Задание на учебную: технологическую практику 1 2 курс

Навыки работы с данными необходимы при работе в таких областях как Data Mining, Big Data, машинное обучение. Для решения этой задачи в настоящее время создано много пакетов прикладных программ, позволяющих получать оценки, делать выводы, проводить необходимые расчеты.

Целью технологической практики на втором курсе является обзорное знакомство с некоторыми из этих пакетов. В дальнейшем часть из них будут использоваться как инструментарий.

По итогам работы необходимо составить отчет, представляющий собой описание выполнения заданий и полученные решения. Титульный лист отчета представлен.

Часть 1.

1. Изучение возможностей инструментов для анализа данных

Используя интернет-источники познакомитесь со следующими инструментами для работы с данными

KNIME

SPSS
SAS
STATISTICA 6.0
Minitab
R + R-Studio
Python
Orange
Loginom

Выясните:

- является ли инструмент свободно распространяемым или платным, возможен ли академический режим (бесплатный для студентов) для платных пакетов.
- для каких задач предназначен
- какие возможности есть проведение математических расчетов, моделирования, статистических расчетов
- какие средства, инструменты предлагает

- какие знания и навыки необходимы для успешного применения
- требуется ли умение программировать
- с какими данными и источниками данных работает
- что является результатом работы

Ответы на эти вопросы должны быть в отчете.

2. **Практическая часть.** Познакомьтесь с тем, как организована работа с программой Orange. Это ПО имеет бесплатный режим. В ролике «Установка» находится инструкция. Посмотрите его. Установите программу.

Задание и краткое описание работы находится в файле «Справка по работе с Orange и задание»

В отчете должны быть представлены скриншоты результатов работы с Orange и ваши заключения.

Сделайте выводы по всем инструментам об удобстве, применимости инструментов анализа, требуемой подготовке пользователя

Часть 2.

Решение оптимизационных задач в EXCEL, с использованием пакета анализа.

1. Постановка задачи оптимизации

Большинство задач, с которыми приходится иметь дело в повседневной практике, являются многовариантными. Среди множества возможных вариантов в условиях рыночных отношений приходится отыскивать в некотором смысле наилучший вариант при ограничениях, налагаемых на природные, экономические и технологические возможности. Такие задачи получили название оптимизационных.

Задачи такого рода возникают во многих областях человеческой деятельности: в экономике (планирование и управление экономическими объектами), в технике (оптимальное проектирование конструкций и другие). В настоящее время оптимизация стала неотъемлемой частью культуры проектирования.

Оптимизация в математике,- это задача нахождения экстремума (минимума или максимума) целевой функции в некоторой области конечномерного векторного пространства, ограниченной набором линейных и/или нелинейных равенств и/или неравенств.

Теорию и методы решения задачи оптимизации изучает *математиче*ское программирование.

Математическое программирование- это область математики, разрабатывающая теорию, численные методы решения многомерных задач с ограничениями. В отличие от классической математики, математическое программирование занимается математическими методами решения задач для нахождения наилучших вариантов из всех возможных. Слово программирование введено искусственно в связи с тем, что неизвестные переменные обычно определяют программу или план работы некоторого субъекта, алгоритм действий.

Для решения задачи оптимизации математическими методами необходимо составить её математическую модель. Математическая модель задачи — это отражение оригинала в виде совокупности функций, уравнений, неравенств, цифр и т. д.

2. Решение задач линейного программирования средствами электронных таблиц Excel

Задачей линейного программирования (ЛП) называется задача условной максимизации (минимизации) линейной целевой функции (1) при линейных ограничениях (2), (3). В литературе принят ряд специальных, эквивалентных между собой, форм записи таких задач, каждая из которых удобнее других в том или ином круге вопросов. Приведем наиболее общую формулировку задачи ЛП:

целевая функция
$$f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$
 $\rightarrow \max_{j} (min)$ (4)

система ограничений:

$$f = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \qquad i = 1 \dots k,$$
 (5)

$$f = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i, \quad i = k+1, \dots m,$$
 (6)

$$f = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = m+1, \dots l,$$

$$f = x_i \ge 0, \quad j = 1, \dots n.$$
(7)

Рассмотрим подробно процесс решения задачи в Excel на конкретном примере.

Задача. Кондитерский цех выпускает три вида продукции M_1 , M_2 , M_3 . Для изготовления продукции используется три вида сырья P_1 , P_2 , P_3 . Запасы сырья ограничены: сырьё первого вида P_1 имеется в количестве 2660 единиц, сырьё второго вида P_2 — в количестве 2000 единиц, сырьё третьего вида P_3 — в количестве 3030 единиц.

Известны нормы расхода сырья на единицу продукции: для выпуска единицы продукции M_1 требуется 2 единицы сырья P_1 , 1 единица сырья P_2 , 3 единицы сырья P_3 ; для выпуска единицы продукции M_2 требуется 1 единица сырья P_1 , 3 единицы сырья P_2 , 4 единицы сырья P_3 ; для выпуска единицы продукции M_3 требуется 3 единицы сырья P_1 , 2 единицы сырья P_2 , 1 единица сырья P_3 .

Известна прибыль от реализации единицы продукции: M_1 приносит прибыль в размере 20 единиц, M_2 – в размере 24 единиц, M_3 – в размере 28 единиц.

Требуется определить оптимальное количество выпуска продукции M_1 , M_2 , M_3 , исходя из ограничений по запасам сырья, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Исходные данные задачи приведены в таблице 1.

Таблица 1

Виды	Расход сырья на единицу продукции			Общий запас
сырья	$\mathbf{M_1}$	M_2	M_3	сырья
P ₁	2	1	3	2660
P ₂	1	3	2	2000
P_3	3	4	1	3030
Прибыль на едини- цу продукции	20	24	28	max

Составим математическую модель задачи.

Введём неизвестные: x_I – количество продукции M_1 ;

 x_2 — количество продукции M_2 ;

 x_3 — количество продукции M_3 .

Запишем ограничения задачи:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \le 2660 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 2000 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \le 3030 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

Запишем целевую функцию (прибыль):

$$P = 20x_1 + 24x_2 + 28x_3 \rightarrow max$$

Сформулируем задачу: требуется найти x_1 , x_2 , x_3 , дающие максимум целевой функции Р при заданных ограничениях.

В пакете ПП Excel данная задача решается с помощью команды Поиск решения. Если на вкладке Данные отсутствует команда Поиск решения, то для ее установки необходимо выполнить команду Файл — Параметры, Надстройки— Выделить строку Пакет анализа и щелкнуть по кнопке Перейти — поставить флажок Поиск Решения и нажать ОК. После этого на вкладке Данные в группе Анализ появится команда Поиск Решения.

Для решения оптимизационной задачи необходимо выполнить следующие действия:

- а) подготовить электронную таблицу (рисунок 1):
- Отведем ячейки A3 и C3 под значения переменных, введя туда npo-извольные начальные приближения, например, $x_1 = 1, x_2 = 1, \ x_1 = 1.$
 - В ячейку *В4* введем функцию цели:

$$= 20x_1 + 24x_2 + 28x_3$$

В ячейки A6: A8 введём формулы левых частей ограничений:

$$= 2x_1 + x_2 + 3x_3$$
$$= x_1 + 3x_2 + 4x_3$$
$$= 3x_1 + 2x_2 + x_3$$

- В ячейки *В6* : *В8* введём правые части ограничений.

В режиме отображения формул эта таблица представлена на рисунке 1.

В режиме отображения формул эта таблица представлена на рисунке 1.

	A	В	C
1		Переменные	
2	x1	x2	x3
3	1	1	1
			1
4	целевая функция	=20*A3+24*B3+28*C3	
4	целевая фу <mark>нкц</mark> ия	=20*A3+24*B3+28*C3 Ограничения	
4 5 6	целевая функция =2*A3+B3+3*C3		
-		Ограничения	

Рисунок 1 - Электронная таблица для решения задачи в режиме отображения формул

В режиме отображения значений эта таблица представлена на рисунке 2.

1	A	В	C
1	П	еременные	
2	x1	x2	x 3
3	1	1	1
4	целевая функция	72	
5	0	граничения	
6	6	2660	
7	8	2000	
8	6	3030	

Рисунок 2 - Электронная таблица для решения задачи

 б) После этого выберем команду Данные→ Поиск решения и заполним открывшееся диалоговое окно Поиск решения (рисунок 3).

В поле **Установить целевую ячейку** дается ссылка на ячейку с функцией, для которой будет находиться максимум, минимум или заданное значение. В нашей задаче в это поле вводим **\$B\$4**. Тип взаимосвязи между решением и целевой ячейкой задается путем установки переключателя в группе Равной. Для нахождения минимального или максимального значения функции этот переключатель ставится в положение Максимальному значению или Минимальному значению соответственно, для нахождения значения целевой функции, равного некоторому числу, переключатель ставится в положение Значения. Тогда в соответствующее поле вводится требуемое число.

В поле **Изменяя ячейки** указываются ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи, т.е. ячейки, отведенные под переменные задачи. В нашем случае вводим в это поле диапазон **\$A\$3**: **\$C\$3**.

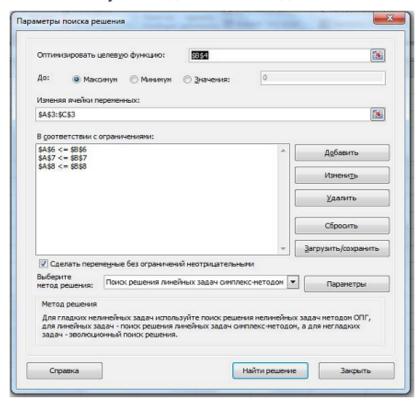


Рисунок 3- Диалоговое окно Поиск решения

Ограничения, налагаемые на переменные задачи, отображаются в поле Ограничения. Средство Поиск решения допускает ограничения в виде равенств, неравенств, а также позволяет ввести требование целочисленности переменных. Ограничения добавляются по одному. Для ввода ограничений следует нажать кнопку Добавить в диалоговом окне Поиск решения и в открывшемся диалоговом окне Добавление ограничения заполнить поля (рисунок 4).

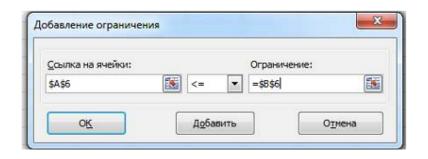


Рисунок 4 - Диалоговое окно Добавление ограничения

В поле **Ссылка на ячейки** вводится первая часть ограничения - \$A\$6 (щелчком по соответствующей ячейке), а в поле **Ограничение** - правая часть - \$B\$6. С помощью раскрывающегося списка вводится тип соотношения между левой и правой частями ограничения (<,=,>, \geq =, \leq , uen). В нашем примере это знак \leq .

Затем следует нажать кнопку **Добавить** в диалоговом окне **Добавление ограничения** и ввести поочерёдно следующие ограничения, налагаемые на переменные. Нажатие кнопки **ОК** завершает ввод ограничений. Они отобразятся в окне диалога **Поиск решения**.

Требование неотрицательности переменных задаётся путём установки флажка в строке Сделать переменные без ограничений неотрицательными.

Кнопки **Добавить, Изменить** и **Удалить** позволяют, соответственно, ввести дополнительное ограничение, изменить вид выделенного в списке ограничения или удалить его.

Для задания метода решения задачи в раскрывающемся списке Выберите метод решения надо выбрать Поиск решения линейных задач симплекс-методом.

в) Для определения параметров процедуры оптимизации (при необходимости) следует нажать кнопку Параметры в диалоговом окне Поиск решения. В открывшемся диалоговом окне Параметры можно изменять условия и варианты поиска решения исследуемой задачи. Рассмотрим элементы этого окна (рисунок 5). Поле **Точность ограничения** используется для задания точности (число из интервала (0; 1), определяющее соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам). Заметим, что иногда проще изменить ограничение, отодвинув границу, чем пытаться выполнить ограничение с высокой точностью.

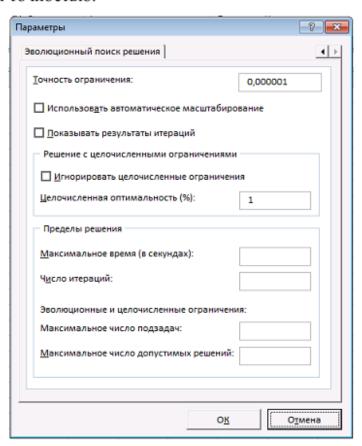


Рисунок 5 - Диалоговое окно Параметры поиска решения

Поле **Максимальное время** служит для ограничения времени, отпускаемого на поиск решения. Время не должно превышать 32767 сек., что составляет = 9,1 часа. По умолчанию задается 100 секунд.

Поле **Число итераций** служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа вычислений.

Поле **Целочисленная оптимальность** служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения, если множество значений влияющей ячейки ограничено множеством целых чисел. В таких задачах в начале находится оптимальное нецелочисленное решение, а потом ищется ближайшая целочисленная точка, решение в которой отличалось бы от оптимального не более чем на указанное данным параметром количество процентов. При большом допуске может быть потеряно лучшее целочисленное решение, правда, отличающееся от найденного в пределах допуска. Для целочисленных задач имеет смысл уменьшить допуск.

Флажок **Автоматическое масштабирование** служит для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по величине (например, минимизация прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах руб.).

Флажок Показывать результаты итераций задает приостановку поиска решения для просмотра результатов итераций в специальном окне диалога. Целесообразно устанавливать, если требуется оценить число итераций, необходимое для решения той или иной задачи или проанализировать весь процесс движения к оптимальной точке.

г) После установки необходимых параметров следует нажать кнопку **ОК** и затем в окне **Поиск решения** нажать кнопку **Найти решение**.

Откроется окно **Результаты поиска решения** (рисунок 6), которое сообщает, что решение найдено (не найдено), (или будет выведено сообщение, позволяющее установить причину прекращения решения задачи, например в том случае, когда пустое множество допустимых решений или происходит зацикливание итерационной процедуры).

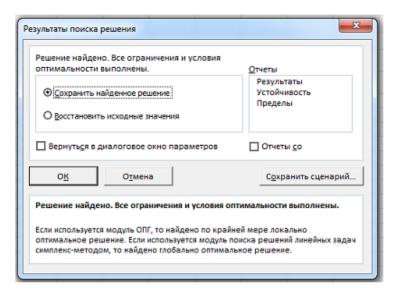


Рисунок 6 - Диалоговое окно Результаты поиска решения

Установив переключатель в положение **Сохранить найденное реше- ние**, можно сохранить найденное решение задачи в соответствующих ячейках электронной таблицы. В ячейках *А3:С3* появятся оптимальные значения
переменных, а в ячейке *В4* - максимальное значение целевой функции.

Результаты решения представлены на рисунке 7.

	A	В	C
1	Пе	еременные	
2	x1	x2	х3
3	920	0	270
4	целевая функция	25960	
5	0	граничения	((
6	2650	2660	
7	2000	2000	
8	3030	3030	

Рисунок 7- Результаты решения задачи

На основе полученных результатов можно сделать следующий вывод: кондитерскому цеху надо выпустить продукции первого вида M_1 в количестве 920 усл. единиц, третьего вида M_3 – в количестве 270 усл. единиц, продукцию второго вида M_2 выпускать невыгодно. При таком плане выпуска продукции с учётом имеющихся ограничений будет получена максимальная прибыль в размере 25960 усл. единиц.

Для получения информации о ходе решения задачи в списке **Тип отче- та** можно выбрать отчет, который разместится на отдельном листе книги.
Возможны следующие виды отчётов:

Результаты — используется для создания отчета, содержащего сведения о времени решения задачи, числе итераций, параметрах поиска решения, сведений о целевой функции, ячейках с переменными и ограничениях.

Устойчивость — отчет содержит сведения о чувствительности решения к малым изменениям в формуле целевой функции или формулах ограничений. Этот отчет имеет 2 раздела: один для изменяемых ячеек, а второй для ограничений. Правый столбец в каждой ячейке содержит информацию о чувствительности. Раздел для изменяемых ячеек содержит значение для нормированного коэффициента, которое показывает, как целевая ячейка реагирует на увеличение значения в соответствующей изменяемой ячейке на одну единицу. Подобным образом множитель Лагранжа в разделе для ограничений показывает, как целевая ячейка реагирует на увеличение соответствующего значения ограничения на одну единицу.

Пределы — отчет содержит ячейку целевой функции, список исходных ячеек задачи, их значений, а также верхних и нижних границ этих значений. Нижняя и верхняя границы — это соответственно, минимальное и максимальное значения, которые могут принимать ячейки с переменными при соблюдении ограничений.

Целый ряд практических задач сводится к задаче ЛП:

- задача оптимального распределения ресурсов при планировании выпуска продукции на предприятии (задача об ассортименте);
 - 2) задача на максимум выпуска продукции при заданном ассортименте;
 - 3) задача о смесях (рационе, диете и т.д.);
 - 4) транспортная задача;
 - 5) задача о рациональном использовании имеющихся мощностей.

Задание 1

Для изготовления трёх видов изделий P_1,P_2 и P_3 используют три вида материалов: S_1 , S_2 , S_3 . Запасы материалов, технологические нормы расхода материалов на каждое изделие и цена единицы изделия приведены в таблице 1. Составить план выпуска изделий, обеспечивающих их максимальный выпуск по стоимости.

Таблица 1

D	Норма расхода	Запас		
Вид материала	\mathbf{P}_{1}	P_2	P ₃	материала, кг
S_1	a_{II}	a_{12}	a_{13}	b_I
S_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
S_3	a_{3I}	a_{32}	a ₃₃	b_3
Цена одного изде- лия (у.е.)	c_I	c_2	c_3	max

- 1) Составить математическую модель задачи;
- 2) Решить задачу в Excel;
- 3) Сделать вывод.

Варианты заданий

Таблина 2

№ вари- анта	Задание
1	$a_{11}=1$, $a_{12}=2$, $a_{13}=1$, $a_{21}=2$, $a_{22}=1$, $a_{23}=3$, $a_{31}=4$, $a_{32}=2$, $a_{33}=1$; $b_1=420$, $b_2=600$, $b_3=900$,; $c_1=3$, $c_2=3$, $c_3=4$
2	$a_{11}=3$, $a_{12}=6$, $a_{13}=4$, $a_{21}=2$, $a_{22}=1$, $a_{23}=2$, $a_{31}=2$, $a_{32}=3$, $a_{33}=1$; $a_{12}=180$, $a_{13}=180$, a_{1
3	$a_{11}=16, a_{12}=18, a_{13}=9, a_{21}=7, a_{22}=7, a_{23}=2, a_{31}=9, a_{32}=2, a_{33}=3;$ $b_1=520, b_2=140, b_3=810; c_1=8, c_2=6, c_3=4$
4	$a_{11}=4$, $a_{12}=8$, $a_{13}=2$, $a_{21}=3$, $a_{22}=8$, $a_{23}=4$, $a_{31}=12$, $a_{32}=4$, $a_{33}=6$; $b_1=116$, $b_2=240$, $b_3=432$; $c_1=8$, $c_2=6$, $c_3=6$

5	$a_{11}=4$, $a_{12}=2$, $a_{13}=6$, $a_{21}=2$, $a_{22}=4$, $a_{23}=3$, $a_{31}=6$, $a_{32}=8$, $a_{33}=0$; $b_1=120$, $b_2=160$, $b_3=240$; $c_1=2$, $c_2=3$, $c_3=2$
6	$a_{11}=8$, $a_{12}=10$, $a_{13}=20$, $a_{21}=4$, $a_{22}=13$, $a_{23}=8$, $a_{31}=2$, $a_{32}=18$, $a_{33}=12$; $b_1=800$, $b_2=520$, $b_3=940$; $c_1=3$, $c_2=6$, $c_3=7$
7	$a_{11}=3$, $a_{12}=3$, $a_{13}=9$, $a_{21}=10$, $a_{22}=9$, $a_{23}=15$, $a_{31}=5$, $a_{32}=5$, $a_{33}=1$; $b_1=810$, $b_2=900$, $b_3=250$; $c_1=7$, $c_2=7$, $c_3=6$
8	$a_{11}=17$, $a_{12}=5$, $a_{13}=5$, $a_{21}=8$, $a_{22}=6$, $a_{23}=6$, $a_{31}=4$, $a_{32}=2$, $a_{33}=4$; $b_1=850$, $b_2=1120$, $b_3=1060$; $c_1=8$, $c_2=7$, $c_3=4$
9	$a_{11}=2$, $a_{12}=1$, $a_{13}=6$, $a_{21}=3$, $a_{22}=3$, $a_{23}=9$, $a_{31}=2$, $a_{32}=1$, $a_{33}=2$; $a_{12}=2$, $a_{13}=2$, $a_{13}=2$, $a_{14}=2$, $a_{15}=2$, $a_{15}=2$, $a_{16}=2$, $a_{17}=2$, a_{1
10	$a_{11}=2$, $a_{12}=3$, $a_{13}=6$, $a_{21}=6$, $a_{22}=8$, $a_{23}=2$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=2$; $a_{11}=450$, $a_{12}=400$, $a_{13}=400$, a_{1
11	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=1$, $a_{21}=2$, $a_{22}=1$, $a_{23}=3$, $a_{31}=4$, $a_{32}=2$, $a_{33}=3$; $b_1=160$, $b_2=200$, $b_3=240$; $c_1=4$, $c_2=3$, $c_3=5$
12	$a_{11}=2$, $a_{12}=3$, $a_{13}=6$, $a_{21}=4$, $a_{22}=2$, $a_{23}=4$, $a_{31}=4$, $a_{32}=6$, $a_{33}=8$; $b_1=240$, $b_2=200$, $b_3=160$; $c_1=4$, $c_2=5$, $c_3=4$
13	$a_{11}=9, a_{12}=9, a_{13}=2, a_{21}=4, a_{22}=3, a_{23}=2, a_{31}=1, a_{32}=2, a_{33}=4;$ $b_1=180, b_2=120, b_3=220; c_1=7, c_2=8, c_3=6$
14	$a_{11}=18$, $a_{12}=9$, $a_{13}=6$, $a_{21}=4$, $a_{22}=2$, $a_{23}=4$, $a_{31}=3$, $a_{32}=3$, $a_{33}=1$; $b_1=540$, $b_2=340$, $b_3=120$; $c_1=3$, $c_2=4$, $c_3=3$
15	$a_{11}=3$, $a_{12}=2$, $a_{13}=1$, $a_{21}=4$, $a_{22}=2$, $a_{23}=4$, $a_{31}=3$, $a_{32}=3$, $a_{33}=4$; $a_{12}=70$, $a_{23}=80$,
16	$a_{11}=4$, $a_{12}=2$, $a_{13}=5$, $a_{21}=2$, $a_{22}=8$, $a_{23}=4$, $a_{31}=11$, $a_{32}=4$, $a_{33}=2$; $a_{12}=2$, $a_{23}=4$, $a_{$
17	$a_{11}=7$, $a_{12}=4$, $a_{13}=5$, $a_{21}=6$, $a_{22}=2$, $a_{23}=4$, $a_{31}=7$, $a_{32}=14$, $a_{33}=7$; $a_{12}=80$, $a_{13}=80$,

	a = 5 a = 8 a = 4 a = 5 a = 5 a = 6 a = 10 a = 2 a = 5
18	$a_{11}=5$, $a_{12}=8$, $a_{13}=4$, $a_{21}=5$, $a_{22}=5$, $a_{23}=6$, $a_{31}=10$, $a_{32}=2$, $a_{33}=5$; $b_1=400$, $b_2=300$, $b_3=200$; $c_1=4$, $c_2=3$, $c_3=2$
10	$a_{11}=5, a_{12}=5, a_{13}=2, a_{21}=4, a_{22}=6, a_{23}=8, a_{31}=5, a_{32}=6, a_{33}=2;$
19	$b_1=250, b_2=500, b_3=300; c_1=10, c_2=9, c_3=9$
20	$a_{11}=7, a_{12}=7, a_{13}=4, a_{21}=2, a_{22}=4, a_{23}=8, a_{31}=16, a_{32}=12, a_{33}=10;$
	$b_1=280, b_2=160, b_3=530; c_1=10, c_2=10, c_3=12$
21	$a_{11}=7$, $a_{12}=10$, $a_{13}=11$, $a_{21}=8$, $a_{22}=6$, $a_{23}=4$, $a_{31}=12$, $a_{32}=4$, $a_{33}=16$; $b_1=740$, $b_2=820$, $b_3=480$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=7$
	$a_{11}=2, a_{12}=2, a_{13}=4, a_{21}=1, a_{22}=5, a_{23}=1, a_{31}=6, a_{32}=2, a_{33}=1;$
22	$b_1 = 540, b_2 = 360, b_3 = 180; c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 1$
	$a_{11}=10$, $a_{12}=6$, $a_{13}=8$, $a_{21}=6$, $a_{22}=6$, $a_{23}=4$, $a_{31}=10$, $a_{32}=12$, $a_{33}=6$;
23	b_1 =840, b_2 =296, b_3 =620; c_1 =6, c_2 =5, c_3 =5
24	$a_{11}=10$, $a_{12}=5$, $a_{13}=10$, $a_{21}=26$, $a_{22}=13$, $a_{23}=4$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=2$;
24	b_1 =670, b_2 =520, b_3 =480; c_1 =8, c_2 =6, c_3 =6
25	$a_{11}=9$, $a_{12}=9$, $a_{13}=3$, $a_{21}=3$, $a_{22}=6$, $a_{23}=9$, $a_{31}=7$, $a_{32}=4$, $a_{33}=12$;
	$b_1=801, b_2=453, b_3=280; c_1=3, c_2=2, c_3=2$
26	$a_{11}=10, a_{12}=5, a_{13}=5, a_{21}=7, a_{22}=2, a_{23}=4, a_{31}=7, a_{32}=3, a_{33}=3;$
	$b_1=290, b_2=140, b_3=210; c_1=10, c_2=9, c_3=8$
27	$a_{11}=5, a_{12}=5, a_{13}=3, a_{21}=3, a_{22}=9, a_{23}=3, a_{31}=4, a_{32}=4, a_{33}=2;$
	$b_1=225, b_2=627, b_3=614; c_1=6, c_2=4, c_3=5$
28	$a_{11}=8, a_{12}=3, a_{13}=12, a_{21}=8, a_{22}=4, a_{23}=8, a_{31}=17, a_{32}=3, a_{33}=3;$
	$b_1=240, b_2=320, b_3=510; c_1=8, c_2=7, c_3=3$
29	$a_{11}=2$, $a_{12}=3$, $a_{13}=6$, $a_{21}=7$, $a_{22}=3$, $a_{23}=7$, $a_{31}=9$, $a_{32}=3$, $a_{33}=3$; $a_{13}=9$, $a_{23}=1$, a_{2
30	$a_{11}=2$, $a_{12}=4$, $a_{13}=4$, $a_{21}=2$, $a_{22}=6$, $a_{23}=4$, $a_{31}=4$, $a_{32}=8$, $a_{33}=12$; $b_1=620$, $b_2=580$, $b_3=384$; $c_1=3$, $c_2=3$, $c_3=4$

Задание 2

Требуется определить минимальную по стоимости смесь сырья для изготовления пищевых концентратов, которые должны содержать питательные вещества (П). Эти вещества содержатся в сырье (М) в различных сочетаниях. Содержание питательных веществ в сырье и готовом продукте, а также цена на каждый вид сырья показаны в таблице 3.

Таблица 3

Питательные	Виды сырья			Минимальное содержание	
вещества	$\mathbf{M_1}$	M_2	M_3	питательных веществ в готовом продукте	
Π_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_I	
Π_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2	
Π_3	a_{31}	a ₃₂	a_{33}	b_3	
Π_4	a_{41}	a ₄₂	a ₄₃	b_4	
Цена за единицу сырья (у.е.)	c_I	c_2	C3	min	

- 1) Составить математическую модель задачи;
- Решить задачу в Excel;
- 3) Сделать вывод.

Варианты заданий

Таблица 4

№ вари- анта	Задание
1	$a_{11}=1, a_{12}=1, a_{13}=0, a_{21}=4, a_{22}=1, a_{23}=3, a_{31}=1, a_{32}=4, a_{33}=1, a_{41}=0,$ $a_{42}=3, a_{43}=2; b_1=50, b_2=140, b_3=127, b_4=80; c_1=8, c_2=12, c_3=10$
2	$a_{11}=1, a_{12}=4, a_{13}=1, a_{21}=1, a_{22}=1, a_{23}=0, a_{31}=4, a_{32}=1, a_{33}=3, a_{41}=0,$ $a_{42}=3, a_{43}=2; b_1=128, b_2=50, b_3=140, b_4=80; c_1=8, c_2=12, c_3=10$
3	$a_{11}=1, a_{12}=1, a_{13}=4, a_{21}=3, a_{22}=4, a_{23}=1, a_{31}=0, a_{32}=1, a_{33}=1, a_{41}=2,$ $a_{42}=0, a_{43}=3; b_1=128, b_2=140, b_3=50, b_4=80; c_1=10, c_2=8, c_3=12$
4	$a_{11}=4$, $a_{12}=1$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=4$, $a_{23}=3$, $a_{31}=1$, $a_{32}=1$, $a_{33}=0$, $a_{41}=3$, $a_{42}=0$, $a_{43}=2$; $b_1=130$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=8$, $c_3=10$

5	$a_{11}=0, a_{12}=1, a_{13}=1, a_{21}=1, a_{22}=1, a_{23}=4, a_{31}=3, a_{32}=4, a_{33}=1, a_{41}=2,$ $a_{42}=0, a_{43}=3; b_1=50, b_2=131, b_3=140, b_4=80; c_1=10, c_2=8, c_3=12$
	$a_{11}=2$, $a_{12}=0$, $a_{13}=3$, $a_{21}=0$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
6	$a_{42}=1$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=50$, $b_3=140$, $b_4=132$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=3$, $a_{13}=4$, $a_{21}=1$, $a_{22}=0$, $a_{23}=1$, $a_{31}=4$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
7	
	$a_{42}=2$, $a_{43}=0$; $b_1=140$, $b_2=50$, $b_3=133$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$, $a_{23}=1$, $a_{31}=0$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
8	$a_{42}=0$, $a_{43}=3$; $b_1=134$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
9	$a_{11}=3$, $a_{12}=2$, $a_{13}=0$, $a_{21}=4$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=1$, $a_{32}=0$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
,	$a_{42}=3$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=135$, $b_3=50$, $b_4=140$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=0$, $a_{13}=1$, $a_{21}=3$, $a_{22}=2$, $a_{23}=0$, $a_{31}=1$, $a_{32}=3$, $a_{33}=4$, $a_{41}=4$,
10	$a_{42}=1$, $a_{43}=1$; $b_1=50$, $b_2=80$, $b_3=140$, $b_4=136$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$u_{42}-1, u_{43}-1, v_1-30, v_2-60, v_3-140, v_4-130, v_1-12, v_2-10, v_3-6$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=0$, $a_{21}=4$, $a_{22}=1$, $a_{23}=3$, $a_{31}=1$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=0$,
11	$a_{42}=3$, $a_{43}=2$; $b_1=50$, $b_2=140$, $b_3=127$, $b_4=80$; $c_1=8$, $c_2=12$, $c_3=10$
12	$a_{11}=1$, $a_{12}=4$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=1$, $a_{23}=0$, $a_{31}=4$, $a_{32}=1$, $a_{33}=3$, $a_{41}=0$,
12	$a_{42}=3$, $a_{43}=2$; $b_1=128$, $b_2=50$, $b_3=140$, $b_4=80$; $c_1=8$, $c_2=12$, $c_3=10$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$, $a_{23}=1$, $a_{31}=0$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
13	$a_{42}=0, a_{43}=3; b_1=128, b_2=140, b_3=50, b_4=80; c_1=10, c_2=8, c_3=12$
1.4	$a_{11}=4$, $a_{12}=1$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=4$, $a_{23}=3$, $a_{31}=1$, $a_{32}=1$, $a_{33}=0$, $a_{41}=3$,
14	$a_{42}=0$, $a_{43}=2$; $b_1=130$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=8$, $c_3=10$
	$a_{11}=0, a_{12}=1, a_{13}=1, a_{21}=1, a_{22}=1, a_{23}=4, a_{31}=3, a_{32}=4, a_{33}=1, a_{41}=2,$
15	
	$a_{42}=0, a_{43}=3; b_1=50, b_2=131, b_3=140, b_4=80; c_1=10, c_2=8, c_3=12$
	$a_{11}=2$, $a_{12}=0$, $a_{13}=3$, $a_{21}=0$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
16	$a_{42}=1$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=50$, $b_3=140$, $b_4=132$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
17	$a_{11}=1, a_{12}=3, a_{13}=4, a_{21}=1, a_{22}=0, a_{23}=1, a_{31}=4, a_{32}=1, a_{33}=1, a_{41}=2,$
1,	$a_{42}=2$, $a_{43}=0$; $b_1=140$, $b_2=50$, $b_3=133$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$

18	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$, $a_{23}=1$, $a_{31}=0$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$, $a_{42}=0$, $a_{43}=3$; $b_1=134$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
	442 0, 443 3, 67 134, 62 140, 63 30, 64 60, 67 10, 62 6, 63 12
	$a_{11}=3$, $a_{12}=2$, $a_{13}=0$, $a_{21}=4$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=1$, $a_{32}=0$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
19	$a_{42}=3$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=135$, $b_3=50$, $b_4=140$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=0$, $a_{13}=1$, $a_{21}=3$, $a_{22}=2$, $a_{23}=0$, $a_{31}=1$, $a_{32}=3$, $a_{33}=4$, $a_{41}=4$,
20	$a_{42}=1$, $a_{43}=1$; $b_1=50$, $b_2=80$, $b_3=140$, $b_4=136$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=0$, $a_{21}=4$, $a_{22}=1$, $a_{23}=3$, $a_{31}=1$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=0$,
21	$a_{42}=3$, $a_{43}=2$; $b_1=50$, $b_2=140$, $b_3=127$, $b_4=80$; $c_1=8$, $c_2=12$, $c_3=10$
22	$a_{11}=1$, $a_{12}=4$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=1$, $a_{23}=0$, $a_{31}=4$, $a_{32}=1$, $a_{33}=3$, $a_{41}=0$,
22	$a_{42}=3$, $a_{43}=2$; $b_1=128$, $b_2=50$, $b_3=140$, $b_4=80$; $c_1=8$, $c_2=12$, $c_3=10$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$, $a_{23}=1$, $a_{31}=0$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
23	$a_{42}=0$, $a_{43}=3$; $b_1=128$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
24	$a_{11}=4$, $a_{12}=1$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=4$, $a_{23}=3$, $a_{31}=1$, $a_{32}=1$, $a_{33}=0$, $a_{41}=3$,
21	$a_{42}=0$, $a_{43}=2$; $b_1=130$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=8$, $c_3=10$
	$a_{11}=0$, $a_{12}=1$, $a_{13}=1$, $a_{21}=1$, $a_{22}=1$, $a_{23}=4$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
25	$a_{42}=0, a_{43}=3; b_1=50, b_2=131, b_3=140, b_4=80; c_1=10, c_2=8, c_3=12$
	$a_{11}=2$, $a_{12}=0$, $a_{13}=3$, $a_{21}=0$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=3$, $a_{32}=4$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
26	$a_{42}=1$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=50$, $b_3=140$, $b_4=132$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
27	$a_{11}=1$, $a_{12}=3$, $a_{13}=4$, $a_{21}=1$, $a_{22}=0$, $a_{23}=1$, $a_{31}=4$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
27	$a_{42}=2$, $a_{43}=0$; $b_1=140$, $b_2=50$, $b_3=133$, $b_4=80$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=1$, $a_{13}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$, $a_{23}=1$, $a_{31}=0$, $a_{32}=1$, $a_{33}=1$, $a_{41}=2$,
28	$a_{42}=0$, $a_{43}=3$; $b_1=134$, $b_2=140$, $b_3=50$, $b_4=80$; $c_1=10$, $c_2=8$, $c_3=12$
29	$a_{11}=3$, $a_{12}=2$, $a_{13}=0$, $a_{21}=4$, $a_{22}=1$, $a_{23}=1$, $a_{31}=1$, $a_{32}=0$, $a_{33}=1$, $a_{41}=1$,
	$a_{42}=3$, $a_{43}=4$; $b_1=80$, $b_2=135$, $b_3=50$, $b_4=140$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$
	$a_{11}=1$, $a_{12}=0$, $a_{13}=1$, $a_{21}=3$, $a_{22}=2$, $a_{23}=0$, $a_{31}=1$, $a_{32}=3$, $a_{33}=4$, $a_{41}=4$,
30	$a_{42}=1$, $a_{43}=1$; $b_1=50$, $b_2=80$, $b_3=140$, $b_4=136$; $c_1=12$, $c_2=10$, $c_3=8$