

基于模拟电路的 PID 控制器设计与分析

孙智诚

模拟电路课程设计

2025 年 12 月 25 日

摘要

过往的学习和实践中，笔者往往通过算法来实现 PID 控制器，本文意欲以模拟电路的形式，构建一种响应更精确、更迅速，成本更低的 PID 控制器，因其结构简单、不用编程，故可以在一些较为基础的场景进行应用，同时也能用以让笔者更加深刻地了解放大电路中积分器、微分器的实际意义。

1 PID 控制理论

PID 控制器的输出 $u(t)$ 与输入误差 $e(t)$ 的关系为：

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

其中， K_p 为比例系数， K_i 为积分系数， K_d 为微分系数。也就是说，控制器拿到误差 $e(t)$ 后，并不是只关注当前的误差状态，而是把误差拆成三种不同角度的量来处理，然后把三部分结果叠加成最终的控制输出 $u(t)$ 。

1.1 误差与闭环的基本逻辑

在闭环控制中，误差一般定义为

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2)$$

其中 $r(t)$ 为期望输入， $y(t)$ 为实际反馈值。PID 的目的并不复杂：通过合理设计 $u(t)$ 的大小与方向，让系统输出 $y(t)$ 尽可能贴近 $r(t)$ 。

1.2 比例项 P

比例项为 $u_P(t) = K_p e(t)$ 。它的意义很直观：误差越大，纠正力度越大。因此 K_p 往往是调参时首先关注的变量。当 K_p 较小时，系统响应偏慢，输出跟随设定值不够积极，

可能出现较明显的稳态误差；当 K_p 逐渐增大时，响应会更快，但过大时容易带来超调甚至振荡。

在实际电路中，比例项对应的就是一个线性放大环节；如果后续环节本身存在饱和或限幅，那么单纯增大 K_p 往往并不能无限提高效果，反而可能把系统推向不稳定。

1.3 积分项 I

积分项为 $u_I(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$ ，它的核心作用是消除稳态误差，只要误差长期不为零，积分就会不断累加，直到把误差推回到接近零的范围。但积分也有明显的副作用：当系统存在输出限幅、执行器能力不足或起始误差过大时，积分项可能在短时间内累积过多，造成较大的超调；这种现象在控制中常被称为积分 windup 或者超调。因此，在模拟电路实现时通常会配合一定的限幅措施，例如在积分电容并联大电阻，或在输出端加钳位，以避免积分项无限累积。

1.4 微分项 D

微分项为 $u_D(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$ ，它反映的是误差变化的快慢。当误差变化很快时，微分项会给出一个减缓其变化速率的纠正量，从而改善系统的动态过程，例如降低超调、加快收敛。然而，微分对高频噪声非常敏感：噪声往往表现为快速抖动，经过微分后会被放大，导致控制输出抖动甚至引起电路自激。因此工程上常用“带限微分”，即在微分网络中加入电阻或电容，形成高频滚降，而不是理想微分。

1.5 本设计采用 PID 的动机

综合来看， P 负责提供基本控制力度， I 用于消除稳态误差， D 则在动态过程中起到抑制超调与改善响应的作用。本文后续将围绕模拟电路实现的可行性，分别给出比例、积分、微分环节的电路结构与参数设计方法，并通过仿真验证其在典型输入（如阶跃）下的响应特性。

2 模拟电路设计

本节将基于前文的控制理论基础，在本学期模拟电路课程学习的知识的基础上寻找对应的解决方案，设计符合 PID 控制器基本原理的模拟电路，并在此基础上尝试进行优化，以满足实际的使用需求。

2.1 比例环节 P

比例环节用运放反相放大器实现，其传递函数可写为

$$G_P(s) = -\frac{R_f}{R_{in}} \quad (3)$$

因此比例系数的等效关系为 $K_p = \frac{R_f}{R_{in}}$ 。在实际搭建时，我们可以使用电位器作为 R_f 或 R_{in} 的一部分，以便于在实验中对 K_p 做连续调节，找到我们需要的比例系数。

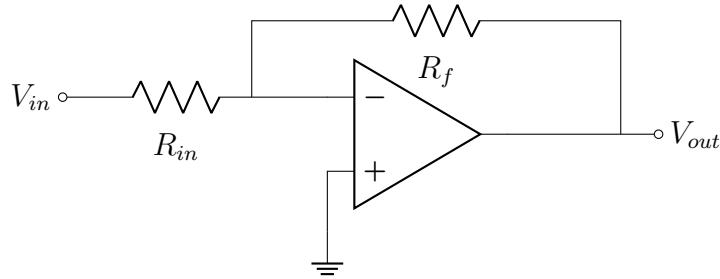


图 1: 比例环节运放反相放大器

2.2 积分环节 I

积分环节采用经典运放积分器：输入端为电阻 R ，反馈为电容 C 。理想情况下的传递函数为

$$G(s) = -\frac{1}{RCs} \quad (4)$$

对应到 PID 中的参数关系为 $K_i = \frac{1}{RC}$ 。需要指出的是，理想积分器对直流增益无穷大，实际电路中会因运放失调、偏置电流等导致输出缓慢漂移并最终饱和。因此工程上通常在反馈电容两端并联一个较大的电阻 R_b ，形成带泄放的积分器，使低频增益有限，从而提升长期稳定性。

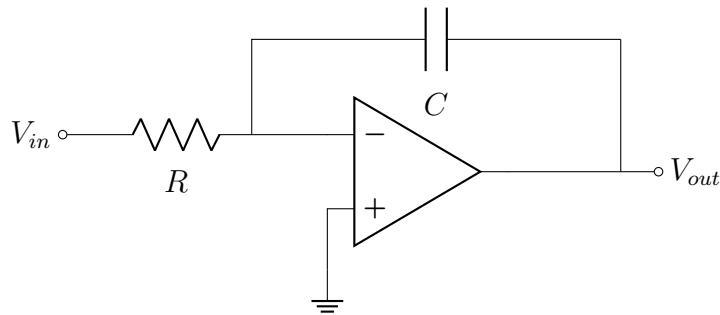
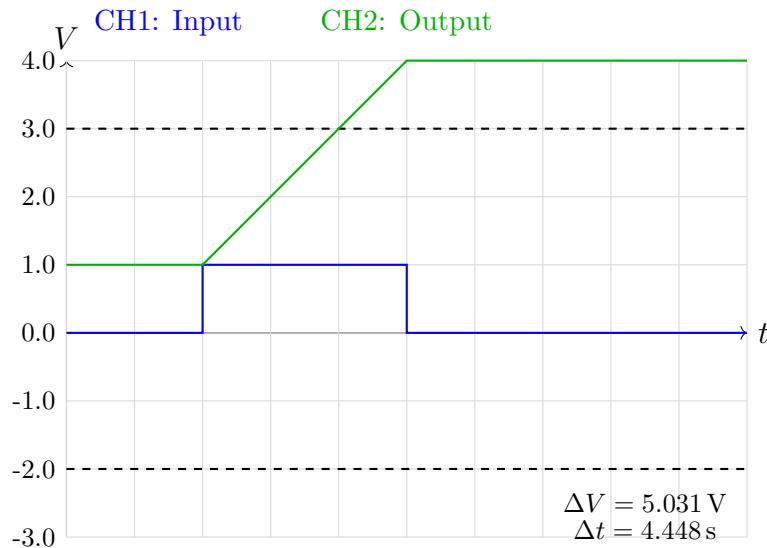


图 2: 积分环节运放积分器（反馈电容 C 或许还可以并联一个泄放电阻 R_b ）

由于本电路较为基础，故而笔者并未选择进行软件仿真，而是在学校实验室，利用现有的 op-amp 与元器件进行了试验。电路中选用了 $R = 500k\Omega$ $C = 0.2\mu F$ ，使得时间常数 $\tau = 0.5s$ ，为了便于观察，笔者在 V_{out} 后追加了一个 $\frac{R_f}{R_{in}} = 1$ 的反相 op-amp，以此将第一级放大电路反转的信号复原为原本的相位。通过输入方波信号，得到以下 $v_i - t$ 与 $v_o - t$ 特性曲线：

图 3: 时间常数 $\tau = 0.5$ 时的响应曲线

2.2.1 PI 控制器

更进一步地，我们可以结合前面提及的比例放大器，设计出比例-积分放大器，也就是工程中常用的 PI 控制器。通过添加一个输出限幅部分，它可以满足大多数的控制需求，同时也可以比较粗糙地避免过调发生。

PI 控制器的传递函数可以写为：

$$G_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (5)$$

其中 $T_i = K_p/K_i$ ，为积分时间常数。在运放实现中，可以采用单运放结构：在反馈网络中将电阻和电容串联，输入端仍为电阻。此时反馈阻抗为 $Z_f = R_f + \frac{1}{sC_f}$ ，传递函数为：

$$G_{PI}(s) = -\frac{R_f + \frac{1}{sC_f}}{R_{in}} = -\frac{R_f}{R_{in}} \left(1 + \frac{1}{sR_f C_f} \right) \quad (6)$$

比较可得： $K_p = \frac{R_f}{R_{in}}$ ， $T_i = R_f C_f$ 。

为了防止积分饱和和输出超过执行器或后级电路的耐受范围，在输出端加入限幅电路。常用的限幅方案包括：

- **二极管钳位：** 使用稳压二极管或普通二极管配合基准电压，将输出钳制在指定范围内。
- **运放饱和保护：** 利用运放本身的电源轨限制输出范围，如 $\pm 12V$ 供电时输出约为 $\pm 10V$ 。

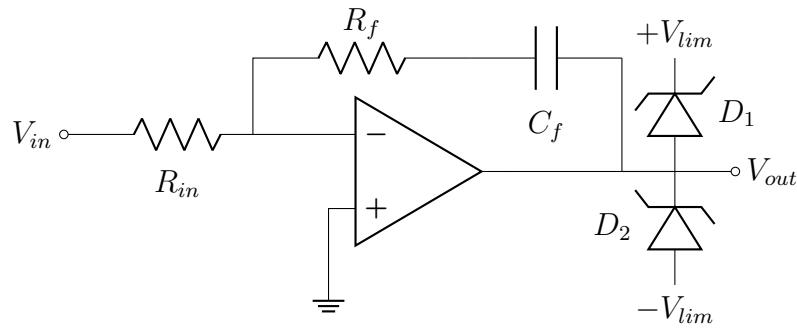


图 4: PI 控制器 (反馈为 C_f 与 R_f 串联, 输出端稳压二极管限幅)

这类控制器也是笔者在实际控制中运用最多的控制器。相较完整的 PID 控制器, 它的调参更为简单, 且通过直接限幅, 可以将输出严格限定在要求范围内。为了验证 PI 控制器的实际效果, 笔者搭建了参数为 $K_p = 1.0$ 、 $T_i = 0.5$ 的 PI 控制器, 并输入周期性方波信号进行测试。图中展示了输入信号、比例输出、积分输出以及经限幅后的总输出波形:

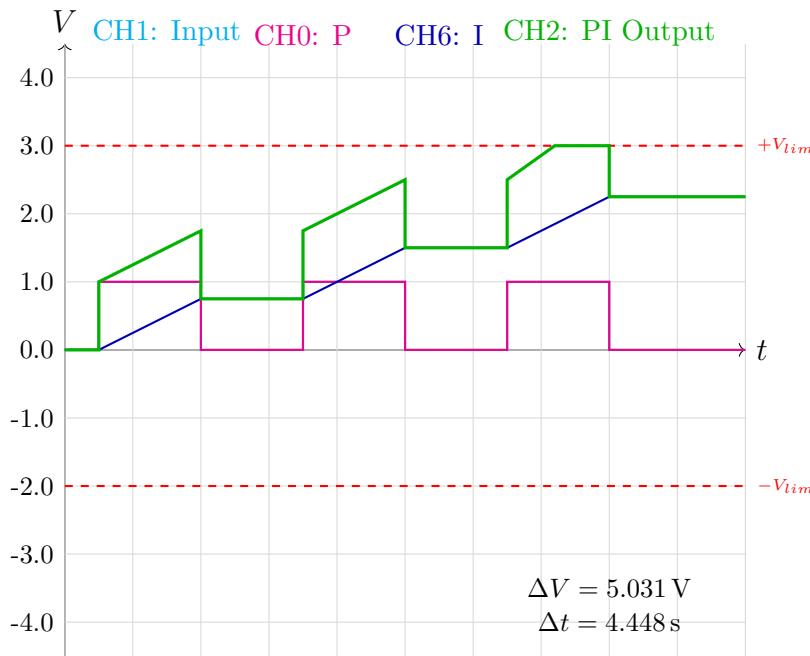


图 5: PI 控制器响应曲线, $K_p = 1.0$, $T_i = 0.5$, 输入周期性方波, 输出限幅于 $\pm V_{lim}$

从波形中可以清晰地看到 PI 控制器的工作特性: 输入方波 (青色 CH1) 经过比例环节 (紫色 CH0) 得到即时响应, 积分环节 (蓝色 CH6) 则在每个高电平期间累积上升, 低电平期间保持不变。两者叠加形成的 PI 输出 (绿色 CH2) 在第一、二周期正常工作, 但在第三周期因积分持续累积而触发稳压二极管限幅, 被钳制在 $+V_{lim}$ 附近, 有效避免了输出过冲对后级电路的损害。当输入回到低电平时, 输出立即下降 (失去比例分量), 仅保留积分值。这种限幅特性正是实际工程应用中保护执行器的重要手段, 同时也揭示了 PI 控制器在持续偏差输入下的积分饱和现象。

2.3 微分环节 D (Derivative Stage)

微分环节的理想形式为 $G_D(s) = K_d s$, 但理想微分会显著放大高频噪声。为避免输出抖动与自激, 本设计采用带限微分 (超前环节) 的实现方式: 输入串联 C_d 与 R_d 形成高通特性, 反馈端再通过小电容/电阻形成高频滚降, 使得微分只在目标频段内发挥作用。在参数设计上, 微分通道更关注有效频带与噪声抑制, 而不是盲目追求“微分越强越好”。

2.4 求和与输出整形 (Summing and Output Shaping)

将 P 、 I 、 D 三路输出用运放反相加法器进行求和, 得到控制输出 $u(t)$ 。反相加法器的一个优点是各路权重可以直接用输入电阻比值体现, 便于参数标定与调整。此外, 考虑到实际执行机构 (电机驱动、功率级等) 通常存在输入范围限制, 输出端可加入对称限幅 (如二极管钳位或运放供电限幅下的饱和保护), 以减少因过大控制量导致的积分饱和现象。

3 参数计算与仿真 (Simulation and Results)

3.1 参数选择

列出选用的电阻、电容值, 以及对应的 K_p, K_i, K_d 计算值。

3.2 仿真波形

展示输入阶跃信号时, P 、 I 、 D 各环节的输出波形, 以及总输出波形。

4 结论 (Conclusion)

总结设计的优缺点, 以及未来改进方向。

参考文献

[1] 模拟电子技术基础教材.

[2] 相关电路设计手册.