1　誤差の伝播

1.1　一般式

$x_1, x_2, \cdots, x_n$ が独立の変数であり、y はそれらの関数であるとき、

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{1}$$

である。

そして、それらの誤差を $\delta x_1, \delta x_2, \cdots, \delta x_n, \delta y$ とすると、

$$\delta y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\delta x_2\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\delta x_n\right)^2 \tag{2}$$

となる。少し具体的な関数形で考えてみる。

1.2　関数の積の誤差

次のような従属変数の誤差を考える。

$$y = f(x)g(x) \tag{3}$$

このとき δy は

$$\delta y^2 = \left(\left(f'g + fg'\right)\delta x\right)^2 \tag{4}$$

1.3　関数の積の誤差 2

次は

$$y = f(x_1)g(x_2) \tag{5}$$

を考える。

$$\delta y^2 = \left(f'g\delta x_1\right)^2 + \left(fg'\delta x_2\right)^2 \tag{6}$$

1.3.1　関数の積の誤差 3

次は

$$y = f(x_1)g(x_1, x_2) \tag{7}$$

を考える。

$$\begin{aligned}
\delta y^2 &= \left(\left(f'g + f\frac{\partial g}{\partial x_1}\right)\delta x_1\right)^2 + \left(f\frac{\partial g}{\partial x_2}\delta x_2\right)^2 && (8)\\
&= f'^2\delta x_1^2 \cdot g^2 + 2f'gf\frac{\partial g}{\partial x_1}\delta x_1^2 + f^2\left(\left(\frac{\partial g}{\partial x_1}\delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial x_2}\delta x_2\right)^2\right) && (9)\\
&= \delta f^2 \cdot g^2 + f^2\delta g^2 + && (10)
\end{aligned}$$

2　誤差の表記