

# 高压油管的压力控制策略

## 摘要

本文针对高压油管的压力控制进行研究，拟合了燃油弹性模量和压力的函数关系、喷油嘴的喷油面积与时间的函数关系，在不同条件下，分别建立燃油质量衡算模型、喷油嘴流体面积变化模型、凸轮运动模型、减压阀缓冲模型，并运用牛顿-莱布尼茨公式和蒙特卡洛法求解模型，得出不同条件下高压油管的压力控制策略。

针对问题一：第一小问中，建立系统燃油质量衡算模型。根据附录 3 的数据对燃油的弹性模量和压力进行指数拟合，并以此求解计算出压力——燃油密度函数关系，从而计算出 150MPa、160MPa 压力下燃油密度为  $0.8677\text{mg/mm}^3$ 、 $0.87708\text{mg/mm}^3$ 。建立系统的质量衡算方程、依据 A 处质量不变的原理，从而计算出使得高压油管内压力稳定在 100MPa 的单向阀开启时长为 0.2877ms。

第二小问中，运用上一小问中建立的燃油质量衡算模型进行求解，即令高压油泵的流量与时间的函数关系的定积分（牛顿-莱布尼茨公式）与喷油嘴喷出的总体积相等，计算出对应于 2s、5s、10s 高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa 的过程，单向阀的打开时间分别为 0.4887ms、0.4317ms、0.4128ms，而在压力达到 150MPa 后，单向阀开启的时长均调整为 0.7517ms。

针对问题二：本文建立了喷油嘴流体面积变化模型和凸轮运动模型。根据喷油嘴流体面积变化模型可求解喷油体积，运用蒙特卡洛法求解喷油器流量非线性部分对时间的积分，同时求出喷油嘴流量线性部分对时间的积分。然后，根据凸轮运动模型求解凸轮平均进油的体积。最后，根据问题一系统燃油质量衡算模型进行求解，得出凸轮的角速度为  $0.0272\text{rad/ms}$ 。

针对问题三：第一小问中，根据问题二建立的喷油嘴流体面积变化模型、凸轮运动模型和问题一建立的系统燃油质量衡算模型，喷油嘴的工作等效为单喷油嘴工作，且工作周期 50ms，得出供油和喷油策略：凸轮的角速度调整为  $0.0544\text{rad/ms}$ ；B、C 处喷油嘴的工作时间错开，当 B 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，C 处喷油嘴开始打开，C 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，B 处喷油嘴开始打开。

第二小问中，本文建立了减压阀缓冲模型。假设减压阀的燃油即开即放，即关即停，令减压阀的工作周期与凸轮进油周期相等则可以实现缓冲作用。根据上一小问建立的喷油器流体面积变化模型，对问题一建立的燃油质量衡算模型进行拓展后知高压油泵和减压阀的控制方案为：凸轮的角速度为  $1.2442\text{rad/ms}$ ；减压阀的工作周期为 5.0499ms，每个周期打开时间为 4.2217ms，其出油与 A 处进油同步；B、C 处喷油嘴的工作时间错开，当 B 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，C 处喷油嘴开始打开，C 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，B 处喷油嘴开始打开。

**关键字：**质量衡算 曲线拟合 蒙特卡洛法 流体面积变化 减压阀缓冲模型

## 一、问题重述

燃油进入和喷出高压油管是许多燃油发动机工作的基础，周期性的控制燃油进入和喷出的过程会导致高压油管内燃油的压力、密度发生变化，使得所喷出的燃油量出现偏差，从而影响发动机的工作效率和燃油的利用效率。

问题 1：某型号高压油管的内腔长度为 500mm，内直径为 10mm，供油入口 A 处小孔的直径为 1.4mm，通过单向阀开关控制供油时间的长短，单向阀每打开一次后就要关闭 10ms。喷油器每秒工作 10 次，每次工作时喷油时间为 2.4ms。高压油泵在入口 A 处提供的压力恒为 160 MPa，高压油管内的初始压力为 100 MPa。如果要将高压油管内的压力尽可能稳定在 100 MPa 左右，通过设置单向阀每次开启的时长，使得高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa，且分别经过约 2 s、5 s 和 10 s 的调整过程后稳定在 150 MPa。

问题 2：在实际工作过程中，高压油管 A 处的燃油来自高压油泵的柱塞腔出口，喷油由喷油嘴的针阀控制。凸轮驱动柱塞上下运动，凸轮边缘曲线与角度的关系见附件 1。柱塞向上运动时压缩柱塞腔内的燃油，当柱塞腔内的压力大于高压油管内的压力时，柱塞腔与高压油管连接的单向阀开启，燃油进入高压油管内。柱塞腔内直径为 5mm，柱塞运动到上止点位置时，柱塞腔残余容积为 20mm<sup>3</sup>。柱塞运动到下止点时，低压燃油会充满柱塞腔（包括残余容积），低压燃油的压力为 0.5 MPa。针阀直径为 2.5mm、密封座是半角为 9° 的圆锥，最下端喷孔的直径为 1.4mm。针阀升程为 0 时，针阀关闭；针阀升程大于 0 时，针阀开启，燃油向喷孔流动，通过喷孔喷出。在一个喷油周期内针阀升程与时间的关系由附件 2 给出。在问题 1 中给出的喷油器工作次数、高压油管尺寸和初始压力下，确定凸轮的角速度，使得高压油管内的压力尽量稳定在 100 MPa 左右。

问题 3：在问题 2 的基础上，再增加一个喷油嘴，每个喷嘴喷油规律相同，选择喷油和供油策略。为了更有效地控制高压油管的压力，现计划在 D 处安装一个单向减压阀。单向减压阀出口为直径为 1.4mm 的圆，打开后高压油管内的燃油可以在压力下回流到外部低压油路中，从而使得高压油管内燃油的压力减小。给出高压油泵和减压阀的控制方案。

## 二、 问题分析

问题一：此问要求解出给定条件下单向阀门开启时间。需要对燃油质量守恒分析，建立压力与弹性模量关系、压力与密度的微分方程，找出高压油泵和喷油嘴的平均流量，建立流入系统燃油质量、喷出系统燃油质量和系统内增加的燃油质量三者质量衡算模型求解答案。

问题二：当考虑实际高压油泵和喷油嘴的几何结构时，通过附件一、二构建出凸轮运动模型和喷油嘴流体面积变化模型。针阀上升曲线用分段函数拟合  $h-t$  曲线，再由几何结构、物理模型求出喷油嘴的平均流量。同样可求得高压油泵的平均流量，建立等式求得凸轮角速度。

问题三：高压油管控制系统是目标条件下不断优化的工程。目标条件是使得高压油管内压力在 100MPa 附件的波动峰值尽可能小。因此利用等效的方法，给出最优化的喷油嘴控制方案。可以根据流量公式画出减压阀缓冲模型的流量时间曲线，将三条流量曲线进行整合，抓住高压管系统燃油质量衡算关键，给出合理的喷油嘴、高压油泵和减压阀的控制方案。

## 三、 模型的假设

1. 假设燃油在高压油管中黏度为零；
2. 假设高压油管的内腔始终被燃油充满；
3. 假设管道的材料性质不受压强变化的影响；
4. 假设管道的压力随时间的变化是线性的；
5. 假设  $t=0$  时，高压油泵和喷油嘴同时开始工作；
6. 假设凸轮驱动柱塞在下止点时高压油泵立刻补充燃油；
7. 假设燃油进入新的压力环境后密度能够瞬间改变。

## 四、符号说明

符号	意义
P	燃油的压强 (MPa)
P <sub>0</sub>	大气压强 (MPa)
E	燃油的弹性模量 (MPa)
Q	燃油流量 (mm <sup>3</sup> /ms)
$\bar{Q}$	平均燃油流量 (mm <sup>3</sup> /ms)
C	流量系数 (-)
$\rho$	燃油的密度 (mg/mm <sup>3</sup> )
A	进出油管的横截面积 (mm <sup>2</sup> )
T	单向阀门开启时间 (ms)
$\eta$	开启时长的占空比 (-)
H	柱塞上升的高度 (mm)
h	针阀上升的高度 (mm)
R	凸轮极径 (mm)
$\theta$	凸轮极角 (rad)
$\omega$	凸轮角速度 (rad/ms)
L	高压油管的内腔长度 (mm)
V <sub>c</sub>	高压油管的体积 (mm <sup>3</sup> )

## 五、模型建立与求解

### 5.1 问题一：流体力学分析模型

#### 5.1.1 系统燃油质量衡算模型

对于整个高压油管压力控制系统，由质量衡算<sup>[1]</sup>可以得到：

$$\sum M_{in} = \sum M_{out} + \Delta M \quad (5.1.1)$$

其中， $\sum M_{in}$  表示进入系统的燃油质量， $\sum M_{out}$  表示喷出系统的燃油质量， $\Delta M$  表示燃油密度变化引起的高压油管内燃油质量的变化量。其示意图如图 1。

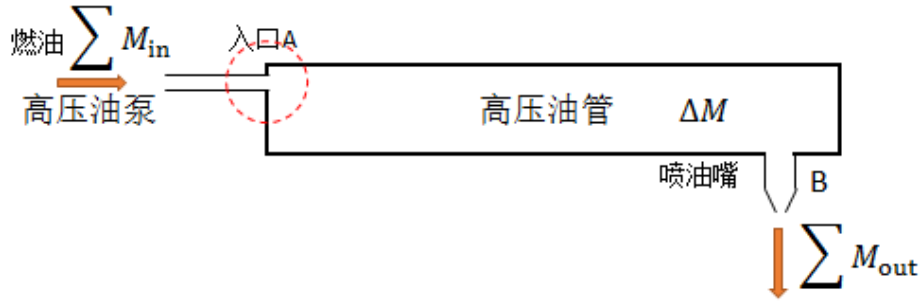


图 1 系统燃油质量衡算模型示意图

(1) 求解问题一的第一小问：在入口 A 处，由质量守恒可得：

$$\rho_1 V_{in} = \rho_2 V_{out} \quad (5.1.2)$$

(2) 燃油的压力与密度拟合函数

由于压强影响燃油的密度，燃油在进油口 A 前后体积由于密度的发生改变，需要分析燃油的压力与密度的关系。在温度等可能影响液体物理性质的不变情况下，利用附件 3 的弹性模量和压力数据，通过 matlab 对弹性模量和压力的关系进行指数函数拟合。拟合函数为： $E = 1476 \times e^{0.00401 \times P}$ ，拟合曲线如图 2：

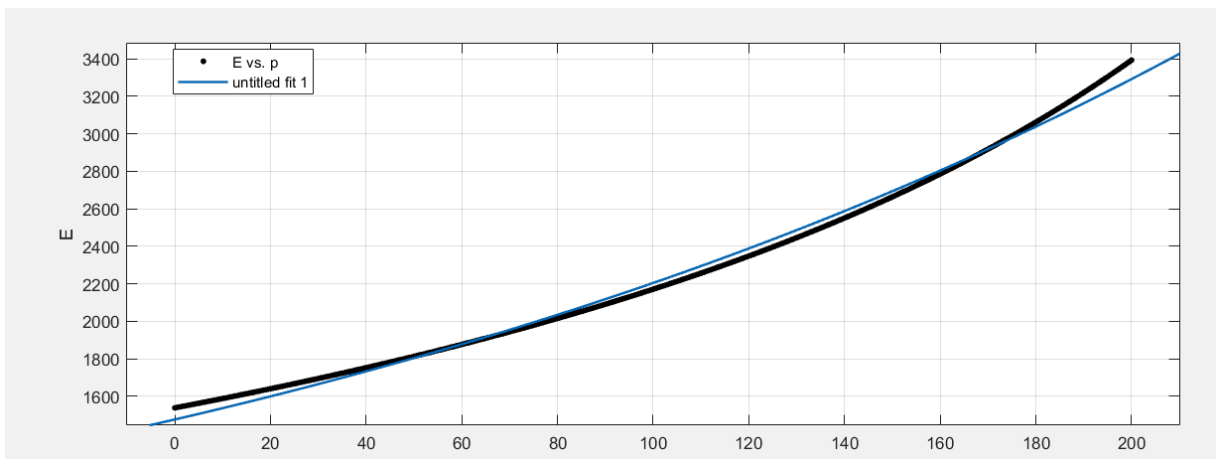


图 2 压力与弹性模量的拟合曲线

该指数拟合曲线 R-square=0.9953，Adjusted R-square=0.9953，拟合程度较好。

燃油的压力变化量与密度变化量成正比，比例系数为  $\frac{E}{\rho}$ ：

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} = \frac{1476 \times e^{0.00401 \times P}}{\rho} \quad (5.1.3)$$

即：

$$\frac{1 \times e^{-0.00401 \times P}}{1476} dP = \frac{1}{\rho} d\rho \quad (5.1.4)$$

两边同时积分，并代入  $P=100\text{MPa}$ ， $\rho=0.85 \text{ mg/mm}^3$ ，得压力与密度拟合函数：

$$-0.1664 \times e^{(-0.00401 \times P)} = \ln \rho + 0.04935 \quad (5.1.5)$$

代入 160MPa、100MPa、150MPa、0.5MPa 压力数据，求得结果见表 1：

**表 1 燃油分别在几种常见压力下的密度**

燃油压力 P	燃油密度 $\rho$
$P_1=160\text{MPa}$	$\rho_1=0.8708\text{mg/mm}^3$
$P_2=100\text{MPa}$	$\rho_2=0.8500\text{mg/mm}^3$
$P_3=150\text{MPa}$	$\rho_3=0.8677\text{mg/mm}^3$
$P_4=0.5\text{MPa}$	$\rho_4=0.8041\text{mg/mm}^3$

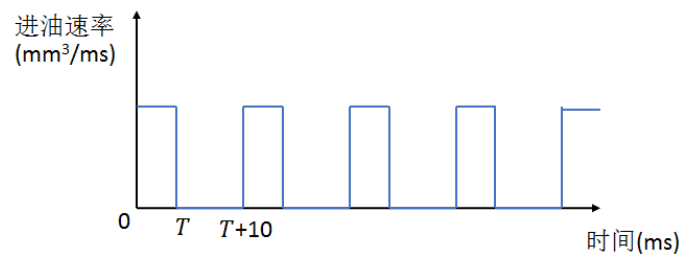
(3) 供油入口 A 处燃油的流体质量衡算

已知单位时间（1 毫秒）进入高压油管的燃油流量

$$Q = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (5.1.6)$$

假设单向阀门开启时间为 T，已知单向阀每打开一次后就要关闭 10ms，进油周期如图 3，则平均进入高压油管前的燃油流量：

$$\bar{Q}_{in1} = \frac{QT}{T + 10} \quad (5.1.7)$$



**图 3 基于单向阀控制的进油周期示意图**

(4) A 与 B 之间高压管道中燃油体积不变

已知喷油器每秒工作 10 次，即工作周期为 100ms，每次工作时喷油时间为 2.4ms。如图 4 所示，喷油的速率图像与横坐标的面积得到喷油器工作一次喷出的燃油体积，则喷油嘴工作一次平均离开高压油管的燃油流量：

$$\overline{Q}_{out} = \frac{(1/2 \times (2 + 2.4) \times 20)}{100} \text{ mm}^3/\text{ms} = 0.44 \text{ mm}^3/\text{ms} \quad (5.1.8)$$

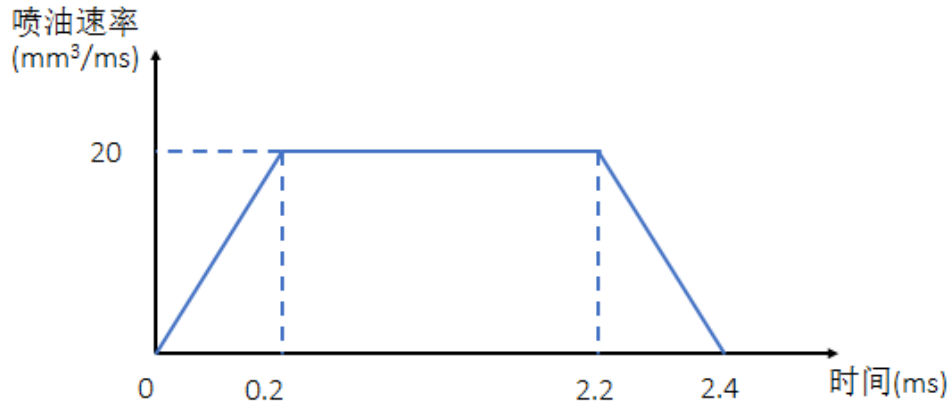


图 4 喷油速率示意图

由高压油管内的燃油始终充满整个油管, 高压管道内燃油体积不变得到:

$$\overline{Q}_{in2} = \overline{Q}_{out} \quad (5.1.9)$$

联立式 (5.1.2)、式 (5.1.6)、式 (5.1.7)、式 (5.1.8)、式 (5.1.9) 解得:

$$T = 0.2877 \text{ ms}$$

#### (4) 结果分析与检验

可以看出，该燃油质量衡算模型中，高压油泵单个工作周期为 10.2877ms，约为喷油嘴喷油工作周期的十分之一，故系统进油的频率较高，每次入口 A 处进油的数量相对较少，即在入口 A 处密度变化可以视为十分迅速，高压油管内燃油的压力、密度发生变化相对缓慢。因此，该燃油质量衡算模型的求解结果符合事实。

#### 5.1.2 单向阀开启时间的调整策略

确定单向阀开启时间的调整策略，需要求得喷油嘴的喷油流量输出特性，以 2s 从 100 MPa 增加到 150 MPa 为例，再推广至 5s、10s 的情况，求解的步骤如下：

步骤一：将高压油管内的压力与时间的关系表示出来。

步骤二：求解喷油嘴喷出燃油的质量与时间的关系。

步骤三：运用系统燃油质量衡算模型，解出压力上升时开启单向阀的时长、压力稳定于 150MPa 时开启单向阀的时长。

(1) 由于流体的连续性，管道内压力的变化可以看做缓慢的流体运动，则题中压力与时间的变化关系如图 5 所示。

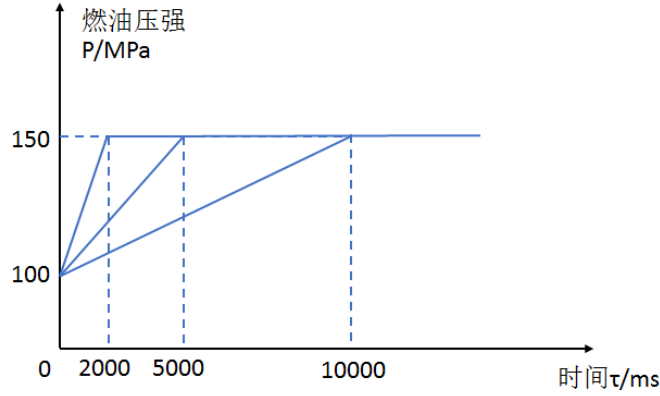


图 5 高压油管内的压力与时间的关系示意图

(2) 以题中的 2s 从 100 MPa 增加到 150 MPa 的过程为例, 可以认为高压油管的压力:

$$P=1000+\frac{50}{2000}\times t=1000+0.025\times t \quad (5.1.10)$$

联立式 (5.1.4)、式 (5.1.10), 可得高压油管的密度与时间的关系:

$$\rho=e^{-(0.1690\times e^{-0.00401\times(100+0.025t)}+0.04935)} \quad (5.1.11)$$

单位时间内进入高压油管燃油质量:

$$m_2=\rho_1\bar{Q}=0.8708\times\frac{QT}{T+10} \quad (5.1.12)$$

2s 内进入高压油管燃油质量 [2]:

$$M_2=\int_0^{2000} m_2 dt \quad (5.1.13)$$

2s 内喷嘴工作 20 次, 每一次相隔 100ms, 即  $t=100k$ 。如图 6 所示。

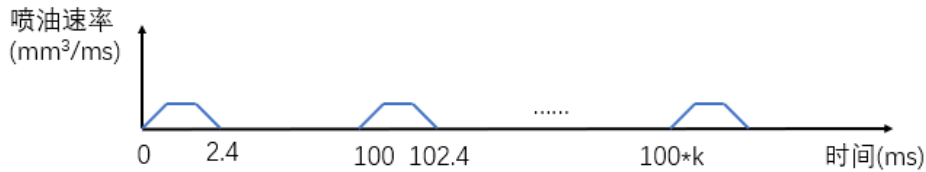


图 6 喷油工作示意图

所以第 k 次喷嘴打开喷出高压油管燃油质量:



$$M_k = \rho_k V_o = 44 \times e^{-(0.1690 \times e^{-0.00401 \times (100 + 0.025 \times 100 \times k)} + 0.00493)} \quad k=0, 1, 2, \dots, 19 \quad (5.1.14)$$

(3) 要保证高压油管内的压力从 100 MPa 增加 150 MPa，且分别经过 2 s 调整过程后稳定在 150 MPa，则需要有

$$M_2 - \sum_{k=0}^{19} M_k = \Delta M \quad (5.1.15)$$

又由  $t=0$  时， $P=100\text{MPa}$ ， $\rho_1=0.8500\text{mg/mm}^3$ ； $t=2\text{s}$  时， $P=150\text{MPa}$ ， $\rho_2=0.8677\text{mg/mm}^3$ 。则 0-2s 内高压油管内增加的燃油质量：

$$\Delta M = \rho_2 V_c - \rho_1 V_c \quad (5.1.16)$$

其中  $V_c$  为高压管道的体积， $V_c = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times L$ 。

联立式 (5.1.5)、式 (5.1.12)、式 (5.1.13)、式 (5.1.14)、式 (5.1.15)、式 (5.1.16) 解得压力上升时开启单向阀的时长  $T_1$ 。

高压油管内的压力经过约 2 s、5 s 和 10 s 的调整过程后稳定在 150 MPa 后，单向阀开启的时长均相同，即  $P=150\text{MPa}$ ，联立式 (5.1.2)、式 (5.1.6)、式 (5.1.7)、式 (5.1.8)、式 (5.1.9) 解得压力稳定在 150 MPa 后开启单向阀的时长  $T_2$ 。

结果见表 2：

**表 2 单向阀开启时长的调整方式**

调整时间/s	$T_1$ /ms	$T_2$ /ms
2	0.4887	0.7517
5	0.4317	0.7517
10	0.4128	0.7517

#### (4) 结果分析与检验

可以看出，该燃油质量衡算模型中，在刚开始的过渡阶段，高压油泵单个工作周期为 10.4887ms、10.4317ms、10.4128ms，约为喷油嘴喷油工作周期的十分之一，故系统进油的频率较高，每次入口 A 处进油的数量相对较少，即在入口 A 处密度变化可以视为十分迅速，高压油管内燃油的压力、密度发生变化相对缓慢。而在高压油管内压强稳定在 150 MPa 后，高压油泵单个工作周期为 10.7517ms，亦约为喷油嘴喷油工作周期的十分之一。因此，该燃油质量衡算模型的求解结果符合事实。

## 5.2 问题二：凸轮角速度的设定

### 5.2.1 喷油嘴流体面积变化模型

构建喷油嘴流体面积变化模型，如图 7 所示。针阀距离变化时，喷油嘴流体面积变化受到针阀横截面积和喷孔横截面积的影响。当针阀处喷油嘴的横截面积与针阀横截面积之差等于喷孔横截面积时，取得临界针阀距离。

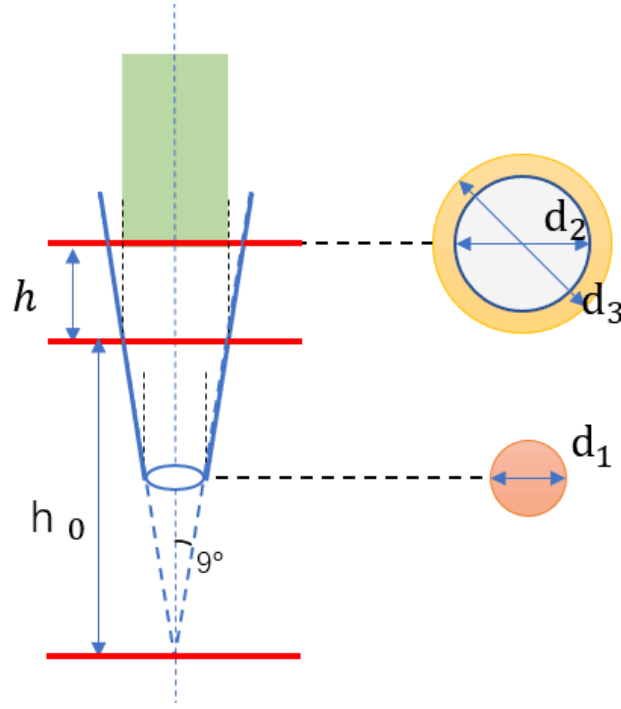


图 7 喷油嘴针阀运动示意图

喷孔横截面积（红色部分）：

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \times d_1^2 \quad (5.2.1)$$

针阀处喷油嘴的横截面积与针阀横截面积之差（黄色部分）：

$$A_2 = \frac{\pi}{4} \times (d_3^2 - d_4^2)$$

即：

$$A_2 = \frac{\pi}{4} \times [((h_t + h_0) \times \tan 9^\circ)^2 - d_2^2] = \pi \times (0.0251h_t^2 + 0.396h_t) \quad (5.2.2)$$

并且当  $A_1 = A_2$ ，由  $\tan 9^\circ = \frac{d_3}{h + h_0} = \frac{d_2}{h_0}$ ，计算解得临界针阀距离  $h = 1.1532\text{mm}$ 。

对于喷油嘴，其流体面积：

$$A_t = \min\{A_1, A_2\} \quad (5.2.3)$$

针阀从喷嘴关闭状态向上运动，由附件 1 得到其运动高度  $h_t$  随时间  $t$  的变化曲线如图 8 所示。从出发到回到原点的时间区间  $t \in [0, 2.45]$ 。其中  $h_t \geq 1.1532\text{mm}$  的时间区间为  $t \in [0.34, 2.11]$ ，而  $h_t < 1.1532\text{mm}$  的时间区间为  $[0, 0.34)$  或  $(2.11, 2.45]$ 。

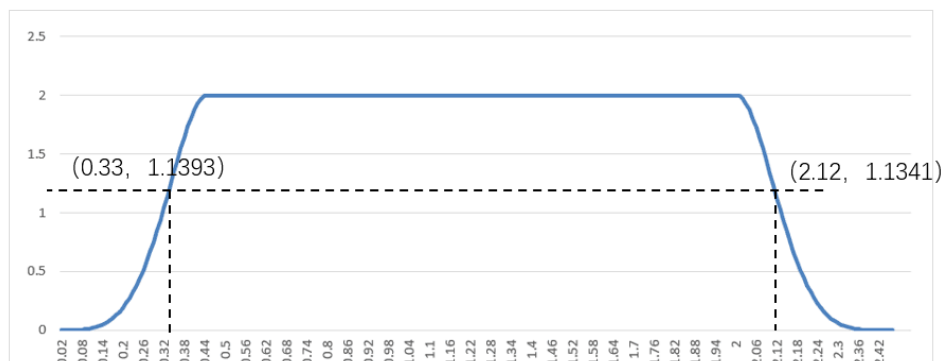


图 8 针阀  $h$ - $t$  示意图

利用 matlab 对针阀高度与时间的关系进行 Gaussian 拟合。

选择  $0 \leq t < 0.34$  进行针阀高度与时间曲线拟合。拟合函数为  $h_t = 1.742 \times e^{-\left(\frac{t-0.4318}{0.1533}\right)^2}$ ，拟合曲线如图 9。

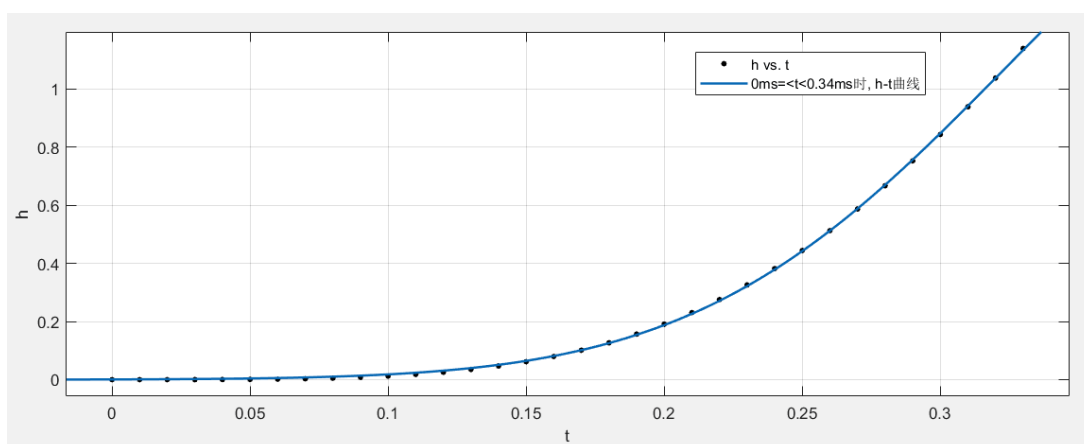


图 9  $0 \leq t < 0.34$ ，针阀  $h$ - $t$  拟合曲线

拟合曲线的  $R\text{-square}=0.9999$ ， $\text{Adjusted } R\text{-square}=0.9999$ ，拟合程度较好。

选择  $2.11 < t \leq 2.45$  进行针阀高度与时间曲线拟合。拟合函数为  $h_t = 1.739 \times e^{-\left(\frac{t-2.018}{0.1552}\right)^2}$ ，拟合曲线如图 10 所示。

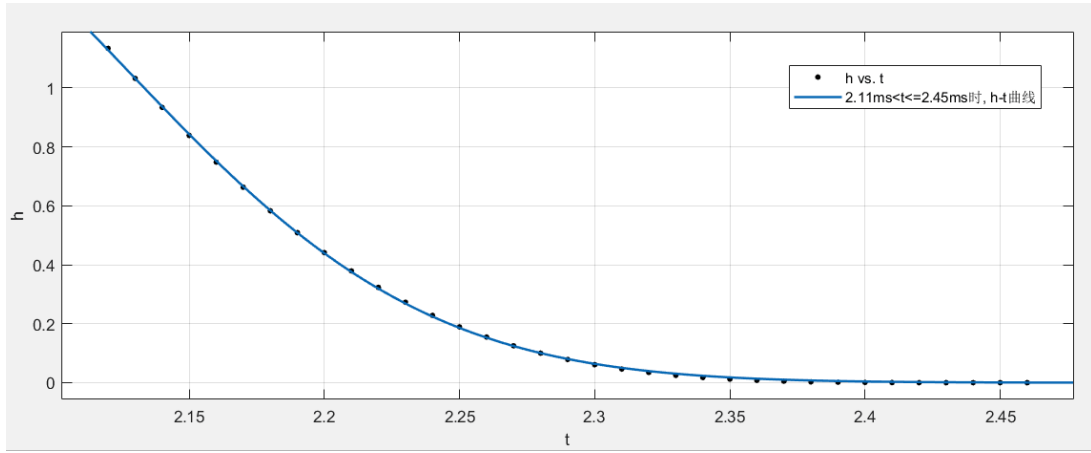


图 10 2.11<t≤2.45，针阀 h-t 拟合曲线

拟合曲线的 R-square=0.9999，Adjusted R-square=0.9999，拟合程度较好。

综上，

$$0 \leq t < 0.34 \text{ ms 时, } h_t = 1.742 \times e^{-\left(\frac{t-0.4318}{0.1533}\right)^2};$$

$$2.11 \text{ ms} < t \leq 2.45 \text{ ms 时, } h_t = 1.739 \times e^{-\left(\frac{t-2.018}{0.1552}\right)^2}。$$

联立上式及式（5.2.1）、式（5.2.2）、式（5.2.3）得：

$$0 \leq t < 0.34 \text{ ms 时, } A_t = \pi \times (0.07617 \times e^{-2\left(\frac{t-0.4318}{0.1533}\right)^2} + 0.6898 \times e^{-\left(\frac{t-0.4318}{0.1533}\right)^2});$$

$$0.34 \text{ ms} \leq t \leq 2.11 \text{ ms 时, } A_t = 1.5386; \quad (5.2.4)$$

$$2.11 \text{ ms} < t \leq 2.45 \text{ ms 时, } A_t = \pi \times (0.0756 \times e^{-2\left(\frac{t-2.018}{0.1552}\right)^2} + 0.6886 \times e^{-\left(\frac{t-2.018}{0.1552}\right)^2}).$$

### 5.2.2 凸轮运动模型

构建凸轮运动模型，如图 11 所示。

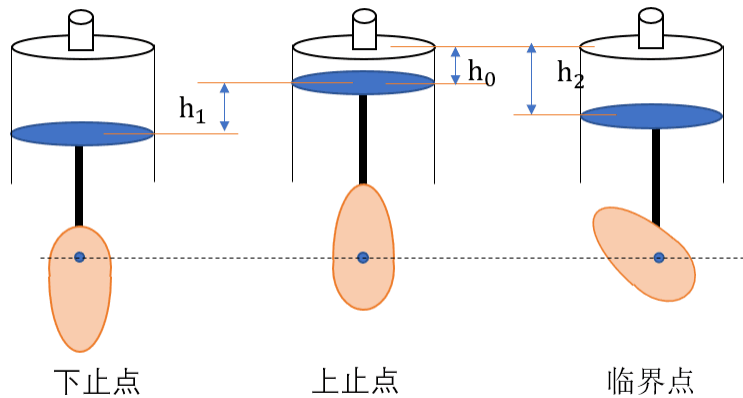


图 11 凸轮运动模型示意图

由附件 1 知, 凸轮极径的最大值  $R_{max}=7.239\text{mm}$ , 凸轮极径的最小值  $R_{min}=2.413\text{mm}$ 。故柱塞上下运动的范围:

$$h_1 = R_{max} - R_{min} = 4.826 \text{ mm} \quad (5.2.5)$$

凸轮驱动柱塞运动到上止点位置时, 柱塞腔残余容积为  $V_0=20\text{mm}^3$ , 柱塞腔内直径为  $5\text{mm}$ 。

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times h_0 \quad (5.2.6)$$

解得  $h_0=1.0186\text{mm}$ 。

临界点即单向阀门即将打开时柱塞所处的位置, 此时燃油压强为  $100\text{MPa}$ 。当柱塞从下止点运动到即将靠近临界点, 由腔内燃油质量不变有:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad (5.2.7)$$

解得:  $V_2=108.5615\text{mm}^3$ 。

$$V_2 = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times h_2 \quad (5.2.8)$$

解得:  $h_2=5.5290\text{mm}$ 。

当凸轮驱动柱塞上升至大于临界点, 单向阀门打开, 接通后柱塞腔内压力与高压油管的压力相等, 燃油密度不发生改变, 则在临界点剩余的体积减去在上止点的残余容积即为每个周期进入高压油管的体积为:

$$V_2 - V_0 = 108.5615 - 20\text{mm}^3 = 88.5615 \text{ mm}^3 \quad (5.2.9)$$

设工作周期为  $T_0$ , 凸轮角速度为  $\omega$ ,

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5.2.10)$$

则凸轮运动一个周期, 单位时间进入高压油管的燃油流量:

$$\bar{Q}_{in} = \frac{V_2 - V_0}{T_0} \quad (5.2.11)$$

### 5.2.3 凸轮角速度的求解

#### (1) 蒙特卡洛方法 [2]

蒙特卡洛方法也称为计算机随机模拟方法, 它是基于大量事实的统计结果来实现一些确定性问题的计算。蒙特卡洛方法通过 matlab 设计一个随机试验, 以求取定积分。

本文中实现的具体步骤如下:

步骤一: 将待求的  $V_{out}$  分为  $t$  在  $0 \leq t < 0.34 \text{ ms}$ 、 $2.11\text{ms} < t \leq 2.45\text{ms}$  和  $t$  在  $2.11\text{ms} < t \leq 2.45\text{ms}$  两部分, 进行积分求解;  $2.11\text{ms} < t \leq 2.45\text{ms}$ , 根据定积分公式 [3] 求解  $V_{out}$ ,

而  $0 \leq t < 0.34 \text{ ms}$ 、 $2.11 \text{ ms} < t \leq 2.45 \text{ ms}$  部分分别进行蒙特卡洛算法进行求解；步骤二、三、四以  $0 \leq t < 0.34 \text{ ms}$  为例进行求解；

步骤二：定义  $(0, 0.5)$  的一维矩阵  $t_{fit1}$ ，在其内随机取  $10^7$  个点；定义  $(0, 1.5)$  的一维矩阵  $Q_{fit1}$ ，在其内随机取  $10^7$  个点；

步骤三：累计步骤二落入曲线  $\frac{Q(t)}{a}$  ( $a$  为比例系数， $a = 0.85 \times \pi \times \sqrt{\frac{2 \times 100 - 0.1013}{0.85}}$ ) 与  $t_{fit1} < 0.34$ 、 $y$  轴所围区域的点的数量，记为  $pinshu$ ；

步骤四：由频数与面积的关系，求解得出  $0 \leq t < 0.34 \text{ ms}$  内的面积  $area_{V1}$ 。

(2) 求解凸轮角速度

单位时间喷油嘴的喷油量：

$$Q = C A_t \sqrt{\frac{(P - P_0)}{\rho}} = 13.0319 \times A_t \quad (5.2.12)$$

则工作一次 ( $100 \text{ ms}$ ) 通过喷嘴的燃油的体积为：

$$V_{out} = \int_0^{2.45} Q dt \quad (5.2.13)$$

则平均通过喷嘴的燃油的流量：

$$\bar{Q}_{out} = \frac{V_{out}}{100 \text{ ms}} \quad (5.2.14)$$

高压管道的进出平均燃油流量相等：

$$\bar{Q}_{in} = \bar{Q}_{out} \quad (5.2.15)$$

联立 (5.2.9)、(5.2.10)、(5.2.11)、(5.2.12)、(5.2.13)、(5.2.14)、(5.2.15) 解得：

$$\omega = 0.0272 \text{ rad/ms}$$

(3) 结果分析与检验

$\omega = 0.0272 \text{ rad/ms}$ ，则凸轮的工作周期为  $230.88 \text{ ms}$ 。此时，可能系统进油速度相对之前的进油过程变化比较缓慢，不利于燃油质量衡算模型进出油使高压油管内压强维持稳定，但由于高压油泵为凸轮驱动活塞结构，实际中每毫秒进油的量较少，在高压油泵处是一个缓慢进油的过程。因此，在凸轮驱动柱塞泵油、喷油嘴流体面积变化的情况下，高压油管内的压力控制仍然比较合理，故而凸轮角速度的设定是符合事实的。

## 5.3 问题三：控制喷油与供油以及减压阀

### 5.3.1 B、C 处喷油嘴工作控制

为了更好地协调与平衡在工作周期内两个喷油嘴出油时引起的高压管道的压力变化，避免 B、C 处喷油嘴的喷油时间之间的差值达到最大，导致高压管道压力存在较大的突变与波动，列写式 (5.3.1)。构建两个喷油嘴的工作示意图如图 12 所示。

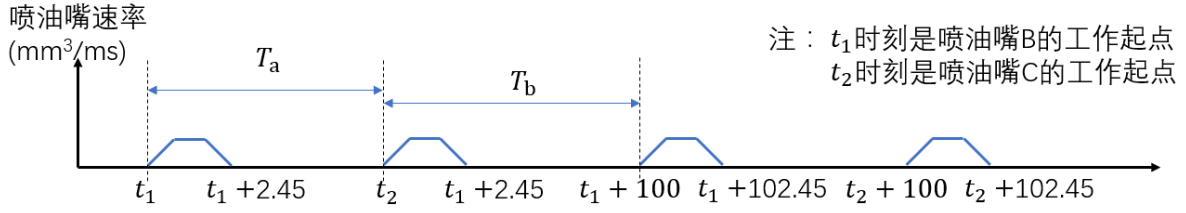


图 12 喷嘴 B、C 工作模型示意图

$$x = \min(|T_a - T_b|), \quad (5.3.1)$$

$$\text{s.t. } T_a + T_b = 100\text{ms}$$

解得： $T_a = T_b = 50\text{ms}$ 。

B、C 处两个喷油嘴的控制策略可以等效为单个喷油嘴每 50ms 工作一次，建立的等效喷油示意图如图 13 所示。

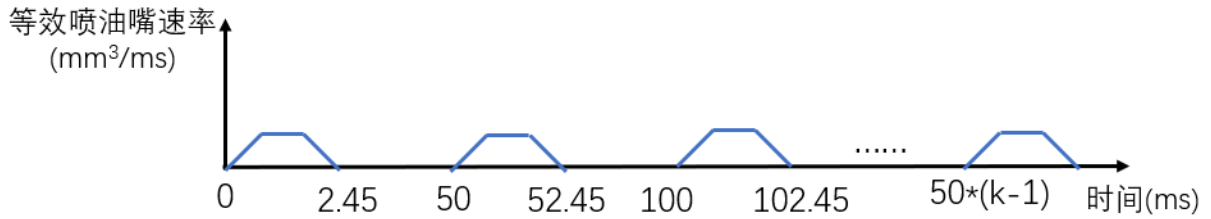


图 13 等效喷油示意图

平均通过喷嘴的燃油的流量:

$$\overline{Q}'_{out} = \frac{V_{out}}{50\text{ms}} \quad (5.3.2)$$

且:

$$\overline{Q}'_{out} = \overline{Q}_{in} \quad (5.3.3)$$

联立式 (5.3.2)、式 (5.3.3) 以及问题二中喷油嘴流体面积变化模型和凸轮运动模型的式 (5.2.9)、式 (5.2.10)、式 (5.2.11)、式 (5.2.12)、式 (5.2.13) 得:

$$\omega = 0.0544\text{rad/ms}$$

综上，供油和喷油策略应为：凸轮的角速度调整为 0.0544rad/ms；B、C 处喷油嘴的工作时间错开，当 B 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，C 处喷油嘴开始打开，C 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，B 处喷油嘴开始打开。

### 5.3.2 减压阀缓冲模型

#### (1) 建立减压阀缓冲模型

单向减压阀使得高压油管内的燃油在压力下回流到外部低压油路中，为了保证高压油管的压力变化稳定，则：

对于喷油管，保持上一小问的喷油策略；对于减压阀，要使高压油管燃油压力上升更慢的同时下降速度不能增加，我们需要保证高压油泵和减压阀处于同一状态，即同开同关，因此两个阀门的开启时间和工作周期相同。减压阀缓冲模型各部分的工作示意图如图 14 所示。

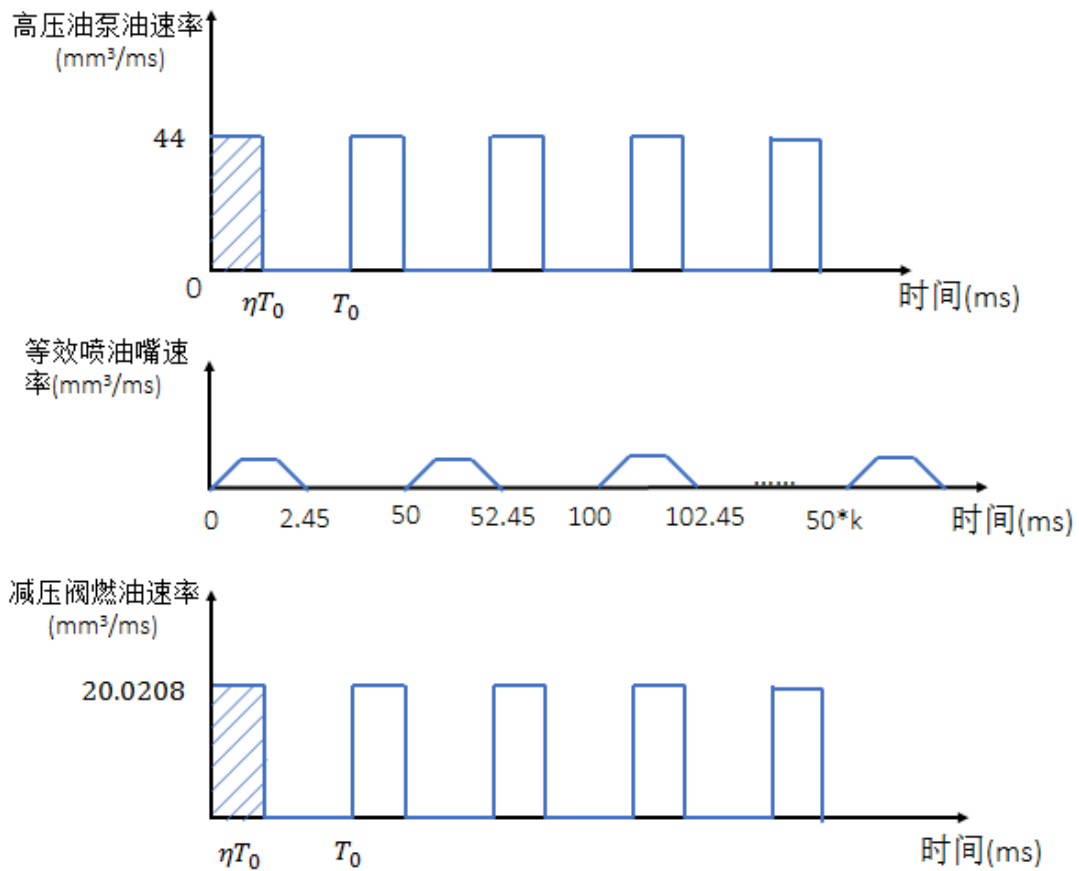


图 14 减压阀缓冲模型各部分的工作示意图

由问题二建立的凸轮的运动模型可知，柱塞腔内的压力等于高压油管内的压力时，即柱塞面在临界点和上止点之间。故单向减压阀的平均的燃油流量：

$$\overline{Q}_{out''} = CA \sqrt{\frac{(P_2 - P_4)}{\rho}} \times \eta \quad (5.3.4)$$

且高压油泵平均流量应满足：

$$\overline{Q}_{in} = \overline{Q}_{out}' + \overline{Q}_{out}'' \quad (5.3.5)$$



## (2) 求解减压阀缓冲模型

根据建立的减压阀缓冲模型知：高压油泵平均流量 = 等效的单个喷油嘴的平均流量 + 减压阀的平均流量，利用这个关系，根据问题二建立的模型可以求出凸轮的角速度和工作周期、减压阀的工作周期及每个工作周期的开启时间。

当柱塞面在临界点和上止点之间时，凸轮的极径大小在  $R_0$  与  $R_{max}$  之间。

$$R_0 = h_0 + h_1 - h_2 + R_{min} = 2.728\text{mm};$$

$$R_{max} = h_1 + R_{min} = 7.239\text{mm}。$$

再由附件 1 中凸轮极角与极径的关系可得，极角范围应为：

$$[0, 2.62] \cup [3.66, 6.27]$$

占整个周期的百分比为：

$$\eta = 5.25\text{rad} / 6.28\text{rad} \times 100\% = 83.6\%$$

联立式 (5.2.9)、式 (5.2.10)、式 (5.2.11)、式 (5.2.12)、式 (5.2.13) 式 (5.3.2)、式 (5.3.4)、式 (5.3.5) 式得到结果。

计算结果见表 3。

**表 3 减压阀模型的控制方案**

物理量	计算结果
凸轮的角速度 $\omega$	1.2442rad/ms
高压油泵工作周期 $T_0$	5.0499ms
高压油泵每个工作周期内的开启时长 $T$	4.2217ms
减压阀工作周期 $T_0$	5.0499ms
减压阀每个工作周期内的开启时长 $T$	4.2217ms

综上，高压油泵和减压阀的控制方案应为：

凸轮的角速度为 1.2442rad/ms；减压阀的工作周期为 5.0499ms，每个周期减压阀开启的时间为 4.2217ms，其出油与 A 处进油同步；B、C 处喷油嘴的工作时间错开，当 B 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，C 处喷油嘴开始打开，C 处喷油嘴关闭后，等待 47.55ms，B 处喷油嘴开始打开。

## (3) 结果分析与检验

可以看到，在加入减压阀后，凸轮运动的角速度变为 1.2242rad/s，相比于没有引入减压阀时的角速度 0.0544rad/ms，明显增大，所以高压油管的进油频率明显增大，每

次入口 A 处由于减压阀的缓冲进油的数量相对较少，在入口 A 附近密度变化十分迅速，高压油管内燃油的压力、密度发生变化相对缓慢。因此，减压阀缓冲模型有利于维持高压油管内的压力稳定，有利于高压油管内的压力控制，该压力缓冲阀求解是符合事实的。

## 六、模型评价

### 6.1 模型优点

(1) 高压油管压力控制系统的燃油质量衡算模型总结性较好，适用于本文中三个问题的求解。

(2) 喷油嘴流体面积变化模型的建立是通过针阀运动距离与时间的散点对应关系进行 Gaussian 拟合，使得在求解高压燃油的流量时变得简便。

(3) 运用蒙特卡洛法求解高压燃油的流量在时间上的积分，有效处理了在某些区段积分难求的情况，简化了模型的求解。

(4) 减压阀缓冲模型通过控制减压阀与高压油泵工作周期相等，使得高压油泵的工作周期大大减小，减压效果较好。

### 6.2 模型缺点

(1) 忽略了燃油在高压油泵处的密度转换时间，从而使计算结果也实际相比会有一定的误差。

(2) 没有考虑高压油管内的燃油密度变化波动情况，与实际情况相比，模型不够真实。

### 6.3 模型的改进

(1) 考虑燃油在高压油泵处的密度转换时间，计算燃油的流量变化情况。

(2) 考虑高压油管内的燃油密度变化波动情况，使得高压油管内的压强控制更精确。

## 参考文献

- [1] 钟理, 伍钦, 马四朋, 化工原理, 北京: 化学工业出版社, 2015
- [2] 司守奎, 孙玺菁, 数学建模算法与应用, 北京: 国防工业出版社, 2016
- [3] 同济大学数学系, 高等数学 (第七版) (下册): 高等教育出版社, 2014

## 附录 A 问题一 –matlab 源程序

```
readdata.m
clc;clear;
data=xlsread('C:\Users\acer\Desktop弹性模量\与压力的关系yx.xlsx');
p=data(:,1); %读取p
E=data(:,2); %读取对应的数值pE

Rou_Solve.m
clc;clear;
P_in=160;
P_battle=100;
rou_battle=0.85;
Cd=0.85;
A_in=pi*0.25*1.4^2;
rou_in=exp(-0.169*exp(-0.00401*P_in)-0.04935);
Q_in=Cd*A_in*sqrt(2*(P_in-P_battle)/rou_in);
V_out=44/100;
V_int2=V_out;
V_int1=V_int2*rou_battle/rou_in;
t_open=roots([V_int1-Q_in 10*V_int1])

inter.m
clc;clear;
syms t;
t_stop=10000;
%求m1
m1=sqrt(2*(60-50/t_stop*t)*0.8709);
m_int1=int(m1,t,0,t_stop); % 2时流入的燃油的质量s
square_m1=1.3084*double(m_int1);
%求m2
sum=0;
for k=1:t_stop/100
    sum=sum+44*exp(-0.169*exp(-0.00401*(100+100*(k-1)*50/t_stop))-0.04935);
end
```

```

square_m2=sum;
%求delta_m （常数）
delta_m=(0.8677-0.85)*pi*0.25*5*5*500; % 2时流出的燃油的质量差（实际是高压油管进
入了部分质量）s
%求时间t_open
t_open1=10*(square_m2+delta_m)/(square_m1-square_m2-delta_m)
P_in=160;
P_battle=150;
rou_battle=0.8677; %对应的P_battlerou_battle
Cd=0.85;
A_in=pi*0.25*1.4^2;
rou_in=exp(-0.169*exp(-0.00401*P_in)-0.04935);
Q_in=Cd*A_in*sqrt(2*(P_in-P_battle)/rou_in);
V_out=44/100;
V_int2=V_out;
V_int1=V_int2*rou_battle/rou_in;
t_open2=roots([V_int1-Q_in 10*V_int1])

```

## 附录 B 问题二 –matlab 源程序

```

solution2.m

clc;clear;
%data=xlsread('C:\Users\acer\Desktop凸轮边缘曲线\.xlsx');
%theta=data(:,1);
%rho=data(:,2);
%polar(theta,rho,'b');
d_hole=1.4;
d_zhen=2.5;
h0=d_zhen/2/tan(9*pi/180);
R_change=sqrt((d_hole/2)^2+(d_zhen/2)^2);
dis_change=R_change/tan(9*pi/180)-h0; %临界半径时对应的针阀和喷孔的距离

%读取针阀运动曲线上对应的数据
data=xlsread('C:\Users\acer\Desktop针阀运动曲线\.xlsx');
t_data=data(:,1);

```

```

t_data=t_data';
t_zhen=t_data(1:46);
t_zhen=[t_zhen,0.46:0.01:1.99];
t_zhen=[t_zhen,t_data(47:end)];

dis_data=data(:,2);
dis_data=dis_data';
dis_zhen=dis_data(1:46);
for i=0.46:0.01:1.99
    dis_zhen=[dis_zhen,2];
end
dis_zhen=[dis_zhen,dis_data(47:end)];

a_tan=tan(9*pi/180); %tan 度对应的数值9
num=size(t_zhen);

x=t_zhen(end-34:end);
y=dis_zhen(end-34:end);

%用蒙特卡洛法求V1
a1=1.742;b1=0.4318;c1=0.1533;
%dis_fit=a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2);
%A=pi*((a_tan^2*dis_zhen(1:34)+7.8922).^2-d_zhen^2/4);
%A=pi*(a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4);
%Q=13.0319*pi*(a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2)+7.8922)^2-d_zhen^2/4);

t_fit1=unifrnd(0,0.5,[1,10000000]);
Q_fit1=unifrnd(0,1.5,[1,10000000]);
pinshu1=sum(Q_fit1<=(a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit1-b1)/c1)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4)&t_fit1<=0.5);
area_V1=13.0319*pi*0.5*1.5*pinshu1/10^7;

%用蒙特卡洛法求V3
a2=1.739;b2=2.018;c2=0.1552;
t_fit2=unifrnd(2,2.5,[1,10000000]);
Q_fit2=unifrnd(0,2,[1,10000000]);
pinshu2=sum(Q_fit2<=(a_tan^2*(a2*exp(-((t_fit2-b2)/c2)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4)&t_fit2>=2);
area_V3=13.0319*pi*0.5*2*pinshu2/10^7;

```

```

area_V2=13.0319*pi*0.7*0.7*(2.11-0.34);

%总的单位时间高压油输出的体积
area_out=(area_V1+area_V3+area_V2)/100;
V_in=area_out;

w=2*pi*V_in/88.5615;

```

## 附录 C 问题三 –matlab 源程序

```

solution3.m

clc;clear;

d_hole=1.4;
d_zhen=2.5;
h0=d_zhen/2/tan(9*pi/180);
R_change=sqrt((d_hole/2)^2+(d_zhen/2)^2);
dis_change=R_change/tan(9*pi/180)-h0; %临界半径时对应的针阀和喷孔的距离
A100_xishu=0.85*sqrt(2*(100-0.103)/0.85); %P=100时，计算流量时，面积前的系数MPaQA

%读取针阀运动曲线上对应的数据
data=xlsread('C:\Users\acer\Desktop针阀运动曲线\.xlsx');
t_data=data(:,1);
t_data=t_data';
t_zhen=t_data(1:46);
t_zhen=[t_zhen,0.46:0.01:1.99];
t_zhen=[t_zhen,t_data(47:end)];

dis_data=data(:,2);
dis_data=dis_data';
dis_zhen=dis_data(1:46);
for i=0.46:0.01:1.99
    dis_zhen=[dis_zhen,2];

```

```

end
dis_zhen=[dis_zhen,dis_data(47:end)];

a_tan=tan(9*pi/180);
num=size(t_zhen);

x=t_zhen(end-34:end);
y=dis_zhen(end-34:end);

%用蒙特卡洛法求V1
a1=1.742;b1=0.4318;c1=0.1533;
%dis_fit=a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2);
%A=pi*((a_tan^2*dis_zhen(1:34)+7.8922).^2-d_zhen^2/4);
%A=pi*(a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4);
%Q=13.0319*pi*(a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit-b1)/c1)^2)+7.8922)^2-d_zhen^2/4);

t_fit1=unifrnd(0,0.5,[1,10000000]);
Q_fit1=unifrnd(0,1.5,[1,10000000]);
pinshu1=sum(Q_fit1<=((a_tan^2*(a1*exp(-((t_fit1-b1)/c1)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4)&t_fit1<=0.
area_V1=A100_xishu*pi*0.5*1.5*pinshu1/10^7;

%用蒙特卡洛法求V3
a2=1.739;b2=2.018;c2=0.1552;
t_fit2=unifrnd(2,2.5,[1,10000000]);
Q_fit2=unifrnd(0,2,[1,10000000]);
pinshu2=sum(Q_fit2<=((a_tan^2*(a2*exp(-((t_fit2-b2)/c2)^2)+7.8922).^2-d_zhen^2/4)&t_fit2>=2.
area_V3=A100_xishu*pi*0.5*2*pinshu2/10^7;

area_V2=A100_xishu*pi*0.7*0.7*(2.11-0.34);

%总的单位时间高压油输出的体积
area_out1=(area_V1+area_V3+area_V2)/100*2;
%V_in=area_out;

%w=2*pi*V_in/88.5615;

eta=5.25/6.28;

```



```
area_V4=eta*A100_xishu*pi*0.7*0.7;  
area_out=(area_V1+area_V3+area_V2)/100*2+area_V4;  
V_in=area_out;  
  
w=2*pi*V_in/88.5615;  
T_huanchong=2*pi/w;  
t_huanchong=T_huanchong*eta;
```