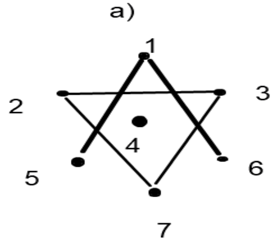
Задача 2.1. Алгоритм Уоршалла. Найти компоненты связности.



Компоненты связности: V1={1, 5, 6}, V2={2, 3, 7}, V3 = {4}.

R	1	2	3	4	5	6	7
1					1	1	
2			1				1
3		1					1
4							
5	1						
6	1						
7		1	1				

R_1	1	2	3	4	5	6	7
1					1	1	
2			1				1
3		1					1
4							
5	1				1	1	
6	1				1	1	
7		1	1				

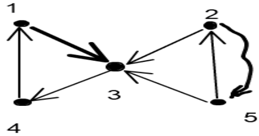
R_2	1	2	3	4	5	6	7
1					1	1	
2			1				1
3		1	1				1
4							
5	1				1	1	
6	1				1	1	
7		1	1				1

R_3	1	2	3	4	5	6	7
1					1	1	
2		1	1				1
3		1	1				1
4							
5	1				1	1	
6	1				1	1	
7		1	1				1

R_4	1	2	3	4	5	6	7
1	1				1	1	
2		1	1				1
3		1	1				1
4							
5	1				1	1	
6	1				1	1	
7		1	1				1

R_4	1	2	3	4	5	6	7
1	1				1	1	
2		1	1				1
3		1	1				1
4							
5	1				1	1	
6	1				1	1	
7		1	1				1

b)



b)Найти бикомпоненты.

R_0	1	2	3	4	5
1			1		
2			1		1
3				1	
4	1				
5		1	1		

R_1	1	2	3	4	5
1			1		
2			1		1
3				1	
4	1		1		
5		1	1		

R_2	1	2	3	4	5
1			1		
2			1		1
3				1	
4	1		1		
5		1	1		1

R_3	1	2	3	4	5
1			1	1	
2			1	1	1
3				1	
4	1			1	
5		1	1	1	1

R_4	1	2	3	4	5
1	1		1	1	
2	1		1	1	1
3	1		1	1	
4	1		1	1	
5	1	1	1	1	1

R_5	1	2	3	4	5
1	1		1	1	
2	1	1	1	1	1
3	1			1	
4	1			1	
5	1	1	1	1	1

R_5	1	2	3	4	5
1	1		1	1	
2	1	1	1	1	1
3	1		1	1	
4	1		1	1	
5	1	1	1	1	1

Бикомпоненты: V1= {1, 3, 4}, V2 = {2, 5}.

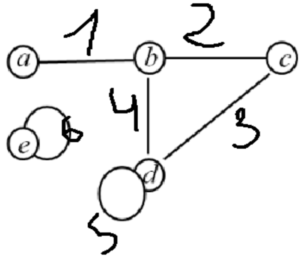
Задача 2.2.

1. Найти все маршруты длины 3 из вершины *a*. (стр. 29 Лекции)
a1b1a1b, a1b2c2b, a1b4d4b, a1b4d3c, a1b2c3d, a1b4d5d
2. Найти число всех маршрутов длины 1, 2, 3. (стр. 28)

число маршрутов длины 1: 10 маршрутов

число маршрутов длины 2: 24 маршрута

число маршрутов длины 3: 58 маршрутов



R	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	1	0	1	1	0
c	0	1	0	1	0
d	0	1	1	1	0
e	0	0	0	0	1

маршруты длины 1

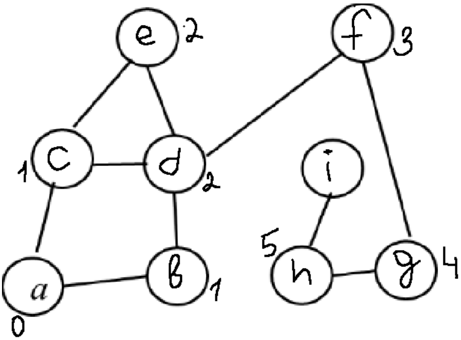
R^2	a	b	c	d	e
a	1	0	1	1	0
b	0	3	1	2	0
c	1	1	2	2	0
d	1	2	2	3	0
e	0	0	0	0	1

маршруты длины 2

R^3	a	b	c	d	e
a	0	3	1	2	0
b	3	3	5	6	0
c	1	5	3	5	0
d	2	6	5	7	0
e	0	0	0	0	1

маршруты длины 3

Задача 2.3. Найти кратчайшие цепи из вершины *a* во все остальные (алгоритм Мура – Ли, расстановка меток). Стр. 37



Кратчайшие цепи:

a→b: [a b]

a→c: [a c]

a→d: [a b d] или [a c d]

a→e: [a c e]

a→f: [a b d f] или [a c d f]

a→g: [a b d f g] или [a c d f g]

a→h: [a b d f g h] или [a c d f g h]

a→i: [a b d f g h i] или [a c d f g h i]

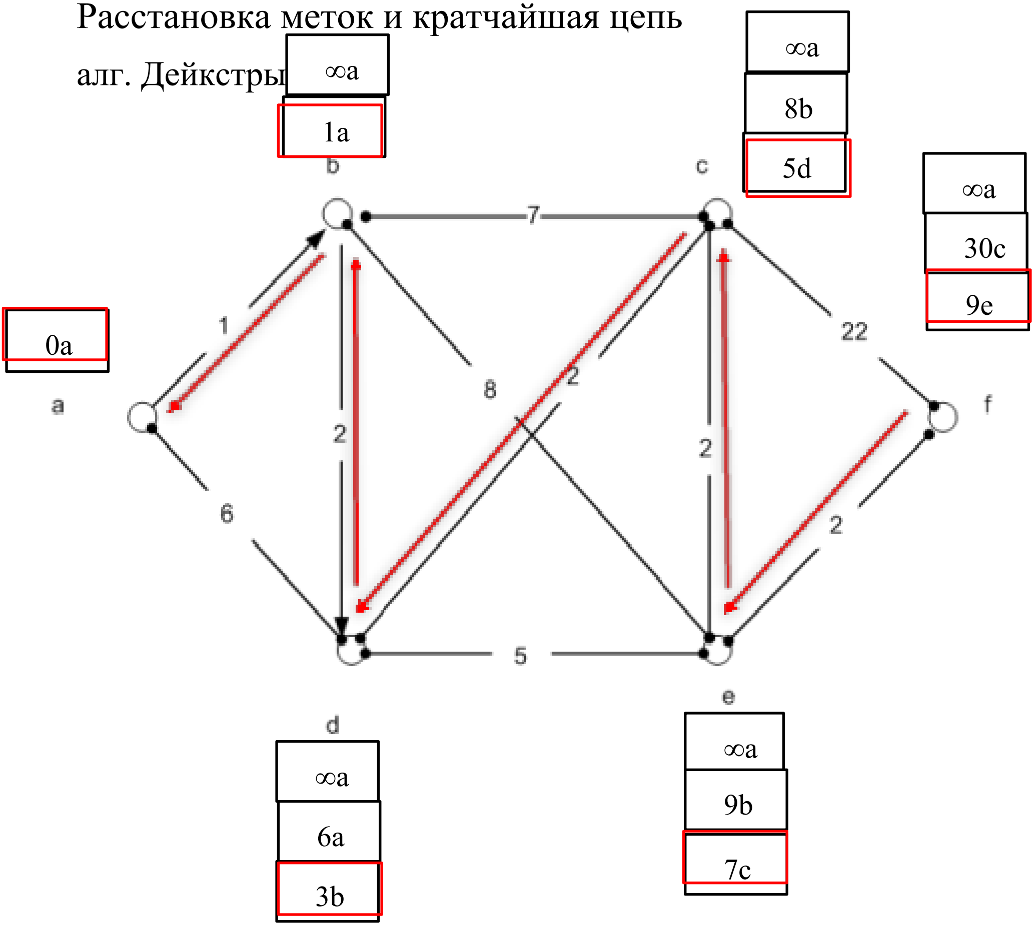
Задача 2.4.

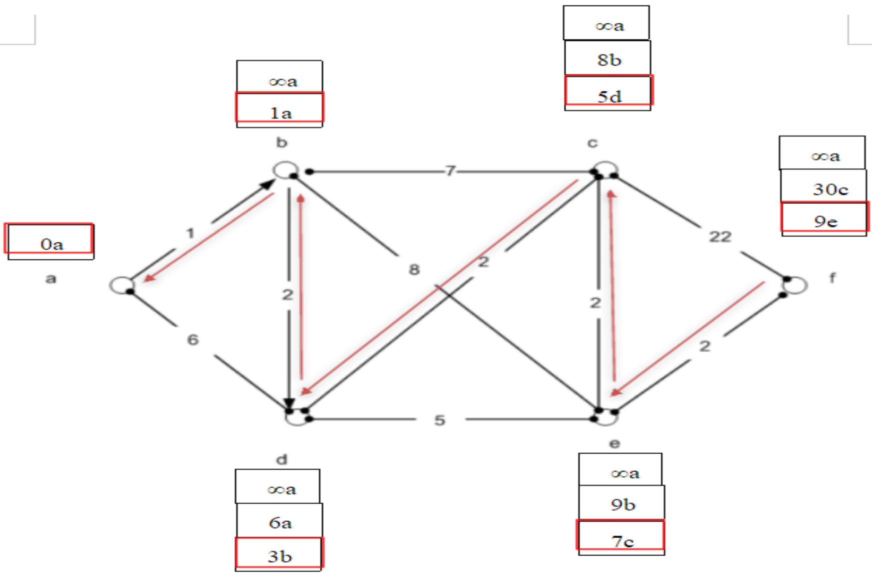
Алгоритм Беллмана – Форда, алгоритм Дейкстры.

Кратчайшие пути из вершины а. (следующая страница)

Расстановка меток и кратчайшая цепь

алг. Дейкстры

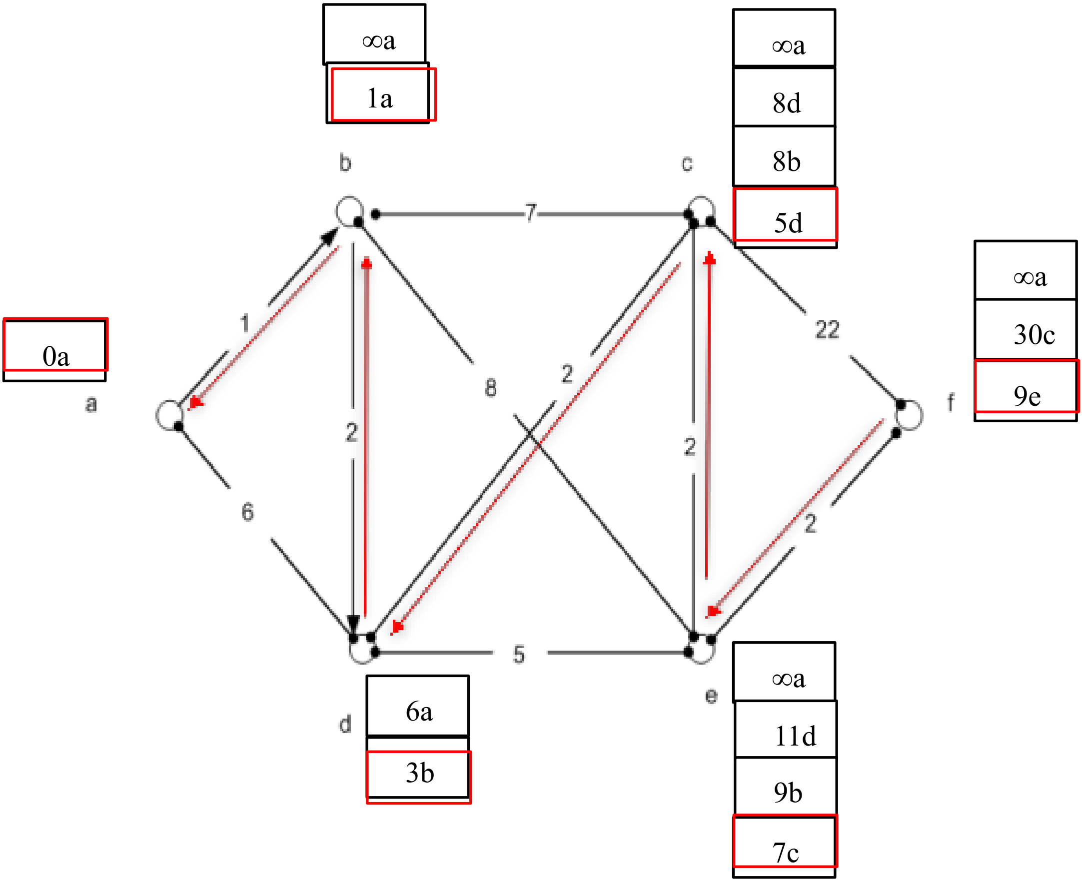


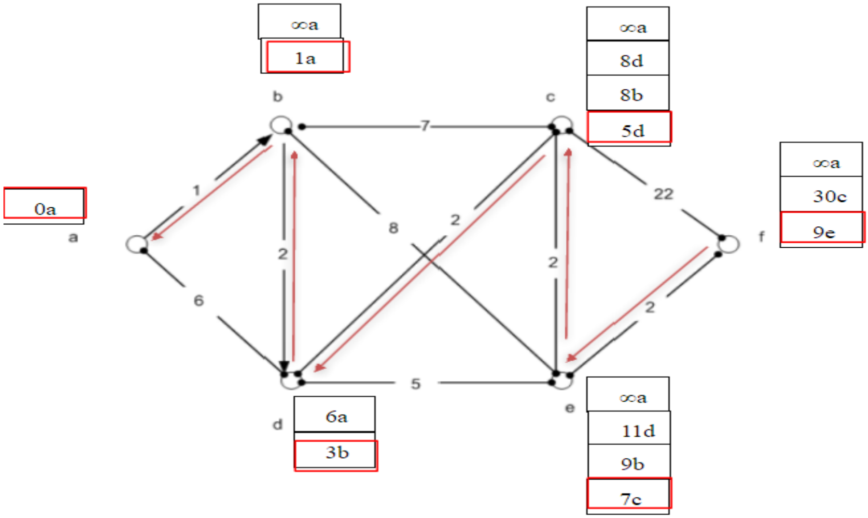


Итерация	Из текущей р	Метим х	a	b	c	d	e	f
0			**0a**	∞a	∞a	∞a	∞a	∞a
1	a	b, d		**1a**		6a		
2	b	c, d, e			8b	**3b**	9b	
3	d	c			**5d**			
4	c	e, f					**7c**	30c
5	e	f						**9e**

Таблица итераций (алг. Дейкстры)

Расстановка меток и кратчайшая цепь (алг. Беллмана-Форда)



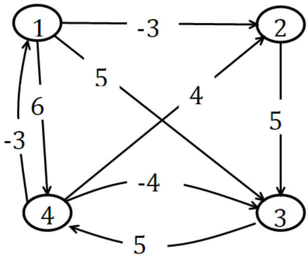


Итерации	Ребро	a	b	c	d	e	f
0		**0a**	∞a	∞a	∞a	∞a	∞a
1	ab		**1a**				
2	ad				6a		
3	bc			8b			
4	be					9b	
5	bd				**3b**		
6	dc			8d			
7	de					11d	
8	cf						30c
9	cd			**5d**			
10	ce					**7c**	
11	ef						**9e**

Таблица итераций (алг. Беллмана-Форда)

Задача 2.5. Алгоритм Флойда. Найти кратчайшие пути в графе из каждой вершины в каждую. Перерисовывать граф и матрицы для каждой итерации.

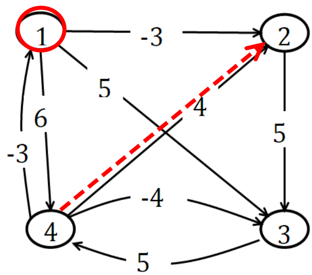
$k=0$



C0	1	2	3	4
1	0	-3	5	6
2	∞	0	5	∞
3	∞	∞	0	5
4	-3	4	-4	0

P0	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4

$k=1;\ c_{42} > c_{41} + c_{12};\ c_{42} := -6;\ p_{42} := p_{12} = 1.$

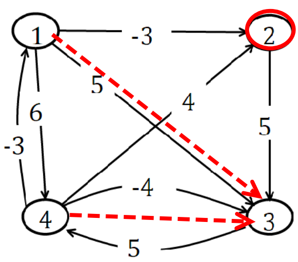


C1	1	2	3	4
1	0	-3	5	6
2	∞	0	5	∞
3	∞	∞	0	5
4	-3	-6	-4	0

P1	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	1	4	4

$k=2;\ c_{13} > c_{12} + c_{23};\ c_{13} := 2;\ p_{13} := p_{23} = 2;$

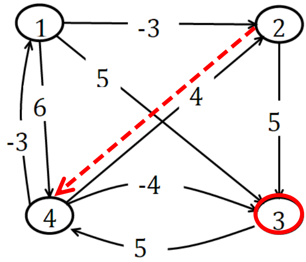
$c_{43} > c_{42} + c_{23};\ c_{43} := 4;\ p_{43} := p_{23} = 2.$



C2	1	2	3	4
1	0	-3	2	6
2	∞	0	5	∞
3	∞	∞	0	5
4	-3	-6	-1	0

P2	1	2	3	4
1	1	1	2	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	1	2	4

$k=3;\ c_{24} > c_{23} + c_{34};\ c_{24} := 10\ ;\ p_{24} := p_{34} = 3.$



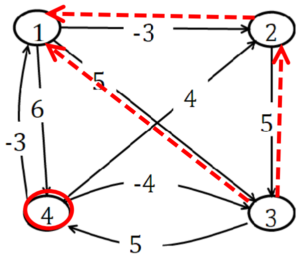
C3	1	2	3	4
1	0	-3	2	6
2	∞	0	5	10
3	∞	∞	0	5
4	-3	-6	-1	0

P3	1	2	3	4
1	1	1	2	1
2	2	2	2	3
3	3	3	3	3
4	4	1	2	4

$k=4;\ c_{21} > c_{24} + c_{41};\ c_{21} := 7\ ;\ p_{21} := p_{41} = 4;$

$c_{31} > c_{34} + c_{41};\ c_{31} := 2\ ;\ p_{31} := p_{41} = 4;$

$c_{32} > c_{34} + c_{42};\ c_{32} := -1\ ;\ p_{32} := p_{42} = 1.$

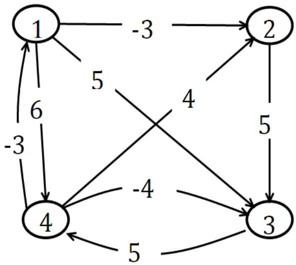


C4	1	2	3	4
1	0	-3	2	6
2	7	0	5	10
3	2	-1	0	5
4	-3	-6	-1	0

P4	1	2	3	4
1	1	1	2	1
2	4	2	2	3
3	4	1	3	3
4	4	1	2	4

Результат на следующей странице.

<u>Результат:</u> снова нарисовать исходный граф и для тех вершин, в которых было $c_{ij} = \infty$, выписать кратчайшие пути.



C4	1	2	3	4
1	0	-3	2	6
2	7	0	5	10
3	2	-1	0	5
4	-3	-6	-1	0

P4	1	2	3	4
1	1	1	2	1
2	4	2	2	3
3	4	1	3	3
4	4	1	2	4

Кратчайший путь из:

2 в 1: 2-3-4-1 длины c_{21}= 7;

2 в 4: 2-3-4 длины c_{24}= 10;

3 в 1: 3-4-1 длины c_{31}= 2;

3 в 2: 3-4-1-2 длины c_{32}= -1;

C0	1	2	3	4
1	0	-3	5	6
2	∞	0	5	∞
3	∞	∞	0	5
4	-3	4	-4	0