Для получения оценки 'отлично' за курс необходимо сдать не менее 9 задач из каждого листочка, оценки 'хорошо' - 7 задач, оценки 'удовлетворительно' - 5 задач.

## Произведения групп. Классы смежности. Разрешимость.

- **Задача 1.1:** Докажите, что если  $G = N \rtimes H$ , то  $G/N \simeq H$ .
- **Задача 1.2:** Описать классы смежности O(2)
- Задача 1.3: Докажите, что любая подгруппа индекса 2 нормальна.
- **Задача 1.4:** Докажите, что центр Z в группе G образует абелеву инвариантную подгруппу в G.

Определение 1.1. Пусть p - простое число. Под p-группой будет понимать группу, порядок которой есть степень числа p.

- **Задача 1.5:** Докажите, что центр p— группы нетривиален.
- **Задача 1.6:** Докажите, что все силовские p- подгруппы сопряжены друг другу.
- Задача 1.7: Покажите, что каждый элемент группы принадлежит одному и только одному классу и единичный элемент формирует свой класс.
- **Задача 1.8:** Докажите, что любая  $p^2$  группа абелева.
- **Задача 1.9:** Пусть  $G = \langle a, b | ab = b^m a, ba = ab^n \rangle, m, n \in \mathbb{Z}$ . Докажите, что G разрешима.
- **Задача 1.10:** Докажите, что при  $n \neq 6$  группа  $S_n$  не имеет внешних автоморфизмов. Постройте внешний автоморфизм для случая n = 6.