GUÍA DE ESTUDIOS DE

CÁLCULO

Prof. Didier

Primer examen de Cálculo

Funciones y límites

Nombre:____ **Grupo**______

Instrucciones: Resuelva los problemas propuestos a continuación de tal manera que el puntaje máximo sea 7. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

1. (1 Pt.) Determine el conjunto solución que satisfacen las siguientes desigualdades

   a) $x^2 - 5x + 6 < 0$ b) $|x - 2| \leq |2x + 3|$

2. (1 Pt.) a) Sea $f_0(x) = 1/(2-x)$. Encuentre el dominio y el recorrido de la función. Luego, determine si la función es par, impar o ninguna de ellas.
   b) Si $f_{n+1} = f_0 \circ f_n$ para $n = 0, 1, 2, ...$, encuentre una fórmula general para $f_n(x)$.

3. (2 Pt.)

   (a) Calcular el siguiente límite algebraico
   $$\lim_{h \to 0} \left(\frac{1}{h\sqrt{1+h}} - \frac{1}{h} \right)$$

   (b) Halle todos los valores de c para los que el límite existe. Luego, calcule el valor de dicho límite.
   $$\lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{c}{x^3-1} \right)$$

4. (2 Pt.) Calcular los siguientes límites en el infinito
   $$a) \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1} \qquad b) \lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}$$

5. (2 Pt.)

   (a) Demuestre que $\lim_{\theta \to 0} \frac{1-\cos\theta}{\theta} = 0$ utilizando métodos algebraicos. Utilizando el resultado anterior demuestre que
   $$\lim_{\theta \to 0} \frac{1 - \cos\theta}{\theta^2} = \frac{1}{2}$$

   (b) Aplique el resultado del inciso anterior para demostrar que si $m \neq 0$,
   $$\lim_{\theta \to 0} \frac{\cos(m\theta) - 1}{\theta^2} = -\frac{m^2}{2}$$

6. (1 Pt.) Hallar el valor de a y b que hace a f continua en todas partes
   $$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{si} \quad x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{si} \quad 2 < x < 3 \\ 2x - a + b, & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

7. (2 Pt.) Dibujar la gráfica de la función calculando el dominio, contradominio, intersecciones con los ejes, simetría y asíntotas.
   $$f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + \frac{1}{2}$$

Segundo examen de Cálculo

Derivadas

Nombre:____ **Grupo**________

Instrucciones: Resuelva 7 de los 10 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

Guía 1. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \sqrt{x-1}$ en el punto $(5,2)$.

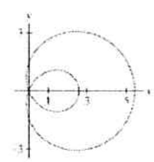
Guía 2. Encuentre un valor para k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función: a) $f(x) = x^2 - kx$, recta $y = 4x - 9$ b) $f(x) = k - x^2$, recta $y = -4x + 7$ c) $f(x) = \frac{k}{x}$, recta $y = -\frac{3}{4}x + 3$ d) $f(x) = k\sqrt{x}$, recta $y = x + 4$.

3. Probar que la función $y = f(x)$ es una solución de la ecuación diferencial $y'' - 2y' + 5y = 0$.

$$y = e^x\left[3\cos(2x) - 4\sin(2x)\right]$$

Guía 4. Encontrar la derivada de la siguiente función usando derivación logarítmica $y = \frac{x(x-1)^{3/2}}{\sqrt{x+1}}$.

Rogawski: 5. Encuentre la ecuación de la recta tangente a cada uno de los cuatro puntos de la curva $(x^2 + y^2 - 4x)^2 = 2(x^2 + y^2)$ donde $x = 1$. Esta curva es un ejemplo del caracol de Pascal.



Rogawski: 6. Demuestre que

$$V(x) = 2\ln(\tanh(x/2))$$

cumple la ecuación Poisson-Boltzmann $V''(x) = \sinh(V(x))$ que se utiliza para describir las fuerzas electrostáticas en ciertas moléculas.

Stewart 7. Encuentre las primeras 5 derivadas de $f(x) = x^2 e^x$. Luego, encuentre una fórmula general para $f^{(n)}(x)$.

Guía 8. (a) Considerando la ecuación $y^3 - \frac{3}{2}x^2 = 1$, pruebe que $y' = \frac{x}{y^2}$ y derive nuevamente para probar que $y'' = \frac{y^2 - 2xyy'}{y^4}$.

(b) Exprese y'' en términos de x y y.

Rogawski: 9. (a) Muestre que si f y g son diferenciables, entonces

$$\frac{d}{dx}\ln(f(x)g(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)}$$

(b) Demuestre nuevamente la regla del producto de funciones observando que el lado izquierdo de la ecuación anterior es igual a

$$\frac{(f(x)g(x))'}{f(x)g(x)}.$$

Larson 10. Encuentre la siguiente derivada simplificando a su mínima expresión

$$y = -\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$$

Didier Ojeda Guillén

Tercer examen de Cálculo

Integración

Nombre:______________________________ **Grupo**______

Instrucciones: Resuelva 6 de los 9 problemas propuestos a continuación utilizando los siguientes métodos: cambio de variable, integrales trigonométricas, integración por partes, sustitución trigonométrica y fracciones parciales. Desarrolle todos los pasos intermedios explicando cada uno de ellos.

1. Guía
$$\int \frac{2x^3-4}{(x^2+1)(x+1)^2}dx$$
2. Guía
$$\int_{\sqrt{3}}^{2} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x}dx$$
3. Guía
$$\int \frac{(x+1)}{x\sqrt{x-2}}dx$$
4. Larson 5.2-18
$$\int \frac{x^3-6x-20}{x+5}dx$$
5. Larson 8.2-38
$$\int e^{3x}\cos 4x dx$$
6. Larson 8.3-6
$$\int \cos^3 x \sin^4 x dx$$
7. Integrar $\int x\sqrt{4-x}dx$ Larson 8.2-86
   a) por partes, con $dv = \sqrt{4-x}$
   b) por sustitución, con $u = 4-x$
8. Utilice el método de fracciones parciales para resolver Larson 8.5-48
$$\int \frac{e^x}{(e^{2x}+1)(e^x-1)}dx$$
9. Aproximar la integral definida utilizando la regla de los trapecios y de Simpson con $n=4$. Larson 4.6-1?
$$\int_0^1 \sqrt{x}\sqrt{1-x}dx$$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
Unidad de Aprendizaje: **CÁLCULO**
Ciclo Escolar 2019-2020/1
Fecha 12 de Septiembre de 2019

PRIMER DEPARTAMENTAL

Profesora Leticia Cañedo Suárez

Nombre:____ **Gpo:**______

Resuelve solo 4 problemas, ordenada y limpiamente, sin omitir ningún razonamiento.

1._ Demostrar que si $0 < a < b$, con $a, b \epsilon R$, entonces $a < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < b$

2._ *a)* Resuelve la desigualdad $|x^2 - 1| \leq |x+1|$ de manera algebraica, utilizando las propiedades de los números reales y del valor absoluto.

b) Ilustra y encuentra la solución mediante una gráfica.

3._ Usar alguna gráfica base para bosquejar la gráfica de la función. $f(x) = 1 + 2x - x^2$. Indicar la gráfica base y las trasformaciones utilizadas.

4._ Determinar el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-3}{x^2-1}}$ *b)* $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$

5_ Para $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ determinar $f \circ g$ y $g \circ f$ así como su dominio.

6_ *a)* Si g es una función par y $h = f \circ g$ ¿Cómo es la función h, par, impar o ninguna? Justifica tu respuesta usando las definiciones de función par e impar.
b) Si g es una función impar y $h = f \circ g$ ¿Cómo es la función h, par, impar o ninguna? Justifica tu respuesta usando las definiciones de función par e impar.

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
Unidad de Aprendizaje: **CÁLCULO**
Ciclo Escolar 2019-2020/1
Fecha 28 de Octubre de 2019

ESCOM

SEGUNDO PARCIAL

Profesora Leticia Cañedo Suárez

Nombre:____ **Gpo:**_______

Resuelve 4 problemas, ordenada y limpiamente, sin omitir ningún razonamiento

1._ Bosquejar la función analizando los límites que sean necesarios $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+2x-3}}$

2._ Calcule los valores de las constantes c y k que hagan

$$f(x) = \begin{cases} x+2c & \text{si } x<-2 \\ 3cx+k & \text{si } -2\le x\le 1 \\ 3x-2k & \text{si } 1<x \end{cases}$$

una función continua en todo número real y dibuje la función resultante.

3._ Mediante derivación logarítmica obtenga la $\frac{dy}{dx}$ si $y = \frac{x^3\sqrt{3x+2}}{\sqrt{7x+2}}$

4._ Demuestra que cualquier función de la forma $y = ASenh(mx) + BCosh(mx)$ satisface la ecuación diferencial $y'' = m^2 y$

5._ Si f es impar y derivable en todo punto, demuestra que para todo $b>0$ existe un número $c\in(-b,b)$ tal que $f'(c) = \frac{f(b)}{b}$

6._ Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva: Concoide de Nicomedes $(y-a)^2(x^2+y^2) = b^2y^2$ con $a=2, b=4$ y $P(\sqrt{15},1)$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
Unidad de Aprendizaje: **CÁLCULO**
Ciclo Escolar 2019-2020/1
Fecha 28 de Noviembre de 2019

TERCER PARCIAL

Profesora Leticia Cañedo Suárez

Nombre:____ **Gpo:**______

Indicaciones:

i) Utiliza la técnica de integración que consideres pertinente para resolver.
ii) Indica qué técnica estás utilizando.
iii) Recuerda que sólo puedes usar integrales básicas.
iv) Resuelve 4 problemas, clara, limpia y ordenadamente, sin omitir ningún razonamiento

1._ Encuentra una función $f(x)$ de manera que el punto $(1,2)$ se encuentre en la gráfica de $y = f(x)$ la pendiente de la recta tangente en el punto dado sea 3 y $f''(x) = x - 1$

2._ Calcula la integral $\int \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}$

3._ $\int x \arctan(x) dx$

4._ Demuestra la fórmula $\int x^n \ln(x) dx = \frac{x^{n+1} dx}{(n+1)^2}[-1 + (n+1)\ln(x)] + c$

5._ Aproxima el valor de la integral $\int_0^1 \sqrt{1+x^2}\, dx$ con un error menor a 0.01.

6._ Integra $\int \frac{Cos(x) dx}{Sen(x)[Sen(x)-1]}$

Unidad de Aprendizaje: **CÁLCULO** **Fecha** 2 de Diciembre de 2019
EXAMEN EXTRAORDINARIO
Profesora Leticia Cañedo Suárez

Nombre:____ **Gpo:**________

1._ Encontrar el intervalo o intervalos que satisfacen la desigualdad $\frac{1}{x^2+x} > \frac{1}{x^2-x} > \frac{1}{x^2-1}$

2._ Evalúa los siguientes límites: $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}\right)$ y $\lim_{x\to 0}\frac{Sen(x^4)}{-x^3}$

3._ Para la función $f(x)=\frac{2x^2}{1-x^2}+\frac{1}{2}$

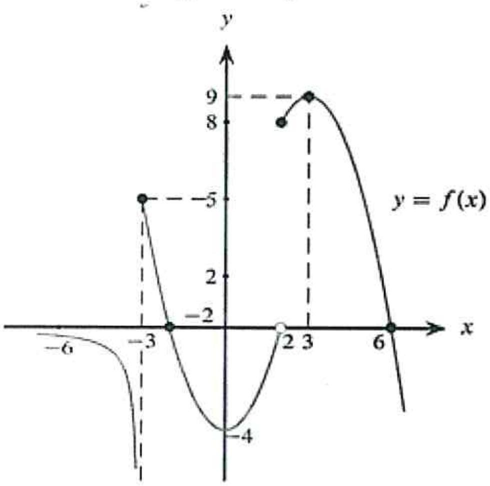
a) Encontrar su dominio.
b) Encontrar las asíntotas horizontales y verticales (si las tiene).
c) Analizar los límites correspondientes, consecuencia del inciso anterior.
d) Encontrar la imagen de algunos puntos clave.
e) Encontrar los cortes en los ejes, si los hay.
f) Bosquejar la gráfica de la función e identificar su rango.
g) ¿La función tiene alguna discontinuidad? De ser afirmativo ¿De qué tipo?

De los problemas 4, 5 y 6 resuelve sólo uno.

4._ Encuentre un valor para k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función.
$f(x)=k-x^2$ recta $y=-4x+7$

5._ Hallar la derivada de la función $f(x)=e^{x^{\cos(x)}}$

6._ Considere la siguiente gráfica de la función f



Y determine:

a) Los puntos donde la derivada no existe.
b) Los puntos donde $f'(x)=0$
c) Los intervalos donde $f'(x)>0$
d) Los intervalos donde $f'(x)<0$
e) Los intervalos donde $f''(x)>0$
f) Los intervalos donde $f''(x)<0$

7._ Resuelve solo dos integrales *a)* $\int\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}dx$ *b)* $\int\frac{1}{x\ln^2(x)}dx$ *c)* $\int\frac{dx}{x(x-1)^3}$ *d)* $\int\frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2-4x+3}}$

PRIMERA EVALUACIÓN
CALCULO
19 de septiembre de 2019
Tipo A
Prof. Perla Rebeca Sánchez Vargas

Nombre: ____

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

1. ($2pts.$) Determine el conjunto solución que satisface la siguiente desigualdad.

$$|x^2 - 4| > -2x + 4$$

2. ($2pts.$) Calcule los siguientes límites:

   a. $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x}}{x^2 - x}$

   b. $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}$

3. ($2pts.$) Usar alguna gráfica base para bosquejar la gráfica de la función $f(x) = 1 + 2x - x^2$

4. ($2pts.$) Dadas la siguientes funciones

   $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ y $g(x) = \dfrac{1}{x}$

   Obtenga (a) $f + g$; (b) $f \circ g$ (c) $g \circ f$ y (d) f/g, determine el dominio de cada función resultante y encuentre las asíntotas verticales, además de analizar los límites correspondientes.

5. ($2pts.$) Dibuje la gráfica de la función y si existe, determine el límite indicado; si el límite no existe escriba por qué razón.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x < -1 \\ x^2 & si \quad -1 \le x \le 1 \\ 2-x & si \quad 1 < x \end{cases}$$

   a. $\lim_{x\to -1^-} f(x)$

   b. $\lim_{x\to -1^+} f(x)$

   c. $\lim_{x\to -1} f(x)$

SEGUNDA EVALUACIÓN
CALCULO
21 de octubre de 2019
Tipo A
Prof. Perla Rebeca Sánchez Vargas

Nombre: ____

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

1. (2*pts.*) Encuentre la derivada mediante el proceso de límite de la siguiente función.

   $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

2. (2*pts.*) Encuentre un valor para k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función.

   $f(x) = \dfrac{k}{x}$; $y = -\dfrac{3}{4}x + 3$

3. (2*pts.*) Dada $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & si \quad x < 1 \\ (1-x)^2 & si \quad 1 \leq x \end{cases}$

   Para $x_1 = 1$ realice lo siguiente:

   a. Dibuje la gráfica de la función.
   b. Determine si f es continua en x_1
   c. Calcule $f'_-(x_1)$ y $f'_+(x_1)$
   d. Determine si f es diferenciable en x_1

4. (2*pts.*) Para las siguientes funciones encuentre y'

   a. $yx^x = ln\left(\dfrac{x-1}{y}\right)$
   b. $cos(x+y) = ysen(x)$
   c. $y = \sqrt{\dfrac{cos(x)-1}{sen(x)}}$
   d. $y = \sqrt{\dfrac{x(x+2)}{(2x+1)(3x+2)}}$

5. (2*pts.*) Sea $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & si \quad x < -2 \\ x-5 & si \quad -2 \leq x \leq 1 \\ 3-x & si \quad 1 < x \end{cases}$

   a. Determine en que puntos la función es discontinua e indique el tipo de discontinuidad.
   b. Determine para cual de los intervalos indicados es continua la función: $(-\infty, 1)$, $(-2, \infty)$, $(-2, 1)$, $[-2, 1)$, $[-2, 1]$

TERCERA EVALUACIÓN
CALCULO
29 de NOVIEMBRE de 2019
Tipo C
Prof. Perla Rebeca Sánchez Vargas

Nombre: ____

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

1. (2$pts.$) Calcule el área por debajo de la gráfica como un límite.

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 1 \ , \ [-1, 2]$$

2. (1.5$pts.$) Utilice el teorema fundamental del cálculo para encontrar lo siguiente:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{x^2} \frac{t}{t + sent + 1}\,dt$$

3. (1.5$pts.$) Determine el valor de la siguiente integral

$$\int_0^5 |x^2 - 4x + 3|\,dx$$

4. (5$pts.$) Evaluar las siguientes integrales.

a. $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^2-1)^{3/2}}\,dx$

b. $\displaystyle\int_0^{\pi} (x^2+1)cos(3x)\,dx$

c. $\displaystyle\int \frac{x-3}{x^3+x^2}\,dx$

d. $\displaystyle\int_1^2 (x-1)\sqrt{2-x}\,dx$

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ________________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Resuelva las desigualdades y exprese la solución como conjuntos y como intervalos.

a)

$$\frac{2x^2 - 3x - 20}{x + 3} < 0$$

b)

$$\left|x^2 - 1\right| \leq |x + 1|$$

2._ Determine los siguientes límites

a)

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x}}{x^2 - x}$$

b)

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{9x^6 - x}}{x^3 + 1}$$

3._ Determine el dominio de las siguientes funciones. (a) $g(x) = \sqrt{|x|}$, b) $g(x) = \sqrt{-x}$, c) $y = \frac{x+3}{4-\sqrt{x^2-9}}$.

4._ Se va a construir un corral con la forma de un triángulo rectángulo isósceles con catetos de longitud de x pies (ft) e hipotenusa de longitud h ft . Si los costos de la cerca son de \$5/ft para los catetos y \$ 10 /ft para la hipotenusa, escriba el costo total C de la construcción como una función de h.

5._ En los siguientes ejercicios grafique cada función. a) $y = -\sqrt{2x + 1}$, b) $y = \frac{2}{(x+5)^2} + 1$, $y = (1 - x)^3 + 2$

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

ESCOM

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1.- Resuelva la desigualdad

$$|x-1|-|x+2|>2$$

2.- Sea la función $f(x)=4/x$. Determine $L=\lim_{x\to x_0} f(x)$. Luego, encuentre un número $\delta>0$ tal que para toda x

$$0<|x-x_0|<\delta \qquad \Rightarrow \qquad |f(x)-L|<\epsilon,$$

Para $x_0=2$ y $\epsilon=0.4$.

3.- Calcular dominio, hallar las asíntotas horizontal y vertical, hacer el bosquejo de la gráfica para la curva $y=\frac{7x^2-2x+1}{x^2+x-6}$.

4.- Determinar los siguientes límites

a) $\lim_{x\to 0}\frac{x\text{sen}x}{1-\cos x}$

b) $\lim_{h\to 0}\frac{\text{sen}(x+h)-\text{sen}x}{h}$

5.- Hallar los valores de a y b donde la función

$$f(x)=\begin{cases} x-b\sqrt{2}\text{sen}x, & 0<x<\frac{\pi}{4}\\ -3x\cot x-a, & \frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{2}\\ b\cos(2x)+a\text{sen}x, & \frac{\pi}{2}<x<\pi \end{cases}$$

Es continua para $0\le x\le\pi$.

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1.- Aplicar el proceso de límite para calcular la derivada de
a) $f(x) = 3 + \frac{2}{3}x$, b) $f(x) = 2x^2 + x - 1$.

2.- Calcular la derivada de las siguientes funciones
a)$f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\cos\sqrt{\frac{2x+1}{5-3x}}\right)$, b) $g(x) = 3\sec x \tan 5x$

3.- Formule una ecuación para la tangente a la hipérbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ en el punto (x_0, y_0).

4.- Realice lo siguiente:
a) Dibuje la gráfica de la función.
b) Determine si $f(x)$ es continua en x_1.
c) Calcule $f_-(x_1)$ y $f_+(x_1)$ si existen.
d) Determine si $f(x)$ es diferenciable en $x_1 = 2$.
Donde

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x < 2 \\ \sqrt{2x}, & x \geq 2 \end{cases}$$

5.- Calcular $f'(x)$, si

$$f(x) = \csc^{-1}\left(\tan\sqrt{\frac{x}{7-5x^2}}\right)$$

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Aplicar el proceso de límite para calcular la derivada de
a) $f(x) = 5 - \frac{9}{4}x^3$, b) $f(x) = 7x^2 - 3x + 11$.

2._ Calcular la derivada de las siguientes funciones
a)$f(x) = \sec^2\left(\tan\sqrt{\frac{3x-7}{2-9x}}\right)$, b) $g(x) = 3\text{sen}(5x^2 - 2x + 3)\cot\sqrt{x}$

3._ a) Pruebe que ningún punto de la gráfica de $x^2 - 3xy + y^2 = 1$ tiene una recta tangente horizontal. b) Calcule las ecuaciones de la recta tangente y la recta normal en el punto $(1, 3)$.

4._ Realice lo siguiente:
a) Dibuje la gráfica de la función.
b) Determine si $f(x)$ es continua en x_1.
c) Calcule $f_-(x_1)$ y $f_+(x_1)$ si existen.
d) Determine si $f(x)$ es diferenciable en $x_1 = -1$.
Donde

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{5x+41}, & \frac{-41}{5} \le x < -1 \\ 3x^2 - x + 2, & x \ge -1 \end{cases}$$

5._ Calcular $f'(x)$, si

$$f(x) = \sec^{-1}\left(\csc\sqrt{\frac{7-2x}{4x^2+1}}\right)$$

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1.- Calcular
$$\int \frac{(3x^2-4x+5)dx}{(x-1)(x^2+1)}$$

2.- Demuestre que $\int xb^x dx = b^x\left(\frac{x}{\ln b} - \frac{1}{\ln^2 b}\right) + C$

3.- Demuestre la fórmula de reducción $\int \tan^k x dx = \frac{\tan^{k-1} x}{k-1} - \int \tan^{k-2} x dx$.
Indicación: $\tan^k x = (\sec^2 x - 1)\tan^{k-2} x$.

4.- Calcule
$$\int \frac{dx}{\sqrt{11-x^2+6x}}$$

5.- Mediante sumas de Riemann, calcule $\int_2^5 (3x^2-2x+7)dx$.

CÁLCULO
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Calcular

$$\int \frac{(3x^3 - 9x^2 - 30x - 11)dx}{x^2 - 3x - 10}$$

2._ Resuelva $\int x^7 \cos(x^4)dx$.

3._ Demuestre que para $a > 0$:

$$\int \frac{dx}{(x^2+a)^2} = \frac{1}{2a}\left(\frac{x}{x^2+a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\tan^{-1}\frac{x}{\sqrt{a}}\right) + C$$

4._ Calcule

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+13}}$$

5._ Mediante sumas de Riemann, calcule $\int_2^4 (5x^2 + 3x - 2)dx$.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO

NOMBRE: ____________________________ **GRUPO:** _________ **FECHA:** __________

1. Trazar la gráfica y determinar el límite indicado si existe; si no existe, dar la razón. (1.5 pts.)

$$F(x) = \begin{cases} |x-1|, si\ x < -1 \\ 0, si\ x = -1 \\ |1-x|, si\ -1 < x \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{x \to -1^+} F(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -1^-} F(x)$ c) $\lim\limits_{x \to -1} F(x)$

2. Demostrar que la función es discontinua en el número a. Luego determine si la discontinuidad es eliminable o esencial. Si es eliminable, defina $f(a)$ de manera que la discontinuidad desaparezca. (2 pts.)

$$f(x) = \frac{3-\sqrt{x+9}}{x}; a = 0.$$

3. Hallar los siguientes límites. (3 pts.)

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+3x}-4x^2-4x-1}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{9^x+7^x-5^x-3^x}{8^x+6^x-4^x-2^x}$

b) c) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 - \frac{3}{\sin x}\right)^{\sin x}$

4. Hallar las asíntotas verticales y horizontales en la gráfica de la función dada. (1.5 ptos.)

$$g(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2-4}}.$$

5. Obtener las funciones compuestas $f(g(x))$ y $g(f(x))$, hallar todos los valores de x (si los hay) tales que $f(g(x)) = g(f(x))$ donde

$f(x) = \sqrt{2x+1}$ y $g(x) = 1 - 3x$ (1 pto.)

Claudia Jisela Dorantes Villa

PARCIAL 1

- Demostrar que si $0 < a < b$, con $a, b \epsilon R$, entonces
$$a < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < b$$
- Encontrar intervalo o intervalos que satisfacen la desigualdad : $\frac{1}{x^2+x} > \frac{1}{x^2-x} > \frac{1}{x^2-1}$
- $\left|\frac{3x}{5} - 1\right| > \frac{2}{5}$
- $|x-1| - |x+2| > 2$
- Obtener el dominio y bosquejo de la función:
$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+2x-3}}$$
- Bosquejar las funciones f y g; Encontrar dominio de $g°f$ y $f°g$; si,
$$f(x) = \begin{cases} -x+2; & si\ x \leq 1 \\ 2x-1; & si\ x > 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} 4; & si\ x \leq 2 \\ x^2; & si\ x > 2 \end{cases}$$
- Bosquejar y encontrar de la función $g(x) = \frac{2x^2-3x}{x+1}$

  a) Dominio y rango; b) asíntota(s) y trazarla(s) en el plano cartesiano.
- Hallar los siguientes límites:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+3x} - 4x^2 - 4x - 1}{x} =$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{9^x + 7^x - 5^x - 3^x}{8^x + 6^x - 4^x - 2^x} =$$
- Hallar los valores de a y b donde la función
$$f(x) = \begin{cases} x - b\sqrt{2}\ senx, & 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ -3x\ cotx - a, & \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \\ bcos(2x) + asenx, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$$
Es continua para $0 \leq x \leq \pi$.

Claudia Jisela Dorantes Villa

PARCIAL 2

1. Obtener $\frac{dy}{dx}$, si $\quad y = \frac{x^3\sqrt{3x+2}}{\sqrt{7x+2}}$.

2. Utilice la diferenciación implícita, logarítmica o exponencial, según sea el caso, para justificar $\frac{dy}{dx}$ de:

   a) $y = e^{-x}$

   b) $\cos(x+y) = ysen(x)$

   c) $f(x) = sen\left(x^{sen(x)}\right)$

3. Encuentre:

   a) Si $f(x)$, crese o decrese alrededor de $P\left(\frac{3}{2}, 1\right)$.

   b) ¿En que punto del lugar geometrico de $f(x)$, existe un punto máximo o mínimo?

   c) una ecuación de la(s) recta(s) que pasan por $P\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ y es (son) tangente(s) a la grafica de $f(x) = x^2 + 2x + 2$.

4. Determine cuáles de las derivadas laterales $f'\left(x_0^-\right)$ y/o $f'\left(x_0^+\right)$ existen y decidir la derivabilidad de la función f dada en el punto $x = 0$ dado.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

5. Demostrar $\frac{d(\log_b x)}{dz} = \frac{1}{x}\log_b e$

6. Sea $g(x) = \frac{x}{|x|}$, derivable en todo punto de su dominio. Determinar $g'(x)$ para todos los puntos $x \neq 0$.

7. **Demostrar** $\frac{d(h^\circ g(x))}{dx} = h'(g(x)) \cdot g'(x)$

Claudia Jisela Dorantes Villa

PARCIAL 3

1. $\int \sqrt{x}(\sqrt{a}-\sqrt{x})^2\,dx$

2. $\int \frac{sen(3x)dx}{(3+cos(3x))^2}$

3. $\int sec^3 dx$

4. Calcule el área por debajo de la gráfica mediante sumas de Riemman, para $f(x) = \quad 2x^3 \ + x^2$ en el intervalo desde $\left[-\frac{1}{3}, 2\right]$

5. **Resolver:** $\int \frac{(x^2+2)dx}{x^3+4x^2} =$

6. **Demostrar que:**

   $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-9}} = \frac{\sqrt{x^2-9}}{18x^2} + \frac{1}{54} arcsec\frac{x}{3} + c$

7. **Demostrar que:**

$$\int x^n \ln(x)dx \ = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\ [-1+(n+1)\ln|x|] + c$$

8.

Demostrar que:

$\int \frac{(6-x)dx}{\sqrt{4x^2-12x+7}} = \frac{\sqrt{x^2-9}}{18x^2} + \frac{1}{54} arcsec\frac{x}{3} + c$

9. **Justificar la siguiente fórmula:**

   $\int (secx)^2 dx = tg\ x + C$

Examen 1 de Cálculo

Prof. Misael Solorza Guzmán

20 de septiembre de 2019

Nombre del Alumno: ____ **Fecha:**

II. Instrucciones. Lea con cuidado y resuelve detalladamente los problemas siguientes. (Valor 2 puntos c/u)

1. Obtener la solución de las siguientes desigualdades:

   a) $x - 1 < x^2 + 3x < 3x + 4$ b) $|x^2 - 3| \geq |2x + 3|$.

2. Use una función base; bosqueje la transformación de la función $f(x) = 1 + 2x - x^2$, determine su dominio y su contradominio.

3. Calcule usando algebras de técnicas de límites, NO regla de L'hopital.

   a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \left[\dfrac{1 - \cos 2x}{\operatorname{sen} 3x} - \dfrac{\tan^4 2x}{4x^2} \right]$

4. Dadas $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = |x + 2|$, encuentre el donimio, el Rango o contradominio de la función resultante desarrollado en funciones a trozos si existe: a) $(f + g)(x)$ b) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \cdot g)(x)$ d) $(\frac{f}{g})(x)$ e) determine si la resultante del inciso (d) es par, impar o ninguno.

5. Determine las asíntotas y bosqueje la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2+5x-6}$.

Examen 2 de Cálculo

Prof. Misael Solorza Guzmán

22 de octubre de 2019

Nombre del Alumno: ____ **Firma:**

1. Determine las asíntotas de la gráfica de la función $h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$. Apoye los resultados trazando la gráica y las asíntotas en el mismo rectángulo de inspección.

2. Analice la función e identifique se existe discontinuidad (Indicando el tipo).

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen } x}{x} & \text{si} \quad x \neq o \\ \\ 1 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

3. Demuestre unsando la definición de la derivada que $\frac{d}{dx} tan\, x = \sec^2 x$.

4. Determine las ecuaciones de las recta tangente y normal a la curva definida por la ecuación $\frac{3x^5}{2y^2+1} + x^2 + xy^5 = 4$ en el punto $(1,\ 0)$.

5. Determine la primera derivada de las siguientes expresiones:

a) $y^y\sqrt{y} = x^x\sqrt{x}$ b) $f(x) = \sqrt{x}\tan\sqrt{\frac{1}{x}}$

Examen 4 de Cálculo

Prof. Misael Solorza Guzmán

25 de noviembre de 2019

Nombre del Alumno: ______________________________ **Firma:** __________

1. Usando un Método adecuado, calcule la integral indefinida y verifique la respuesta.

a) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{x^2+1}}\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2-6x+12}}$

c) $\displaystyle\int \frac{\sec^2 t(\sec^2 t+1)}{\tan^3 t+1}\,dt$

d) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(\ln x)\,dx$

2. De $f(x) = 2x^3 + x^2$ en $[-2,\ 2]$:

a) Cálcule el área por debajo de la gráfica como un límite.

b) Compruebe el resultado del inciso (a) con el Teorema Fundamental de Cálculo.