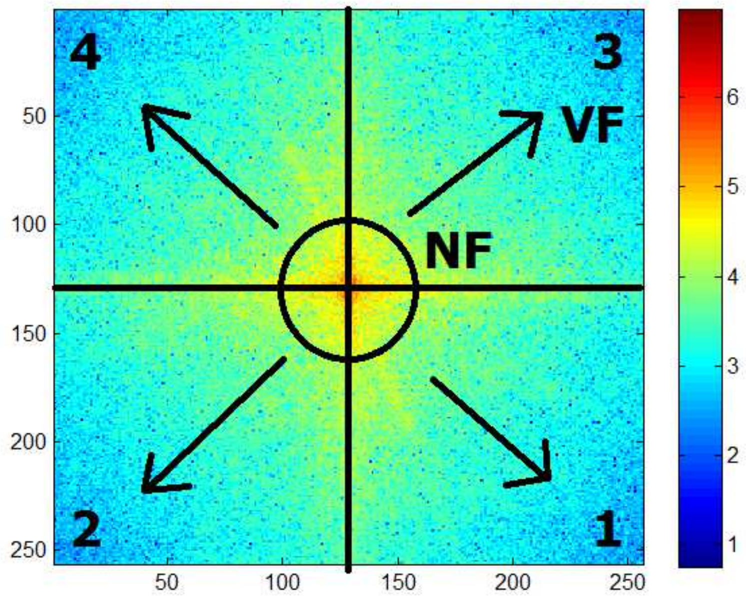


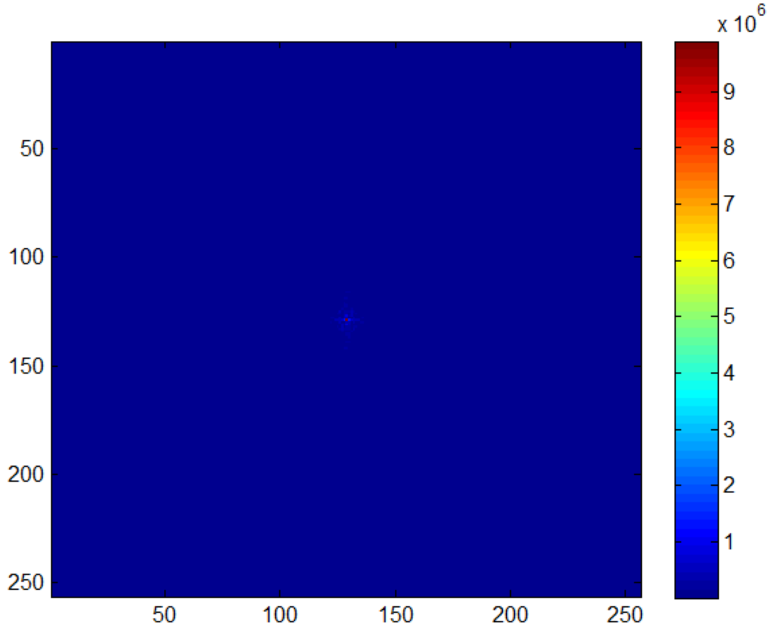
- Obraz >>> 1 perioda 2D periodické funkce, nespojitost na okraji obrazu (nenávaznost), nespojitosti – centrální kříž, druhý kříž natočen – převažující směr jasových úrovní v obrazu (gradient obrazové funkce), svislé směry kříže odpovídají vodorovným hranám a naopak
- Rozklad signálu na kombinaci bázových periodických ortogonálních harmonických signálů

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

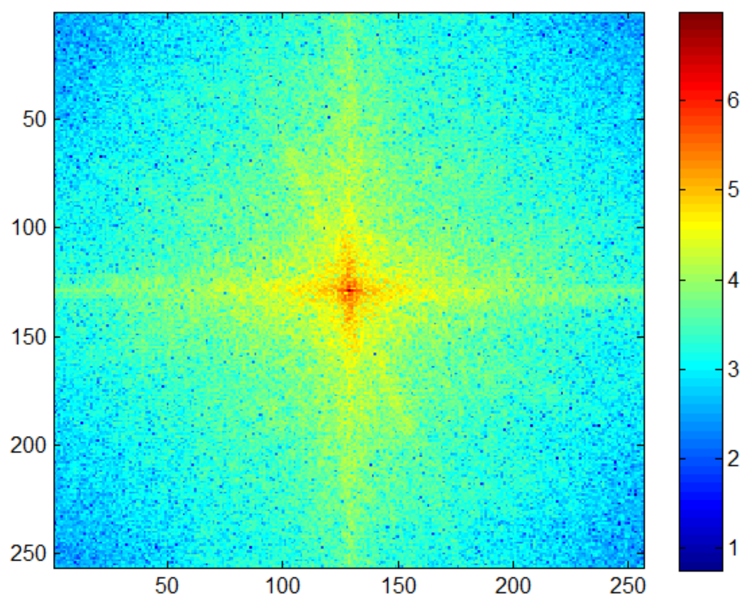


# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

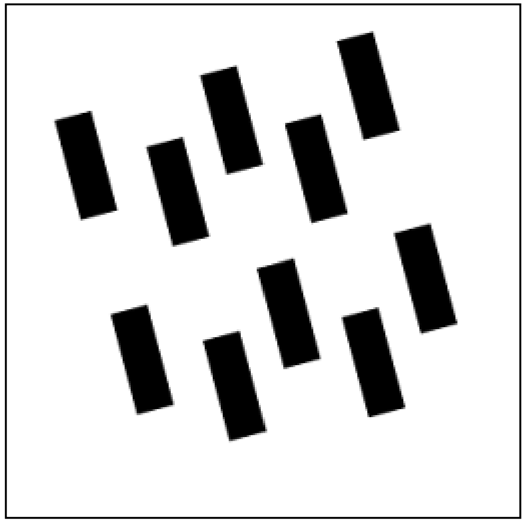


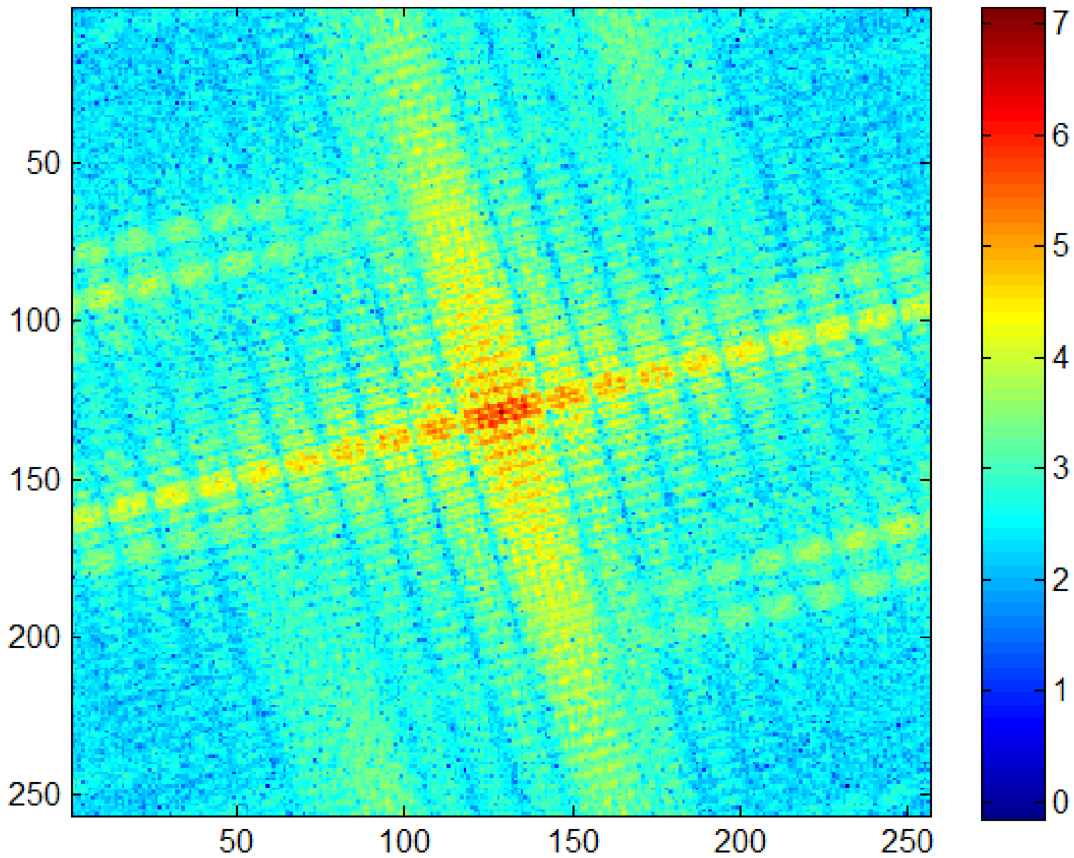

abs(fft(x))

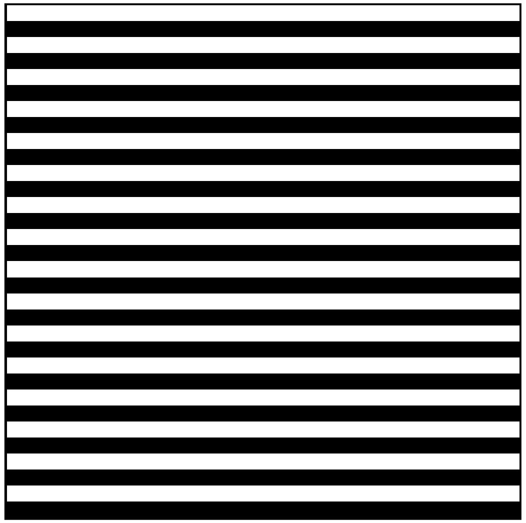



log(abs(fft(x)))

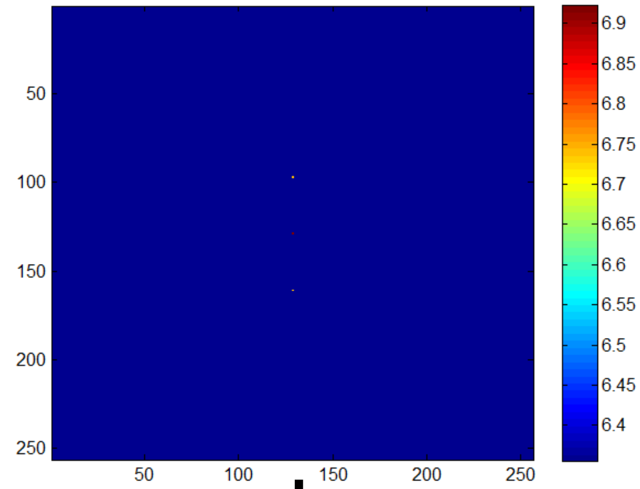
# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



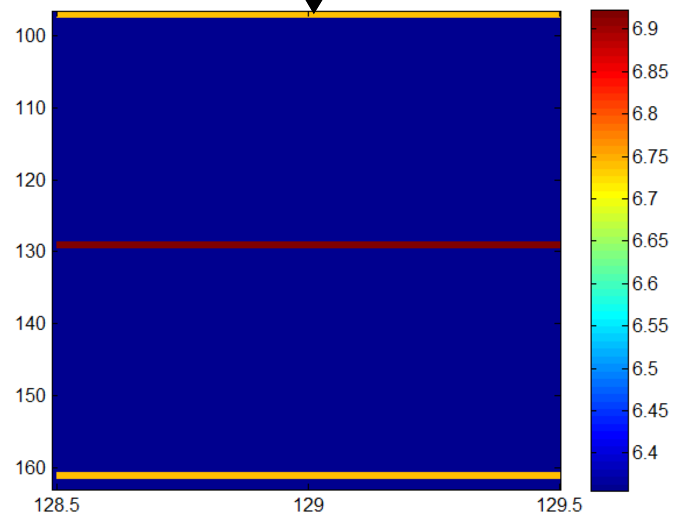




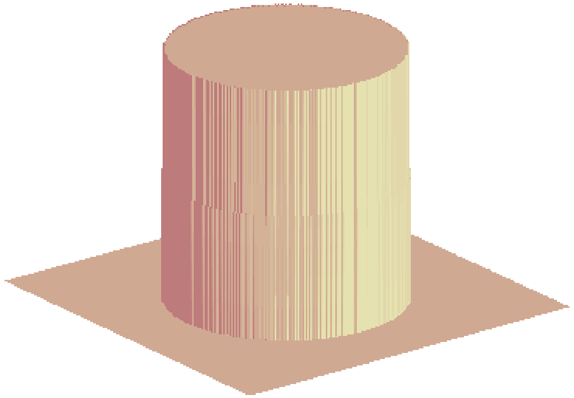
256x256



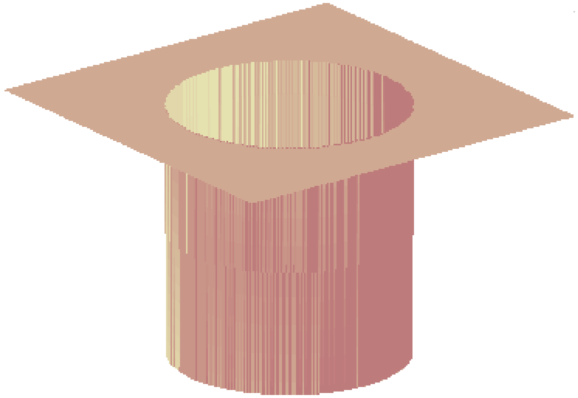

ZOOM



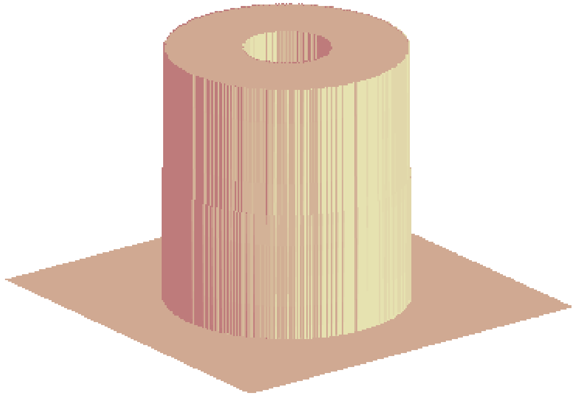
# 2D filtrace ve frekvenční oblasti



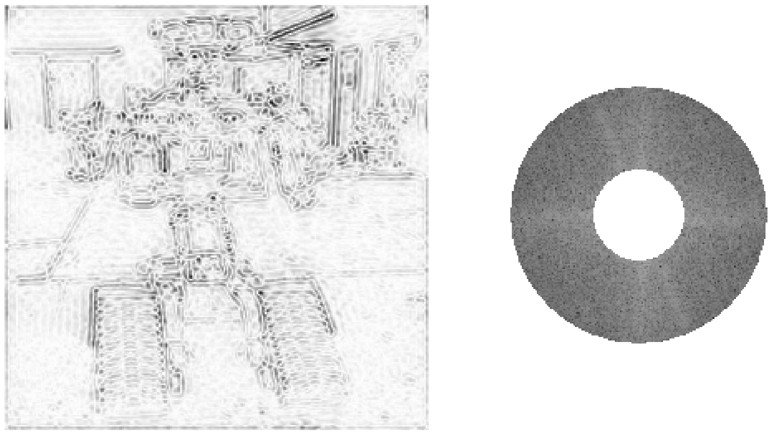
dolní propust



horní propust

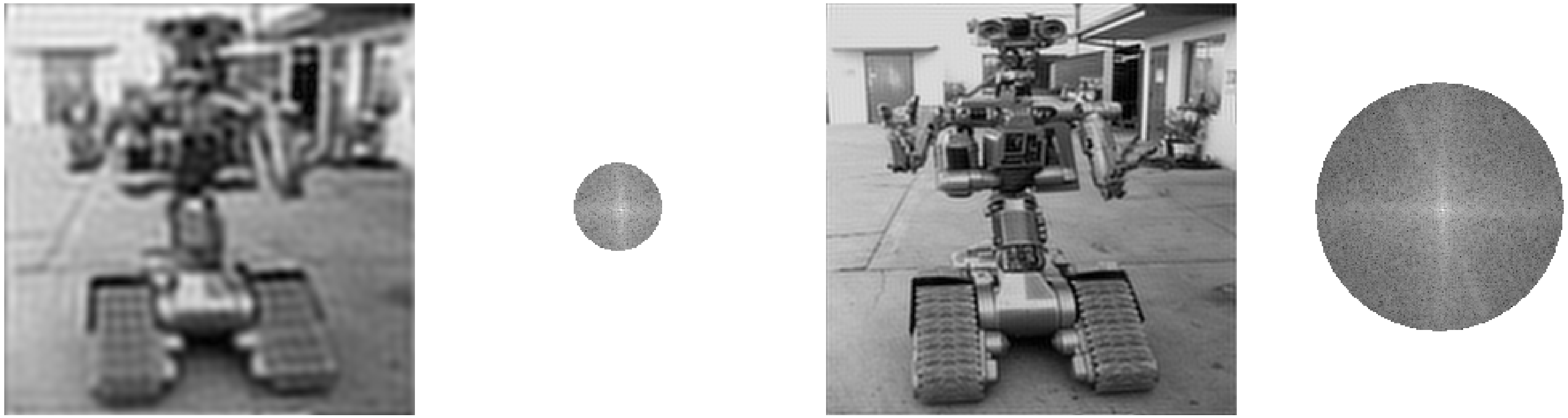


pásmová propust

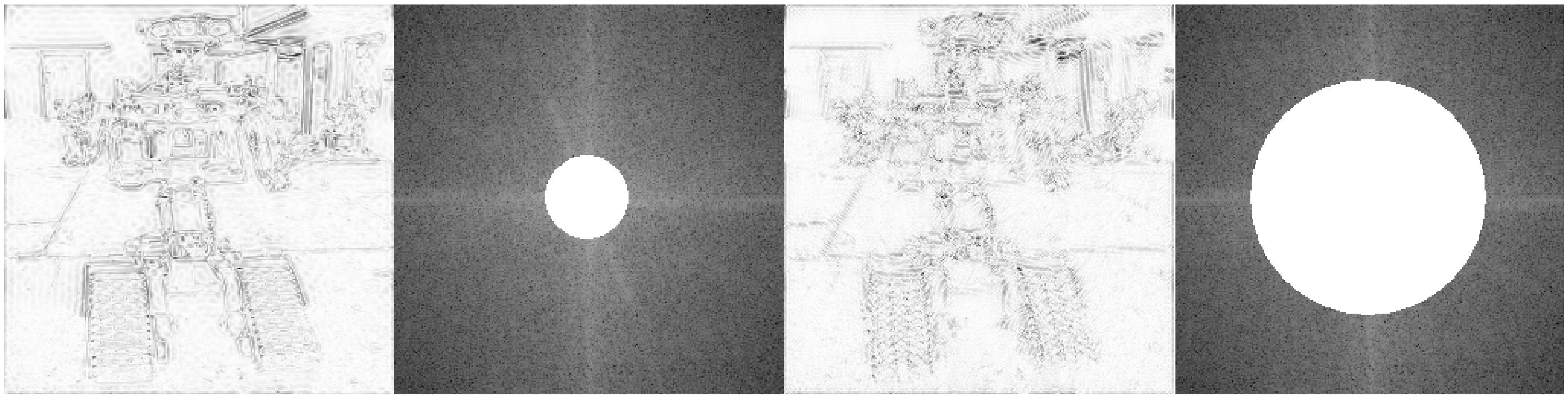


**pásmová propust**

# 2D filtrace ve frekvenční oblasti



dolní propust



horní propust

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Konvoluce** >>> obrazu s lineárním filtrem >>> filtrace

$$x(m,n) * y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v).Y(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\, h(a-m, b-n)$$

$$G(u,v) = F(u,v)\, H(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\, H(u,v) \exp\left[2\pi i \left(\frac{au}{M} + \frac{bv}{N}\right)\right]$$

- **Korelace**

$$x(m,n) ** y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v).Y(u,v)^*$$

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Hadamardova transformace**
- Rozklad signálu na kombinaci bázových periodických ortogonálních harmonických signálů
- Reálné bázové (Walshovy) funkce >>> pravoúhlé průběhy, hodnoty ± 1, rekurzivní postup při vytváření, uspořádání podle počtu průchodu nulovou úrovní (sinusovky dle frekvence)

$$H_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ řád } 2^k \quad H_{2J2J} = \begin{bmatrix} H_{JJ} & H_{JJ} \\ H_{JJ} & -H_{JJ} \end{bmatrix} \qquad H_{JJ}^{-1} = \frac{1}{J} H_{JJ}$$

- Hadamardova transformace:

$$F = H_{MM} f \, H_{NN}$$

$$f = \frac{1}{MN} H_{MM} \, F \, H_{NN}$$

- Použití obdobné jako u FT, jiná interpretace výsledků, snadné hardwarové řešení

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Diskrétní kosinová transformace**

- *čtyři definice DCT-I, DCT-II, DCT-III, DCT-IV; DCT-II: bázové funkce >>> vzorkované kosinusovky, obraz rozměru NxN, pro JPEG kompresi, výpočet pomocí 2N - FFT*

$$C_{NN}(k,l) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}} & pro\ l = 0 \\ \sqrt{\dfrac{2}{N}\cos\left(\dfrac{(2k+1)l\pi}{2N}\right)} & proostatní\ k,l \end{cases}$$

$$F = C_{MM} f\, C_{NN}^T \qquad f = C_{NN}^T F\, C_{NN} \qquad u = 0,\ 1,\ ...,\ N\text{-}1,\ v = 0,\ 1,\ ...,\ N\text{-}1$$

$$F(u,v) = \frac{2c(u)c(v)}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) \cos\left(\frac{2m+1}{2N} u\pi\right) \cos\left(\frac{2n+1}{2N} v\pi\right)$$

$$c(k) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}} & pro\ k = 0 \\ 1 & jinde \end{cases}$$

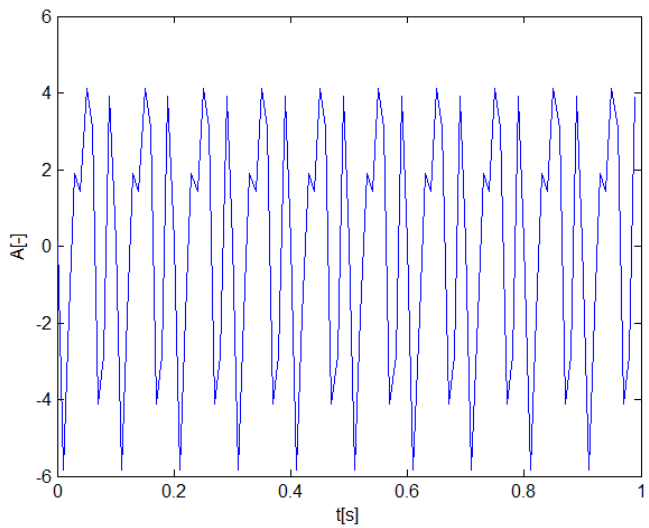
# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

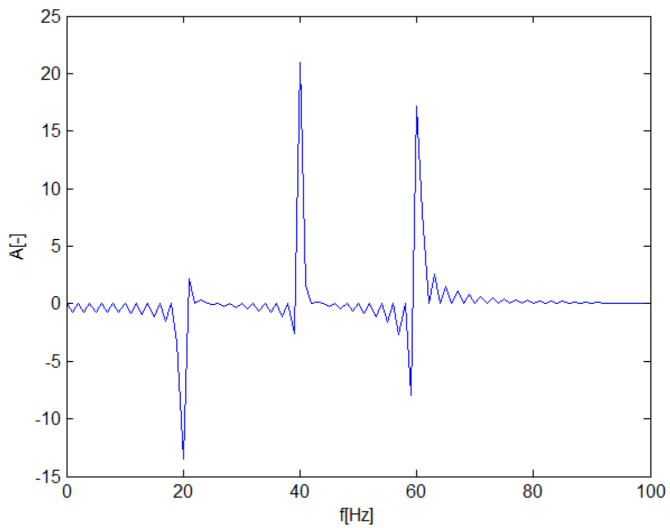
- **Diskrétní kosinová transformace 1D (1)**

- *čtyři definice DCT-I, DCT-II, DCT-III, DCT-IV; DCT-II: bázové funkce >>> vzorkované kosinusovky*

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left[\frac{\pi}{N}\left(n+\frac{1}{2}\right)k\right] \qquad x_n = \frac{2}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos\left[\frac{\pi}{N}\left(n+\frac{1}{2}\right)k\right]$$

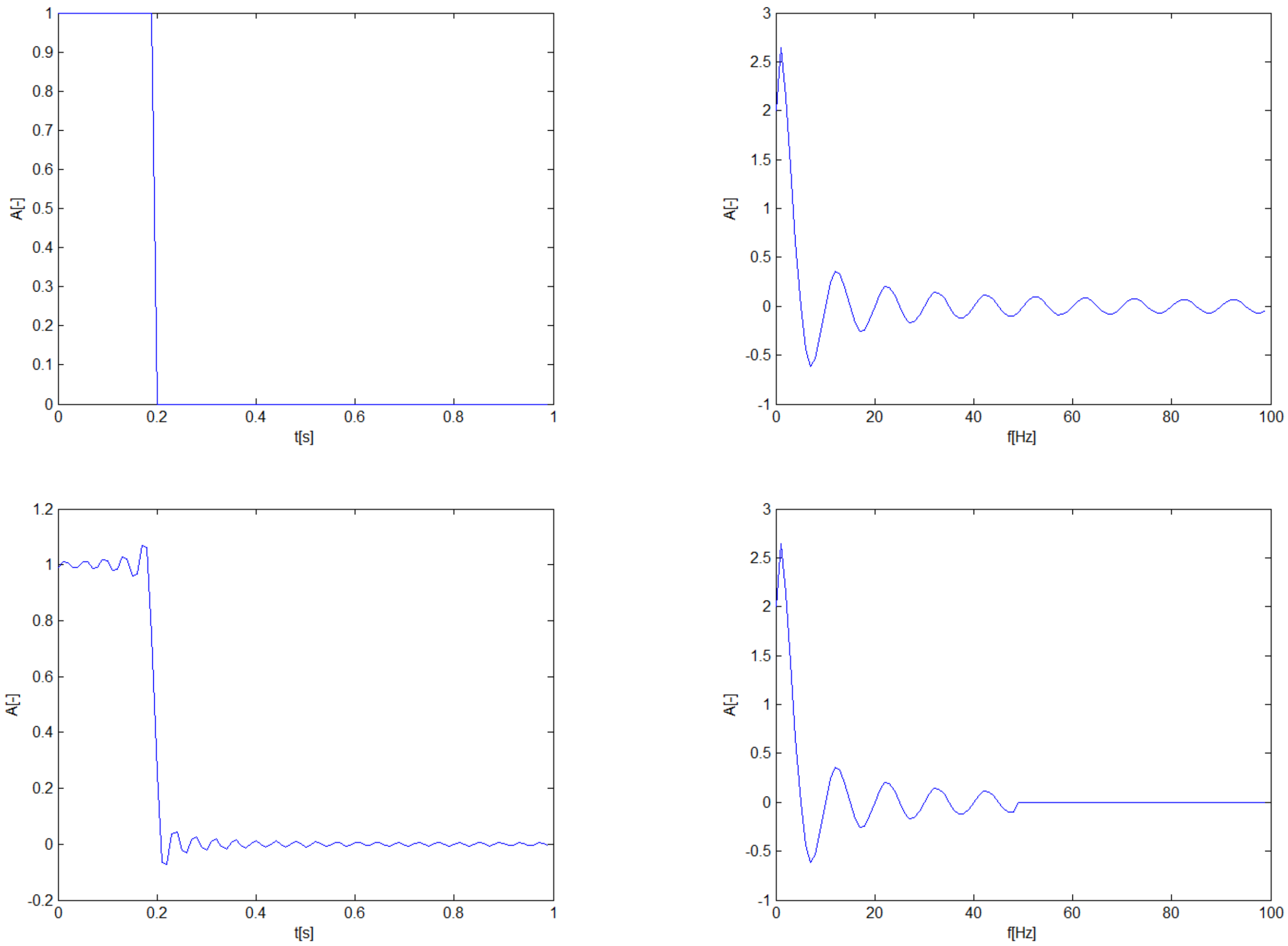
*DCT-II* *IDCT*



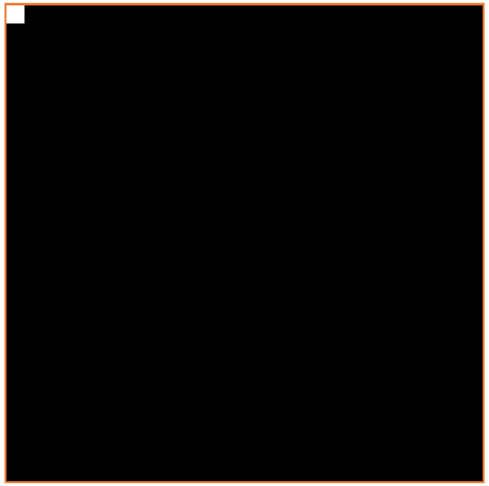
# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Diskrétní kosinová transformace 1D (2)**
- *rekonstrukce*

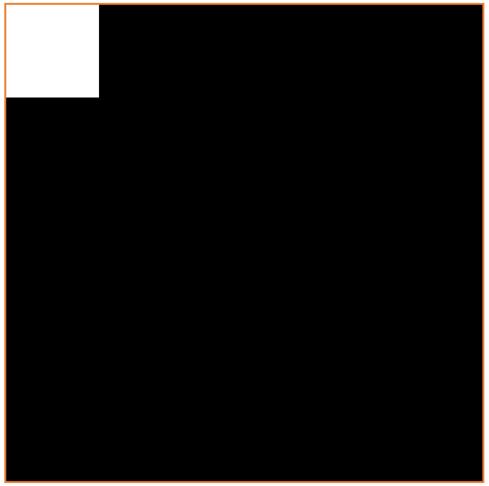


- **Diskrétní kosinová transformace 2D (2)**

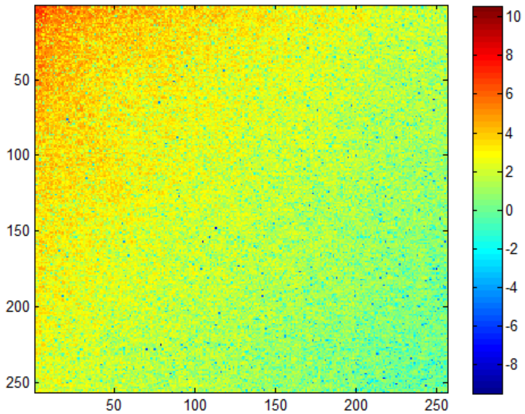
obrázek



maska 10x10



maska 50x50




2D DCT

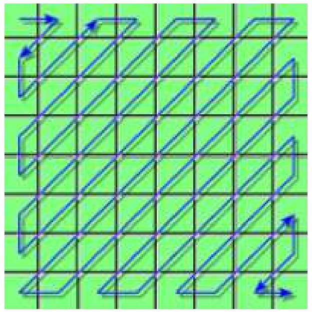
rekonstrukce

# GRAFICKÉ FORMÁTY ULOŽENÍ OBRAZU

- **JPG** (JPEG, přesněji JFIF) od: Joint Photography Experts Group, ukládání fotografií, hlavní formát pro prezentaci fotografií na webu, digitální fotoaparáty, ztrátový formát založený na diskrétní kosinové transformaci >>> malé čtverečky o rozměrech 8x8 pixelů (rychlost), velká komprese >>> viditelné artefakty tvaru čtverečků, kontury místo plynulých přechodů barev, vzorečky v oblastech s drobnou texturou, „duchové“ kolem hran; náhled z nízkých frekvencí

- **Postup JPG komprese:**

1) Převod do barevného prostoru YCbCr
2) Převzorkování (4:4:4, 4:2:2, 4:2:0)
   odstranění části barevné informace
3) Rozdělení obrázku do makrobloků 8x8
4) Výpočet DCT: Diskrétní kosinová transformace
5) Kvantizace pomocí kvantizační tabulky
   zahození části informace – vysoké frekvence
6) Linearizace (zig-zag)
7) RLE kódování
8) Huffmanovo nebo aritmetické kódování



# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

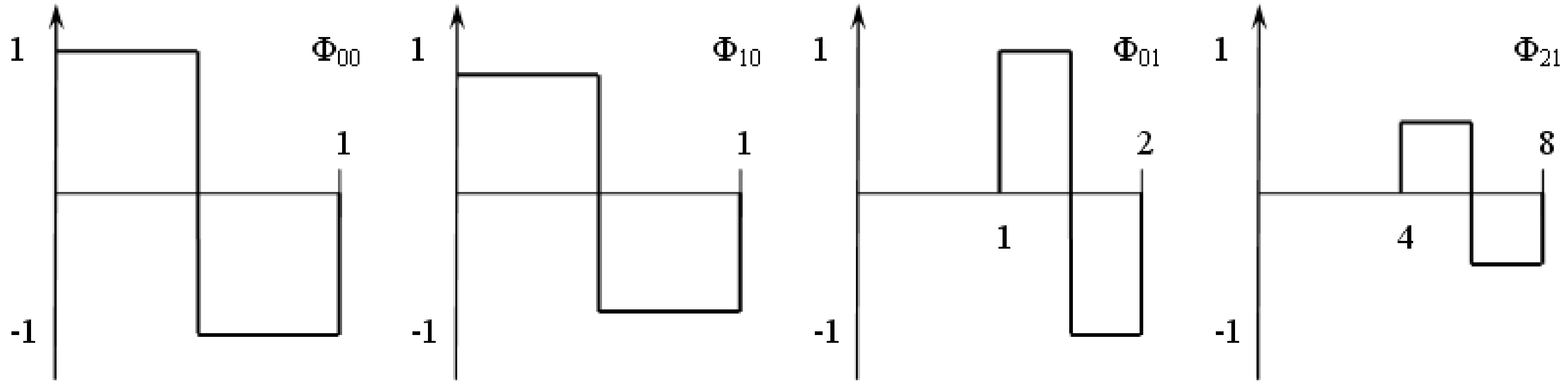
- **Vlnková transformace**
- Rozložení signálů na jednodušší kombinace pomocí bázových funkcí >>> vlnky (wavelets)
- Fourierovské spektrum >>> z hlediska frekvence, umístění v prostoru x, y?
- U 1D signálů nemožnost určení frekvence v čase >>> použití okénka
- Vlnky lze lokalizovat jak ve frekvenci, tak v čase (prostoru), lepší analýza v různých měřítkách
- Popis špiček a nespojitostí je u vlnek úspornější než u FS
- Mateční funkce:

  $$\Phi_{(s,l)}(x) = 2^{-(s/2)}\Phi\left(2^{-s}x - l\right)$$

  s ... šířka vlny (mocnina 2), l ... celočíselný index určuje pozici v prostorové oblasti
- Ortogonalita (nemusí být zajištěna): $\int \Phi_{(s1,l1)}(x)\Phi_{(s2,l2)}(x) = 0$ s1 ≠ s2 nebo l1 ≠ l2

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Vlnková transformace**




- Další mateční funkce >>> Mayerovy, Ingrid Daubechiesové (wavelets)
- Použití >>> komprese dat, potlačování šumu (malé detaily nejsou rozmazány), popis obrysu objektů

# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

- **Další transformace**
- Paleyova, Walshova transformace podobné jako Hadamardova transformace, hodnoty ± 1
- Haarova transformace >>> nesymetrické matice s prvky ± 1 násobené $\sqrt{2}$ a 0
- Hadamardova - Haarova transformace >>> kombinace
- Slant (šikmý) - Haarova transformace >>> bázové funkce >>> pilovité průběhy
- Rekonstrukce 2D signálu z 1D projekcí (tomografie, astronomie, holografie) >>> Radonovy t.
- Houghova transformace >>> segmentace obrazu >>> hledání parametricky popsaných objektů, zvláštní případ Radonovy transformace
- Karhunen – Loeveova transformace >>> použití vlastních vektorů jako bázových vektorů pro ortogonální rozklad kovarianční matice příslušného lineárního prostoru, A. Ř. >>> převod matice do Jordanova kanonického tvaru (metoda hlavních směrů), rozpoznávání >>> měření informativnosti příznaků