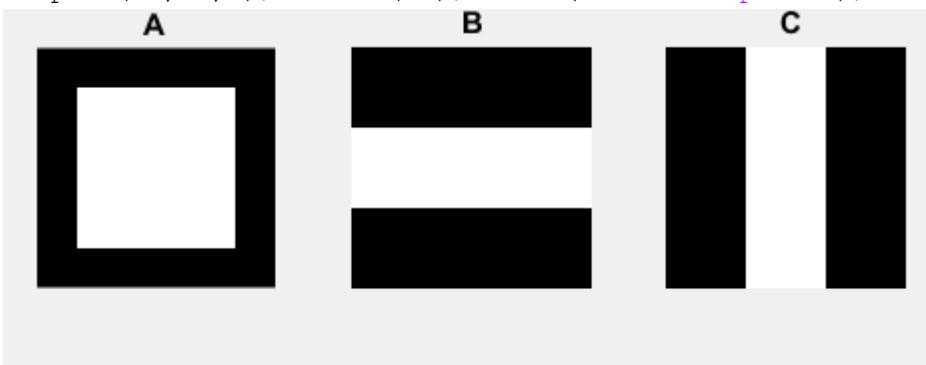


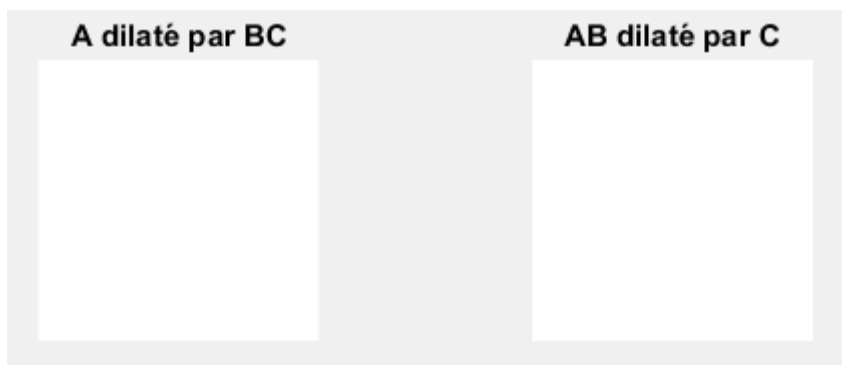
## Associativité – Commutativité

### Dilatation :

```
A=ones(6,6);  
A(1,:)=0, A(6,:)=0, A(:,1)=0, A(:,6)=0;A(3,5)=0;  
B=[0 0 0;1 1 1; 0 0 0]; C= transpose(B);  
BC=imdilate(B,C);  
A_BC=imdilate(A,BC);  
AB=imdilate(A,B);  
AB_C=imdilate(AB,C);  
CB=imdilate(C,B);  
figure(1);  
subplot( 1, 3,1); imshow(A); title('A ');  
subplot( 1,3 ,2); imshow(B); title('B');  
subplot( 1,3 ,3); imshow(C); title(' C');  
  
figure(2);  
subplot(2 ,2 ,1); imshow(A_BC); title('A dilaté par BC');  
subplot( 2, 2,2); imshow(AB_C); title('AB dilaté par C');  
subplot( 2, 2,3); imshow(BC); title('B dilaté par C');  
subplot( 2, 2,4); imshow(CB); title('C dilaté par B');
```



A matrice de taille 6\*6 et B et C des éléments structurant de taille 3\*3

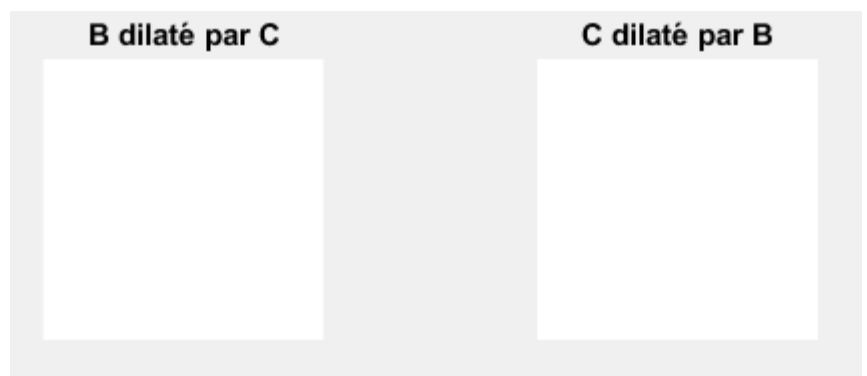


La dilatation est associative  $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$

La dilatation est commutative

$$C \oplus B = B \oplus C$$

A condition que B et C soient de même taille



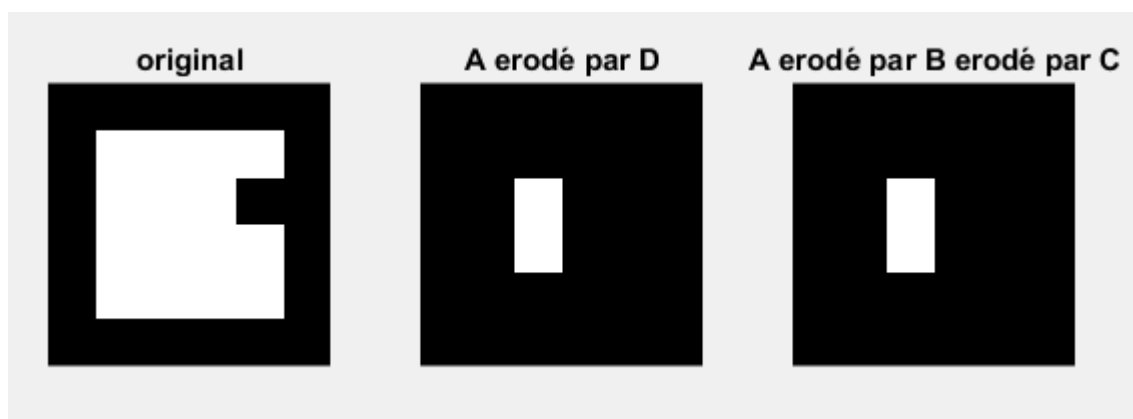
# La décomposabilité

## L'érosion

```
clear all; clc; close all;
A=ones(6,6);
A(1,:)=0, A(6,:)=0, A(:,1)=0, A(:,6)=0; A(3,5)=0; A(4,5);
B=[0 0 0;1 1 1; 0 0 0]; C= transpose(B);
% D =ones(3,3);
D=imdilate(B,C);
AR1=imerode(A,B);
AR2=imerode(AR1,C);
AR= imerode(A,D);
figure;
subplot(1,3,1);
imshow(A); title('original');
subplot(1,3,2);
imshow(AR2); title('A erodé par D');
subplot(1,3,3);
imshow(AR); title('A erodé par B erodé par C');
```

Un élément structurant peut être décomposé en dilatation avant d'être érodé par une image

$$A \ominus D = A \ominus (B \oplus C) = A \ominus B \ominus C$$



## la dilatation

```
Ar=imdilate(B,C);
Ar1=imdilate(A,Ar);
Ar2=imdilate(A,B);
Ar3=imdilate(Ar2,C);
subplot(1,3,1);
imshow(A); title('original');
subplot(1,3,2);
imshow(Ar1); title('A?(B?C)');
subplot(1,3,3);
imshow(Ar3); title('A?B?C');
```

Un élément structurant peut être décomposé en plusieurs dilatation

$$A \oplus (B \oplus C) = A \oplus B \oplus C$$

La décomposabilité aide à éviter de charger toute l'image faute d'espace dans la mémoire en s'intéressant aux pixels verticaux puis les pixels horizontaux



## Dualité:

La dilatation par E et l'érosion par E~ en niveau de gris et en binaire sont des opérateurs duaux

$$(A \oplus E)(x) = (A^c \ominus E^c)(x)$$

NB :  $A^c(x) \neq E^c$  càd le complément de l'élément structurant est une rotation de 180° par contre le complément de l'image est une inversion entre les pixels clairs et sombres (inversion entre 0 et 1 en binaire)

```
A=ones(6,6); A(1,1)=82; A(1,2)=76; A(1,3:5)=81; A(1,6)=75;
A(2,1)=80; A(2,2)=77; A(2,3)=80; A(2,4)=84; A(2,5)=79;A(2,6)=78;
A(3,1)=82; A(3,2)=82; A(3,3)=84; A(3,4)=80; A(3,5)=83;A(2,6)=84;
A(4,1)=91; A(4,2)=92; A(4,3)=94; A(4,4)=96; A(4,5)=93;A(4,6)=96;
A(5,1)=102; A(5,2)=100; A(5,3)=103; A(5,4)=103; A(5,5)=110;A(5,6)=112;
A(6,1)=100; A(6,2)=110; A(6,3)=109; A(6,4)=112; A(6,5)=110;A(6,6)=115;
E=strel('arbitrary',[0 0 0;0 1 1;1 0 0]);
Ac=imcomplement(A);
Ec=reflect(E);
AcE=imerode(Ac,Ec);
AcEc=imcomplement(AcE);
AE=imdilate(A,E);
figure;
subplot(2,2,1);imshow(A,[]); title('A');
subplot(2,2,2);imshow(Ac,[]); title('Ac');
subplot(2,2,3);imshow(AE,[]); title('A dilaté par E');
subplot(2,2,4);imshow(AcEc,[]); title('complément de Ac érodé par Ec');
```

E =

Flat STREL object containing 3 neighbors.

Neighborhood:

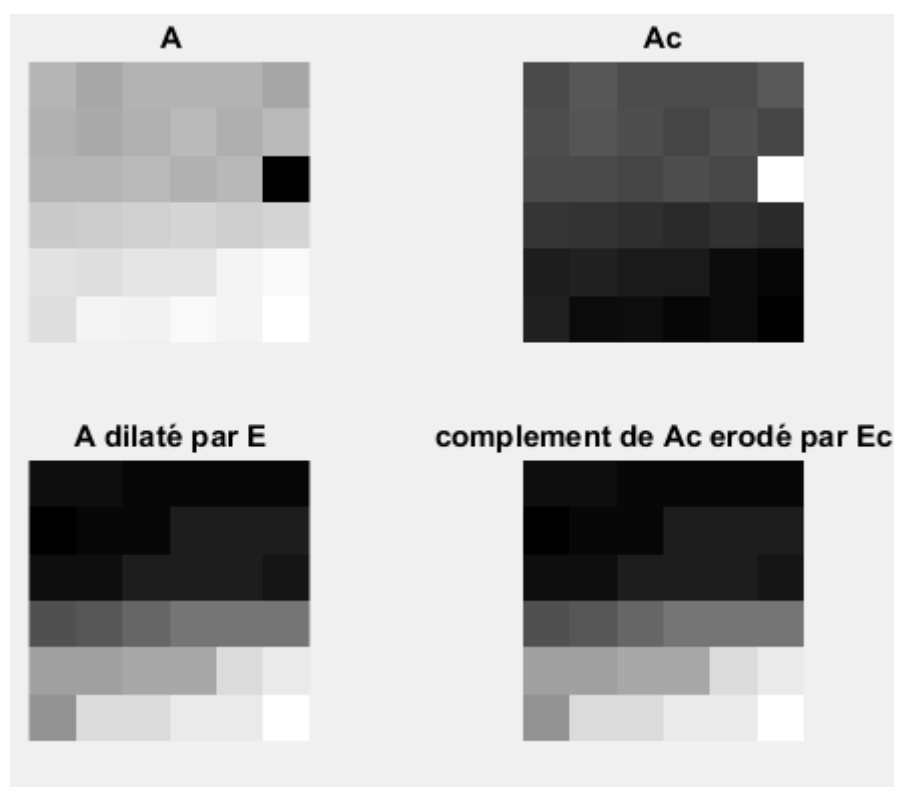
0	0	0
0	1	1
1	0	0

Ec =

Flat STREL object containing 3 neighbors.

Neighborhood:

0	0	1
1	1	0
0	0	0



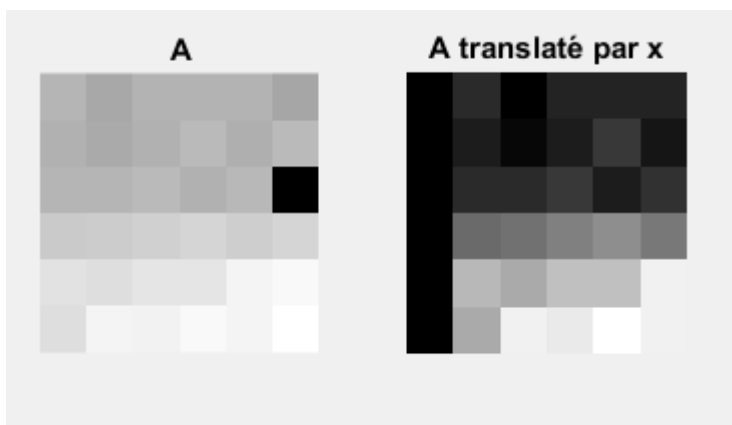
## La Translation :

La translation d'un élément structurant peut être réalisé par la commande « `translate(se,v)` » mais à condition que cet élément soit de type `strel`, pour appliquer la translation sur une image en niveau de gris on doit la dilater avec un élément structurant traduit.

$$Ax \oplus E = (A \oplus E)x, \quad Ax \ominus E = (A \ominus E)x, \quad A \oplus Ex = (A \oplus E)x, \quad A \ominus Ex = (A \ominus E)x$$

```
A=ones(6,6); A(1,1)=82; A(1,2)=76; A(1,3:5)=81; A(1,6)=75;
A(2,1)=80; A(2,2)=77; A(2,3)=80; A(2,4)=84; A(2,5)=79;A(2,6)=78;
A(3,1)=82; A(3,2)=82; A(3,3)=84; A(3,4)=80; A(3,5)=83;A(2,6)=84;
A(4,1)=91; A(4,2)=92; A(4,3)=94; A(4,4)=96; A(4,5)=93;A(4,6)=96;
A(5,1)=102; A(5,2)=100; A(5,3)=103; A(5,4)=103; A(5,5)=110;A(5,6)=112;
A(6,1)=100; A(6,2)=110; A(6,3)=109; A(6,4)=112; A(6,5)=110;A(6,6)=115;
```

```
E=strel('arbitrary',[0 1 0;0 1 1 ;0 1 1]);
% se=strel('arbitrary',[0 0 0;0 1 0;0 0 0]);
Ex=translate(E,[0 1]);
%pour un repère d'origine E(2,2) translation de 1 sur les abscisses et de 0 sur les
ordonnées
se=translate(strel(1),[0 1]);
se1=translate(strel(1),[0 -1]); % translation par -x%
Ax=imdilate(A,se);
subplot(2,6,1); imshow(A,[]); title('A');
subplot(2,6,2); imshow(Ax,[]); title('A traduité par x');
subplot(2,6,3); imshow(getnhood(E)); title('E');
subplot(2,6,4); imshow(getnhood(Ex)); title('E traduité par x');
```



A =

82	76	81	81	81	75
80	77	80	84	79	84
82	82	84	80	83	1
91	92	94	96	93	96
102	100	103	103	110	112
100	110	109	112	110	115

Ax =

-Inf	82	76	81	81	81
-Inf	80	77	80	84	79
-Inf	82	82	84	80	83
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	102	100	103	103	110
-Inf	100	110	109	112	110

E =

Flat STREL object containing 5 neighbors.

Neighborhood:

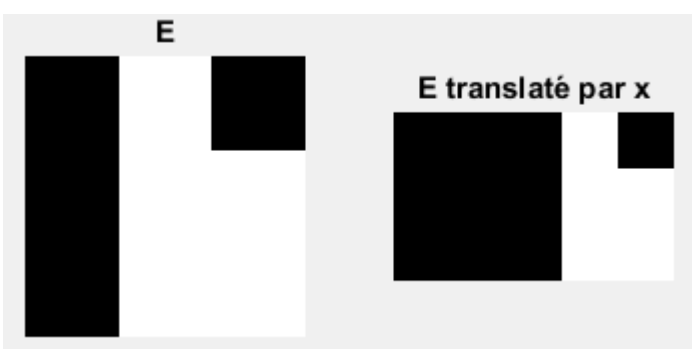
0	1	0
0	1	1
0	1	1

Ex =

Flat STREL object containing 5 neighbors.

Neighborhood:

0	0	0	1	0
0	0	0	1	1
0	0	0	1	1



On remarque bien la translation la position des pixels de +1 sur l'axe des abscisses selon un repère don l'origine le pixel central dans l'image ou dans l'élément structurant

%%%Dilatation et translation%%%

```
AxE=imdilate(Ax,E);
AE=imdilate(A,E);
AE_x=imdilate(AE,se);
AEx=imdilate(A,Ex);
ça vérifie bien les propriétés !
```

$Ax \oplus E = (A \oplus E)x$  et

$A \oplus Ex = (A \oplus E)x$

**AxE =**

-Inf	82	82	81	84	81
-Inf	82	82	84	84	84
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	102	100	103	103	110
-Inf	102	110	109	112	110
-Inf	102	110	110	112	112

**AEx =**

-Inf	82	82	81	84	81
-Inf	82	82	84	84	84
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	102	100	103	103	110
-Inf	102	110	109	112	110
-Inf	102	110	110	112	112

**AE\_x =**

-Inf	82	82	81	84	81
-Inf	82	82	84	84	84
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	102	100	103	103	110
-Inf	102	110	109	112	110
-Inf	102	110	110	112	112

**Ax dilaté par E**



**A dilaté par Ex**



**A dilaté par Ex**



%%%érosion et translation%%%

```
se=translate(strel(1),[0 1]); %translation par x%
sel=translate(strel(1),[0 -1]); % translation par -x%
```

```
AxEr=imerode(Ax,E);
ArEx=imerode(A,Ex);
ArE=imerode(A,E);
AREx=imdilate(ArE,se); %translation de A érodé par E%
AREx1=imdilate(ArE,sel); %translation par -x sur le résultat%
```

$Ax \ominus E = (A \ominus E)x$

**AxEr =**

-Inf	76	76	80	79	79
-Inf	77	76	80	79	79
-Inf	80	77	80	80	79
-Inf	82	82	84	80	83
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	100	100	103	103	110

**AREx =**

-Inf	76	76	80	79	75
-Inf	77	76	80	79	1
-Inf	80	77	80	80	1
-Inf	82	82	84	80	83
-Inf	91	92	94	96	93
-Inf	100	100	103	103	110

$A \ominus Ex = (A \ominus E)-x$

**ArEx =**

76	80	79	75	75	Inf
76	80	79	1	1	Inf
77	80	80	1	1	Inf
82	84	80	83	1	Inf
92	94	96	93	96	Inf
100	103	103	110	112	Inf

**AREx1 =**

76	80	79	75	75	-Inf
76	80	79	1	1	-Inf
77	80	80	1	1	-Inf
82	84	80	83	1	-Inf
92	94	96	93	96	-Inf
100	103	103	110	112	-Inf

## Croissance :

```
A2=zeros(7,7); A2(2:6,2:6)=1; A2(1,4)=1;A2(4,1)=1;A2(3,3)=0;A2(5,2)=0;A2(7,6)=1;
E4=[0 1 0;1 1 1 ;0 1 0]; E8=ones(3,3);
A1=imerode(A2,E4); %on aura A1= A2erE4 < A2%
figure(1);
subplot(2,3,1); imshow(A1); title('A1');
subplot(2,3,2); imshow(A2);title('A2');
subplot(2,3,3); imshow(E4);title('E4 ');
subplot(2,3,4); imshow(E8);title(' E8');
```

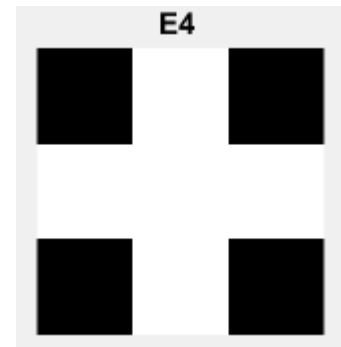
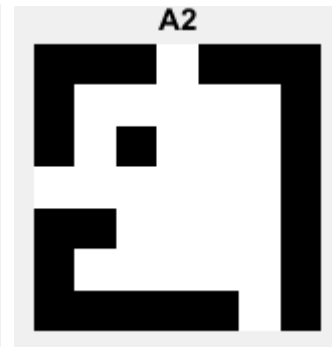
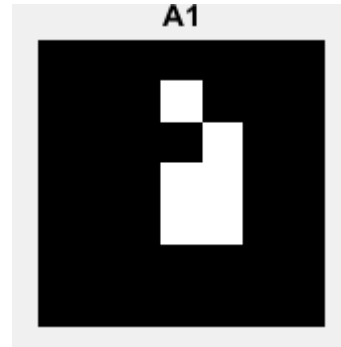
On a bien  $A1 \subset A2$  et  $E4 \subset E8$

$E4 = \text{sigma } 4$

$E8 = \text{sigma } 8$

A1							
7x7 double							
	1	2	3	4	5	6	7
1		0	0	0	0	0	0
2		0	0	0	1	0	0
3		0	0	0	0	1	0
4		0	0	0	1	1	0
5		0	0	0	1	1	0
6		0	0	0	0	0	0
7		0	0	0	0	0	0

A2							
7x7 double							
	1	2	3	4	5	6	7
1		0	0	0	1	0	0
2		0	1	1	1	1	0
3		0	1	0	1	1	0
4		1	1	1	1	1	0
5		0	0	1	1	1	0
6		0	1	1	1	1	0
7		0	0	0	0	0	1



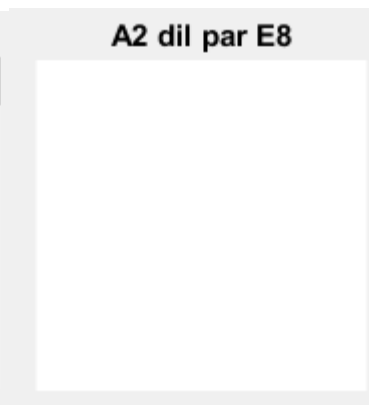
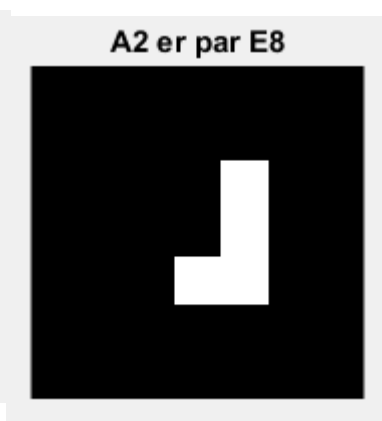
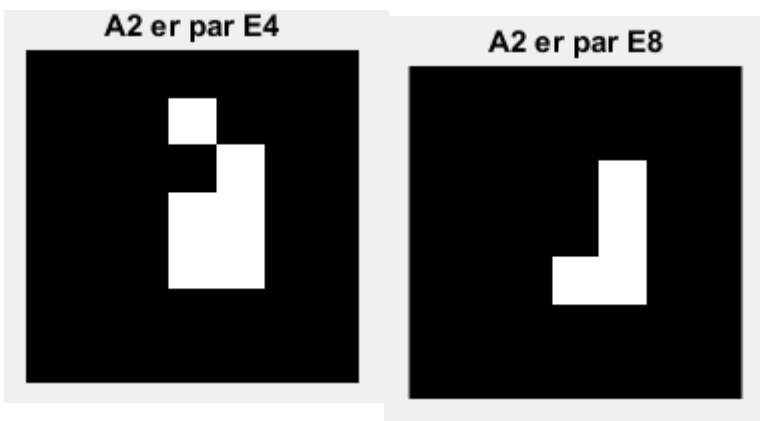
## CROISSANCE DE L'ELEMENT STRUCTURANT E4<E8

### Erosion-Dilatation :

```
A2E4R=imerode(A2,E4);
A2E8R=imerode(A2,E8);
A2E4D=imdilate(A2,E4);
A2E8D=imdilate(A2,E8);
figure(2);
subplot(2,3,1); imshow(A2E4R); title('A2 er par E4');
subplot(2,3,2); imshow(A2E8R);title('A2 er par E8');
subplot(2,3,3); imshow(A2E4D);title('A2 dil par E4 ');
subplot(2,3,4); imshow(A2E8D);title('A2 dil par E8');
```

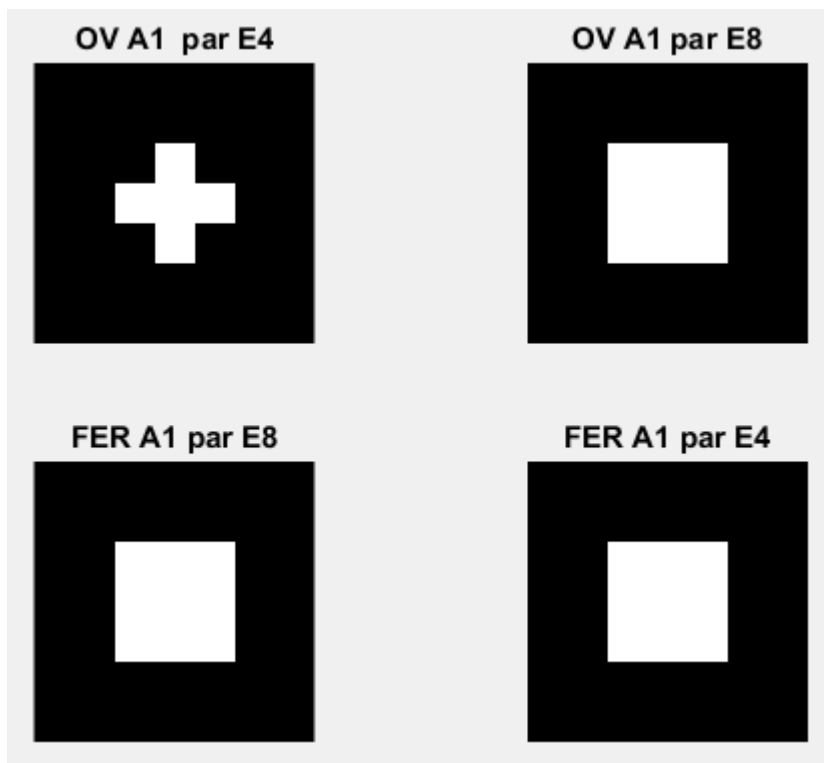
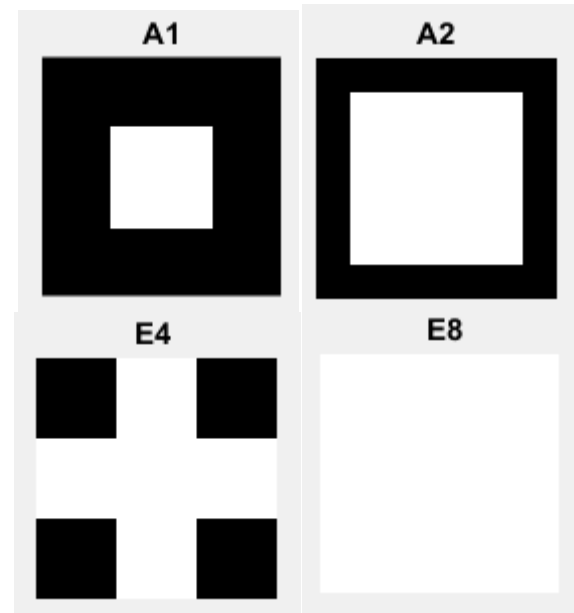
Au point de vue élément structurant,  
Comme  $E4 \subset E8$ ,  
on a bien  $A2 \ominus E8 \subseteq A2 \ominus E4$  l'érosion est décroissante

et on a  $A2 \oplus E4 \subseteq A2 \oplus E8$  donc la dilatation est croissante



## overture-fermeture

```
close all; clear all; clc;
A2=zeros(7,7); A2(2:6,2:6)=1;
E4=[0 1 0;1 1 1 ;0 1 0]; E8=ones(3,3);
A1=imerode(A2,E4); %on aura A1= A2erE4 < A2%
figure(1);
subplot(2,3,1);imshow(A1); title('A1');
subplot(2,3,2);imshow(A2);title('A2');
subplot(2,3,3);imshow(E4);title('E4 ');
subplot(2,3,4);imshow(E8);title('E8');
%%ouverture fermeture%%
ferA1E4=imclose(A1,E4);ferA1E8=imclose(A1,E8);
ovA1E4=imopen(A1,E4);ovA1E8=imopen(A1,E8);
figure(3);
subplot(2,3,1); imshow(ovA1E4); title('OV A1 par E4');
subplot(2,3,2); imshow(ovA1E8);title('OV A1 par E8');
subplot(2,3,3); imshow(ferA1E8);title('FER A1 par E8');
subplot(2,3,4); imshow(ferA1E4);title('FER A1 par E4');
```



Au point de vue de l'élément structurant,  
 $E4 \subseteq E8$ , on remarque que l'ouverture est  
 décroissante  $(A1 \circ E8) \leq (A1 \circ E4)$

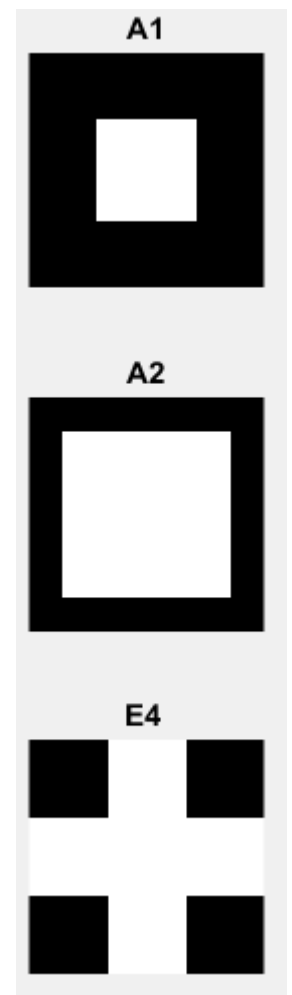
Cependant, la fermeture est croissante  
 $(A1 \bullet E4) \leq (A1 \bullet E8)$

**Croissance au point de vue de l'image**

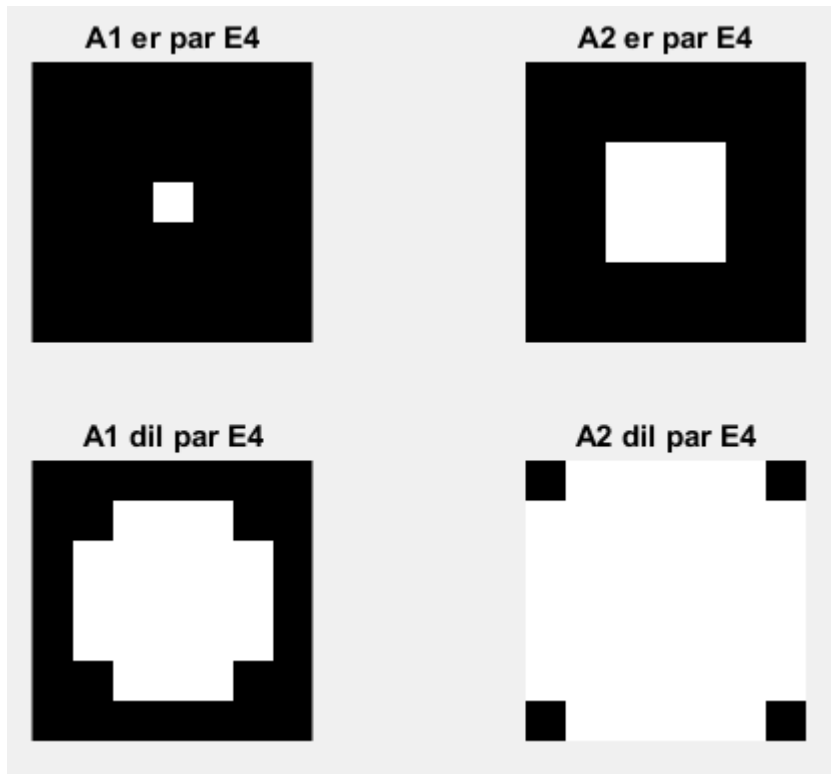
## Dilatation- érosion

```
A2=zeros(7,7); A2(2:6,2:6)=1;
E4=[0 1 0;1 1 1 ;0 1 0]; E8=ones(3,3);
A1=imerode(A2,E4); %on aura A1= A2erE4 < A2%
```

```
A1E4R=imerode(A1,E4);
A2E4R=imerode(A2,E4);
A1E4D=imdilate(A1,E4);
A2E4D=imdilate(A2,E4);
figure(1);
subplot(3,1,1);
imshow(A1); title('A1');
subplot(3,1,2);
imshow(A2);title('A2');
subplot(3,1,3);
imshow(E4);title('E4 ');
```



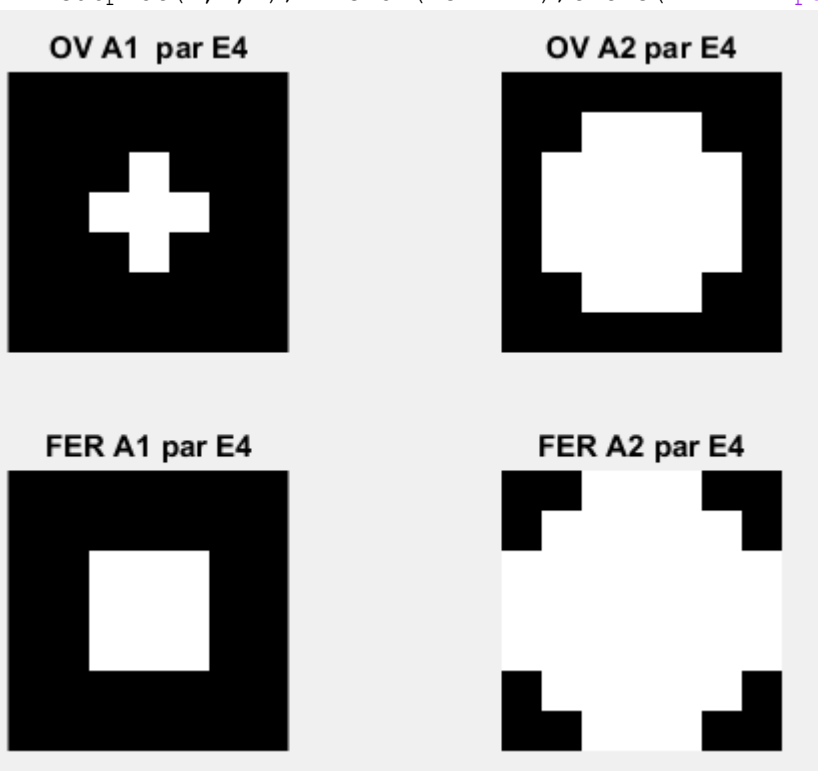
```
figure(2);
subplot(2,2,1); imshow(A1E4R); title('A1 er par E4');
subplot(2,2,2); imshow(A2E4R);title('A2 er par E4');
subplot(2,2,3); imshow(A1E4D);title('A1 dil par E4');
subplot(2,2,4); imshow(A2E4D);title('A2 dil par E4');
```



Au point de vue de l'image, Comme  $A1 \leq A2$ ,  
on a bien  $A1 \ominus E4 \subseteq A2 \ominus E4$  l'érosion est croissante  
et on a  $A1 \oplus E4 \subseteq A2 \oplus E4$  donc la dilatation est croissante

### Overture- fermeture

```
% %ouverture fermeture%%
ferA1E4=imclose(A1,E4);
ferA2E4=imclose(A2,E4);
ovA1E4=imopen(A1,E4);
ovA2E4=imopen(A2,E4);
figure(3);
subplot(2,2,1); imshow(ovA1E4); title('OV A1 par E4');
subplot(2,2,2); imshow(ovA2E4);title('OV A2 par E4');
subplot(2,2,3); imshow(ferA1E4);title('FER A1 par E4');
subplot(2,2,4); imshow(ferA2E4);title('FER A2 par E4');
```



Au point de vue de l'image,  
 $A1 \leq A2$ , on remarque que l'ouverture est croissante  $(A1 \circ E4) \leq (A2 \circ E4)$ ,  
la fermeture est aussi croissante  
 $(A1 \bullet E4) \leq (A2 \bullet E4)$



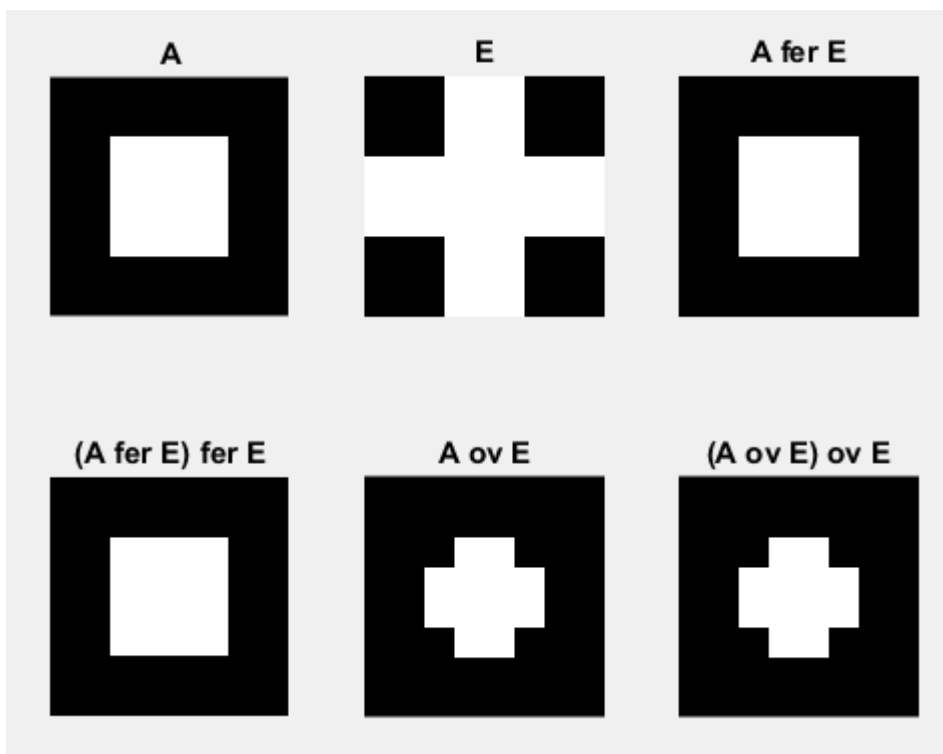
# Idempotence

```
clear all; close all; clc;
A=zeros(8,8); A(3,3:5)=1; A(4:6,3:6)=1; A(3:4,3:6)=1;
E=[0 1 0;1 1 1 ;0 1 0];
% E=ones(3,3);

AEf=imclose(A,E);
AEff=imclose(AEf,E);

AEo=imopen(A,E);
AEoo=imopen(AEo,E);

subplot(2,3,1);
imshow(A); title('A');
subplot(2,3,2);
imshow(E); title('E');
subplot(2,3,3);
imshow(AEf); title('A fer E');
subplot(2,3,4);
imshow(AEff);title('(A fer E) fer E');
subplot(2,3,5);
imshow(AEo); title('A ov E');
subplot(2,3,6);
imshow(AEoo);title('(A ov E) ov E');%l'image resultante est le meme si on itère
l'ouverture%
```



La propriété de l'idempotence est valable seulement pour les opérateurs de l'ouverture et la fermeture, en fait

$A \circ E = (A \circ E) \circ E$ , et  $A \bullet E = (A \bullet E) \bullet E$

càd si on applique l'opérateurs en itérant plusieurs fois on trouve le même résultat