Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Unidad de aprendizaje:

Cálculo

# Tarea 3:

*Clasificación de funciones*

Alumno:

González Cárdenas Ángel Aquilez

Boleta: 2016630152

Grupo: 1CV8

Profesor: Jurado Jiménez Roberto

# Clasificación de funciones

Una función (también llamada *aplicación*) entre dos *conjuntos* se escribe de la forma:

$$f : X \to Y$$

donde $X$ es el *dominio*, $Y$ el *rango*, *contradominio* o *imagen*.
También se escribe que $x \mapsto f(x)$.

## Función inyectiva

Una función es *inyectiva* si para todo $a$, $b$ distintos, y que pertenecen a $X$, sus imágenes $f(a)$ y $f(b)$ son distintas.
Es decir, una función es inyectiva cuando las *imágenes de elementos distintos son distintas*.

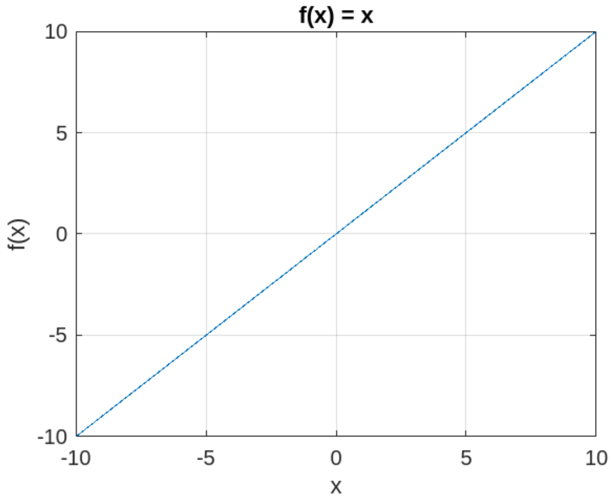
$$f : X \to Y \text{ es inyectiva } \iff \forall a, b \in X, a \neq b \implies f(a) \neq f(b)$$

Ejemplos:

1. Función identidad

Código `MATLAB`

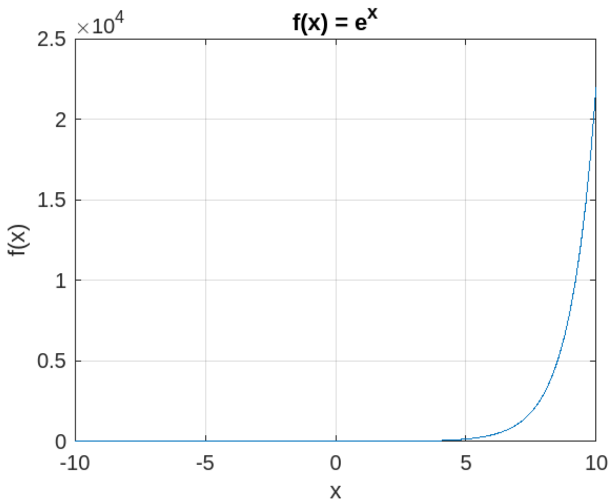
```
x = linspace(-10,10);
y = x;
plot(x,y)
title('f(x) = x')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```




2. Función exponencial

Código `MATLAB`

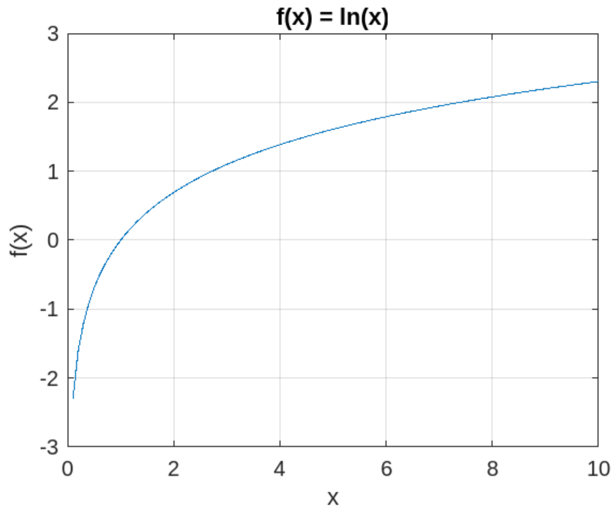
```
x = linspace(-10,10);
y = exp(x);
plot(x,y)
title('f(x) = e^x')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```



3. Función logarítmica

Código MATLAB

```
x = linspace(0.1,10);
y = log(x);
plot(x,y)
title('f(x) = ln(x)')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```




## Función sobreyectiva

Una función es *sobreyctiva* (o *suprayectiva*) si todos los elementos de la imagen $Y$ tienen anti-imagen. Es decir, si para cualquier $y$ de la imagen $Y$ existe al menos un elemento $x$ de la imagen tal que $f(x) = y$.
Esta propiedad es independiente de la *inyectividad*.

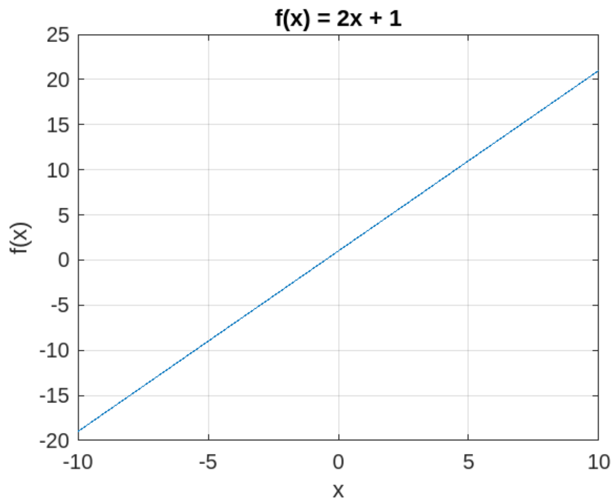
Si $f : X \to Y$ entonces se dice que $f$ es sobreyectiva si $\forall y \in Y, \exists x \in X : f(x) = y$

Ejemplos:

1. Función lineal

Código MATLAB

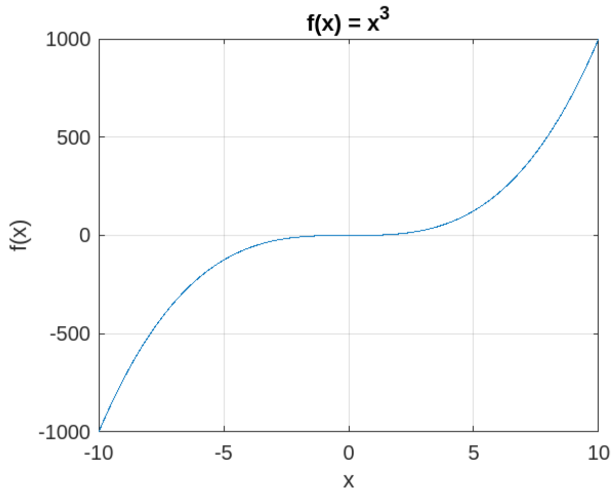
```
x = linspace(-10,10);
y = 2*x + 1;
plot(x,y)
title('f(x) = 2x + 1')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```



2. Función cúbica

Código MATLAB

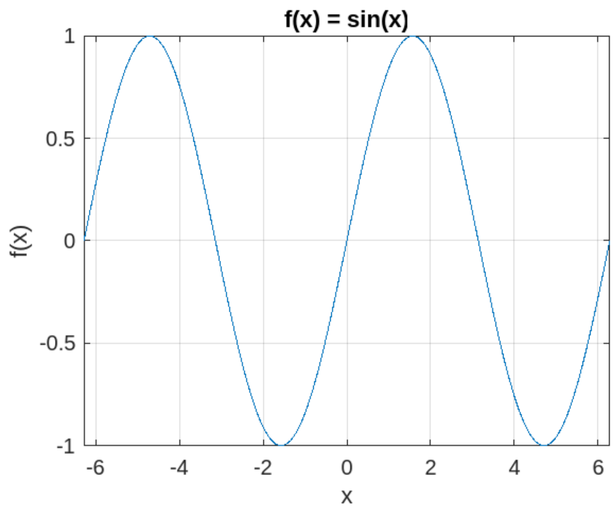
```
x = linspace(-10,10);
y = x.^3;
plot(x,y)
title('f(x) = x^3')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```




3. Función senoidal

Código MATLAB

```
x = linspace(-2*pi,2*pi);
y = sin(x);
plot(x,y)
title('f(x) = sin(x)')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
grid on
```




## Función biyectiva

Una función es *biyectiva* si es inyectiva y sobreyectiva.
En tal caso, existe una función $g$, llamada *función inversa*, tal que para todo $x$ del dominio,

$$g(f(x)) = x$$

y para todo $y$ de la imagen

$$f(g(y)) = y$$

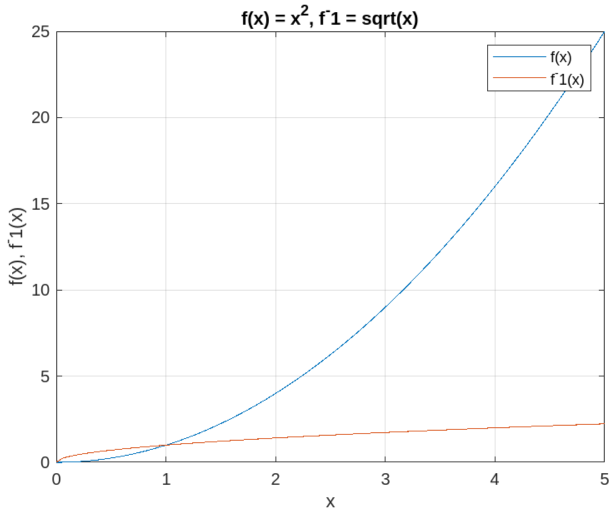
Normalmente, la función inversa de $f$ se denota por $f^{-1}$ en lugar de $g$.

Ejemplos:

1. Función cuadrática: La función $f(x) = x^2$ es biyectiva en el intervalo $[0, \infty)$ y su inversa es $f^-1(x) = sqrt(x)$.

Código MATLAB

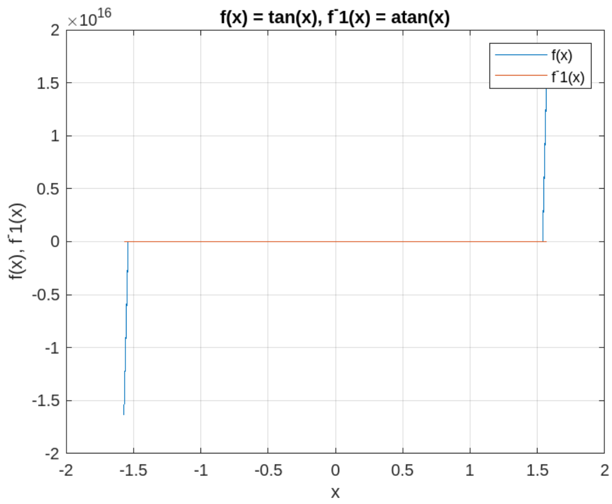
```
x = linspace(0,5);
y = x.^2;
plot(x,y)
title('f(x) = x^2, f^-1 =
   sqrt(x)')
xlabel('x')
ylabel('f(x), f^-1(x)')
hold on
y_inv = sqrt(x);
plot(x,y_inv)
legend('f(x)','f^-1(x)')
grid on
hold off
```




2. Función tangente: La función $f(x) = tan(x)$ es biyectiva en el intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ y su inversa es $f^{-1}(x) = atan(x)$.

Código MATLAB

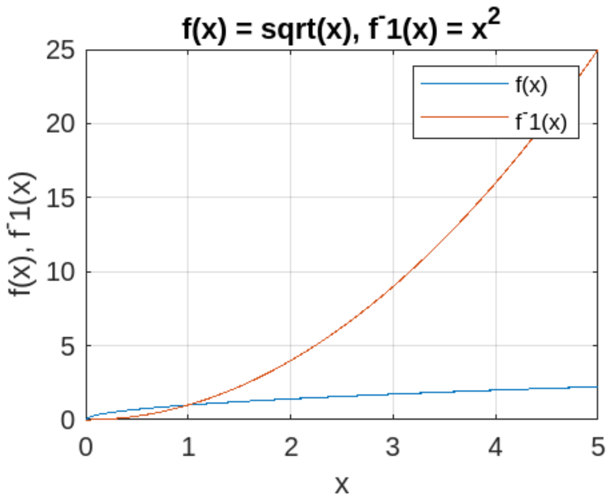
```
x = linspace(-pi/2,pi/2);
y = tan(x);
plot(x,y)
title('f(x) = tan(x), f^-1(x
   ) = atan(x)')
xlabel('x')
ylabel('f(x), f^-1(x)')
hold on
y_inv = atan(x);
plot(x,y_inv)
legend('f(x)','f^-1(x)')
grid on
hold off
```




3. Función raíz cuadrada: La función $f(x) = sqrt(x)$ es biyectiva en el intervalo $[0, \infty)$ y su inversa es $f^-1(x) = x^2$.

Código MATLAB

```
x = linspace(0,5);
y = sqrt(x);
plot(x,y)
title('f(x) = sqrt(x), f^-1(
   x) = x^2')
xlabel('x')
ylabel('f(x), f^-1(x)')
hold on
y_inv = x.^2;
plot(x,y_inv)
legend('f(x)','f^-1(x)')
grid on
hold off
```




Para calcular la inversa de una función en términos matemáticos, se procede de la siguiente forma:
1. Denotar la función $f(x)$ como $y = f(x)$.
2. Intercambiar $x$ y $y$ en la ecuación. Esto te dará una ecuación de la forma $x = f(y)$.
3. Resolver para $y$. La solución a esta ecuación será la función inversa, denotada como

$$f^{-1}(x)$$

.
Por ejemplo, si se tiene la función

$$f(x) = 2x + 3$$

, para encontrar la función inversa se procede:
1. Se denota la función como

$$y = 2x + 3$$

. 2. Se intercambia $x$ y $y$ para obtener

$$x = 2y + 3$$

. 3. Se resuelve para

$$y$$

para obtener

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$$

.
Por lo tanto, la inversa de la función

$$f(x) = 2x + 3$$

es

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$$

.