

基于模拟电路的 PID 控制器设计与分析

孙智诚

模拟电路课程设计

2025 年 12 月 26 日

摘要

过往的学习和实践中，笔者往往通过算法来实现 PID 控制器，本文意欲以模拟电路的形式，构建一种响应更精确、更迅速，成本更低的 PID 控制器，因其结构简单、不用编程，故可以在一些较为基础的场景进行应用，同时也能用以让笔者更加深刻地了解放大电路中积分器、微分器的实际意义。

1 PID 控制理论

PID 控制器的输出 $u(t)$ 与输入误差 $e(t)$ 的关系为：

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

其中， K_p 为比例系数， K_i 为积分系数， K_d 为微分系数。也就是说，控制器拿到误差 $e(t)$ 后，并不是只关注当前的误差状态，而是把误差拆成三种不同角度的量来处理，然后把三部分结果叠加成最终的控制输出 $u(t)$ 。

1.1 误差与闭环的基本逻辑

在闭环控制中，误差一般定义为

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2)$$

其中 $r(t)$ 为期望输入， $y(t)$ 为实际反馈值。PID 的目的并不复杂：通过合理设计 $u(t)$ 的大小与方向，让系统输出 $y(t)$ 尽可能贴近 $r(t)$ 。

1.2 比例项 P

比例项为 $u_P(t) = K_p e(t)$ 。它的意义很直观：误差越大，纠正力度越大。因此 K_p 往往是调参时首先关注的变量。当 K_p 较小时，系统响应偏慢，输出跟随设定值不够积极，

可能出现较明显的稳态误差；当 K_p 逐渐增大时，响应会更快，但过大时容易带来超调甚至振荡。

在实际电路中，比例项对应的就是一个线性放大环节；如果后续环节本身存在饱和或限幅，那么单纯增大 K_p 往往并不能无限提高效果，反而可能把系统推向不稳定。

1.3 积分项 I

积分项为 $u_I(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$ ，它的核心作用是消除稳态误差，只要误差长期不为零，积分就会不断累加，直到把误差推回到接近零的范围。但积分也有明显的副作用：当系统存在输出限幅、执行器能力不足或起始误差过大时，积分项可能在短时间内累积过多，造成较大的超调；这种现象在控制中常被称为积分 windup 或者超调。因此，在模拟电路实现时通常会配合一定的限幅措施，例如在积分电容并联大电阻，或在输出端加钳位，以避免积分项无限累积。

1.4 微分项 D

微分项为 $u_D(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$ ，它反映的是误差变化的快慢。当误差变化很快时，微分项会给出一个减缓其变化速率的纠正量，从而改善系统的动态过程，例如降低超调、加快收敛。然而，微分对高频噪声非常敏感：噪声往往表现为快速抖动，经过微分后会被放大，导致控制输出抖动甚至引起电路自激。因此工程上常用“带限微分”，即在微分网络中加入电阻或电容，形成高频滚降，而不是理想微分。

1.5 本设计采用 PID 的动机

综合来看， P 负责提供基本控制力度， I 用于消除稳态误差， D 则在动态过程中起到抑制超调与改善响应的作用。本文后续将围绕模拟电路实现的可行性，分别给出比例、积分、微分环节的电路结构与参数设计方法，并通过仿真验证其在典型输入（如阶跃）下的响应特性。

2 模拟电路设计

本节将基于前文的控制理论基础，在本学期模拟电路课程学习的知识的基础上寻找对应的解决方案，设计符合 PID 控制器基本原理的模拟电路，并在此基础上尝试进行优化，以满足实际的使用需求。

2.1 比例环节 P

比例环节用运放反相放大器实现，其传递函数可写为

$$G_P(s) = -\frac{R_f}{R_{in}} \quad (3)$$

因此比例系数的等效关系为 $K_p = \frac{R_f}{R_{in}}$ 。在实际搭建时，我们可以使用电位器作为 R_f 或 R_{in} 的一部分，以便于在实验中对 K_p 做连续调节，找到我们需要的比例系数。

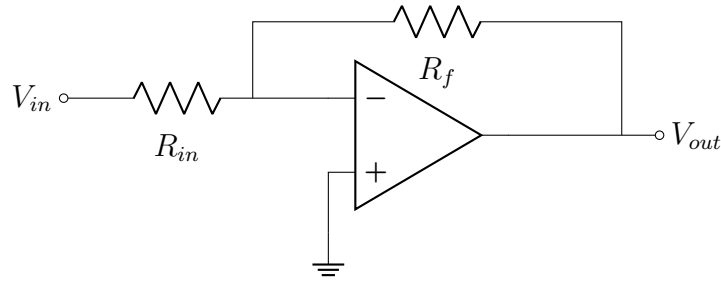


图 1: 比例环节运放反相放大器

2.2 积分环节 I

积分环节采用经典运放积分器：输入端为电阻 R ，反馈为电容 C 。理想情况下的传递函数为

$$G(s) = -\frac{1}{RCs} \quad (4)$$

对应到 PID 中的参数关系为 $K_i = \frac{1}{RC}$ 。需要指出的是，理想积分器对直流增益无穷大，实际电路中会因运放失调、偏置电流等导致输出缓慢漂移并最终饱和。因此工程上通常在反馈电容两端并联一个较大的电阻 R_b ，形成带泄放的积分器，使低频增益有限，从而提升长期稳定性。

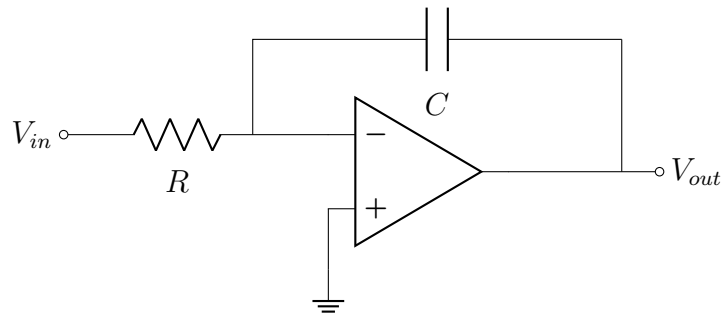
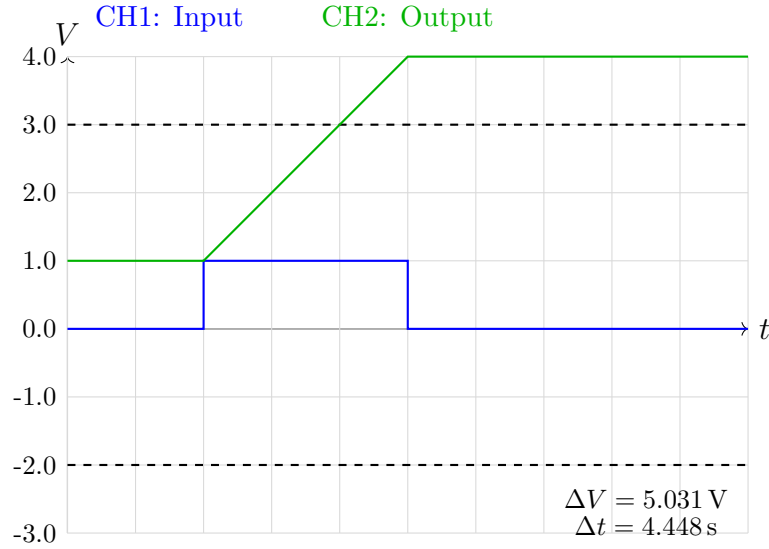


图 2: 积分环节运放积分器（反馈电容 C 或许还可以并联一个泄放电阻 R_b ）

由于本电路较为基础，故而笔者并未选择进行软件仿真，而是在学校实验室，利用现有的 op-amp 与元器件进行了试验。电路中选用了 $R = 500k\Omega$ $C = 0.2\mu F$ ，使得时间常数 $\tau = 0.5s$ ，为了便于观察，笔者在 V_{out} 后追加了一个 $\frac{R_f}{R_{in}} = 1$ 的反相 op-amp，以此将第一级放大电路反转的信号复原为原本的相位（后文如果无特殊说明，均采用这种手段以便观察输出）。通过输入方波信号，得到以下 $v_i - t$ 与 $v_o - t$ 特性曲线：

图 3: 时间常数 $\tau = 0.5$ 时的响应曲线

2.2.1 PI 控制器

更进一步地，我们可以结合前面提及的比例放大器，设计出比例-积分放大器，也就是工程中常用的 PI 控制器。通过添加一个输出限幅部分，它可以满足大多数的控制需求，同时也可以比较粗糙地避免过调发生。

PI 控制器的传递函数可以写为：

$$G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (5)$$

其中 $T_i = K_p/K_i$ ，为积分时间常数。在运放实现中，可以采用单运放结构：在反馈网络中将电阻和电容串联，输入端仍为电阻。此时反馈阻抗为 $Z_f = R_f + \frac{1}{sC_f}$ ，传递函数为：

$$G_{PI}(s) = -\frac{R_f + \frac{1}{sC_f}}{R_{in}} = -\frac{R_f}{R_{in}} \left(1 + \frac{1}{sR_fC_f} \right) \quad (6)$$

比较可得： $K_p = \frac{R_f}{R_{in}}$ ， $T_i = R_fC_f$ 。

为了防止积分饱和和输出超过执行器或后级电路的耐受范围，在输出端加入限幅电路。常用的限幅方案包括：

- **二极管钳位：**使用稳压二极管，将输出钳制在指定范围内。
- **运放饱和保护：**利用运放本身的电源轨限制输出范围，如 $\pm 12V$ 供电时输出约为 $\pm 10V$ 。

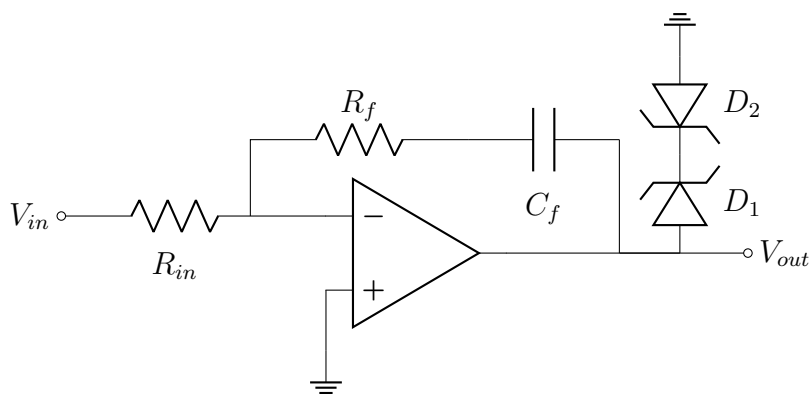
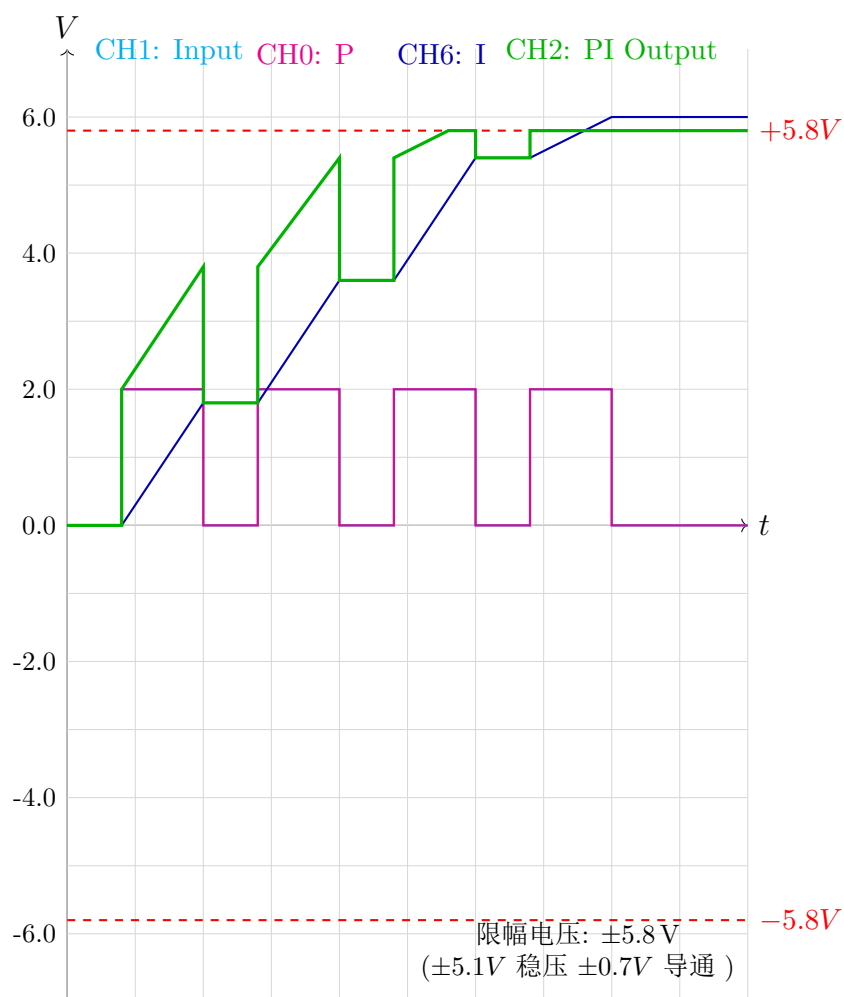


图 4: PI 控制器

这类控制器也是笔者在实际控制中运用最多的控制器。相较完整的 PID 控制器，它的调参更为简单，且通过直接限幅，可以将输出严格限定在要求范围内。为了验证 PI 控制器的实际效果，笔者搭建了参数为 $K_p = 1.0$ 、 $T_i = 0.5$ 的 PI 控制器，并输入周期性方波信号进行测试。图中展示了输入信号、比例输出、积分输出以及经限幅后的总输出波形：

图 5: PI 控制器响应曲线 $K_p = 1.0$ ， $T_i = 0.5$ ，周期性方波输入，输出限幅于 $\pm 5.8V$

从波形中可以清晰地看到 PI 控制器的工作特性：输入方波经过比例环节得到即时响应，积分环节则在每个高电平期间累积上升，低电平期间保持不变。两者叠加形成的 PI 输出在第一、二周期正常工作，但在第三周期因积分持续累积而触发稳压二极管限幅，被钳制在 $+V_{lim}$ 附近，有效地对输出进行了限幅。当输入回到低电平时，输出立即下降，仅保留积分值。这种限幅特性揭示了 PI 控制器在持续偏差输入下的积分饱和现象。

2.3 微分环节 D

在运放微分器中，输入端使用电容 C ，反馈端使用电阻 R 。根据虚短虚断原理，流经电容的电流为：

$$i(t) = C \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (7)$$

由于该电流全部流经反馈电阻 R ，输出电压为：

$$v_o(t) = -iR = -CR \frac{dv_i(t)}{dt} \quad (8)$$

在频域中，传递函数为：

$$\frac{V_o}{V_i} = -sCR \quad (9)$$

因此微分系数为 $K_d = CR$ 。

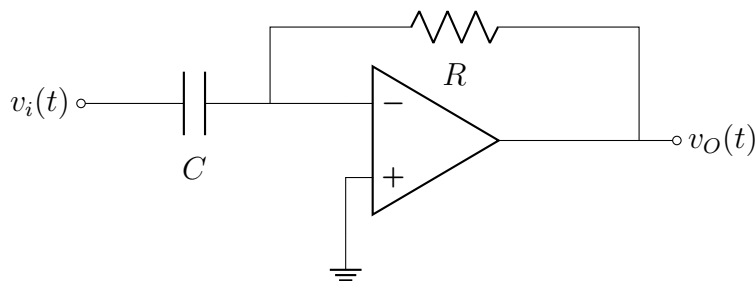


图 6: 微分器

然而，纯微分器在高频时增益无限增大，会严重放大噪声。实际应用中通常在输入端串联一个小电阻，或在反馈电阻上并联一个小电容，形成高频滚降，使微分作用仅在有效频带内发挥。在参数设计上，微分通道更关注有效频带与噪声抑制。通过合理选择 R 和 C 的值，可以在目标频段内实现微分作用。

2.4 PID 控制器设计

综合前述的比例、积分、微分三个环节，本节将设计一个完整的模拟 PID 控制器。该控制器采用两级运放结构：第一级实现 PID 运算，第二级提供相位校正。

2.4.1 PID 控制器的传递函数

完整的 PID 控制器传递函数为：

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = K_P + \frac{K_P}{T_i s} + K_P T_d s \quad (10)$$

可以改写为：

$$G(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (11)$$

2.4.2 电路结构与参数设计

综合前文所述，PID 控制器中的第一级采用如下设计：

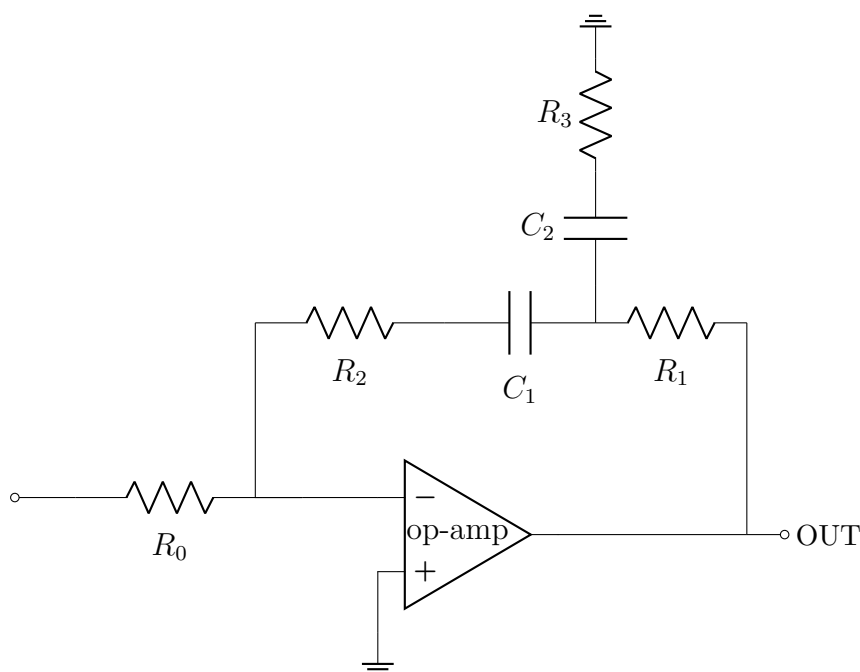


图 7: PID 单级运放电路

其中， C_1 串联在反馈的主通路中，在低频或直流的输入信号下，其阻抗很大而根据 op-amp 的特性，反馈的阻抗越大，增益越高，这正是积分控制中，对长期存在的微小误差进行累积放大的特性。

而 C_2 、 R_3 支路，从直观上讲，当信号变化很慢时，电容相当于断路，信号可以直接通过 PI 控制器的调整，得到输出信号；而当信号变化很快时，电容近似于导线，在结构上相当于 R_2 、 C_1 支路被短路，也就是削弱了 PI 控制器的控制效果。

当然，上面的分析都属于只管层面的定性分析，而下文的参数计算可以提供比较科学的定量分析。

2.4.3 元器件选型

本设计中选用的元器件规格如下表所示：

元件类型	标号	参数值/型号	说明
运算放大器	U1	LM358LV	低压双运放，单电源或双电源供电
输入电阻	R_0	200k Ω	输入端串联电阻，设定输入阻抗
反馈电阻	R_1	100k Ω	反馈上支路电阻
比例电阻	R_2	100k Ω	反馈下支路电阻，决定比例系数
微分限幅电阻	R_3	10k Ω	限制微分增益，防止高频噪声放大
积分电容	C_1	1 μ F	串联在反馈主路，实现积分作用
微分电容	C_2	1 μ F	接地支路电容，实现微分作用

表 1: PID 控制器元器件选型表

2.4.4 参数计算

根据电路元件值，可以计算出 PID 控制器的关键参数：

积分时间常数：

$$T_i = (R_1 + R_2)C_1 = (100\text{k} + 100\text{k}) \times 1\mu\text{F} = 0.2\text{s} \quad (12)$$

微分时间常数：

$$T_d = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) C_2 = (50\text{k} + 10\text{k}) \times 1\mu\text{F} = 0.06\text{s} \quad (13)$$

比例系数：

$$K_P = \frac{R_1 + R_2}{R_0} = \frac{200\text{k}}{200\text{k}} = 1.0 \quad (14)$$

微分系数：

$$K_D = \frac{(R_1 \parallel R_2) + R_3}{R_3} = \frac{50\text{k} + 10\text{k}}{10\text{k}} = 6.0 \quad (15)$$

惯性时间常数：

$$\tau = R_3 C_2 = 10\text{k} \times 1\mu\text{F} = 0.01\text{s} \quad (16)$$

由此可得： $T_d = K_D \times \tau = 6.0 \times 0.01 = 0.06\text{s}$

2.4.5 PSpice 仿真验证

为验证上述参数计算的正确性，使用 PSpice 对设计的 PID 控制器进行了瞬态分析仿真。输入信号为周期 1 秒、幅值 0.5V 的方波信号，仿真时间为 2 秒。图8展示了输入信号与输出信号的时域响应曲线。

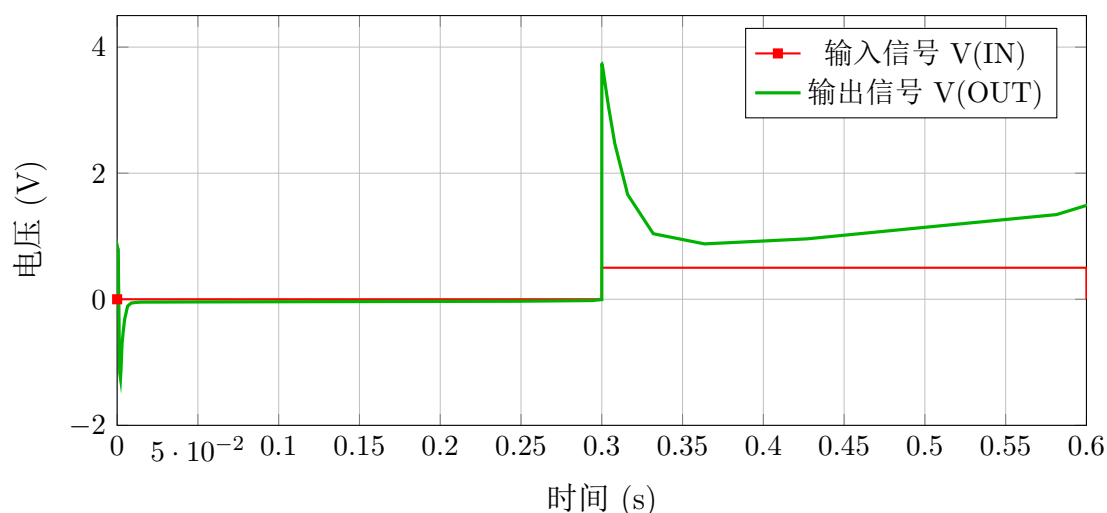


图 8: PID 控制器输入输出对比基于 PSpice 仿真导出结果绘制

从仿真曲线可以观察到 PID 控制器的典型响应特征：

- **微分作用 (D):** 在输入信号每次跳变，如 0.3s、0.9s、1.5s 处，时，输出出现明显的尖峰脉冲，这是微分环节对输入变化率的快速响应。
- **比例作用 (P):** 输入跳变后，输出迅速达到一个与输入成比例的稳态值。
- **积分作用 (I):** 在输入信号保持高电平期间，如 0.3s-0.6s、0.9s-1.2s 区间，输出呈现明显的斜坡上升或下降趋势，这是积分环节对误差进行累积的结果。积分时间常数 $T_i = 0.2s$ 决定了斜坡的斜率。

仿真结果验证了电路设计的正确性，所实现的单运放 PID 控制器（这里再次提示一下，笔者事实上用了两个运放，但第二个运放所在的第二级仅仅起到将输出相位还原的作用，为了方便就没有在原理图中绘出。）能够同时提供比例、积分、微分三种控制作用。

3 结论

本文基于模拟电路设计并实现了一个完整的 PID 控制器，通过理论分析、电路设计与仿真验证，展示了运放在控制系统中的实际应用。回顾整个设计过程，笔者认为该设计既有明显的优势，也存在一些需要改进的地方。

3.1 设计优势

首先，从实现成本来看，这套方案相当经济。整个控制器仅用两个运放加上几个电阻电容，总成本不过几块钱，相比需要编程的数字控制器或者专用 PID 芯片，门槛要低得

多。对于一些简单的控制场景,比如温度控制、电机调速这类对精度要求不算太高的应用,这种模拟方案完全够用。

其次,响应速度是模拟电路的天然优势。运放的带宽通常在 MHz 级别,意味着它对输入变化的反应几乎是瞬时的,不像数字控制器还要经过采样、计算、输出这一套流程,延迟要大得多。从仿真结果也能看出来,在 0.3s 输入跳变时刻,输出的微分尖峰几乎是瞬间出现的,这种快速响应在某些对动态性能要求高的场合是很有价值的。

再者,调试过程相对直观。通过示波器可以直接观察到比例、积分、微分三个分量的波形,哪个环节出问题一目了然。想调整参数也很方便,换个电阻或电容就行,不用重新烧录程序。笔者在实验室搭建 PI 控制器时,就是通过观察波形快速找到合适的时间常数,整个过程非常高效。

3.2 设计不足

当然,这套设计也有比较明显的短板。最大的问题是参数固定,灵活性不足。电阻电容一旦焊接,PID 参数就只能通过更换元件来调整。这在实际应用中很不便捷,固定的 PID 参数很难适应所有情况。虽然可以用电位器来实现连续调节,但这又会引入接触不良、阻值漂移等新问题。

其次,积分饱和的处理不够理想。从 PI 控制器的实验波形可以看到,当输入长时间保持高电平时,积分项会持续累积直到触发限幅,这时候控制器实际上已经失控。虽然加了稳压二极管限幅,但这只是被动保护,并不能从根本上解决积分 windup 的问题。数字 PID 可以通过抗积分饱和算法来处理,但模拟电路要实现类似功能就比较麻烦。

最后还有噪声敏感性的问题:微分环节天生对高频噪声敏感,虽然笔者在设计中通过 R_3 限制了微分增益,但效果还是有限。如果输入信号本身就比较毛刺,输出波形会很不干净。实际使用时可能需要在输入端加低通滤波,这又会牺牲一部分响应速度。

3.3 未来改进方向

基于上述分析,笔者认为可以从以下几个方面对设计进行改进。首先,可以考虑引入数字电位器,通过微控制器动态调整 PID 参数,在保留模拟电路响应快的优势的同时,获得一定的参数可调性。其次,对于积分饱和问题,可以尝试设计一个条件积分电路,当输出接近限幅时自动切断积分通路,避免过度累积。再次,可以在输入端增加可配置的滤波电路,根据实际噪声情况选择合适的滤波强度。

总的来说,这次设计让笔者对 PID 控制器的工作原理有了更深入的理解,也真切体会到了模拟电路在控制领域的应用价值。虽然存在一些局限性,但在成本、速度、易用性方面的优势还是很明显的。对于笔者这样习惯了软件算法的人来说,用硬件电路实现控制逻辑确实是一次很有意思的体验。

附录

电路设计图

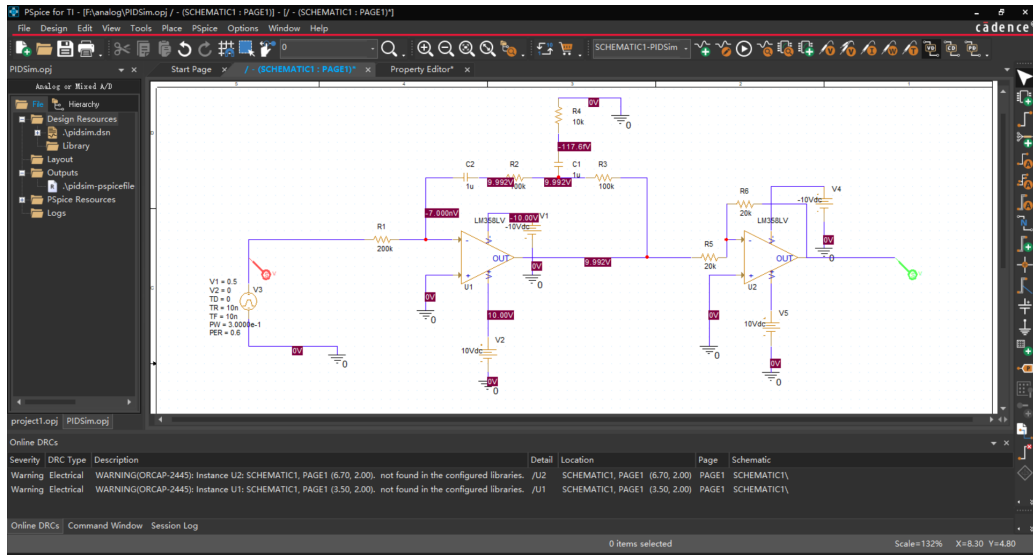


图 9: PID 控制器完整电路设计

仿真结果波形

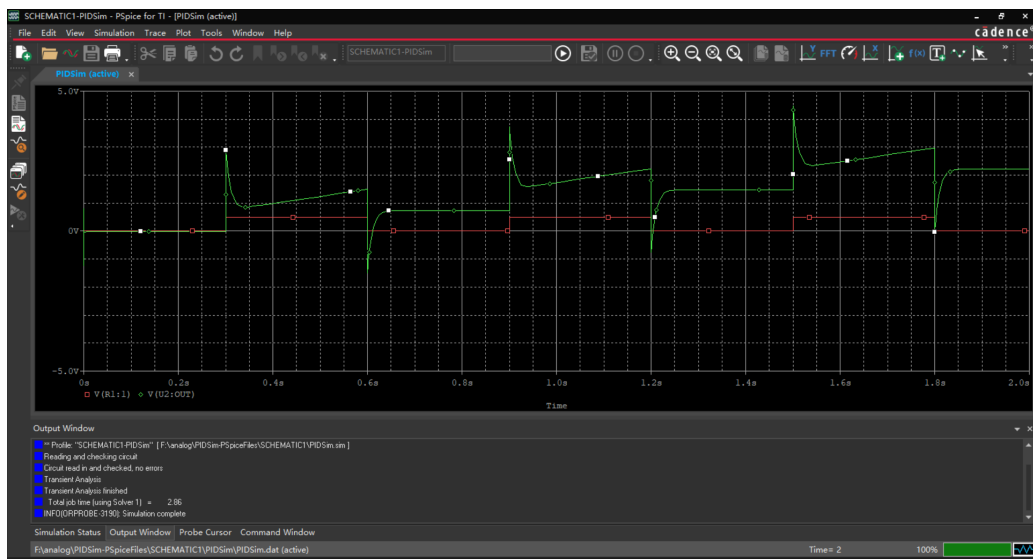


图 10: PID 控制器仿真输出波形