信号処理　課題レポート (2)

学籍番号:2022531033　氏名: 関川謙人

提出日:2024 年 8 月 9 日

課題 1

次の語句について知っていることを簡潔に述べよ

(1) シャノンのサンプリング定理

アナログ信号をディジタル信号にサンプリングする際に重要な定理で音声処理や画像処理などに利用される。

(2) 短時間フーリエ変換

長い信号を逐次的に解析する場合に利用する、信号を適度な長さに切りだした後、窓関数をかけてフーリエ変換 (解析) を行う手法。

課題 2

(1) 逆離散フーリエ変換プログラム

逆離散フーリエ変換を実行及び検証するプログラムを以下に示す。

myidft2024.m

```
clear; clc; close all

% ****
% ここに課題2（2）のプログラムを書け
% ****


N = 35;
f = randn(1,N);
figure(1);stem(f) %もとの信号の表示
Y1 = mydft2024(f) %信号を変換
figure(2);stem(Y1) %変換した信号を表示
Y2 = myidft2024(Y1) %変換した信号のスペクトルを逆離散フーリエ変換
figure(3);stem(Y2)

function F = mydft2024(f)
```

```
    N = length(f);       %信号の長さ
    F = zeros(1,N); %スペクトルの初期化

    %DFTの実装
    for k = 0:N-1
        for n = 0:N-1
             F(k + 1) =F(k + 1) + f(n + 1) * exp(-j * (2 * pi / N) * k * n);
        end
    end
end

function f = myidft2024(F)
    N = length(F);   %信号の長さ
    f = zeros(1,N);  %信号の初期化

    %IDFTの実装
    for n = 0:N-1
        for k = 0:N-1
                f(n+1) = f(n+1) + F(k + 1) * exp(j * (2 * pi / N) * k * n);
        end
         f(n+1) =  f(n+1) / N ;
    end
end
```

(2)

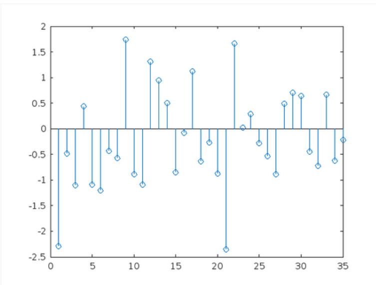

図 1: 変換前の信号

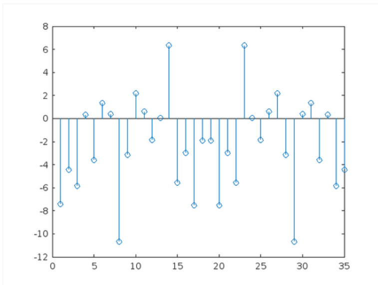

図 2: 変換後の信号

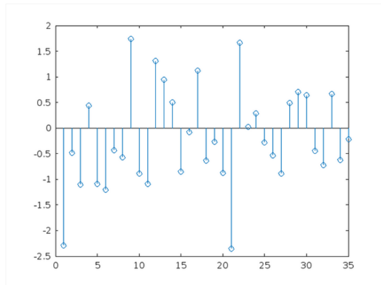

図 3: 逆変換でもとに戻した信号

1 と 3 がほぼ同じ形であるため、mydft2024 で変換した信号から、myidft2024.m により元の信号が得られる。

課題 3

差分方程式が以下で与えられる線形時不変システムについて以下の問いに答えよ。

$$y(n) = -2x(n) + 4x(n-1) + 3ay(n-1) - 2a^2y(n-2)$$

(1) 回路図を示せ

以下に回路図を示す。

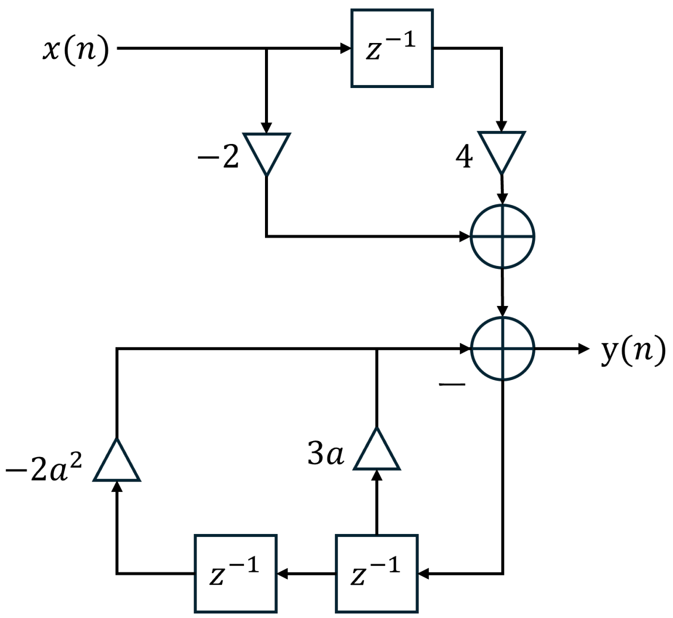

図 4: 回路図

(2)$n = 0, 1, 2, 3$ におけるインパルス応答を求めよ

インパルス応答において、基本的に入力 $x(n)$ はデルタ関数 $\delta(n)$ となる。
$n = 0$ の時、$x(0) = 1$ であり、それ以外は 0。よって以下のようになる。

$$\begin{aligned} y(0) &= -2x(0) + 4x(-1) + 3ay(-1) - 2a^2y(-2) \\ &= -2 \end{aligned}$$

$n = 1$ の時、

$$\begin{aligned} y(1) &= -2x(1) + 4x(0) + 3ay(0) - 2a^2y(-1) \\ &= -6a + 4 \end{aligned}$$

$n = 2$ の時、

$$\begin{aligned} y(2) &= -2x(2) + 4x(1) + 3ay(1) - 2a^2y(0) \\ &= 3a(-6a + 4) - 2a^2 \times -2 \\ &= -14a^2 + 12a \end{aligned}$$

$n = 3$ の時

$$\begin{aligned} y(3) &= -2x(3) + 4x(2) + 3ay(2) - 2a^2y(1) \\ &= 3a(-14a^2 + 12a) - 2a^2(-6a + 4) \\ &= -42a^3 + 36a^2 + 12a^3 - 8a^2 \\ &= -30a^3 + 28a^2 \end{aligned}$$

(3) 伝達関数を求めよ

$y(n)$ を Z 変換すると

$$Y(z) = -2X(z) + 4X(z)z^{-1} + 3aY(z)z^{-1} - 2a^2Y(z)z^{-2}$$

となる。これ Y に関する項を左辺、X に関する項を右辺に移動させると、

$$Y(z)[1 - 3az^{-1} + 2a^2z^{-2}] = X(z)[-2 + 4z^{-1}]$$

よって、伝達関数 $H(z)$ は、

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} \\ &= \frac{-2 + 4z^{-1}}{1 - 3az^{-1} + 2a^2z^{-2}} \end{aligned}$$

となる。

(4) 極を求めよ

極は伝達関数の分母の根となる。分母である $1 - 3az^{-1} + 2a^2z^{-2} = 0$ の z の値を求めることで極を求めることができる。この式は $(z-a)(z-2a)$ の形に分解できるため、システムの極は $a, 2a$ とみることができる。

課題 4

周期 0.002[sec] でサンプリングされた信号 $x(n)$ の振幅スペクトルが下図である

(1) この信号のサンプリング周波数はいくらか

周期 $T = 0.002$[s] であるため、サンプリング周波数は、
$\frac{1}{T} = \frac{1}{0.002} = 500$[Hz]
よって 500[Hz] となる。

(2)A を求めよ。

離散時間信号において、角周波数 2 π の時は、500[Hz] に相当する。このことから、π は 250[Hz] に相当すると考えられる。

(3) **振幅スペクトルの概略図を $[-\pi, \pi]$ の範囲で書け**

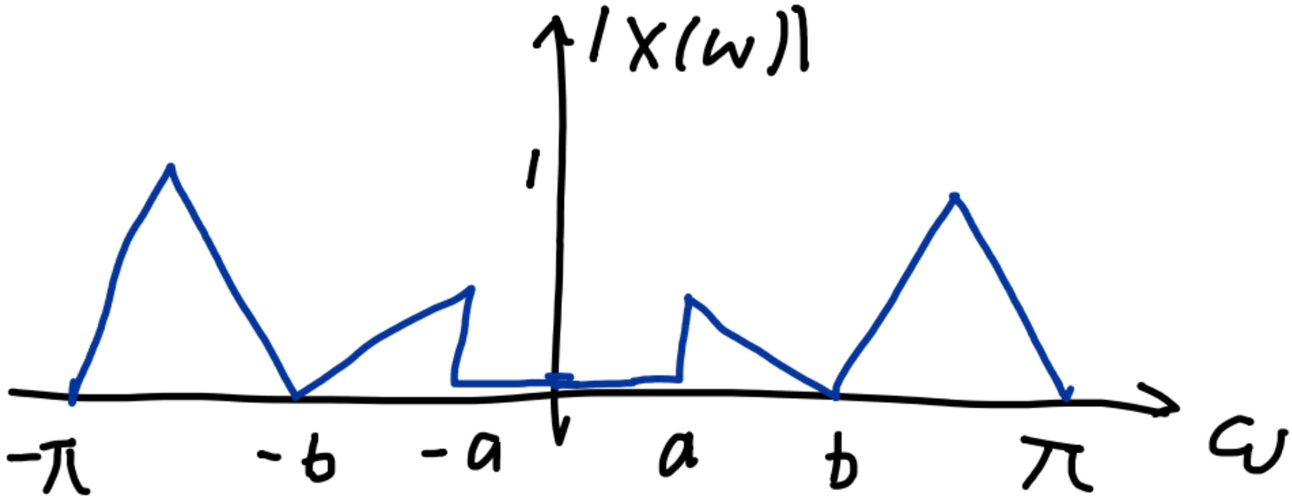

図 5

(4) **この信号の特徴を周波数という言葉を用いて簡潔の述べよ。**

　この信号は 500[Hz] の周波数でサンプリングされている信号である。また、最大周波数は 250Hz である。また、この信号は、a などの特定の周波数の時、スペクトルの振幅が大きくなる。

(5)$[b, \pi]$ の区間のスペクトルだけ削除したい。どのような振幅特性を持つフィルタをかければよいか。概略図を赤色で記せ。

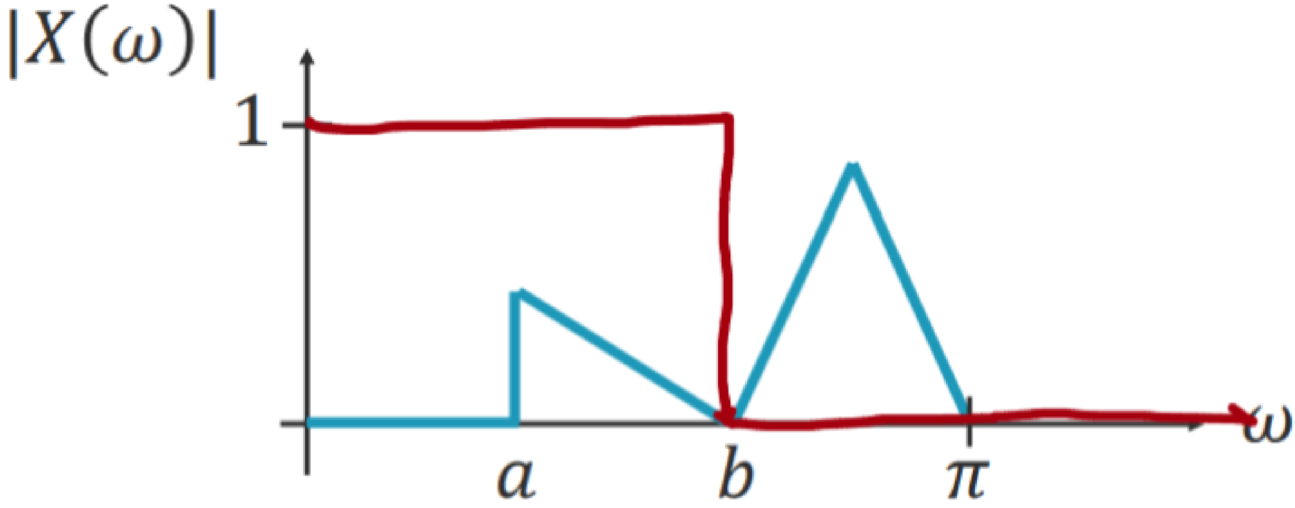

図 6