**7.4** 

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.

*y(-x)=-4·x·(1-x)2*

Функция общего вида  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y

*x=0, y=0*

Пересечение с осью 0X  
y=0

*(4·x)·((x+1)2)=0*

*x1=0, x2=-1*

**5) Исследование на экстремум**.  
y = (4\*x)\*((x+1)^2)  
**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.

*f'(x) = 4·x·(2·x+2)+4·(x+1)2*

или

*f'(x)=4·(x+1)·(3·x+1)*

Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*(x+1)·(3·x+1) = 0*

Откуда:

*x1 = -1*

*x2 = -1/3*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; -1/3) | (-1/3; +∞) |
| f'(x) > 0 | f'(x) < 0 | f'(x) > 0 |
| функция возрастает | функция убывает | функция возрастает |

В окрестности точки x = -1 производная функции меняет знак с (+) на (-). Следовательно, точка x = -1 - точка максимума. В окрестности точки x = -1/3 производная функции меняет знак с (-) на (+). Следовательно, точка x = -1/3 - точка минимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.

*f''(x) = 24·x+16*

Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.

*24·x+16 = 0*

Откуда точки перегиба:

*x1 = -2/3*

|  |  |
| --- | --- |
| (-∞ ;-2/3) | (-2/3; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.

*y = (4·x)·((x+1)2)*

Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Поскольку коэффициент k равен бесконечности, наклонных асимптот не существует.

*y = (4·x)·((x+1)2)*

Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Поскольку коэффициент k равен бесконечности, наклонных асимптот не существует.

7.5 

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=-\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d  
y(-x) = -y(x), нечетная функция  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y  
Нет пересечений.  
Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d=0  
Нет пересечений.  
**5) Исследование на экстремум**.  
y = ((3\*x^4)+1)/(x^3)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = 0*

Поскольку f(-x)=-f(x), то функция является нечетной.  
**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%2012-\frac%7b3\cdot%20((3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1)%7d%7bx%5e%7b4%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b3\cdot%20x%5e%7b4%7d-3%7d%7bx%5e%7b4%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*3·x4-3 = 0*

Откуда:

*x1 = -1*

*x2 = 1*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; 0) | (0; 1) | (1; +∞) |
| f'(x) > 0 | f'(x) < 0 | f'(x) < 0 | f'(x) > 0 |
| функция возрастает | функция убывает | функция убывает | функция возрастает |

В окрестности точки x = -1 производная функции меняет знак с (+) на (-). Следовательно, точка x = -1 - точка максимума. В окрестности точки x = 1 производная функции меняет знак с (-) на (+). Следовательно, точка x = 1 - точка минимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b12%7d%7bx%7d-\frac%7b4\cdot%20(3\cdot%20x%5e%7b4%7d-3)%7d%7bx%5e%7b5%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b12%7d%7bx%5e%7b5%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b12%7d%7bx%5e%7b5%7d%7d%20=%200  
Для данного уравнения корней нет.

|  |  |
| --- | --- |
| (-∞ ;0) | (0; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение наклонной асимптоты:

*y = 3·x*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = 0*

Находим переделы в точке x=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%200-0%7d%7b\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%200%2B0%7d%7b\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d%7d%20=%20\infty  
x1 = 0 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b(3\cdot%20x%5e%7b4%7d)%2B1%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение наклонной асимптоты:

*y = 3·x*

7.6 

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=\frac%7b4%7d%7b-x%5e%7b2%7d-2\cdot%20x%2B3%7d  
Функция общего вида  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x=0,%20y=\frac%7b4%7d%7b3%7d  
Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d=0  
Нет пересечений.  
**5) Исследование на экстремум**.  
y = 4/(3+2\*x-x^2)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = -1*

*x2 = 3*

**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%20\frac%7b4\cdot%20(2\cdot%20x-2)%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b2%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b8\cdot%20x-8%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b2%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*8·x-8 = 0*

Откуда:

*x1 = 1*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; 1) | (1; 3) | (3; +∞) |
| f'(x) < 0 | f'(x) < 0 | f'(x) > 0 | f'(x) > 0 |
| функция убывает | функция убывает | функция возрастает | функция возрастает |

В окрестности точки x = 1 производная функции меняет знак с (-) на (+). Следовательно, точка x = 1 - точка минимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b(4\cdot%20x-4)\cdot%20(8\cdot%20x-8)%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b3%7d%7d%2B\frac%7b8%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b2%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b24\cdot%20x%5e%7b2%7d-48\cdot%20x%2B56%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b3%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b24\cdot%20x%5e%7b2%7d-48\cdot%20x%2B56%7d%7b(3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d)%5e%7b3%7d%7d%20=%200  
Для данного уравнения корней нет.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; 3) | (3; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) > 0 | f''(x) < 0 |
| функция выпукла | функция вогнута | функция выпукла |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = -1*

*x2 = 3*

Находим переделы в точке x=-1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-1-0%7d%7b\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-1%2B0%7d%7b\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20\infty  
x1 = -1 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
Находим переделы в точке x=3  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%203-0%7d%7b\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%203%2B0%7d%7b\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
x2 = 3 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b4%7d%7b3%2B2\cdot%20x-x%5e%7b2%7d%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

7.7

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=\frac%7b-3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d  
Функция общего вида  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y  
Нет пересечений.  
Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=x_%7b1%7d=\frac%7b2%7d%7b3%7d  
**5) Исследование на экстремум**.  
y = (3\*x-2)/(x^2)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = 0*

**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%20\frac%7b3%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d-\frac%7b2\cdot%20(3\cdot%20x-2)%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b4-3\cdot%20x%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*4-3·x = 0*

Откуда:

*x1 = 4/3*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;0) | (0; 4/3) | (4/3; +∞) |
| f'(x) < 0 | f'(x) > 0 | f'(x) < 0 |
| функция убывает | функция возрастает | функция убывает |

В окрестности точки x = 4/3 производная функции меняет знак с (+) на (-). Следовательно, точка x = 4/3 - точка максимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20-\frac%7b3%7d%7bx%5e%7b3%7d%7d-\frac%7b3\cdot%20(4-3\cdot%20x)%7d%7bx%5e%7b4%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b6\cdot%20x-12%7d%7bx%5e%7b4%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b6\cdot%20x-12%7d%7bx%5e%7b4%7d%7d%20=%200  
Откуда точки перегиба:

*x1 = 2*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;0) | (0; 2) | (2; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = 0*

Находим переделы в точке x=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%200-0%7d%7b\frac%7b3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%200%2B0%7d%7b\frac%7b3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
x1 = 0 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b3\cdot%20x-2%7d%7bx%5e%7b2%7d%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

7.8

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=\frac%7bx%5e%7b2%7d%2B3\cdot%20x%2B3%7d%7b-x-1%7d  
Функция общего вида  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y

*x=0, y=-3*

Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d=0  
Нет пересечений.  
**5) Исследование на экстремум**.  
y = (x^2-3\*x+3)/(x-1)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = 1*

**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%20\frac%7b2\cdot%20x-3%7d%7bx-1%7d-\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7b(x-1)%5e%7b2%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b-x%5e%7b2%7d%2B3\cdot%20x%2B(x-1)\cdot%20(2\cdot%20x-3)-3%7d%7b(x-1)%5e%7b2%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*x·(x-2) = 0*

Откуда:

*x1 = 0*

*x2 = 2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (-∞ ;0) | (0; 1) | (1; 2) | (2; +∞) |
| f'(x) > 0 | f'(x) < 0 | f'(x) < 0 | f'(x) > 0 |
| функция возрастает | функция убывает | функция убывает | функция возрастает |

В окрестности точки x = 0 производная функции меняет знак с (+) на (-). Следовательно, точка x = 0 - точка максимума. В окрестности точки x = 2 производная функции меняет знак с (-) на (+). Следовательно, точка x = 2 - точка минимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20-\frac%7b2\cdot%20x\cdot%20(x-2)%7d%7b(x-1)%5e%7b3%7d%7d%2B\frac%7bx%7d%7b(x-1)%5e%7b2%7d%7d%2B\frac%7bx-2%7d%7b(x-1)%5e%7b2%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b2%7d%7b(x-1)%5e%7b3%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b2%7d%7b(x-1)%5e%7b3%7d%7d%20=%200  
Для данного уравнения корней нет.

|  |  |
| --- | --- |
| (-∞ ;1) | (1; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d%20-%20x%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7b3-2\cdot%20x%7d%7bx-1%7d%7d%20=%20-2  
Получаем уравнение наклонной асимптоты:

*y = x-2*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = 1*

Находим переделы в точке x=1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%201-0%7d%7b\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%201%2B0%7d%7b\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d%7d%20=%20\infty  
x1 = 1 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bx%5e%7b2%7d-3\cdot%20x%2B3%7d%7bx-1%7d%20-%20x%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7b3-2\cdot%20x%7d%7bx-1%7d%7d%20=%20-2  
Получаем уравнение наклонной асимптоты:

*y = x-2*

7.9

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=\frac%7b-8\cdot%20(x-1)%7d%7b(1-x)%5e%7b2%7d%7d  
Функция общего вида  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y

*x=0, y=-8*

Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b8\cdot%20(x-1)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d=0

*x1=1*

**5) Исследование на экстремум**.  
y = (8\*(x-1))/((x+1)^2)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = -1*

**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%20\frac%7b8%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d-\frac%7b2\cdot%20(8\cdot%20(x-1))%7d%7b(x%2B1)%5e%7b3%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b24-8\cdot%20x%7d%7b(x%2B1)%5e%7b3%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*24-8·x = 0*

Откуда:

*x1 = 3*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; 3) | (3; +∞) |
| f'(x) < 0 | f'(x) > 0 | f'(x) < 0 |
| функция убывает | функция возрастает | функция убывает |

В окрестности точки x = 3 производная функции меняет знак с (+) на (-). Следовательно, точка x = 3 - точка максимума.  
**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20-\frac%7b3\cdot%20(24-8\cdot%20x)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b4%7d%7d-\frac%7b8%7d%7b(x%2B1)%5e%7b3%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b16\cdot%20x-80%7d%7b(x%2B1)%5e%7b4%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b16\cdot%20x-80%7d%7b(x%2B1)%5e%7b4%7d%7d%20=%200  
Откуда точки перегиба:

*x1 = 5*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;-1) | (-1; 5) | (5; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b8\cdot%20(x-1)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = -1*

Находим переделы в точке x=-1  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-1-0%7d%7b\frac%7b8\cdot%20(x-1)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-1%2B0%7d%7b\frac%7b8\cdot%20(x-1)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d%7d%20=%20-\infty  
x1 = -1 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7b8\cdot%20(x-1)%7d%7b(x%2B1)%5e%7b2%7d%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

7.10

**1) Область определения функции. Точки разрыва функции**.  
**2) Четность или нечетность функции**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y(-x)=-\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d  
y(-x) = -y(x), нечетная функция  
**3) Периодичность функции**.  
**4) Точки пересечения кривой с осями координат**.  
Пересечение с осью 0Y

*x=0, y=0*

Пересечение с осью 0X  
y=0  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d=0

*x1=0*

**5) Исследование на экстремум**.  
y = x/(x^2-4)  
Найдем точки разрыва функции.

*x1 = 2*

*x2 = -2*

Поскольку f(-x)=-f(x), то функция является нечетной.  
**1. Находим интервалы возрастания и убывания**. Первая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)%20=%20-2\cdot%20\frac%7bx%5e%7b2%7d%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b2%7d%7d%2B\frac%7b1%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20%7d(x)=\frac%7b-x%5e%7b2%7d-4%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b2%7d%7d  
Находим нули функции. Для этого приравниваем производную к нулю

*-x2-4 = 0*

Для данного уравнения корней нет.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (-∞ ;-2) | (-2; 2) | (2; +∞) |
| f'(x) < 0 | f'(x) < 0 | f'(x) < 0 |
| функция убывает | функция убывает | функция убывает |

**2. Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции**. Вторая производная.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20-\frac%7b4\cdot%20x\cdot%20(-x%5e%7b2%7d-4)%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b3%7d%7d-2\cdot%20\frac%7bx%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b2%7d%7d  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=f%5e%7b\prime%20\prime%7d(x)%20=%20\frac%7b2\cdot%20x\cdot%20(x%5e%7b2%7d%2B12)%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b3%7d%7d  
Находим корни уравнения. Для этого полученную функцию приравняем к нулю.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b2\cdot%20x\cdot%20(x%5e%7b2%7d%2B12)%7d%7b(x%5e%7b2%7d-4)%5e%7b3%7d%7d%20=%200  
Откуда точки перегиба:

*x1 = 0*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (-∞ ;-2) | (-2; 0) | (0; 2) | (2; +∞) |
| f''(x) < 0 | f''(x) > 0 | f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| функция выпукла | функция вогнута | функция выпукла | функция вогнута |

**6) Асимптоты кривой**.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d  
Уравнения наклонных асимптот обычно ищут в виде y = kx + b. По определению асимптоты:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%7bx%7d%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7b1%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%200  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%20-%200\cdot%20x%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%200  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*

Найдем вертикальные асимптоты. Для этого определим точки разрыва:

*x1 = -2*

*x2 = 2*

Находим переделы в точке x=-2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-2-0%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-2%2B0%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%20\infty  
x1 = -2 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
Находим переделы в точке x=2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%202-0%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%20-\infty  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%202%2B0%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%20\infty  
x2 = 2 - точка разрыва II рода и является вертикальной асимптотой.  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y%20=%20\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d  
Найдем наклонную асимптоту при x → -∞:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d  
Находим коэффициент k:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%7bx%7d%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7b1%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%200  
Находим коэффициент b:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7bf(x)%20-%20k\cdot%20x%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=b%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%20-%200\cdot%20x%7d%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20-\infty%20%7d%7b\frac%7bx%7d%7bx%5e%7b2%7d-4%7d%7d%20=%200  
Получаем уравнение горизонтальной асимптоты:

*y = 0*