

HWBS – Hardware und Betriebssysteme Tag 1 – Teil2

Zahlensysteme

Agenda

Bedeutung und Darstellungsformen der Information

- Bedeutung von Informationen
- Darstellung von Informationen
- Zahlensysteme

Analoge Informationen

Analoge Informationen sind durch einen stufenlosen Verlauf und eine unendliche Menge von Werten charakterisiert.

Beispiele für analoge Informationen:

- Schallwellen
- Temperatur
- Zeigerinstrumente aller Art (Strom durch Spule erzeugt Magnetfeld, dessen Stärke dem Strom proportional ist)
- Rechenstab (Zahlenwert entspricht einer Strecke)

Digitale Informationen

Das Wort „digital“ stammt von dem lateinischen Wort digitus (Finger) ab.

Digitale Informationen enthalten eine endliche Menge an Werten und sind damit das Gegenteil zu analog.

Beispiele:

- Digitalmultimeter
- Abakus, Rechenrahmen
- Digitalrechner

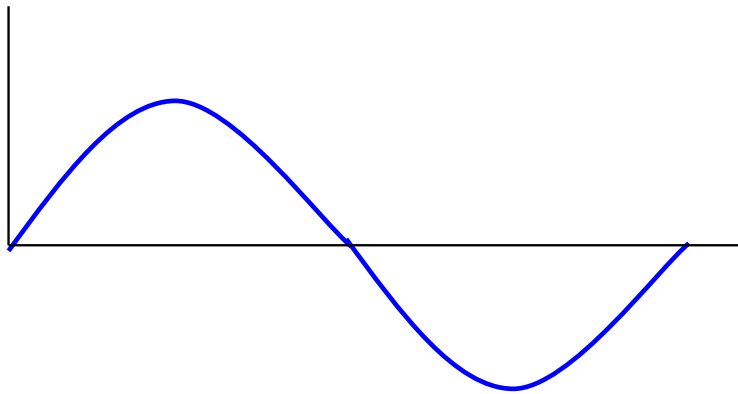
Übertragung von Informationen

Informationen sind wesentlicher Bestandteil der Kommunikation. Das vereinfachte Kommunikationsmodell sieht fünf Elemente vor:

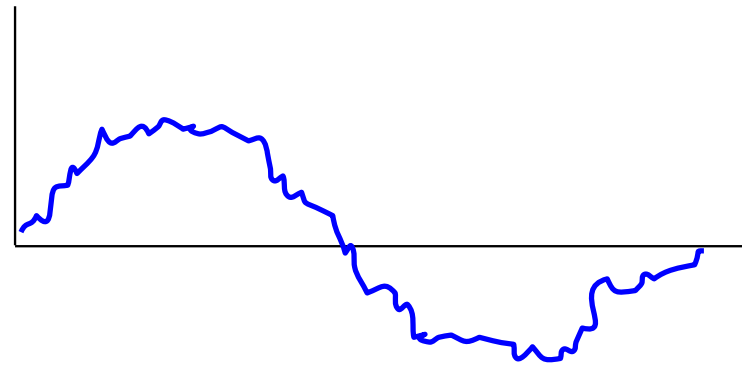


Analog – Digital: Warum digitale Übertragung?

Analog

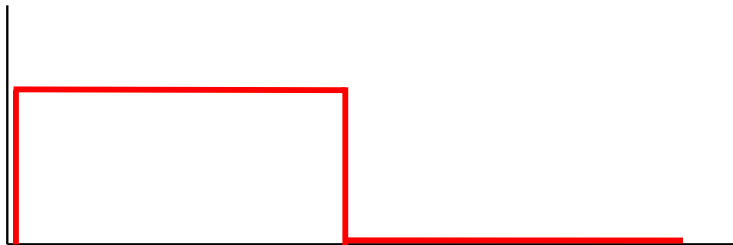


Analoges Signal nach 1000m

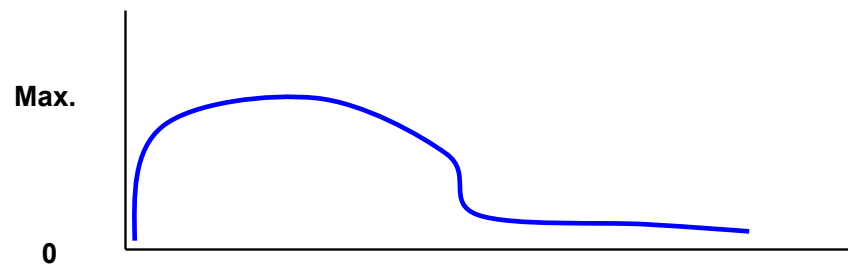


Analog – Digital: Darum digitale Übertragung!

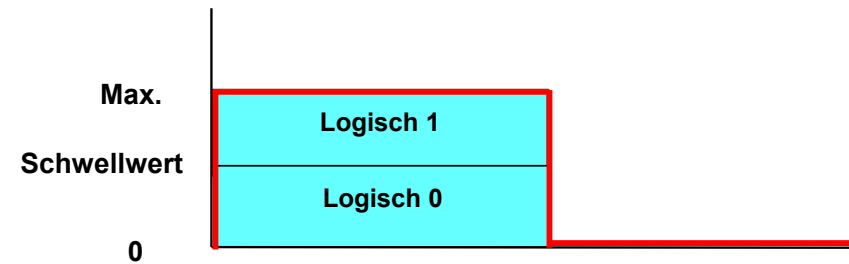
Digital



Digitales Signal nach 1000 m Kabelstrecke



Signal nach Aufbereitung



Duales Zahlensystem (Dualsystem)

Es gibt 10 Arten von Menschen.

Diejenigen, die das binäre System verstehen, und die, die es nicht verstehen.

Quelle: <https://www.elektronik-kompodium.de/sites/dig/0208051.htm>

Die dezimale Zählweise (10er) erscheint uns logisch. In der elektronischen Datenverarbeitung wird jedoch, aufgrund der einfacheren technischen Realisierbarkeit, mit dem dualen Zahlensystem gearbeitet. In diesem existieren nur die Ziffern 0 und 1. Mit nur zwei möglichen Zuständen ist das Dualsystem eine Sonderform digitaler Informationen. Die kleinste Maßeinheit für den binären Informationsgehalt ist das **Bit** (*binary digit*).

Duales Zahlensystem (Dualsystem)

Binär (Binärsystem)

- Der Begriff Binär bezeichnet nach DIN 44300 etwas, das zwei Zeichen annehmen kann. Unter Dual versteht man ein Zahlensystem, das nur aus zwei Zeichen besteht.
- Nennwerte: 0 und 1
- Basis: 2
- Größter Nennwert: 1
- Stellenwerte: $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, usw.

Elektronisches Bauteil	Zustand 0	Zustand 1
Relais oder Schalter	offen	geschlossen
Röhre oder Transistor	nicht leitend	leitend
Elektrischer Impuls	Impuls nicht vorhanden	Impuls vorhanden
Seiten	Links	Rechts
Frage	nein	ja
Wert	falsch	wahr
Digitaltechnik	low	high
Farbe	weiß	schwarz
Kondensator	entladen	geladen
Spannung	0 V	5 V
Spule	unmagnetisiert	magnetisiert
Beleuchtung	hell	dunkel

Duales Zahlensystem (Dualsystem)

Zum besseren Verständnis der Zählweise im Dualen Zahlensystem dient diese Tabelle.

8 (2^3)	4 (2^2)	2 (2^1)	1 (2^0)	Dezimalzahl
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	10
1	0	1	1	11
1	1	0	0	12
1	1	0	1	13
1	1	1	0	14
1	1	1	1	15

Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen

Zur händischen Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen bedient man sich einer Tabelle.

- Die Dualzahl wird in die Tabelle (Zeile Dualzahl) eingetragen. Wenn der Dualwert eine 1 ist, wird der Dezimalwert dieses Dualwertes darunter gesetzt.
- Bei 0 wird die Stelle frei gelassen.

Daraus ergibt sich in der Summe der Dezimalwert der Dualzahl.

Stellenwerte	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Stellenwerte als Dezimalwert	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Dualzahl	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
Summe: 915	512	256	128			16			2	1

$$512+256+128+16+2+1=915$$

Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen:

Subtraktionsmethode

- 915 Gesamtwert
- - 512 2^9 , 1 setzen
- 403 Rest
- - 256 2^8 , 1 setzen
- 147 Rest
- - 128 2^7 , 1 setzen
- 19 Rest
- - 64 2^6 , 0 setzen
- - 32 2^5 , 0 setzen
- - 16 2^4 , 1 setzen
- 3 Rest
- - 8 2^3 , 0 setzen
- - 4 2^2 , 0 setzen
- - 2 2^1 , 1 setzen
- 1 Rest
- - 1 2^0 , 1 setzen
- 0 Rest

Ergebnis: 1110010011

Stellenwerte	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Stellenwerte als Dezimalwert	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen:

Divisionsmethode

- $915:2=457$ Rest $\rightarrow 1$
- $457:2=228$ Rest $\rightarrow 1$
- $228:2=114$ Rest $\rightarrow 0$
- $114:2=57$ Rest $\rightarrow 0$
- $57:2=28$ Rest $\rightarrow 1$
- $28:2=14$ Rest $\rightarrow 0$
- $14:2=7$ Rest $\rightarrow 0$
- $7:2=3$ Rest $\rightarrow 1$
- $3:2=1$ Rest $\rightarrow 1$
- $1:2=0$ Rest $\rightarrow 1$

Bei der Division einer ungerade Zahl durch 2 endet das Ergebnis immer mit ,5 .
Multipliziert man diese 0,5 wieder mit 2 erhält man den hier jeweils verwendeten Rest 1.

Ergebnis: 1110010011

Das Ergebnis wird von unten nach oben gelesen!

Stellenwerte	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Stellenwerte als Dezimalwert	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

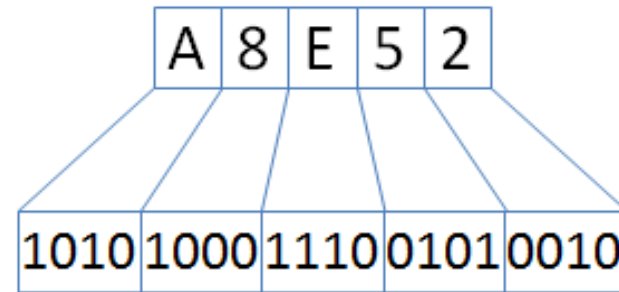
Schreibweisen der dualen Zahlen

Duale Zahlen markiert man mit einer "2" als Index oder einem vorangestellten Prozentzeichen (%). Andere Schreibweisen mit "b" oder "B" sind wegen der Ähnlichkeit zur hexadezimalen Darstellung interpretationswürdig, damit nicht korrekt und nur in Ausnahmefällen akzeptabel.

- 100_2 (korrekte Schreibweise)
- %100 (korrekte Schreibweise)
- 100b (falsche Schreibweise)
- 100B (falsche Schreibweise)

Hexadezimals Zählensystem (Hex-Code)

- Große Binärzahlen haben den Nachteil, dass sie sehr unübersichtlich sind.
- Um dem Abhilfe zu schaffen hat man das Hexadezimalsystem eingeführt.
- Dabei werden 4 Bit einer Dualzahl durch ein hexadezimalen Zeichen ersetzt.
- Da eine 4-Bit Dualzahl 16 Zustände annehmen kann, wir aber nur 10 dezimale Ziffern kennen, hat man dem hexadezimalen Zahlensystem 6 Buchstaben hinzugefügt.



Nennwerte: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Basis: 16

Größter Nennwert: F

Stellenwerte: $16^0 = 1$, $16^1 = 16$, $16^2 = 256$, usw.

Hexadezimalen Zahlensystem (Hex-Code)

Zum besseren Verständnis der Zählweise im hexadezimalen Zahlensystem dient diese Tabelle. Jeweils 4 Dualstellen bilden eine Hexadezimalstelle.

Dezimal	Binär/Dual				Hexadezimal
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	A
11	1	0	1	1	B
12	1	1	0	0	C
13	1	1	0	1	D
14	1	1	1	0	E
15	1	1	1	1	F

Schreibweisen der hexadezimalen Zahlen

Hexadezimale Zahlen markiert man mit einer „16“ als Index oder einem vorangestellten „0x“. Verwendet wird ebenfalls ein vorangestelltes Dollar-Zeichen „\$“ oder eine nachgestellte kleines „h“.

- 10_{16} (korrekte Schreibweise)
- 0x10 (korrekte Schreibweise)
- \$10 (korrekte Schreibweise)
- 10h (korrekte Schreibweise)

Dezimal in Hexadezimalzahl umwandeln

Die Dezimalzahl 254 wird ins Hexadezimalsystem umgewandelt:

Gehen Sie nach folgendem Verfahren vor:

(1) Teilen Sie die Zahl durch 16.

(2) Der Divisionsrest ist die erste Ziffer von rechts.

Für Reste > 9 nehmen Sie die Buchstaben A, B, C, D, E, F

(3) Falls der ganzzahlige Quotient = 0 ist, sind Sie fertig,
andernfalls nehmen Sie den ganzzahligen Quotienten als neue Zahl
und wiederholen ab (1).

$254 : 16 = 15 \rightarrow 15$ Rest **14** \rightarrow Ziffer E

$15 : 16 = 0 \rightarrow 0$ Rest 15 \rightarrow Ziffer F

Ergebnis: 0xFE

Dezimal	Binär/Dual				Hexadezimal
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	A
11	1	0	1	1	B
12	1	1	0	0	C
13	1	1	0	1	D
14	1	1	1	0	E
15	1	1	1	1	F

Hexadezimalzahl in Dezimal umwandeln

Die Hexadezimalzahl 0xFE wird ins Dezimalsystem umgewandelt:

Der Dezimalwert einer Hex-Stelle ist das Produkt aus der entsprechenden Potenz von 16 ($16^0=1$ bzw. $16^1=16$) und dem Dezimalwert der Hex-Ziffer. Multiplizieren Sie jeweils den Dezimalwert (F=15, E=14, ...) mit der entsprechenden Potenz und addieren Sie beide Werte.

Gehen Sie am besten von rechts nach links vor:

$$\text{E: } 14 \cdot 1 = 14$$

$$\text{F: } 15 \cdot 16 = 240$$

$$\begin{array}{r} \text{---} \\ 254 \end{array}$$

Dezimal	Binär/Dual				Hexadezimal
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	2
3	0	0	1	1	3
4	0	1	0	0	4
5	0	1	0	1	5
6	0	1	1	0	6
7	0	1	1	1	7
8	1	0	0	0	8
9	1	0	0	1	9
10	1	0	1	0	A
11	1	0	1	1	B
12	1	1	0	0	C
13	1	1	0	1	D
14	1	1	1	0	E
15	1	1	1	1	F

Daten und Codierung

Die kleinste Informationseinheit, die in einem binären System gebildet werden kann, ist das **Bit**. Damit sind die beiden Werte 0 und 1 darstellbar. Das Aneinanderreihen von mehreren Bit ergibt Datenwörter unterschiedlicher Länge.

Gebräuchlich sind:

1 **Nibble** (Tetrade, Halbbyte) = 4 Bit, 1 **Byte** = 8 Bit, 1 **Word** = 16 (oder mehr) Bit

Beispiel:

Bit Nr. 7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1
↑ höchstwertiges Bit (most significant bit, MSB) höherwertiges Nibble				niederwertigstes Bit (least significant bit, LSB) ↑ niederwertiges Nibble			

Beispiel für eine achtstellige Dualzahl

Daten und Codierung

	Höherwertiges Nibble	Niederwertiges Nibble
Dual	1111	1110
Hexadezimal	F	E
Dezimal	15 (* 16 ¹)	14 (*16 ⁰)
Dezimalwert	240	14

Die Dezimalzahl 254 in den unterschiedlichen Darstellungsvarianten.

Daten und Codierung

Binärpräfix

Binärpräfixe (auch *IEC-Präfixe*) sind Vorsätze für Maßeinheiten (Einheitenvorsätze), die Vielfache bestimmter Zweierpotenzen bezeichnen. Sie werden vorwiegend mit Einheiten wie Bit oder Byte verwendet, um Datenmengen zu bemessen, da hier aus technischen Gründen häufig Zweierpotenzen auftreten.

Abkürzungen / Einheiten Binärpräfix:

- 1 KiB = 1024 Bytes = 2^{10} Bytes (Kibibyte)
- 1 MiB = 1024 * 1024 Bytes = 2^{20} Bytes (Mebibyte)
- 1 GiB = 1024 * 1024 * 1024 Bytes = 2^{30} Bytes (Gibibyte)
- 1 TiB = 1024 * 1024 * 1024 * 1024 Bytes = 2^{40} Bytes (Tebibyte)
- 1 PiB = 1024 * 1024 * 1024 * 1024 * 1024 Bytes = 2^{50} Bytes (Pebibyte)

Daten und Codierung

Dezimalpräfix

Dezimalpräfixe sind Einheitenvorsätze, die Vielfache bestimmter Zehnerpotenzen bezeichnen. SI-Präfixe sind auch Dezimalpräfixe für die Benutzung im SI-Einheitensystem.

Name (Symbol)	Bedeutung
Kilobyte (kB)	10^3 Byte = 1.000 Byte
Megabyte (MB)	10^6 Byte = 1.000.000 Byte
Gigabyte (GB)	10^9 Byte = 1.000.000.000 Byte
Terabyte (TB)	10^{12} Byte = 1.000.000.000.000 Byte
Petabyte (PB)	10^{15} Byte = 1.000.000.000.000.000 Byte

SI (frz. *Système international d'unités*)

!!! Zur Angabe von Datenübertragungsraten wird der **Dezimalpräfix** und zur Angabe von Speicherplatz der **Binärpräfix** verwendet.

Oktales Zahlensystem

Da binäre Zahlen sehr unhandlich sind und sehr schnell viele Stellen bekommen können, hat man drei binäre Ziffern zusammengefasst und eine oktale Ziffer zugeordnet. Dadurch gibt es im Oktalsystem $2^3=8$ Ziffern.

Wir kennen aus dem gebräuchlichen Dezimalsystem 10 Ziffern (0-9). Im Oktalsystem gibt es nur die Ziffern 0,1,2,3,4,5,6,7

Dezimal	Hexadezimal	Binär	Oktal
0	0	0000	0
1	1	0001	1
2	2	0010	2
3	3	0011	3
4	4	0100	4
5	5	0101	5
6	6	0110	6
7	7	0111	7
8	8	1000	10
9	9	1001	11
10	A	1010	12
11	B	1011	13
12	C	1100	14
13	D	1101	15
14	E	1110	16
15	F	1111	17

YouTube Learning Nuggets

- Bits und Bytes: Binärziffern 0 und 1 - Arithmetik in Computern 1
 - https://www.youtube.com/watch?v=0Exik_Q3kDk&index=1&list=PLgZuSc7xewdcRWq0xieAjPzwcL5BdnSQT
- Das Binärsystem / Dualsystem ft. Brainfaqk
 - <https://www.youtube.com/watch?v=6WsI95N0QKU>
- Das Hexadezimalsystem ft. TheSimpleMaths
 - <https://www.youtube.com/watch?v=-6Je-FuAufk>
- Oktalzahlen verstehen und umwandeln / Oktalsystem
 - <https://www.youtube.com/watch?v=81HMMet3XzE>

**VIELEN DANK
FÜR IHRE
AUFMERKSAMKEIT!**

