



PLANO DE ENSINO ESTENDIDO

1. Dados de Identificação da Disciplina:

Disciplina:	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS 2	Código:	PPGMAT3348
Carga Horária:	75h	Semestre:	2/2023
Horário:	356M12	Curso:	Mest. Matemática - Turma T01
Professora:	Mayra Soares Costa Rodrigues	Email:	mayra.soares@unb.br

2. Ementa

Funções Harmônicas. O problema de Poisson. O Potencial Newtoniano. Funções Hölder Contínuas. A Função de Green. Operadores Lineares de 2º Ordem. Princípios de Máximo. Lema de Hopf. O Método da Continuação. Espaços de Hölder. O Teorema de Existência de Schauder. Espaços de Sobolev. Gagliardo-Nirenberg-Sobolev. A Desigualdade de Poincaré. O Teorema do Traço e o Teorema de Extensão. A Desigualdade de Morey. O Teorema de Rellich-Kondrakov. Soluções Fracas para Equações Lineares de 2º Ordem. O Teorema de Lax-Milgram. Alternativa de Fredholm. Espectro de $-\Delta$. Regularidade de Soluções. O Teorema de Brezis-Kato.

3. Programa

- Funções Harmônicas:** A Propriedade da Média, Regularidade, O Princípio do Máximo.
- O problema de Poisson:** A Solução Fundamental e O Potencial Newtoniano, Funções Hölder Contínuas, A Solução do Problema de Perron, A Função de Green.
- Operadores Lineares de 2º Ordem:** Princípios de Máximo, Lema de Hopf, Alguns Resultados Abstratos, O Método da Continuação, Espaços de Hölder, Imersões Contínuas e Compactas, O Teorema de Existência de Schauder.
- Espaços de Sobolev** Derivadas Fracas, Definições, Aproximação por Funções Suaves, Imersões dos Espaços $W^{k,p}$, Gagliardo-Nirenberg-Sobolev. A Desigualdade de Poincaré, O Teorema do Traço e o Teorema de Extensão, A Desigualdade de Morey, O Teorema de Rellich-Kondrakov.
- Soluções Fracas para Equações Lineares de 2º Ordem:** Existência de Solução, O Teorema de Lax-Milgram, Alternativa de Fredholm, Os Autovalores de L , O Espectro de $-\Delta$ Regularidade de Soluções, O Teorema de Brezis-Kato.

4. Cronograma

Módulo I - De 29/08/23 até 17/10/23

29/08/23 A Propriedade da Média
31/08/23 Regularidade
01/09/23 O Princípio do Máximo
05/09/23 A Solução Fundamental
08/09/23 FACULTATIVO - Independência do Brasil
12/09/23 WNDE
14/09/23 WNDE
15/09/23 WNDE
19/09/23 Funções Holder Contínuas
21/09/23 O Problema de Perron

22/09/23 A Função de Green
26/09/23 Princípios do Máximo I
28/09/23 Princípios do Máximo II
29/09/23 Lema de Hopf
03/10/23 Resultados Abstratos
05/10/23 O Método da Continuação
06/10/23 Espaços de Hölder, Imersões Contínuas e Compactas
10/10/23 O Teorema de Existência de Schauder
13/10/23 PONTO FACULTATIVO - Nossa Senhora Aparecida

Módulo II - De 19/10/23 até 21/12/23

17/10/23 Motivação
19/10/23 Derivadas Fracas
20/10/23 **PROVA 1**
24/10/23 Espaços de Sobolev
26/10/23 Aproximação por Funções Suaves
27/10/23 Imersões dos Espaços de Sobolev, Gagliardo-Nirenberg-Sobolev
31/10/23 Imersões dos Espaços de Sobolev, A Desigualdade de Poincaré
03/11/23 FACULTATIVO - Finados
07/11/23 Imersões dos Espaços de Sobolev, Teorema de Extensão
09/11/23 ENAMA
10/11/23 ENAMA
14/11/23 Imersões dos Espaços de Sobolev, A Desigualdade de Morey
16/11/23 FACULTATIVO - Proclamação da República
17/11/23 FACULTATIVO - Proclamação da República
21/11/23 Imersões compactas de Sobolev, O Teorema de Rellich-Kondrakov
23/11/23 Existência de Solução
24/11/23 O Teorema de Lax-Milgram
28/11/23 Alternativa de Fredholm
30/11/23 Os Autovalores de L
01/12/23 O Espectro do Operador Laplaciano
05/12/23 Regularidade de Soluções
07/12/23 O Teorema de Brezis-Kato
08/12/23 Avaliações Orais I
12/12/23 Avaliações Orais II
14/12/23 Avaliações Orais III
15/12/23 **PROVA 2**
19/12/23 Revisão Final

Observação: Este cronograma poderá sofrer alterações durante o semestre. Um tópico poderá ser revisitado nas aulas seguintes ou ser antecipado ou postergado conforme a conveniência ou necessidade.

5. Objetivos Gerais

Desenvolver no estudante a capacidade de identificar Equações Diferenciais Parciais na sua formulação clássica e fraca, bem como conhecer suas propriedades, métodos de resolução, e espaços de funções onde devemos buscar soluções para essas equações.

6. Metodologia

- **Aulas Teóricas** para a exposição do conteúdo serão ministradas seguindo o cronograma acima. Em geral, as aulas serão realizadas na Sala B (AT - 427/10), no Térreo do Departamento de Matemática, entretanto, poderão ser síncronas ou assíncronas, utilizando-se de plataformas digitais online, caso seja necessário;
- **A Frequência** será controlada por uma **Lista de Presença** disponibilizada ao final de cada aula. É proibido assinar a lista de presença com suas iniciais ou com letras de forma;
- **Exercícios** correspondentes ao conteúdo de cada módulo serão designados a medida que o conteúdo for ministrado, os quais devem ser resolvidos a fim de nortear os estudos e a aprendizagem dos estudantes;
- **A Avaliação** dos conhecimentos obtidos, será por meio de duas provas e uma Avaliação oral. A **Prova P_i** , será ao final do **Módulo i** e correspondente ao conteúdo do mesmo. E a **Avaliação Oral** será ao final do curso para medir os conhecimentos adquiridos num âmbito geral. A cada avaliação será atribuída uma nota de zero a dez, intitulada N_i para Nota da Prova P_i , $i = 1, 2$ e N_3 para a Nota da Avaliação Oral;
- **Não Haverá Prova de Reposição.** Caso algum aluno esteja impossibilitado de realizar alguma das três avaliações deve comunicar imediatamente a professora e apresentar justificativa formal (atestado) para que seja avaliada sua situação separadamente;
- **Comunicações** referentes à disciplina através do SIGAA ou via *e-mail institucional*.

Observações

- O clima de silêncio, concentração e cooperação é absolutamente indispensável durante a aula;
- Não é permitido o uso de telefone celular em sala de aula;
- Não haverá aula nos dias de ponto facultativo, nem durante os eventos WNDE e ENAMA.

7. Avaliação

As PROVAS serão realizadas nas datas:

$$P_1 - 20/10/23 \quad \text{e} \quad P_2 - 15/12/23,$$

e a Avaliação ORAL ocorrerá a partir de 08/12/23.

Estas datas **poderão ser modificadas**, a critério da professora, de acordo com desenvolver das aulas.

Os alunos serão avisados através da plataforma SIGAA caso haja alguma alteração das datas.

Os alunos deverão comparecer às provas com **documento de identificação com foto**, que poderá ser exigido pela professora. A tolerância para comparecimento é de 20 minutos após o horário de início da aula.

A Nota Final **NF** do aluno será calculada pela **média ponderada** das notas N_1 , N_2 e N_3 , de acordo com a fórmula:

$$NF = \frac{2N_1 + 3N_2 + 3N_3}{8}, \text{ onde } N_i \text{ é a nota obtida na prova } P_i, \text{ para } i = 1, 2, 3.$$

As provas serão individuais e sem qualquer tipo de consulta.

É vedado o empréstimo de qualquer tipo de material entre os alunos, durante a realização das provas.

O controle do tempo de prova é responsabilidade do aluno que poderá portar um relógio, desde que não seja *Smartwatch*.

Os itens clareza, apresentação e formalização serão avaliados nas correções das questões das provas.

8. Bibliografia Básica

- [1] R. Adams, *Sobolev Spaces*, Academic Press, 1975.
- [2] H. Brézis, *Analise Functionelle*, Masson, Paris, 1983.
- [3] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Math. Soc. (1998).
- [4] D. G. de Figueiredo, *Equações Elípticas Não-Lineares*, IMPA 11o. CBM (1977)
- [5] D. Gilbarg, N. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order* Springer-Verlag, Berlin, 1977 (2a edição 1984).
- [6] Q. Han e F. Lin, *Elliptic Partial Differential Equations*, American Math. Soc.(1997)
- [7] E. Lieb e M. Loss, *Analysis*, 1a ed. Providence, Rhode Island : American Mathematical Society, 1997. (Graduate Studies in Mathematics, 14)
- [8] A. Ponce, *Métodos clássicos em Teoria do Potencial*, Publicações Matemáticas, IMPA, Rio de Janeiro, 2006.
- [9] M. Struwe, *Variational Methods - Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems*, Springer-Verlag (2008)
- [10] V. Iório, *EDP, Um Curso de Graduação*, Coleção Matemática Universitária, IMPA, Rio de Janeiro, 2018.
- [11] R. e V. Iório, *Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução*, Coleção Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2018.

09. Bibliografia Complementar

- [1] S. Agmon S., A. Douglis A., L. Nirenberg, *Estimates near the boundary for solutions of elliptic P. D. E. satisfying a general boundary value condition I*, Comm. Pure Appl. Math. **12** (1959), 623-727.
- [2] H. Brézis, T. Kato, *Remarks on the Schrödinger operator with singular complex potentials*, J. Math. Pures Appl. **58** (1979), 137-151.
- [3] O.D. Kellogg, *On the derivatives of harmonic functions on the boundary*, Trans. Amer. Math. Soc. **33** (1931), 486–510.
- [4] A. Kufner, O. John, S. Fucik, *Function spaces*, Ed. Acad., (1977)
- [5] N.G. Meyers e J. Serrin, *$H = W$* , Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **51** (1964), 1055–1056.
- [6] D. Mitrovic, D. Zubrinic, *Fundamentals of applied functional analysis: 91 - Distributions, Sobolev spaces, nonlinear elliptic equations*, Chapman and Hall/CRC, (1997)
- [7] J. Moser, *A new proof of De Giorgi's theorem*, Commun. Pure Appl. Math. **13** (1960) 457–468
- [8] M. Protter e H. Weinberger, *Maximum principles in differential equations*, Prentice-Hall (1967).
- [9] H. Whitney, *Geometric Integration Theory*, Princeton Univ. Press (1957).