

En los ejercicios 1 a 10, demuestre, aplicando la definición 1.5.1, que el límite es el número indicado.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} 7 = 7$
2. $\lim_{x \rightarrow 5} (-4) = -4$
3. $\lim_{x \rightarrow 4} (2x + 1) = 9$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} (4x + 3) = 7$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} (7 - 3x) = -2$
6. $\lim_{x \rightarrow -4} (2x + 7) = -1$
7. $\lim_{x \rightarrow -2} (1 + 3x) = -5$
8. $\lim_{x \rightarrow -2} (7 - 2x) = 11$
9. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2$
10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$

En los ejercicios 31 a 46, determine el límite y, cuando sea apropiado, indique los teoremas de límites que se aplicaron.

31. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$
32. $\lim_{z \rightarrow -5} \frac{z^2 - 25}{z + 5}$
33. $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$
34. $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x - 1}{9x^2 - 1}$
35. $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{3s^2 - 8s - 16}{2s^2 - 9s + 4}$
36. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 17x + 20}{4x^2 - 25x + 36}$
37. $\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 8}{y + 2}$
38. $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 1}{s - 1}$
39. $\lim_{y \rightarrow -3} \sqrt{\frac{y^2 - 9}{2y^2 + 7y + 3}}$
40. $\lim_{t \rightarrow 3/2} \sqrt{\frac{8t^3 - 27}{4t^2 - 9}}$
41. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$
42. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x + 5} - 2}{x + 1}$
43. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h + 2} - \sqrt{2}}{h}$
44. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} =$
45. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^3 + 2x^2 + 6x + 5}$
46. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - x + 10}{x^2 + 3x + 2}$

En los ejercicios 13 a 32, determine el límite analíticamente y apoye la respuesta trazando la gráfica de la función en la graficadora.

13. $\lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{t + 2}{t^2 - 4}$
14. $\lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{-t + 2}{(t - 2)^2}$
15. $\lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{t + 2}{t^2 - 4}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3 + x^2}}{x}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{3 + x^2}}{x}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3 + x^2}}{x^2}$
19. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3}$
20. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x - 4}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$
22. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 3}{x^3 + x^2}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 - 4x^3}{5x^2 + 3x^3}$
24. $\lim_{s \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{s - 2} - \frac{3}{s^2 - 4} \right)$
25. $\lim_{t \rightarrow -4^-} \left(\frac{2}{t^2 + 3t - 4} - \frac{3}{t + 4} \right)$
26. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^3 - 5x^2}{x^2 - 1}$

En los ejercicios 1 a 22, dibuje la gráfica de la función y si existe, determine el límite indicado; si el límite no existe, diga por qué razón.

9. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x = 2 \\ 4 - x^2 & \text{si } 2 < x \end{cases}$
(a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
10. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } x = 1 \\ x^2 + 2 & \text{si } 1 < x \end{cases}$
(a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
11. $F(x) = |x - 5|$
(a) $\lim_{x \rightarrow 5^+} F(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 5^-} F(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 5} F(x)$
12. $f(x) = 3 + |2x - 4|$
(a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
13. $G(x) = |2x - 3| - 4$
(a) $\lim_{x \rightarrow 3/2^+} G(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 3/2^-} G(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 3/2} G(x)$
14. $F(x) = \begin{cases} |x - 1| & \text{si } x < -1 \\ 0 & \text{si } x = -1 \\ |1 - x| & \text{si } -1 < x \end{cases}$
(a) $\lim_{x \rightarrow -1^+} F(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow -1^-} F(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow -1} F(x)$
15. $f(x) = \frac{|x|}{x}$
(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
16. $S(x) = |\operatorname{sgn} x|$ (la función $\operatorname{sgn} x$ se definió en el ejemplo ilustrativo 1)
(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} S(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} S(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow 0} S(x)$
17. $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -2 & \text{si } 2 < x \end{cases}$
(a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$; (b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$; (c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; (e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; (f) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

En los ejercicios 11 a 30 determine el límite y apoye la respuesta gráficamente.

11. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2t + 1}{5t - 2}$
12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x - 4}{3x + 1}$
13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 7}{4 - 5x}$
14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 5x}{2 - 3x}$
15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5}$
16. $\lim_{s \rightarrow -\infty} \frac{4s^2 + 3}{2s^2 - 1}$
17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 4}{3x^2 - 5}$
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5}{x^3}$
19. $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{2y^2 - 3y}{y + 1}$
20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{7x^3 + x + 1}$
21. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{8x^3 + x + 2}$
22. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 7x^2 + 2}{2x^4 + 1}$
23. $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{2y^3 - 4}{5y + 3}$
24. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 12x + 7}{4x^2 - 1}$
25. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3x + \frac{1}{x^2} \right)$
26. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{t^2} - 4t \right)$
27. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 4}$
28. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 4}$
29. $\lim_{w \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{w^2 - 2w + 3}}{w + 5}$
30. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{y^4 + 1}}{2y^2 - 3}$