

**Nota.** La derivada de una función se denota por  $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ ,  $y' = \frac{d}{dx} \{f(x)\}$  o  $D_x[y]$  de donde

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

## REGLAS DE DIFERENCIACIÓN

### FÓRMULAS GENERALES

1.  $\frac{d}{dx}(c) = 0$
2.  $\frac{d}{dx}[cf(x)] = cf'(x)$
3.  $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
4.  $\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$
5.  $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$  (Regla del producto)
6.  $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$  (Regla del cociente)
7.  $\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$  (Regla de la cadena)
8.  $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$  (Regla de potencias)

### FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

9.  $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
10.  $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$
11.  $\frac{d}{dx} \ln |x| = \frac{1}{x}$
12.  $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$

### FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

13.  $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
14.  $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
15.  $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
16.  $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$
17.  $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
18.  $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$

### FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

19.  $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
20.  $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
21.  $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
22.  $\frac{d}{dx}(\csc^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
23.  $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
24.  $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$

### FUNCIONES HIPERBÓLICAS

25.  $\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$
26.  $\frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$
27.  $\frac{d}{dx}(\tanh x) = \text{sech}^2 x$
28.  $\frac{d}{dx}(\text{csch } x) = -\text{csch } x \coth x$
29.  $\frac{d}{dx}(\text{sech } x) = -\text{sech } x \tanh x$
30.  $\frac{d}{dx}(\coth x) = -\text{csch}^2 x$

### FUNCIONES HIPERBÓLICAS INVERSAS

31.  $\frac{d}{dx}(\sinh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
32.  $\frac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
33.  $\frac{d}{dx}(\tanh^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}$
34.  $\frac{d}{dx}(\text{csch}^{-1} x) = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2+1}}$
35.  $\frac{d}{dx}(\text{sech}^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$
36.  $\frac{d}{dx}(\coth^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}$



En los ejercicios 25 a 36, calcule la derivada aplicando los teoremas de esta sección. En los ejercicios 25 a 30, apoye la respuesta trazando en la graficadora la gráfica de su respuesta y de la derivada numérica en  $x$ , en el mismo rectángulo de inspección.

25.  $D_x[(x^2 - 3x + 2)(2x^3 + 1)]$

26.  $D_x\left(\frac{2x}{x+3}\right)$

27.  $D_x\left(\frac{x}{x-1}\right)$

28.  $D_y\left(\frac{2y+1}{3y+4}\right)$

29.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}\right)$

30.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{4 - 3x - x^2}{x - 2}\right)$

31.  $\frac{d}{dt}\left(\frac{5t}{1 + 2t^2}\right)$

32.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^4 - 2x^2 + 5x + 1}{x^4}\right)$

33.  $\frac{d}{dy}\left(\frac{y^3 - 8}{y^3 + 8}\right)$

34.  $\frac{d}{ds}\left(\frac{s^2 - a^2}{s^2 + a^2}\right)$

35.  $D_x\left[\frac{2x+1}{x+5}(3x-1)\right]$

36.  $D_x\left[\frac{x^3+1}{x^2+3}(x^2 - 2x^{-1} + 1)\right]$

En los ejercicios 19 a 30, obtenga la derivada.

19.  $D_z\left(\frac{2 \cos z}{z+1}\right)$

20.  $D_t\left(\frac{\sec^2 t}{t}\right)$

21.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{\sec^2 x}{1 - \cos x}\right)$

22.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{x+4}{\cos x}\right)$

23.  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\tan t}{\cos t - 4}\right)$

24.  $\frac{d}{dy}\left(\frac{\cot y}{1 - \sin y}\right)$

25.  $\frac{d}{dy}\left(\frac{1 + \sin y}{1 - \sin y}\right)$

26.  $\frac{d}{dx}\left(\frac{\sin x - 1}{\cos x + 1}\right)$

27.  $D_x[(x - \sin x)(x + \cos x)]$

28.  $D_z[z^2 + \cos z](2z - \sin z)$

29.  $D_t\left(\frac{2 \csc t - 1}{\csc t + 2}\right)$

30.  $D_y\left(\frac{\tan y + 1}{\tan y - 1}\right)$

Utilice regla de derivación y determine  $\frac{dy}{dx}$  de:

5.  $y = e^{5x}$

6.  $y = e^{-7x}$

7.  $y = e^{-3x^2}$

8.  $y = e^{x^2-3}$

9.  $y = e^{\cos x}$

10.  $y = e^{2 \sin 3x}$

11.  $y = e^x \sin e^x$

12.  $y = \frac{e^x}{x}$

13.  $y = \tan e^{\sqrt{x}}$

14.  $y = e^{e^x}$

15.  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

16.  $y = \ln \frac{e^{4x} - 1}{e^{4x} + 1}$

17.  $y = x^5 e^{-3 \ln x}$

18.  $y = \ln(e^x + e^{-x})$

19.  $y = \sec e^{2x} + e^{2 \sec x}$

20.  $y = \tan e^{3x} + e^{\tan 3x}$

En los ejercicios 1 a 8, utilice el teorema 5.3.1 para calcular  $\frac{dy}{dx}$ .

1.  $y = \ln |x^3 + 1|$

2.  $y = \ln |x^2 - 1|$

3.  $y = \ln |\cos 3x|$

4.  $y = \ln |\sec 2x|$

5.  $y = \ln |\tan 4x + \sec 4x|$

6.  $y = \ln |\cot 3x - \csc 3x|$

7.  $y = \ln \left| \frac{3x}{x^2 + 4} \right|$

8.  $y = \sin(\ln |2x + 1|)$

En los ejercicios 1 a 20, calcule la derivada de la función.

1.  $f(x) = 3^{5x}$

2.  $f(x) = 6^{-3x}$

3.  $f(t) = 4^{3t^2}$

4.  $g(x) = 10^{x^2-2x}$

5.  $f(x) = 4^{\sin 2x}$

6.  $f(z) = 2^{\csc 3z}$

7.  $g(x) = 2^{5x} 3^{4x^2}$

8.  $f(x) = (x^3 + 3)2^{-7x}$

En los ejercicios 13 a 18, calcule la derivada de la función.

13. (a)  $f(x) = \sinh x^2$

(b)  $f(w) = \operatorname{sech}^2 4w$

14. (a)  $f(x) = \tanh^3 \sqrt{x}$

(b)  $g(t) = \cosh t^3$

15. (a)  $h(x) = \coth \frac{1}{x}$

(b)  $g(x) = \ln(\tanh x)$

16. (a)  $f(y) = \coth(\ln y)$

(b)  $h(x) = e^x \cosh x$

17. (a)  $f(x) = \tan^{-1}(\sinh 2x)$

(b)  $g(x) = (\cosh x)^x$

18. (a)  $g(x) = \sinh^{-1}(\tanh x^2)$

(b)  $f(x) = x^{\sinh x}, x > 0$