レポート課題 (1)
信号処理 I

学籍番号:2022531033　氏名: 関川謙人

提出日:2024 年 11 月 17 日

1　課題 1

問題 1-1: Report1_kadai1.m を完成させレポートに添付せよ。

解答: 課題 1-1 のファイルのソースコードを以下に示す。また RMSE 関数は myRMSE として定義し、自作した。

Report1_kadai1.m

```
clear;clc; close all;

N = 35;
y = randn(1,N);
figure(1),stem(y)

Y1 = mydft2024(y);
Y2 = fft(y);

figure(2),stem(abs(Y1))
figure(3),stem(abs(Y2))

RMSE = myRMSE(Y1,Y2,N);
disp(RMSE)

function RMSE = myRMSE(x,y,N)
    F = zeros(1,N); %スペクトルの初期化
    %RMSE
    for n = 1:N-1
        F(n + 1) = F(n + 1) + ((x(n + 1) - y(n + 1))^2);
    end
    RMSE = sqrt(F(N)/ N);
end

function F = mydft2024(f)
N = length(f);       %信号の長さ
F = zeros(1,N); %スペクトルの初期化

%DFTの実装
for k = 0:N-1
  for n = 0:N-1
    F(k + 1) =F(k + 1) + f(n + 1) * exp(-j * (2 * pi / N) * k * n);
  end
end

end
```

問題 1-2: 入力信号、離散フーリエ変換と高速フーリエ変換により得られた振幅スペクトルをそれぞれ図示せよ。

解答: 以下に結果を示す。

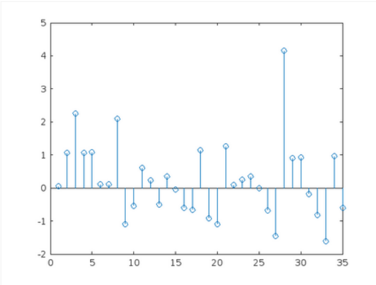

図 1: 入力信号

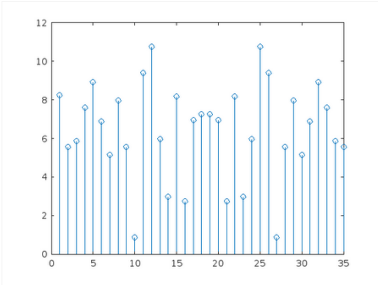

図 2: 離散フーリエ変換

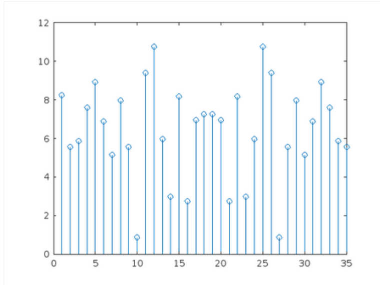

図 3: 高速フーリエ変換

問題 1-3: RMSE を算出した結果、出力結果は

```
    4.8041e-15 - 3.9315e-15i
```

となった。すなわち

$$\mathrm{RMSE} = 4.81 \times 10^{-15} - 3.93 \times 10^{-15} i$$

ということになる。かなり小さい値になったため、高速フーリエ変換と離散フーリエ変換の結果はほぼ同じであると言える。

応用課題: 信号をプロットする際、plot 関数と stem 関数を用いることができる。これらの関数の出力の違いについて簡潔に説明せよ。また、plot 関数の問題点について言及せよ。

解答: plot 関数と stem 関数の違いは、plot 関数は x の値に対応する Y のデータをプロットするのに対し、stem 関数は x 軸を離散データ列のインデックス、y 軸にインデックスに対応するデータをプロットするという仕組みである。

plot の問題点は x の値が存在しない場合プロットされない上に x が存在しても連続データとしてプロットするため離散データをプロットするのには向いていないという点である。

2 課題 2

問題 2-1: Report1_kadai2.m を完成させレポートに添付せよ。

解答: Report_kadai2.m のファイルのソースコードを以下に示す。

Report1_kadai2.m

```
clear; clc; close all
Fs = 40;    % サンプリング周波数
t = 0:1/Fs:4.0-1/Fs; % 4秒間サンプリング
N = length(t);  % 信号の長さ
x = cos(5*2*pi*t) + cos(12*2*pi*t) + cos(18*2*pi*t); % 余弦波の線形結合
figure(1), plot(t,x)    %信号の図示

Nw = round(N/2); %窓関数の長さ
if 1 % 矩形窓を生成
    w = boxcar(Nw)'; %窓関数を生成(矩形窓)
else %ハミング窓を生成
    w = hamming(Nw)'; %窓関数の生成(ハミング窓)
end
w = [zeros(1,N/4) w zeros(1,N/4)]; %窓関数にゼロ詰め
y = w.*x; %窓関数(矩形窓)により切り出し

figure(2),plot(t,x,t,w) %窓関数の図示
figure(3),plot(t,y) %窓関数で切り出した信号の図示

Y = fft(y); %窓関数により切り出した信号を離散フーリエ変換
figure(4),plot([0:Fs/N:Fs-Fs/N],abs(Y)) %振幅スペクトルの図示(横軸-周波数)
```

問題 2-2: 矩形窓とハミング窓による切り出し結果を図示し比較せよ

解答: 以下に切り出し結果を示す。

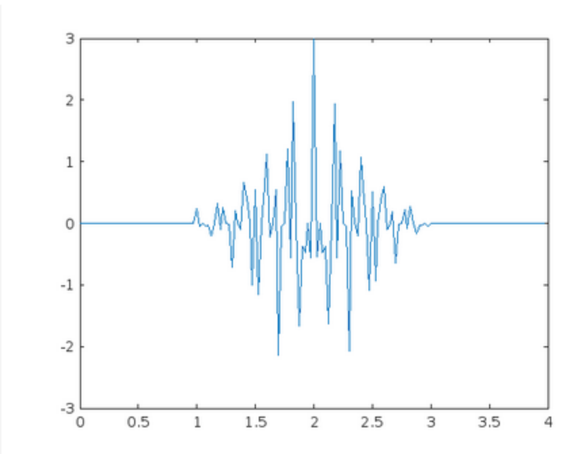

図 4: ハミング窓による切り出し結果

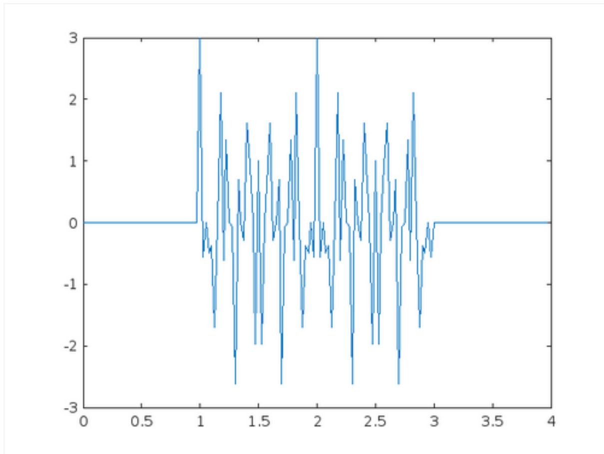

図 5: 矩形窓による切り出し結果

図 4 と図 5 を比較すると、矩形窓の切り出しでは波形をそのまま切り出していることもあり、波形、特に振幅の変化をとらえきれていない。その一方でハミング窓の切り出しでは波形の振幅の変化をより正確にとらえている。

問題 2-3: 矩形窓とハミング窓による信号切り出し結果の振幅スペクトルを図示し比較せよ。また各窓関数の結果の相違点について具体的に述べよ。

解答: 以下にハミング窓と矩形窓による切り出し結果の振幅スペクトルを示す。

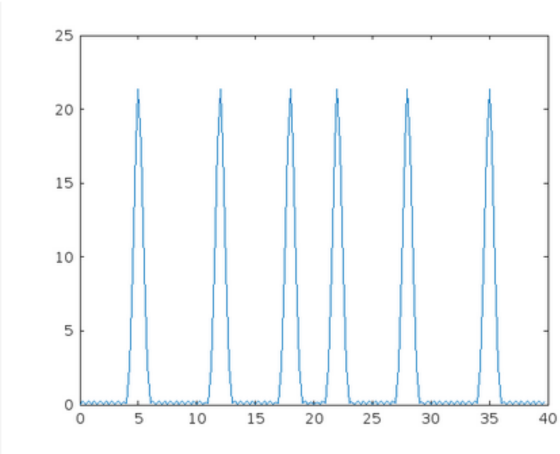

図 6: ハミング窓

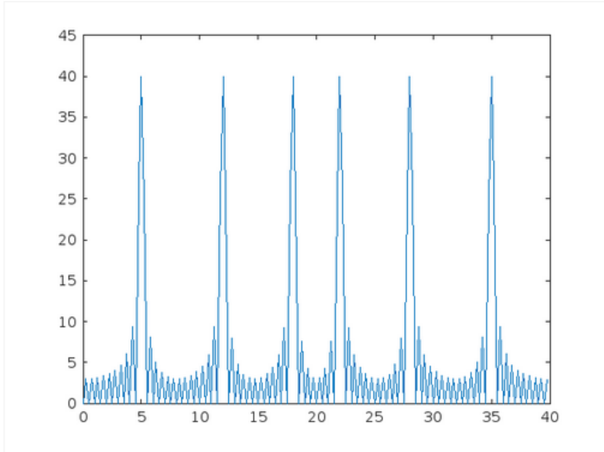

図 7: 矩形窓

図 6 と図 7 を比較すると、矩形窓での切り出し結果の振幅スペクトルの大きさは全体的に大きくピーク値は 40、対してハミング窓での切り出し結果は 22 程になっている。周波数のピーク値には特に違いは見られなかった。

また矩形窓のスペクトルのグラフはノイズを含んでおり、ハミング窓においてはスペクトルの波形が滑らかになっている。

応用課題: 矩形窓とハミング窓それぞれの振幅スペクトルを図示せよ。また、その結果を考察せよ。

解答:

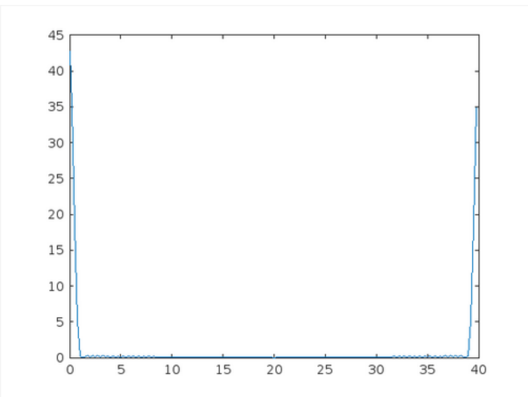

図 8: ハミング窓の振幅スペクトル

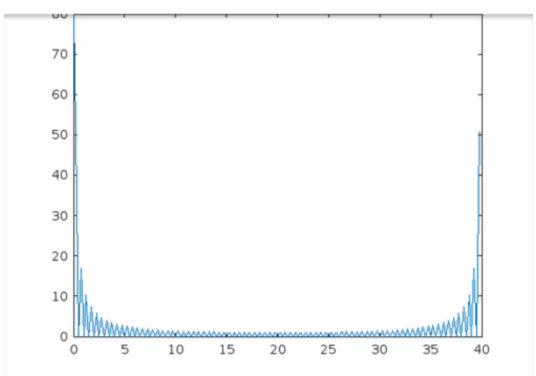

図 9: 矩形窓の振幅スペクトル

図 8 と図 9 を比較すると、ハミング窓の振幅スペクトルの最大値は 40 であり、ノイズは少ない。
一方で矩形窓の振幅スペクトルの最大値は 70 であり、比較的ノイズを多く含む。
よって矩形窓の切り出し結果にノイズを多く含んでいる、矩形窓の切り出し結果のほうが振幅スペクトルの値が大きいといった特徴は矩形窓に起因している。

3 考察

実験の結果、高速フーリエ変換アルゴリズムと通常の離散フーリエ変換で得た値とでは若干の違いはあるものの大差はないということが分かった。
ハミング窓と矩形窓とではハミング窓のほうが振幅の変化を忠実にとらえることができるといった観点からサンプルデータの切り出し手法としてはハミング窓のほうが優れていると言える。

4 感想

今回の実験を通して、課題 1 を通しては Matlab の信号処理アルゴリズムはよくできているなという点を感じとった。また信号処理の基本的な手法に触れたことで、信号処理の分野も面白い、Matlab をもう少し知りたいと感じた。

参考文献

[1] MathWorks 公式ドキュメント `https://jp.mathworks.com/help/matlab/ref/`
[2] 信号処理 I 2024 講義資料