AULA 16

Teorema de Stone Weierstrass

Teorema 16.1. *Seja Ω um espaço topológico compacto Hausdorff. Seja $\mathscr{A} \subset C(\Omega, \mathbb{R})$ uma classe de funções satisfazendo as seguintes condições:*

a) *$\mathscr{A}$ é uma álgebra;*

b) *A função $\mathbf{1}$ (função constante igual a 1) pertence a $\mathscr{A}$;*

b) *$\mathscr{A}$ separa pontos, i.e, para cada par de pontos $x \neq y$ existe $f \in$ tal que $f(x) \neq f(y)$*

então temos que $\overline{\mathscr{A}}^{\|\cdot\|_0} = C(\Omega, \mathbb{R})$

1. Exercícios

1. Seja Ω um espaço topológico compacto Hausdorff. Mostre que o subespaço $C^\gamma(\Omega, \mathbb{R})$ das funções γ-Hölder contínuas é denso em $C(\Omega, \mathbb{R})$.
2. Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua tal que $\int x^n f(x)dx = 0$ para todo $n \in \mathbb{R}$. Mostre que $f \equiv 0$.
3. Mostre que o o conjunto dos polinômios trigonométricos é denso em $C([0, 2\pi], \mathbb{R})$.