



**УРАЛЬСКИЙ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

имени первого Президента
России Б. Н. Ельцина

С.И. Солонин

МЕТОД ГИСТОГРАММ

Электронное текстовое издание

Учебное пособие
Подготовлено кафедрой технологии машиностроения ММИ

Рецензенты:
кафедра технологии машиностроения
Новоуральского технологического института НИЯУ МИФИ,
заведующий кафедрой, доц., канд. техн. наук В.В. Закураев;
директор Российского представительства МТА,
доц., канд. техн. наук И.А. Баженов.

Приводятся систематизированное изложение теории и практики применения метода гистограмм, как метода изучения и анализа изменчивости результатов процессов и оценивания качества соответствия с использованием количественного признака. Рассматриваются все этапы реализации метода при практическом решении задач в области оценки и улучшения качества.

Предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Статистические методы контроля и управления качеством» или аналогичные ей.

**Екатеринбург
2014**

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Общие положения метода гистограмм	6
2. Подготовка данных наблюдений для их обработки методом гистограмм.....	15
3. Обработка данных наблюдений.....	19
4. Анализ данных.....	28
5. Проверка гипотезы о модели распределения	31
6. Анализ результатов с использованием закона нормального распределения..	45
7. Анализ возможностей процесса.....	52
8. Примеры анализа данных с использованием метода гистограмм	65
приложения	94
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	97

ВВЕДЕНИЕ

Применение статистических методов при решении задач управления и обеспечения качества процессов и продукции стало неотъемлемым элементом современных систем менеджмента качества, в том числе и создаваемых на базе международных стандартов ИСО серии 9000. Методические указания по применению статистических методов в системах менеджмента качества приведены в стандарте ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005 «Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001» (национальный аналог международного стандарта ISO/TR 10017:2003), где сказано следующее:

«Цель настоящего стандарта состоит в том, чтобы помочь организациям в выборе статистических методов, используемых при разработке, внедрении, поддержке и улучшении системы менеджмента качества согласно требованиям ИСО 9001:2000.

Необходимость применения статистических методов вызвана изменчивостью в поведении и результатах фактически всех процессов даже в условиях очевидной стабильности. Такая изменчивость наблюдается для количественных характеристик изделий и процессов, а также для данных, используемых на различных стадиях жизненного цикла изделий – от исследования рынка до сервисного обслуживания и окончательной утилизации изделий.

Статистические методы используют при измерении, описании, анализе, интерпретации и моделировании такой изменчивости даже при наличии относительно ограниченного количества данных. Статистический анализ этих данных может способствовать лучшему пониманию характера, степени и причин изменчивости. Это может помочь в решении и даже предотвращении проблем, обусловленных такой изменчивостью.

Таким образом, статистические методы позволяют лучше использовать имеющиеся данные для принятия решения и тем самым способствуют повышению качества продукции и процессов, а также достижению удовлетворенности потребителя.

Статистические методы применяют на стадиях исследования рынка, проектирования, разработки, производства, верификации, монтажа и обслуживания».

В стандарте ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005 рассматривается 12 групп статистических методов, рекомендуемых для применения в системах менеджмента качества, основанных на стандарте ISO 9001: описательная статистика, планирование экспериментов, проверка гипотез, измерительный анализ, анализ возможностей процесса, регрессионный анализ, анализ надежности, выборочный контроль, моделирование, карты статистического контроля процесса, статистическое назначение допусков, анализ временных рядов.

Описательная (дескриптивная) статистика представляет собой технику сбора и обработки массивов количественных данных, чтобы превратить их в форму, удобную для восприятия, обсуждения и принятия решений.

Цель описательной статистики – это обработка опытных (эмпирических) данных, их систематизация и наглядное представление в форме графиков и таблиц, описание посредством основных статистических показателей. Описательная статистика способствует превращению исходной информации в факты, способствующие принятию обоснованных управленческих решений.

Описательная статистика использует три основных метода представления результатов обработки данных:

- 1) представление в виде таблиц (упорядочение и группировка данных);
- 2) представление в виде различных графических изображений (графиков, гистограмм, диаграмм, карт и т.п.);
- 3) представление в виде различных статистических показателей (характеристик, мер, статистик).

Типичные исследуемые характеристики данных – это характеристика расположения центра группирования данных (например, среднее арифметическое значение, медиана), характеристика рассеивания данных (дисперсия, стандартное отклонение, размах).

Методы описательной статистики достаточно просты. В частности, графические методы очень удобны для представления и передачи информации.

Примерами графических методов описательной статистики могут служить диаграммы, отражающие тенденции изменения наблюдаемой характеристики, графики относительного разброса двух переменных, когда значение одной из них откладывается по оси X , а соответствующее значение другой – по оси Y , гистограммы, отражающие распределение наблюдаемых характеристик.

Описательная статистика является неотъемлемым элементом статистического анализа данных.

Во многих учебниках и пособиях по вопросам менеджмента качества (управления качеством) практически всегда рассматривается пакет, получивший название «Семь простых инструментов управления качеством» или «7QC-tools». Как правило, в состав этого пакета включают такие инструменты, как контрольный лист (чек-лист), диаграмма причина–следствие (схема Исикавы), диаграмма Парето, гистограммы, контрольные карты, диаграммы рассеивания. Создателем этого пакета считается японский специалист в области качества Исикава Каору. Пакет был им создан в 60-е годы прошлого столетия для японских кружков качества и предназначался для анализа и решения производственных проблем на основе опытных данных о характеристиках продукции и применяемых для ее изготовления процессов.

Гистограммы, входящие в состав пакета «Семь простых инструментов управления качеством», являются одним из наиболее применяемых инструментов описательной статистики.

Возможности гистограмм, как средства описательной статистики, существенно расширяются в комбинации с другими статистическими методами, упомянутыми в стандарте ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005 и связанными с проверкой статистических гипотез и анализом возможностей процесса. Именно такой расширенный вариант применения гистограмм рассматривается в данном учебном пособии, и поэтому далее будет использоваться термин «метод гистограмм».

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ГИСТОГРАММ

Метод гистограмм является инструментом для оценки изменчивости характеристик качества продукции или процессов ее производства.

Известно, что главной причиной появления несоответствий характеристик качества заданным требованиям является их изменчивость под действием множества факторов, также подверженных изменчивости. Это, как правило, изменчивость исходных материалов, методов выполнения работ и используемого оборудования, навыков работников и приемов руководства ими, методов проверки результатов и т.п.

Именно изменчивость этих факторов, действующих в ходе процесса производства, вызывает случайные колебания характеристик качества, разброс (изменчивость, вариации) их значений в пределах определенного интервала, называемого полем рассеяния. Разброс или рассеяние результатов проявляется в том, что каждый новый результат хоть немного, но отличается от предшествующего и от того значения, которое принято в качестве цели. Рассматриваемые все вместе значения показателей качества и образуют поле рассеяния значений показателя качества, которое может соответствовать или не соответствовать заданным требованиям, как по величине, так и по расположению.

Для оценки характера и величины рассеяния изучаемого показателя качества и сопоставления полученного поля рассеяния с требованиями и применяют метод гистограмм.

Метод гистограмм – это метод изучения изменчивости характеристик качества продукции или процессов ее производства и статистического оценивания качества соответствия с использованием количественного признака, позволяющий по данным выборки определить опытное (эмпирическое) распределение изучаемого показателя качества, его статистические характеристики, характер и величину рассеяния изучаемого показателя качества относительно заданных требований в области качества.

В этом определении есть два понятия, которые требуют разъяснения (должны быть определены операционально): 1) гистограмма; 2) качество соответствия.

1. **Гистограмма.** В основе метода гистограмм лежит построение опытного распределения наблюдаемых значений исследуемого показателя качества – гистограммы распределения. По внешнему виду гистограммы, ее положению и величине рассеяния можно оценить, насколько результативно достигается поставленная цель в области качества, т.е. выполняются заданные требования.

Гистограмма представляет собой столбчатый график, построенный по полученным опытным (эмпирическим) данным, которые разбиваются на ряд интервалов или дискретных значений показателя качества (например, середин интервалов), расположенных в порядке возрастания (ось абсцисс – ось X). Число данных (частота значений), попадающих в каждый интервал или соответствующих каждому дискретному значению, определяет высоту столбцов (ось ординат – ось Y). Пример гистограммы приведен на рис. 1.1.

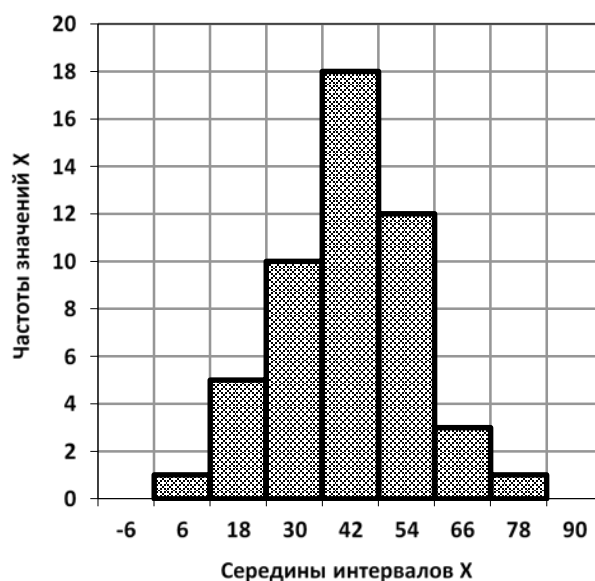


Рис. 1.1. Пример гистограммы распределения опытных данных

Гистограмму можно рассматривать как аналог плотности распределения непрерывной случайной величины и по внешнему виду гистограммы подобрать соответствующий ей теоретический закон (модель) распределения. Чаще всего при анализе систем и процессов используют модель нормального распределе-

ния, график которой представляет собой холмообразную кривую, симметричную относительно среднего значения \bar{X} , ветви которой уходят в \pm бесконечность. Плотность нормального закона распределения выражается формулой:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2\sigma_X^2}}.$$

Параметрами этого закона распределения, влияющими на его положение и форму в системе координат, являются математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X , а практически их статистические оценки – среднее арифметическое значение \bar{X} и выборочное стандартное отклонение σ_X . На рис. 1.2 приведен график плотности нормального распределения, с параметрами $\bar{X} = 0$ и $\sigma_X = 1$.

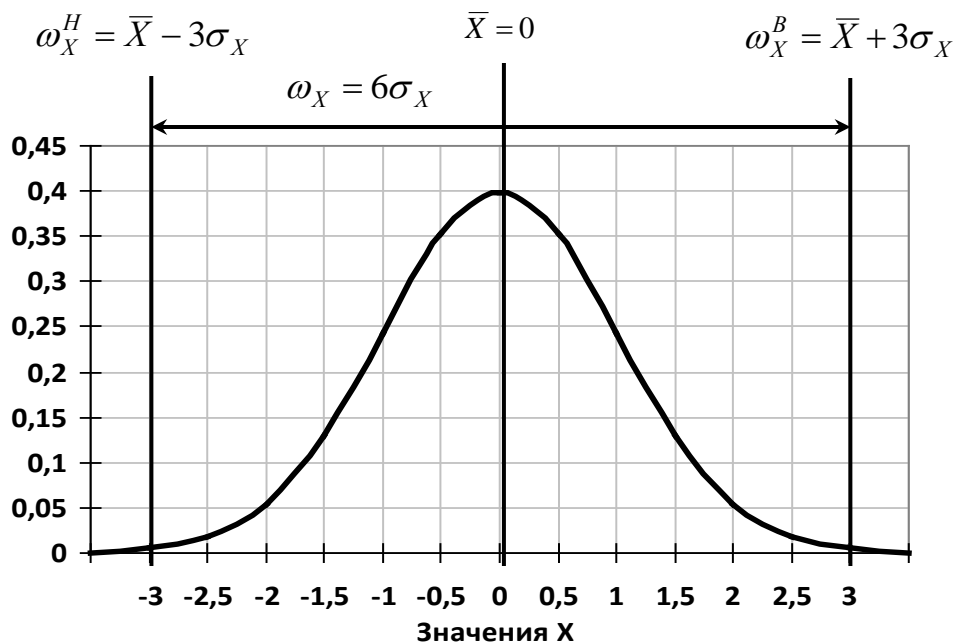


Рис. 1.2. График плотности нормального закона распределения

Такое распределение называется нормированным и выражается формулой:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}},$$

где z – нормированный параметр, определяемый по формуле $z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma_X}$.

Нормированная плотность нормального распределения характеризуется параметрами $\bar{Z}=0$ и $\sigma_Z=1$. Численные значения нормированной плотности приведены в таблице Приложения 1. Обозначение z вместо x введено для того, чтобы провести различие между этими величинами: для z всегда $\bar{Z}=0$ и $\sigma_Z=1$, а для x значения \bar{X} и σ_X могут быть любыми, в том числе 0 и 1.

Бесконечный диапазон значений переменной X для практических целей ограничивается конечным интервалом значений X , лежащих в диапазоне $\pm 3\sigma_X$ по отношению к среднему значению \bar{X} , как это показано на рис. 1.2, где σ_X – стандартное или среднеквадратическое отклонение случайной величины X . Вероятность нахождения в этом интервале нормально распределенной случайной величины близка к 1 и составляет 0,9973. Такой интервал назовем полем рассеяния ω_X изучаемого показателя качества.

Под полем рассеяния ω_X будем понимать конечный интервал возможных значений изучаемого показателя качества, в котором он находится с вероятностью, близкой к 1.

Таким образом, для нормальной модели распределения, ветви которой уходят в \pm бесконечность, в качестве поля рассеяния ω_X принимается конечный интервал, симметрично расположенный относительно среднего значения \bar{X} на расстоянии $\pm 3\sigma_X$ и имеющий границы:

- верхнюю границу, равную $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X$;
- нижнюю границу, равную $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X$;
- величина поля рассеяния составляет $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H = 6\sigma_X$.

На графике рис. 1.2 показаны границы поля рассеяния ω_X , симметрично расположенные относительно среднего значения \bar{X} на расстоянии в $\pm 3\sigma_X$. Для нормированного параметра z это 0 ± 3 .

Для других моделей распределения соотношения, определяющие величину и границы поля рассеяния, будут иными. Однако для подавляющего большинства стабильно работающих производственных систем и процессов, ре-

результаты которых оцениваются по количественному признаку, значения результатов, независимо от их физической природы, подчиняются нормальной модели распределения. Именно этот наиболее часто встречающийся случай и будет рассматриваться далее.

2. Качество соответствия. Это второе понятие, которое требует определения.

Под качеством соответствия понимается соответствие заданным требованиям в отношении качества.

Такой взгляд на качество необходим в сфере производства изделий, товаров или услуг для того, чтобы сделать вывод: требования выполняются или нет. Требования, например в технике, задаются в виде допуска T на показатель качества и границ допуска: верхнего предела T_B и нижнего предела T_H (последние определяют расположение допуска по отношению к номинальному значению параметра $A_{НОМ}$). Цель в области качества X_0 в этом случае находится в центре поля допуска и определяется через координату середины допуска $X_0 = \Delta_0 = (T_B + T_H) / 2$ или как средний размер $X_0 = A_{НОМ} + \Delta_0$. Допуск по отношению к цели распределяется симметрично, т.е. $X_0 \pm T / 2$.

Допуск на достижение цели X_0 следует рассматривать как компромисс между требованиями потребителя результатов (иметь все результаты равными X_0) и возможностями процесса создания результатов, для которого всегда характерно их рассеивание в определенных пределах. Допустимые пределы этого рассеивания и ограничиваются величинами T_B и T_H .

Требования могут устанавливаться и в виде односторонних пределов: только T_H (т.е. не менее T_H) или только T_B (т.е. не более T_B). Например, радиальное биение (или отклонение соосности, отклонение параллельности и т.п.) не более заданной величины. Пример подобного задания требований рассмотрен в разделе 8 (Пример 4).

Качество соответствия обеспечено, если выполнены три условия:

- 1) $\omega_X \leq T$,
- 2) $\omega_X^B \leq T_B$,
- 3) $\omega_X^H \geq T_H$.

Если центр группирования значений показателя качества \bar{X} совпадает с целью X_0 ($\bar{X} = X_0$), то говорят, что процесс центрирован, т.е. настроен точно на цель по качеству.

Первое условие $\omega_X \leq T$ является необходимым для выполнения заданных требований. Если это условие не выполняется, то процесс не пригоден для выполнения заданных требований в области качества.

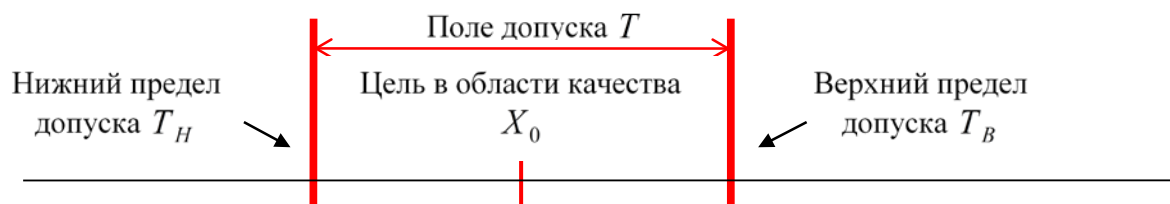
Второе и третье условия при выполнении первого гарантируют расположение поля рассеяния ω_X между границами допуска T_B и T_H без их нарушения, т.е. отсутствие несоответствий (брака продукции).

С помощью схем, приведенных на рис. 1.3, проиллюстрируем смысл понятий: требования и цель в области качества, качество соответствия, качество соответствия обеспечено или не обеспечено, брак «в плюс» и брак «в минус», процесс пригоден или не пригоден для выполнения требований в области качества.

В верхней части рис. 1.3 представлены требования в области качества в виде допуска T и его границ T_B и T_H . В середине отрезка, изображающего допуск, находится цель в области качества X_0 .

Далее идут четыре возможные схемы расположения поля рассеяния результатов процесса по отношению к требованиям в области качества.

Требования в области качества



Возможные результаты процесса

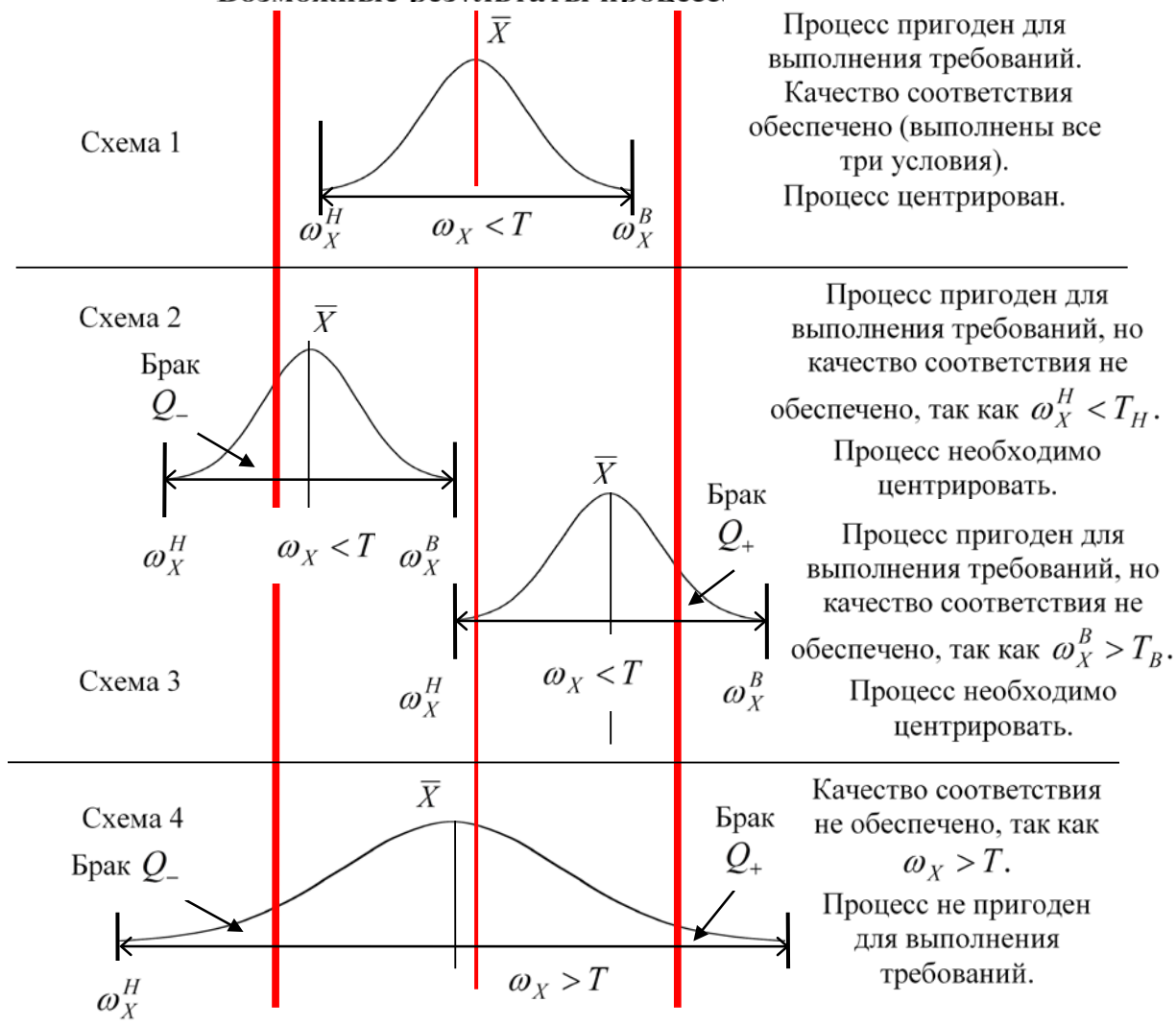


Рис. 1.3. Иллюстрация к определению понятия «качество соответствия»

Схема 1 рис. 1.3 иллюстрирует случай, когда поле рассеяния процесса меньше допуска и процесс пригоден для выполнения заданных требований. Границы поля рассеяния в этом случае лежат между пределами допуска и не нарушают их. Следовательно, все три условия выполняются и качество соответствия обеспечено. Процесс центрирован, так как $\bar{X} = X_0$.

Схема 2 рис. 1.3 иллюстрирует случай, когда процесс пригоден для выполнения требований (поле рассеяния меньше допуска), но оно выходит за границу T_H , и появляется брак в минус Q_- . Для ликвидации брака (разладки процесса) достаточно процесс центрировать.

Схема 3 рис. 1.3 иллюстрирует случай, когда процесс пригоден для выполнения требований (поле рассеяния меньше допуска), но поле рассеяния выходит за границу T_B , и появляется брак в плюс Q_+ . Для ликвидации брака, так же как и в случае схемы 2, достаточно процесс центрировать.

Схема 4 рис. 1.3 иллюстрирует случай, когда процесс не пригоден для выполнения заданных требований, т.е. когда поле рассеяния $\omega_X > T$. В такой ситуации центрирование процесса не поможет и брак неизбежен. Процесс нужно заменить или радикально улучшить, т.е. сделать пригодным для выполнения заданных требований (должно выполняться условие $\omega_X \leq T$). Поэтому условие $\omega_X \leq T$ является необходимым для обеспечения заданных требований.

Практическая реализация метода гистограмм позволяет для конкретной ситуации наблюдать одну из рассмотренных на рис. 1.3 схем и сделать соответствующие выводы в отношении пригодности процесса, обеспечения качества соответствия и улучшения ситуации.

Применение метода гистограмм позволяет получить общее представление о характере рассеяния изучаемого показателя качества и его статистических характеристиках на момент сбора исходных данных. Его можно сравнить с фотографией, которая фиксирует внешний вид объекта без учета происходящих в нем временных изменений. Метод гистограмм, в отличие от метода контроль-

ных карт, не позволяет отслеживать временные изменения процесса, его динамику и внутренние тенденции.

Метод гистограмм применяется в различных областях техники и может быть использован для изучения таких характеристик различных объектов. Это:

- всевозможные размеры, площади, объемы и отклонения от их заданных значений;
- содержание основного вещества, желательных компонентов или примесей;
- механические свойства материалов;
- масса, плотность, сила;
- температура, влажность, давление;
- мощность, скорость, расход топлива, потребляемый ток;
- износостойкость, долговечность;
- производительность, время выполнения работ;
- анализ времени обслуживания в банке, больнице и т.п., времени реагирования группы обслуживания от момента получения заявки от клиента, времени обработки рекламации от момента ее получения и т.д.;
- анализ сроков получения заказа (за контрольный норматив принимается срок поставки согласно договору);
- прибыль, объем продаж и т.д.

В частности, в технологии машиностроения метод гистограмм известен под названием метода кривых распределения или метода больших выборок и широко используется для исследований точности механической обработки.

Метод гистограмм является разновидностью статистического анализа данных и поэтому осуществляется в соответствии с планом, который включает следующие шаги:

- 1) подготовка данных наблюдений (правила сбора данных, тип и объем выборки, точность измерений результатов, запись результатов и т.п.);
- 2) обработка данных наблюдений (составление таблиц, математические расчеты, графические построения и т.п.);

- 3) анализ полученных результатов и выработка рекомендаций (оценка соответствия заданным требованиям, оценка потенциальных возможностей и уровня их реализации, оценка уровня несоответствий и т.п.).

Основные элементы плана статистического анализа данных методом гистограмм рассмотрим на примере оценки точности механической обработки (оценки качества соответствия заданным требованиям).

2. ПОДГОТОВКА ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ИХ ОБРАБОТКИ МЕТОДОМ ГИСТОГРАММ

Метод гистограмм, как уже отмечалось, иногда называют методом больших выборок или методом кривых распределения в отличие от метода контрольных карт, который может рассматриваться как метод малых выборок. Большой называется выборка, состоящая из 25 и более элементов (значений изучаемого показателя качества). Обычно это 50–100 и более наблюдений. Такая выборка характеризует состояние процесса или системы в целом на момент взятия выборки и не позволяет, в отличие от метода контрольных карт, отслеживать поведение процесса во времени. Метод гистограмм позволяет сделать своего рода фотографию результатов процесса или системы на момент взятия большой выборки. Большой же объем выборки обеспечивает ее представительность, т.е. возможность с высокой степенью точности вычислить оценки статистических характеристик генеральной совокупности σ_X и \bar{X} с точностью $0,3 - 0,2\sigma_X$ и выше. При малых выборках такая точность недостижима.

При использовании метода гистограмм обычный способ подготовки данных следующий:

из партии проверяемой продукции берется большая, объемом $n = 50 - 100$ единиц продукции и более, случайная выборка. Случайность выборки должна быть обеспечена в процессе отбора изделий из партии. Например, если продукция представлена партией в 1000 штук и размещена в 10 кассетах по 100 штук в каждой, то в выборку объемом $n = 100$ единиц должно быть отобрано из каж-

дой кассеты по 10 изделий в случайном порядке, т. е. из различных ячеек кассеты. Этим создаются условия равновозможности попадания изделий в выборку и обеспечивается ее случайность.

Если же стоит задача оценки качества соответствия за некоторый период времени, например период в 3–5 и более дней, то большая выборка может быть образована следующим способом. Через установленные промежутки времени (например, каждый час) из потока продукции (процесса, станка и т.п.) берут малые выборки объемом 3–7 единиц. За 3–5 дней объединенная выборка, составленная из малых выборок, будет иметь объем 100 и более единиц. Данные большой объединенной выборки и подвергаются обработке методом гистограмм.

Чем больше объем выборки, тем выше точность и достоверность статистических оценок, получаемых по ее данным. Часто объем выборки принимается $n = 100$ единиц, что весьма удобно при математической обработке результатов наблюдений.

Измерение выборочных реализаций показателя качества (их будем обозначать X) производится шкальным мерительным инструментом с достаточно малой ценой деления шкалы d_H . Выбор величины d_H следует производить с учетом следующего.

В методе гистограмм одним из элементов обработки данных является построение эмпирического (опытного) распределения реализаций изучаемой характеристики X . При этом значения X группируются по интервалам шириной h_X , которая должна быть хотя бы в два раза больше d_H и кратна последней, т.е. $h_X = 2d_H, 3d_H$ и т.д. Поэтому цена деления шкалы прибора d_H должна быть такой, чтобы результаты измерений можно было разбить на достаточное количество интервалов (5–7 и более), необходимое для построения таблицы выборочного распределения. Чем больше объем выборки, тем больше интервалов в таблице распределения и тем выше требования к точности измерений. Обобщая сказанное можно дать следующие рекомендации по выбору величины d_H в зависимости от объема выборки:

$n = 50$	$d_H \leq (1/13)T$
$n = 100$	$d_H \leq (1/15)T$
$n = 200$	$d_H \leq (1/17)T$

Фактическая величина d_H выбирается как ближайшее меньшее с учетом d_H у существующих измерительных приборов.

Измерение реализаций показателя качества X лучше всего производить в виде отклонений от заданного номинала и выбирать такую размерность, чтобы результаты измерений определялись целыми числами (например, отклонения от номинального размера в мкм). Работа с числовыми данными при этом упрощается и снижается вероятность ошибок в случае их ручной обработки.

Результаты измерений реализаций показателя качества X заносятся в контрольный лист (протокол наблюдений), например, по форме табл. 2.1.

Далее приводится пример ситуации (Пример 1) и контрольный лист данных, которые будут использованы для объяснения всех последующих шагов процедуры реализации метода гистограмм.

Пример 1

С целью оценки качества соответствия и возможностей процесса из партии заготовок, обработанных на станке-полуавтомате в течение рабочей смены и представленных на контроль, взята большая случайная выборка объема $n = 100$ единиц продукции. Заготовки проконтролированы шкальным мерительным инструментом с ценой деления шкалы $d_H = 2$ мкм по наружному диаметру размером $\varnothing 24$ мм. Допуск на размер $T = 52$ мкм, предельные отклонения $T_B = 0$ и $T_H = -52$ мкм. Полученные в результате измерений значения реализаций проверяемого показателя качества X (отклонения от номинального размера $\varnothing 24$ мм в мкм) приведены в таблице контрольного листа.

Таблица 2.1

Контрольный лист

Изучаемая характеристика качества	Название	Номинальное значение	Допуск T	Верхний предел T_B	Нижний предел T_H	Середина поля допуска X_0				
	Наружный диаметр	Ø24 мм	52 мкм	0 мкм	-52 мкм	-26 мкм				
Цена деления шкалы измерительного прибора d_H				2 мкм						
Измеренные значения отклонений X от номинального размера, мкм										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-40	-34	-42	-26	-50	-38	-36	-30	-42	-38
2	-34	-26	-40	-30	-46	-38	-38	-38	-34	-38
3	-44	-30	-46	-30	-40	-36	-38	-46	-38	-28
4	-48	-40	-38	-40	-46	-52	-34	-40	-34	-38
5	-46	-42	-44	-52	-38	-46	-50	-34	-26	-48
6	-40	-36	-36	-38	-32	-36	-40	-42	-48	-32
7	-38	-32	-40	-50	-38	-38	-36	-46	-30	-28
8	-40	-32	-44	-40	-34	-34	-40	-38	-36	-42
9	-30	-32	-50	-34	-42	-34	-36	-40	-42	-38
10	-40	-38	-32	-40	-34	-46	-42	-28	-44	-46
Объем выборки (общее число наблюдений)				Наибольшее значение X в выборке ($\max X$)			Наименьшее значение X в выборке ($\min X$)			
$n = 100$				-26			-52			

3. ОБРАБОТКА ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Для метода гистограмм обработка данных наблюдений состоит из следующих этапов.

Этап 1. Построение таблицы выборочного распределения. Выборочные реализации X изучаемой характеристики качества представляют собой конечное множество $\{X\} = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots, X_n\}$, элементы которого образуют случайную последовательность. При построении таблицы распределения значения X отображаются в виде нового, упорядоченного определенным образом множества, называемого эмпирическим распределением случайной величины. Значения X группируются по интервалам возможных значений X , а число элементов каждого образованного таким способом подмножества $\{X_i\}$ определяет частоту f_i попадания значений X в заданный интервал.

Таблица выборочного распределения обычно содержит три области: область интервалов X от и до, область для подсчета частот значений X для каждого интервала, область значений частот f_i по каждому интервалу. Таблица выборочного распределения может быть представлена в формате табл. 3.1.

Таблица 3.1

Таблица выборочного распределения

№	Интервалы X от до	Подсчет частот	Частота f_i
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
Σ			

При построении таблицы распределения необходимо, прежде всего, определить ширину интервала значений X – значение h_X и начало первого интервала таблицы распределения X_{1H} .

Расчетная величина (ширина) интервала h_X таблицы эмпирического распределения вычисляется по формуле Стерджеса:

$$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n},$$

где $\max X$, $\min X$ – наибольшее и наименьшее значение X в выборке $\{X\}$ объема n .

Величина h_X , полученная расчетом по формуле Стерджеса, округляется до ближайшего числа, кратного d_H и должна хотя бы в 2 раза превышать d_H , т.е. $h_X = 2d_H$, $3d_H$ и т.д.

За начало первого интервала таблицы распределения принимается величина $X_{1H} = \min X_j - h_X / 2$. Конец первого интервала равен $X_{1K} = X_{1H} + h_X$.

Начало последующих интервалов таблицы распределения определяется по правилу $X_{iH} = X_{(i-1)H} + h_X$. Конец каждого интервала $X_{iK} = X_{(i-1)K} + h_X$.

Общее число интервалов таблицы распределения должно быть таким, чтобы первый интервал содержал значение $\min X$, а последний – $\max X$.

Далее производится подсчет частот f_i , т.е. подсчет числа значений X , попадающих в каждый интервал.

Пример 1 (построение таблицы выборочного распределения)

Для данных контрольного листа примера 1 определим интервалы значений X таблицы выборочного распределения:

- а) среди данных контрольного листа (табл. 2.1) находим $\max X = -26$ мкм и $\min X = -52$ мкм;
- б) по формуле Стерджеса определяем расчетную величину ширины интервала

$$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n} = \frac{-26 - (-52)}{1 + 3,322 \lg 100} = \frac{26}{7,644} = 3,401;$$

в) из условия того, что h_X должна быть кратна $d_H = 2$ мкм и не менее $2d_H$, принимаем $h_X = 4$ мкм;

г) начало первого интервала таблицы распределения определяем по формуле $X_{1H} = \min X - h_X / 2 = -52 - 4 / 2 = -54$ мкм;

д) прибавляя к величине -54 ширину интервала, равную 4, находим конец первого интервала $X_{1K} = X_{1H} + h_X = -54 + 4 = -50$ мкм;

Начало каждого нового интервала совпадает с концом предыдущего интервала. Например, начало второго интервала совпадает с концом первого интервала, т.е. $X_{2H} = X_{1K} = -50$. Конец второго интервала будет больше начала на величину $h_X = 4$, т.е. $X_{2K} = X_{2H} + h_X = -50 + 4 = -46$. Следовательно, начало третьего интервала будет равно $X_{3H} = X_{2K} = -46$ и т.д.

При подсчете частот следует придерживаться следующего правила: значение X включается в рассматриваемый интервал, если удовлетворяет условию $X_{iH} \leq X < X_{iK}$. Значения $X = X_{iK}$ включаются в следующий интервал.

Полученное расчетом значение X_{1H} не является абсолютно точным. Это рекомендуемая величина и при необходимости величина X_{1H} может быть и иной. Однако при этом обязательно должно выполняться требование, что в первый интервал попадает значение $\min X$. Изменение величины X_{1H} против расчетной может повлиять на распределение частот между интервалами значений X и изменить характер гистограммы распределения (например, улучшить ее вид).

То же самое касается расчетной величины h_X . Ее округление может производиться как в большую, так и в меньшую сторону до величины кратной d_H . Округление в меньшую сторону даст увеличение числа интервалов по сравнению с округлением в большую сторону. Изменение числа интервалов приводит к изменению распределения частот и внешнего вида гистограммы.

Далее готовим к заполнению таблицу выборочного распределения (табл. 3.2).

Первый шаг работы с таблицей – указать в ней интервалы X начиная с $X_{1H} = -54$ с шагом равным $h_X = 4$.

Первый интервал таблицы распределения включает минимальное значение $\min X = -52$, а последний должен включать значение $\max X = -26$. Значение -26 появляется в интервале от -30 и до -26 . Однако -26 это конец интервала и значение $\max X = -26$ в этот интервал включено не будет. Для него нужен еще один интервал от -26 и до -22 . Именно в этот интервал будет включено значение $\max X = -26$ при подсчете частот. Таким образом, в таблице распределения оказывается восемь интервалов: значение $\min X = -52$ попадает в первый интервал, а значение $\max X = -26$ попадает в последний интервал. Другие интервалы (выше первого, ниже последнего) не имеют смысла, так как в них не попадет ни одно из значений X контрольного листа.

Границы интервалов таблицы распределения всегда должны располагаться в порядке возрастания сверху вниз, как это и имеет место в приводимом примере таблицы выборочного распределения (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Таблица выборочного распределения

№	Интервалы X от до	Подсчет частот	Частота f_i
1	-54 -50		
2	-50 -46		
3	-46 -42		
4	-42 -38		
5	-38 -34		
6	-34 -30		
7	-30 -26		
8	-26 -22		
Σ			

Второй шаг работы с таблицей – это подсчет частот по данным контрольного листа. Эта процедура осуществляется следующим образом. Берем первое значение $X = -40$ и определяем интервал, в который оно попадает. Это интервал от -42 и до -38 . В этом интервале ставим вертикальную черточку |. Второе значение в столбце $X = -34$ попадает в интервал от -34 и до -30 . В этом интервале также ставим вертикальную черточку | и т.д. Таким образом, попадание каждого значения X в соответствующий интервал будет отмечено вертикальной черточкой. Для удобства подсчета частот каждое пятое значение изображается горизонтальной чертой, перечеркивающей предшествующие четыре вертикальные черточки, как это показано в табл. 3.2. После просмотра всех значений X контрольного листа область подсчета частот таблицы распределения будет заполнена. Просматривать значения X можно в любом порядке: столбиками сверху вниз, строками слева направо и т.п. Важно не пропустить ни одного значения X контрольного листа.

Третий шаг работы с таблицей – это подсчет частот f_i для каждого интервала значений X . Частоты f_i определяются путем подсчета всех черточек в каждом интервале. Сумма всех частот f_i должна равняться объему выборки n . В нашем случае $n = 100$. Так в первом интервале таблицы распределения две черточки, то частота $f_i = 2$, во втором интервале 7 черточек (5 и 2) и частота $f_i = 7$, в третьем интервале 13 черточек (2 раза по 5 и 3) и частота $f_i = 13$ и т.д.

Полностью заполненная таблица выборочного распределения для данных рассматриваемого примера представлена в табл. 3.3. Черточки и группы черточек в области подсчета частот уже дают первое представление о внешнем виде гистограммы распределения изучаемого показателя качества и ее близости к выбранной для последующего анализа модели распределения. Для рассматриваемого примера это закон нормального распределения.

Таблица выборочного распределения

№	Интервалы X от до		Подсчет частот	Частота f_i
1	-54	-50		2
2	-50	-46		7
3	-46	-42		13
4	-42	-38		23
5	-38	-34		26
6	-34	-30		17
7	-30	-26		9
8	-26	-22		3
Σ				100

Этап 2. Вычисление выборочных оценок среднего арифметического и стандартного отклонения. В методе гистограмм вычисление выборочных оценок среднего \bar{X} и стандартного отклонения σ_X производится на основе данных таблицы распределения по формулам:

$$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n},$$

$$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n} \right)^2},$$

где X^* – середина интервала таблицы распределения, имеющего наибольшую частоту (фактически X^* является грубой оценкой величины \bar{X} , а второе слагаемое формулы служит для уточнения этого значения и может быть со знаком плюс или минус);

y_i – кодированная переменная для каждого интервала значений X с серединой X_i (кодированная переменная $y_i = \frac{X_i - X^*}{h_X}$ вводится для облегчения расчетов).

Для проведения расчетов величины \bar{X} и σ_X , а также подсчета сумм

$\sum y_i f_i$ и $\sum y_i^2 f_i$ составляется вспомогательная таблица, форма которой будет приведена в рассматриваемом далее примере.

Пример 1 (вычисление выборочных характеристик \bar{X} и σ_X)

Для данных таблицы распределения (табл. 3.3) вычислим выборочные оценки \bar{X} и σ_X . Для этого составляем вспомогательную таблицу по форме табл. 3.4.

После столбца с интервалами значений X во вспомогательной таблице располагается столбец середин интервалов X_i . Середины интервалов определяются по формуле $X_i = (X_{iH} + X_{iK}) / 2$ и заносятся в таблицу 3.4. Наибольшую частоту $\max f_i = 26$ имеет пятый интервал, и поэтому $X^* = -36$.

Таблица 3.4

Вспомогательная таблица для вычисления \bar{X} и σ_X

№	Интервалы X от до		X_i	f_i	y_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	-54	-50	-52	2	-4	-8	32
2	-50	-46	-48	7	-3	-21	63
3	-46	-42	-44	13	-2	-26	52
4	-42	-38	-40	23	-1	-23	23
5	-38	-34	-36 (X^*)	26	0	0	0
6	-34	-30	-32	17	1	17	17
7	-30	-26	-28	9	2	18	36
8	-26	-22	-24	3	3	9	27
Σ				100		-34	250

Кодирование переменной выполняется по следующему формальному правилу. Наибольшую частоту $\max f_i = 26$ имеет пятый интервал. Для него $y_i = 0$. Вверх по столбцу переменная y_i от интервала к интервалу уменьшается на 1, а вниз по столбцу увеличивается на 1 от интервала к интервалу. (Интервалы значений X в таблице распределения должны возрасть сверху вниз с учетом их знака.). Согласно изложенному правилу для первого интервала получа-

ем $y_i = -4$, а для последнего восьмого интервала $y_i = 3$. Все значения кодированной переменной приведены в табл. 3.4.

Произведения $y_i f_i$ и $y_i^2 f_i$ вычисляются построчно умножением элементов соответствующих столбцов. Например, для первой строки табл. 3.4:

$$y_1 f_1 = (-4) \cdot 2 = -8 \quad \text{и} \quad y_1^2 f_1 = (-8) \cdot (-4) = 32,$$

для второй строки

$$y_2 f_2 = (-3) \cdot 7 = -21 \quad \text{и} \quad y_2^2 f_2 = (-21) \cdot (-3) = 63 \text{ и т.д.}$$

Суммируя данные соответствующих столбцов, имеем:

$$\sum y_i f_i = -34 \quad \text{и} \quad \sum y_i^2 f_i = 250.$$

Используя данные табл. 3.4 рассчитываем выборочные оценки \bar{X} и σ_X по приведенным ранее формулам:

$$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n} = -36 + 4 \frac{-34}{100} = -36 - 1,36 = -37,36 \text{ мкм},$$

$$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n} \right)^2} = 4 \sqrt{\frac{250}{100} - \left(\frac{-34}{100} \right)^2} = 4 \cdot 1,544 = 6,18 \text{ мкм}.$$

Правильное (без арифметических ошибок) определение выборочных характеристик \bar{X} и σ_X имеет важное значение для проведения дальнейших расчетов и анализа результатов.

Результаты обработки данных наблюдений удобно представить в виде таблицы, например по форме табл. 3.5.

Таблица 3.5

Обработка данных наблюдений (Пример 1)

Параметры интервалов таблицы выборочного распределения							
Основные характеристики		Расчетные формулы	Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)				
Расчетная ширина интервала h_X		$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n}$	$h_X = \frac{-26 - (-52)}{1 + 3,322 \lg 100} = \frac{26}{7,644} = 3,401$				
Принятая ширина интервала h_X		Кратна d_H , $h_X \geq 2d_H$	$h_X = 4$				
Начало 1-го интервала X_{1H}		$X_{1H} = \min X - h_X / 2$	$X_{1H} = -52 - 4 / 2 = -54$				
Таблица выборочного распределения							
№	Интервалы X от до		Подсчет частот	Частота f_i			
1	-54	-50		2			
2	-50	-46		7			
3	-46	-42		13			
4	-42	-38		23			
5	-38	-34		26			
6	-34	-30		17			
7	-30	-26		9			
8	-26	-22		3			
Σ				100			
Вычисление выборочных оценок среднего \bar{X} и стандартного отклонения σ_x							
Вспомогательная таблица							
№	Интервалы X от до		Середина интервала X_i	Частота f_i	y_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	-54	-50	-52	2	-4	-8	32
2	-50	-46	-48	7	-3	-21	63
3	-46	-42	-44	13	-2	-26	52
4	-42	-38	-40	23	-1	-23	23
5	-38	-34	-36 = X^*	26	0	0	0
6	-34	-30	-32	17	1	17	17
7	-30	-26	-28	9	2	18	36
8	-26	-22	-24	3	3	9	27
Σ				100		-34	250
Основные характеристики		Расчетные формулы		Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)			
Среднее арифметическое \bar{X}		$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n}$		$\bar{X} = -36 + 4 \frac{-34}{100} = -36 - 1,36 = -37,36$			
Стандартное отклонение σ_X		$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n}\right)^2}$		$\sigma_X = 4 \sqrt{\frac{250}{100} - \left(\frac{-34}{100}\right)^2} = 4 \cdot 1,544 = 6,18$			

4. АНАЛИЗ ДАННЫХ

Данные этапов 1 и 2 уже позволяют провести простейший анализ полученных результатов методом гистограмм. Упрощенный анализ методом гистограмм опирается на результаты обработки данных, представленные в табл. 3.5.

Для проведения упрощенного анализа методом гистограмм необходимо полученные результаты представить графически (визуализировать), построив схему расположения гистограммы распределения относительно заданного допуска.

Для построения гистограммы распределения используем данные столбцов X_i и f_i табл. 3.5 (вспомогательная таблица). Гистограмма выборочного распределения для Примера 1 приведена на рис. 4.1.

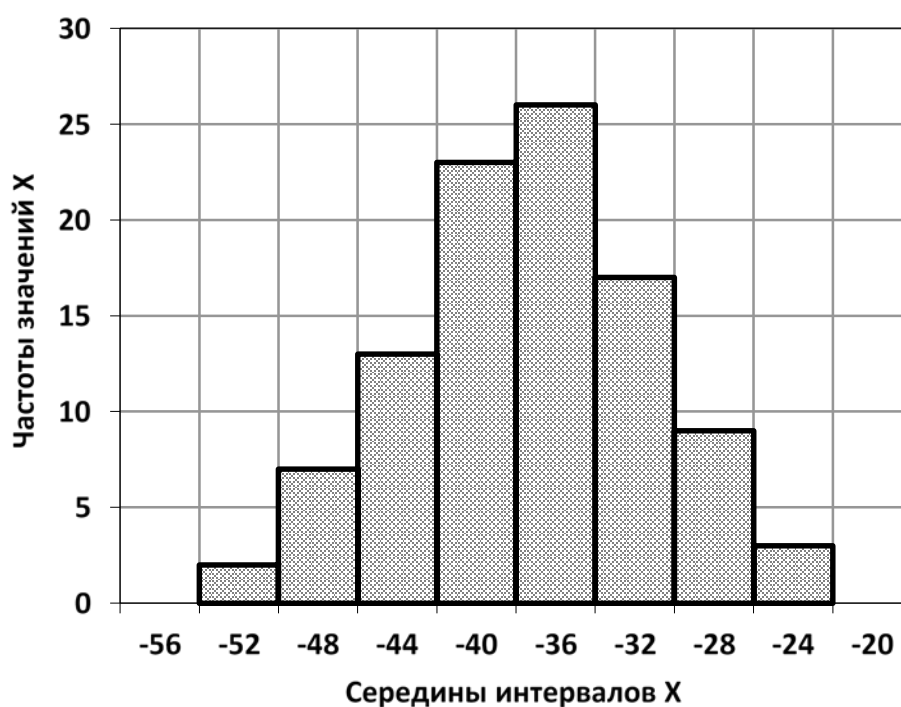


Рис. 4.1. Гистограмма выборочного распределения для данных Примера 1

Далее гистограмму необходимо расположить относительно заданного допуска, как это сделано на рис. 4.2, указав границы допуска T_B и T_H , среднее арифметическое \bar{X} и цель в области качества X_0 . Все построения выполняются в едином масштабе.

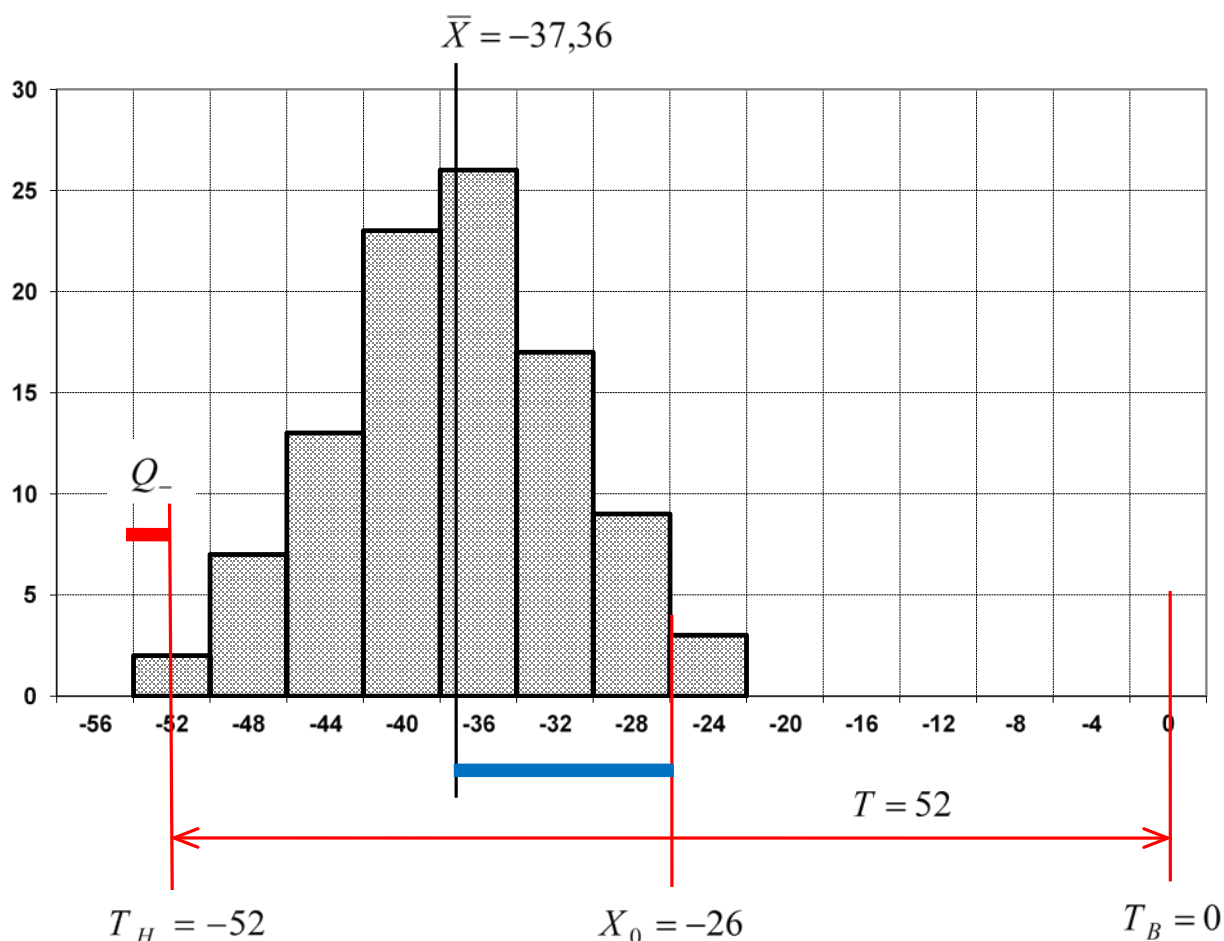


Рис. 4.2. Схема расположения гистограммы распределения для данных Примера 1 относительно границ допуска T_B и T_H

Схема, приведенная на рис. 4.2, является аналогом схемы 2 рис. 1.3, для которой были даны следующие комментарии:

«Процесс пригоден для выполнения требований, но качество соответствия не обеспечено, так как $\omega_X^H < T_H$. Процесс необходимо центрировать».

Именно подобную ситуацию мы наблюдаем в нашем примере и проводим ее анализ на основе данных рис. 4.2:

- 1) рассеивание результатов меньше заданного допуска (гистограмма на схеме по горизонтальной оси занимает 8 делений, поле допуска 13 делений), следовательно, рассеивание результатов меньше допуска и процесс пригоден для обеспечения заданных требований;

- 2) процесс недостаточно центрирован, так как среднее арифметическое $\bar{X} = -37,36$ мкм существенно смещено относительно цели $X_0 = -26$ мкм в сторону границы T_H (смещение составляет примерно 11 мкм); такое смещение привело к тому, что слева гистограмма на 0,5 деления вышла за границу T_H , а справа отстоит от границы T_B на 5,5 делений;
- 3) из-за недостаточного центрирования гистограмма незначительно выходит за границу допуска $T_H = -52$, что указывает на возможность появления брака «в минус» Q_- ; брака в выборке нет, но есть 3 значения, равные -52 , лежащие на границе допуска $T_H = -52$, поэтому качество соответствия обеспечено только для данных выборки;
- 4) для исключения возможности появления брака Q_- и улучшения ситуации необходимо центрировать процесс.

Упрощенный вариант метода гистограмм не дает возможности провести более глубокие аналитические исследования полученных результатов. Для проведения аналитических исследований необходимо использовать одну из математических моделей теории вероятностей, например модель закона нормального распределения. Для этого нужно доказать, что наши выборочные данные взяты из совокупности данных, подчиняющихся нормальной модели распределения. Решение именно этой задачи и рассматривается в следующем разделе.

5. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Углубленный анализ результатов, связанный с определением величины поля рассеяния показателя качества, расчета индексов возможностей и оценки уровня несоответствий, требует использования определенной вероятностной модели – закона распределения. Наиболее часто для этих целей используют модель (закон) нормального распределения.

Чтобы использовать для последующего анализа основные соотношения и свойства нормального закона распределения, необходимо с достаточно большой вероятностью доказать, что взятая для исследований выборка может рассматриваться как выборка из нормальной совокупности с параметрами \bar{X} и σ_X . Иными словами, нужно проверить (принять или отклонить) гипотезу о нормальной модели распределения.

Для проверки статистических гипотез существуют специальные критерии. Принятие или отклонение гипотезы осуществляется путем сопоставления расчетного значения критерия с критическим значением. Расчетное значение критерия определяется по выборочным данным, критическое значение обычно определяется по таблице, в зависимости от ряда параметров.

Проверка статистических гипотез предполагает выбор между двумя альтернативными гипотезами: нулевой гипотезой H_0 (гипотеза о законе распределения принимается) и альтернативной H_1 (гипотеза о законе распределения отклоняется) и связана с возможностью совершения ошибки 1-го рода – отклонения гипотезы H_0 , в то время как она верна. Вероятность такой ошибки должна быть достаточно мала, но не может быть равна нулю. В технике такая вероятность обычно принимается равной 5 % и имеет еще одно название – уровень значимости.

Для выборок большого объема задача проверки гипотезы о модели выборочного распределения может быть решена с использованием критерия χ^2 (хи-квадрат) Пирсона, расчетная величина которого определяется по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}},$$

где f_{iT} и f_i – соответственно теоретические и эмпирические частоты для соответствующих интервалов таблицы выборочного распределения;

m – число сравниваемых интервалов таблицы выборочного распределения.

Гипотеза о нормальной модели распределения принимается, если расчетная величина χ^2 не более критического значения $\chi_{кр}^2$. Критическое значение $\chi_{кр}^2$ определяется в зависимости от величины параметра $k = m - 3$, называемого числом степеней свободы, для уровня значимости (вероятности ошибки первого рода) $\beta_1 = 5\%$ по табл. 5.1.

Таблица 5.1

Критические значения $\chi_{кр}^2$ в зависимости от величины k
при уровне значимости $\beta_1 = 5\%$

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\chi_{кр}^2$	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,5	16,9

Таким образом, если $\chi^2 \leq \chi_{кр}^2$, то принимается гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что случайная величина X следует выбранной модели распределения с параметрами \bar{X} и σ_X . В этом случае модель и ее свойства могут быть использована для анализа результатов. Если $\chi^2 > \chi_{кр}^2$, то гипотеза о модели распределения отвергается, а модель не может быть использована для анализа результатов.

Теоретические частоты f_{iT} рассчитываются для той модели распределения, которая выбрана для проверки гипотезы. Для нормального закона распределения f_{iT} рассчитываются по формуле

$$f_{iT} = \frac{h_X n}{\sigma_X} \varphi(z_i),$$

где $z_i = \frac{|X_i - \bar{X}|}{\sigma_X}$ – нормированный параметр для заданного интервала

значений X с серединой X_i ,

$\varphi(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_i^2}{2}}$ – нормированная плотность нормального распределе-

ния, значения которой приведены в таблице Приложения 1;

$\frac{h_X n}{\sigma_X}$ – множитель, обеспечивающий сопоставимость частот, т.е. перевод

теоретических частот в масштаб эмпирических частот.

Процедуру проверки гипотезы о законе распределения рассмотрим на конкретном примере.

Пример 1 (проверка гипотезы о законе распределения)

Проверим гипотезу о нормальной модели для выборочного распределения, представленного в табл. 3.3 (и табл. 3.5). Для этого составляем вспомогательную таблицу (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Вспомогательная таблица для проверки гипотезы о модели
выборочного распределения

№	X_i	z_i	$\varphi(z_i)$	f_{iT}		f_i		$\frac{(f_i - f_{iT})^2}{f_{iT}}$	m
1	-52	2,37	0,0241	1,56	7,44	2	9	0,3271	1
2	-48	1,72	0,0909	5,88		7			
3	-44	1,07	0,2251	14,57		13		0,1692	2
4	-40	0,43	0,3637	23,54		23		0,0124	3
5	-36	0,22	0,3894	25,20		26		0,0254	4
6	-32	0,87	0,2732	17,68		17		0,0262	5
7	-28	1,51	0,1276	8,26	10,76	9	12	0,1429	6
8	-24	2,16	0,0387	2,50		3			
				$\sum f_{iT} = 99,19$		$\sum f_i = 100$		$\chi^2 = 0,7032$	

Расчет значений величин z_i очевиден:

для первого интервала
$$z_1 = \frac{|-52 - (-37,36)|}{6,18} = 2,37,$$

для второго интервала
$$z_2 = \frac{|-48 - (-37,36)|}{6,18} = 1,72 \quad \text{и т.д.}$$

Значения $\varphi(z_i)$ определяются по таблице Приложения 1. Для этого значения z_i при вычислении округляем с точностью до второго знака после запятой. Это требование таблицы Приложения 1.

Теоретические частоты f_{iT} вычисляются для каждого интервала путем умножения значения $\varphi(z_i)$ на множитель $\frac{h_x n}{\sigma_x} = \frac{4 \cdot 100}{6,18} = 64,72$. Например, для первого интервала $f_{1T} = \frac{h_x n}{\sigma_x} \varphi(z_1) = 0,0241 \cdot 64,72 = 1,56$, для второго интервала $f_{2T} = \frac{h_x n}{\sigma_x} \varphi(z_2) = 0,0909 \cdot 64,72 = 5,88$ и т.д.

Для оценки корректности выполненных расчетов можно использовать следующие критерии:

- 1) значения z_i сверху вниз должны монотонно убывать от величины близкой к 2,5–3 до величины близкой к нулю в точке середины интервала с наибольшей частотой, а затем опять монотонно возрастать;
- 2) значения $\varphi(z_i)$ должны сверху вниз монотонно возрастать от величины близкой к нулю и до величины близкой к 0,4 в точке середины интервала с наибольшей частотой, а затем монотонно убывать до величины близкой к нулю;
- 3) сумма теоретических частот $\sum f_{iT}$ должна быть немного меньше 100, так как у теоретической кривой отброшены хвосты, уходящие в $\pm \infty$.

В нашем примере все эти три критерия выполняются. Невыполнение критериев указывает на наличие ошибок в расчетах. Так если сумма $\sum f_{iT}$ существенно меньше 100, например, 70, то это всего скорее указывает на ошибку в вычислении величины σ_x (слишком большая).

Используя полученные теоретические частоты f_{iT} табл. 5.2, на гистограмму распределения (рис. 3.1) можно наложить график теоретической кривой нормального распределения, как это представлено на рис. 5.1.

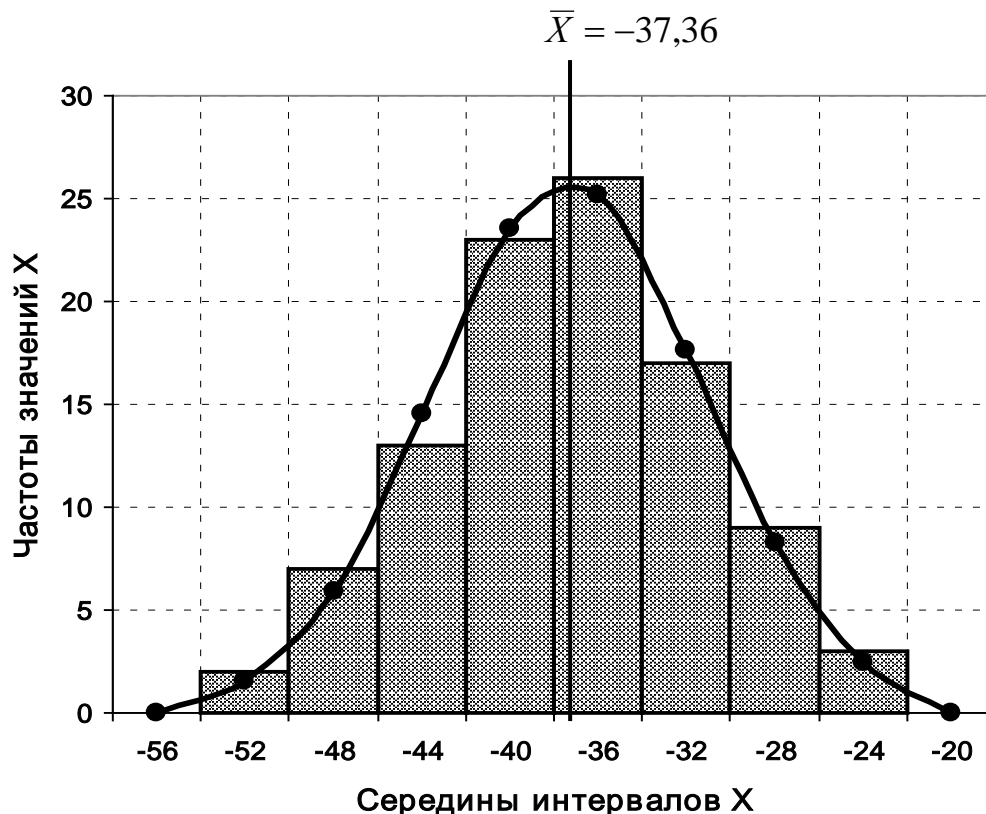


Рис. 5.1. Гистограмма с наложенной на нее кривой нормального распределения

Уже из сопоставления графиков видно, что опытное распределение близко к закону нормального распределения. Однако этот вывод можно и следует подтвердить проверкой статистической гипотезы о законе распределения с использованием критерия χ^2 .

Особенностью применения критерия χ^2 является то, что теоретическая частота в каждом сравниваемом интервале должна быть не менее 5. Для выполнения этого условия частоты ближайших интервалов объединяются в один, как это показано в табл. 5.2 так, что в сумме теоретическая частота $f_{iT} \geq 5$. При этом объединяются и соответствующие эмпирические частоты. В нашем примере объединены интервалы 1 и 2, 7 и 8. Теоретическая частота 1-го интервала, равная 1,56, меньше 5, и поэтому ее следует объединить с частотой 2-го интер-

вала, равной 5,88. Их сумма будет больше 5 и составляет 7,44. Частота 8-го интервала, равная 2,50 меньше 5 и ее следует объединить с частотой 7-го интервала, равной 8,26. Их сумма 10,76 будет больше 5. Объединение интервалов приводит к тому, что число сравниваемых интервалов m при определении расчетного значения критерия χ^2 меньше, чем число интервалов таблицы распределения. Для нашего примера оно равно шести. Для определения величины m введен последний справа столбец в табл. 5.2.

Расчет значений предпоследнего столбца табл. 5.2 ведется следующим образом:

$$\text{для первого интервала} \quad \frac{(f_{1T} - f_1)^2}{f_{1T}} = \frac{(7,44 - 9)^2}{7,44} = 0,3271,$$

$$\text{для второго интервала} \quad \frac{(f_{2T} - f_2)^2}{f_{2T}} = \frac{(14,57 - 13)^2}{14,57} = 0,1692 \text{ и т.д.}$$

Сумма элементов предпоследнего столбца определяет расчетное значение $\chi^2 = 0,7032$. Число сравниваемых интервалов $m = 6$ и, следовательно $k = m - 3 = 6 - 3 = 3$. По табл. 5.1 для $k = 3$ находим критическое значение $\chi_{кр}^2 = 7,8$. Поскольку $\chi^2 = 0,7032 < \chi_{кр}^2 = 7,8$, то гипотеза о нормальной модели выборочного распределения принимается.

Принятие гипотезы о нормальности распределения изучаемого показателя качества позволяет использовать свойства и соотношения нормальной модели распределения и рассчитать величину поля рассеяния показателя качества и определить границы поля рассеяния, оценить вероятную долю брака (долю несоответствий), вычислить индексы возможностей и т.п. Таким образом, принятие гипотезы о модели выборочного распределения позволяет проводить дальнейшие исследования с использованием определенного математического аппарата.

Результаты проверки гипотезы о законе распределения, а в нашем случае гипотезы нормальности выборочного распределения, удобно представить в формате таблицы, например такой, как табл. 5.3.

Таблица 5.3

Проверка гипотезы о законе выборочного распределения (Пример 1)

Критерий для проверки гипотезы	Критерий χ^2 Пирсона $\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$								
Условие принятия гипотезы				$\chi^2 \leq \chi_{кр}^2$					
Критические значения $\chi_{кр}^2$	k	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\chi_{кр}^2$	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,5
Модель распределения для проверки соответствия: закон нормального распределения									
Теоретические частоты $f_{iT} = \frac{h_x n}{\sigma_x} \varphi(z_i)$				Нормированный параметр $z_i = \frac{ X_i - \bar{X} }{\sigma_x}$					
$\frac{h_x n}{\sigma_x} = \frac{4 \cdot 100}{6,18} = 64,72$				$z_i = \frac{ X_i - (-37,36) }{6,18}$					
Вспомогательная таблица									
№	X_i	z_i	$\varphi(z_i)$	f_{iT}		f_i		$\frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$	m
1	-52	2,37	0,0241	1,56	7,44	2	9	0,3271	1
2	-48	1,72	0,0909	5,88		7			
3	-44	1,07	0,2251	14,57		13		0,1692	2
4	-40	0,43	0,3637	23,54		23		0,0124	3
5	-36	0,22	0,3894	25,20		26		0,0254	4
6	-32	0,87	0,2732	17,68		17		0,0262	5
7	-28	1,51	0,1276	8,26	10,76	9	12	0,1429	6
8	-24	2,16	0,0387	2,50		3			
				$\sum f_{iT} = 99,19$		$\sum f_i = 100$		$\chi^2 = 0,7032$	
Число сравниваемых интервалов $m = 6$ Параметр $k = m - 3 = 6 - 3 = 3$									
Решение о принятии или отклонении гипотезы:									
$\chi^2 = 0,7032$		<				$\chi_{кр}^2 = 7,8$			
Так как $\chi^2 < \chi_{кр}^2$, то принимается гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что случайная величина X следует нормальной модели распределения с параметрами $\bar{X} = -37,36$ и $\sigma_X = 6,18$.									

Гипотеза о законе распределения может быть не принята из-за неудачно построенной гистограммы, которая резко отличается по форме от принятой модели распределения. Улучшения внешнего вида гистограммы можно добиться за счет изменения ширины интервала (увеличить или уменьшить на величину d_H) или меняя начало первого интервала таблицы распределения (в предельном случае первый интервал может начинаться с величины $\min X$). В этом случае частоты значений X перераспределяются, и меняется внешний вид гистограммы. Таким образом, построение таблицы выборочного распределения может включать несколько попыток, направленных на получение такой гистограммы, которая имеет большую схожесть с теоретической моделью распределения, например с законом нормального распределения.

Принятие гипотезы о законе нормального распределения – это свидетельство того, что процесс находится в статистически управляемом (стабильном) состоянии. В этом случае изменчивость результатов процесса определяется действием только системы случайных (общих) причин. Стабильность результатов – это одно из важнейших свойств любой системы или процесса.

Если гипотеза о законе распределения все же не принята, то это обычно свидетельствует о наличии специальных (доминирующих) факторов, вызвавших нестабильность. Дальнейший анализ с использованием соотношений нормальной модели распределения становится невозможным, а выводы могут носить чисто качественный характер. Источники нестабильности должны быть выявлены и устранены. После этого берется новая большая случайная выборка, которая подвергается анализу с использованием метода гистограмм.

Распределение, резко отличающееся от нормального закона распределения, может получиться, например, в следующих случаях.

1. Процесс обладает недостаточными возможностями, рассеяние результатов больше допуска и без брака работать нельзя. В такой ситуации за счет настройки процесса весь брак стараются сделать исправимым (например, это брак Q_+). В такой ситуации кривая нормального распределения, характеризующая рассеяние результатов процесса, оказывается смещенной за границу до-

пуска T_B как это показано на схеме рис. 5.2. После изготовления нужной партии изделий все они подвергаются сплошному контролю. Выявленный исправимый брак устраняют путем доработки (исправления) изделий. У выборки, взятой из такой партии изделий, гистограмма распределения оказывается асимметричной и усеченной с правой стороны, как это показано на рис. 5.2. Происходит это потому, что результаты, значения которых лежат за пределами границы допуска T_B и которые образуют правый хвост кривой нормального распределения (на рис. 5.2 отмечен знаком Q_+), после их исправления переходят своими новыми (годными) значениями в поле допуска и частота столбцов гистограммы увеличивается, а хвост распределения при этом исчезает.

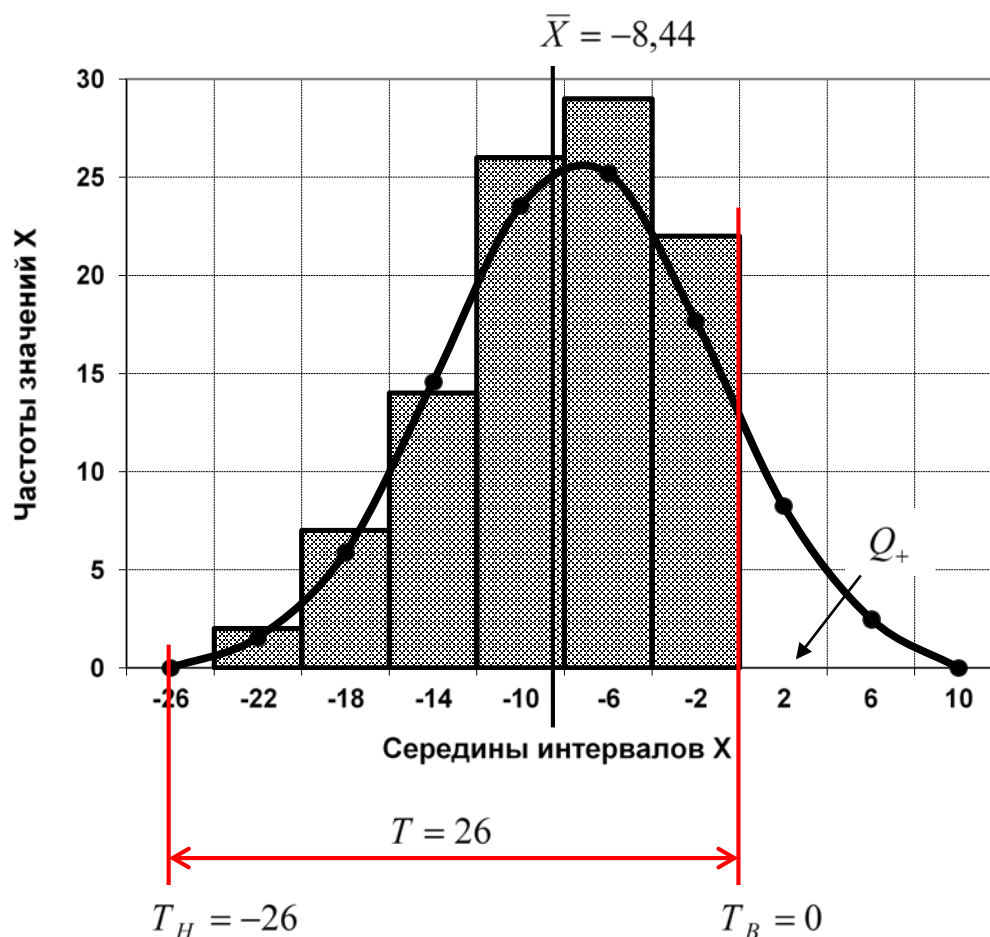


Рис. 5.2. Асимметричная гистограмма распределения в результате исправления брака Q_+

По внешнему виду полученной гистограммы можно сделать следующий вывод: изготовитель (поставщик) данных изделий не обладает процессом, обеспечивающим заданные требования, и поэтому требования обеспечиваются

за счет дополнительной обработки изделий для исправления брака, что будет вызывать увеличение себестоимости изготовления изделий (от услуг такого поставщика лучше отказаться или потребовать от него кардинального улучшения процесса в отношении его возможностей и получаемых результатов).

Специальной причиной, вызывающей отличие выборочного распределения данных от нормальной модели распределения, является деятельность изготовителя по исправлению брака продукции.

2. Близкая по характеру картина возникает и в том случае, если при сплошном контроле любые бракованные изделия (брак Q_+ и брак Q_-) изолируются, т.е. просто удаляются из партии продукции (рис. 5.3).

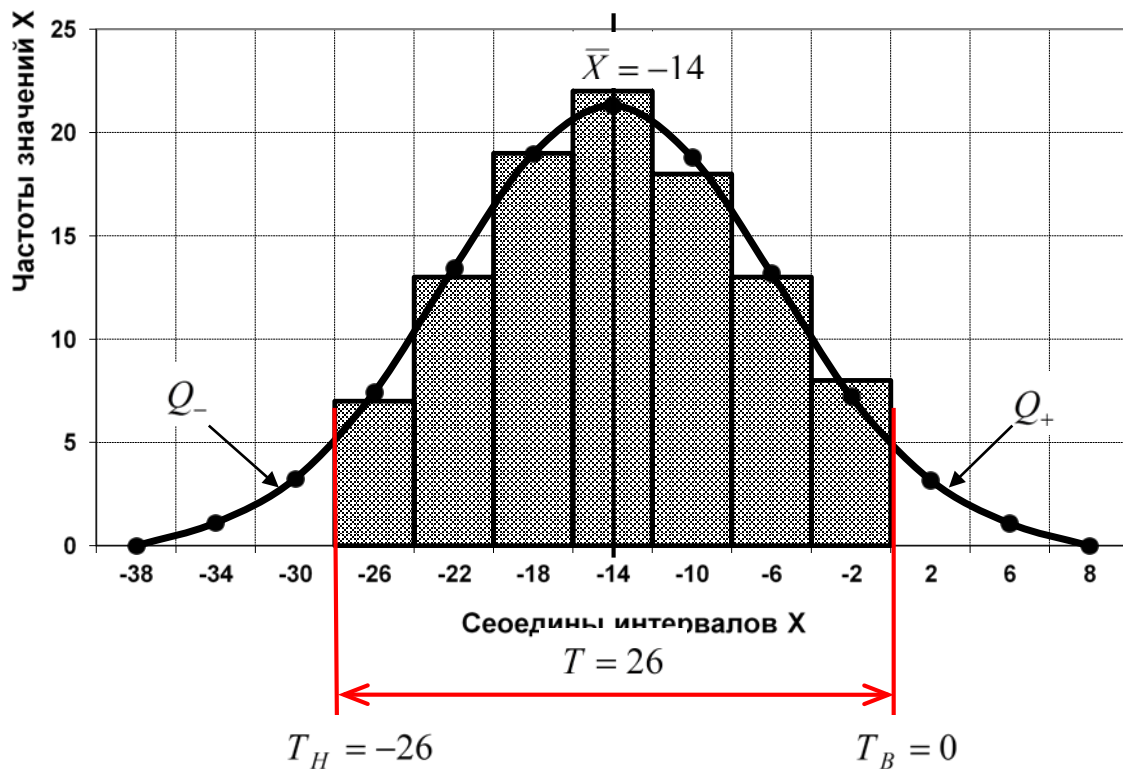


Рис.5.3. Вид гистограммы распределения при удалении из партии дефектных результатов

Гистограмма распределения в этом случае оказывается усеченной с двух сторон, так как результаты, расположенные в хвостах нормального распределения и обозначенные на рис. 5.3 Q_+ и Q_- , просто исключены.

Специальной причиной, вызывающей отличие выборочного распределения данных от нормальной модели, является деятельность изготовителя по исключению из общей партии продукции забракованных изделий.

3. Распределение, отличное от нормального, возникает при смешении партий продукции, изготовленных на оборудовании с резко различающейся настройкой (рис. 5.4). Распределение результатов в этом случае может носить плосковершинный или многовершинный (2, 3 и более вершин) характер, как это показано на рис. 5.4, где смешано 3 партии результатов разного объема с резко различающейся настройкой (партии изображены на рис. 5.4 в виде кривых распределения).

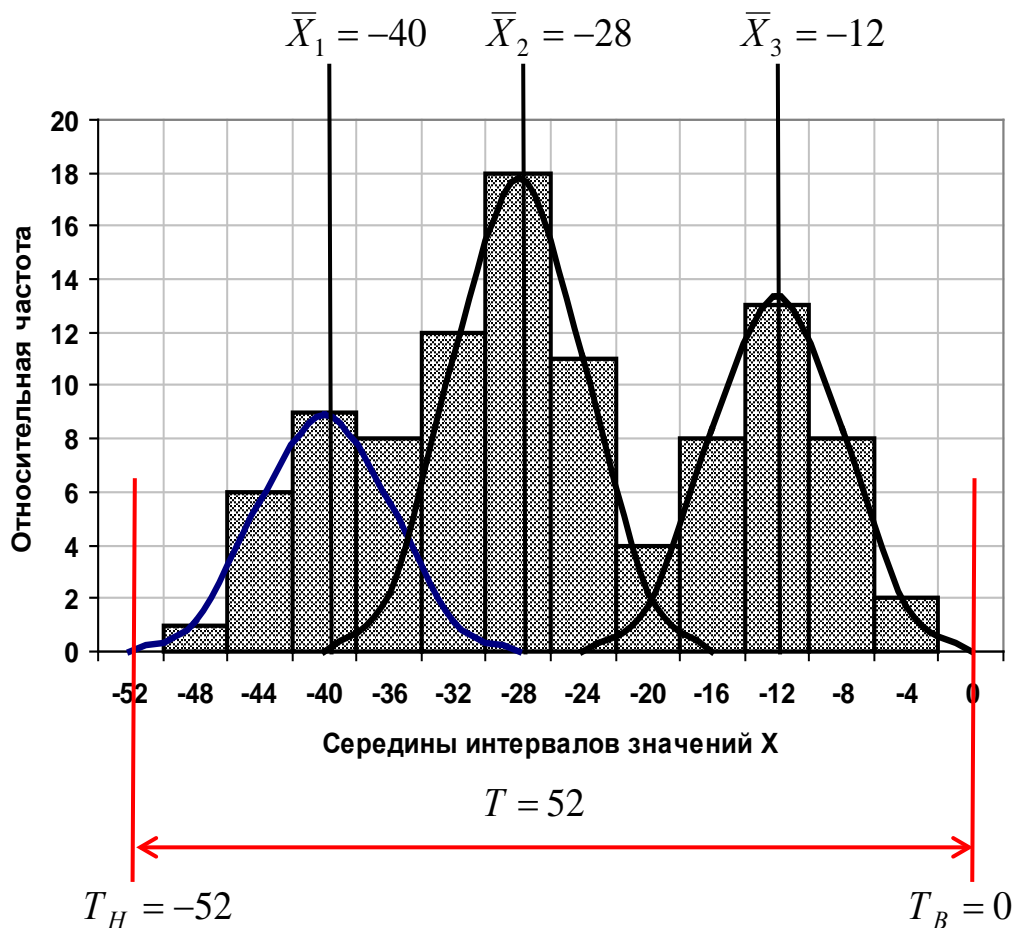


Рис.5.4. Распределение при смешении партий изделий с различной настройкой

Специальными причинами в этом случае являются резко отличающиеся друг от друга средние значения \bar{X} – центры группирования результатов. На рис. 5.4 три таких центра: $\bar{X}_1 = -40$, $\bar{X}_2 = -28$ и $\bar{X}_3 = -12$. Только второе зна-

чение $\bar{X}_2 = -28$ указывает на высокую степень центрирования процесса. Значения $\bar{X}_1 = -40$ и $\bar{X}_3 = -12$ свидетельствуют о недостаточной степени центрирования процесса. При этом все результаты лежат в пределах допуска.

Подобная специальная причина относительно легко может быть устранена. Для этого необходимо центрировать каждый из трех процессов. При смещении партий после проведения центрирования процессов выборочная гистограмма распределения будет иметь вид, похожий на гистограмму рис. 5.5.

Центрирование процессов привело к сокращению величины рассеяния результатов, по отношению к каждому пределу допуска сформировались резервы возможностей, исключаящие возникновение брака продукции, и произошло улучшение ситуации в целом (результаты сгруппировались вокруг цели в области качества, рассеяние результатов сократилось почти в 2 раза).

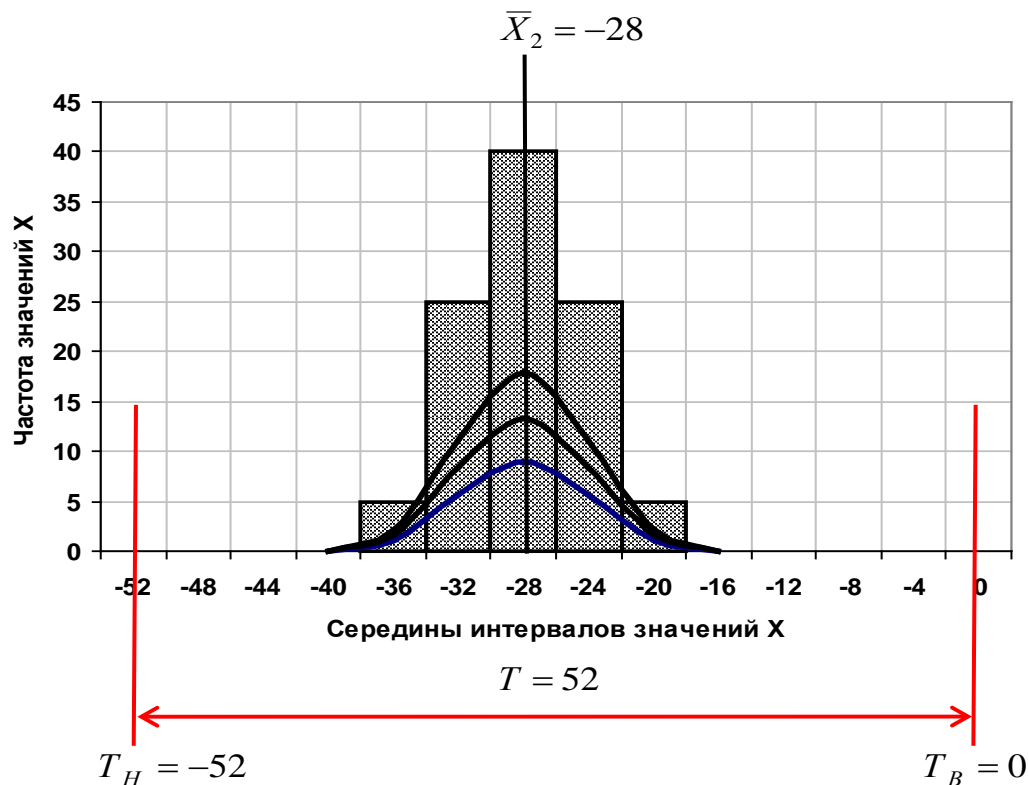


Рис. 5.5. Гистограмма распределения результатов после центрирования процессов

Схема рис. 5.5 наглядно демонстрирует суть улучшения качества, которое заключается в сокращении вариаций результатов и их отклонений от цели в области качества. На схеме рис. 5.4 представлено смещение трех процессов с разной степенью центрирования. Наличие разных отклонений от цели по качеству

(для примеров рис. 5.4 и рис. 5.5 цель в области качества $X_0 = -26$) привело к достаточно широкому рассеянию результатов в пределах допуска. Центрирование процесса минимизировало отклонения от цели (все $\bar{X} = -28$, цель $X_0 = -26$). Это привело к сокращению вариаций результатов почти в 2 раза, созданию резервов возможностей и минимизации вероятности появления брака продукции.

4. Распределение отличное от нормального возникает при наличии какой-либо доминирующей производственной погрешности (специальной причины), например износа режущего инструмента и т.п. В этом случае гистограмма распределения, например, может оказаться плосковершинной, как это представлено на рис. 5.6.

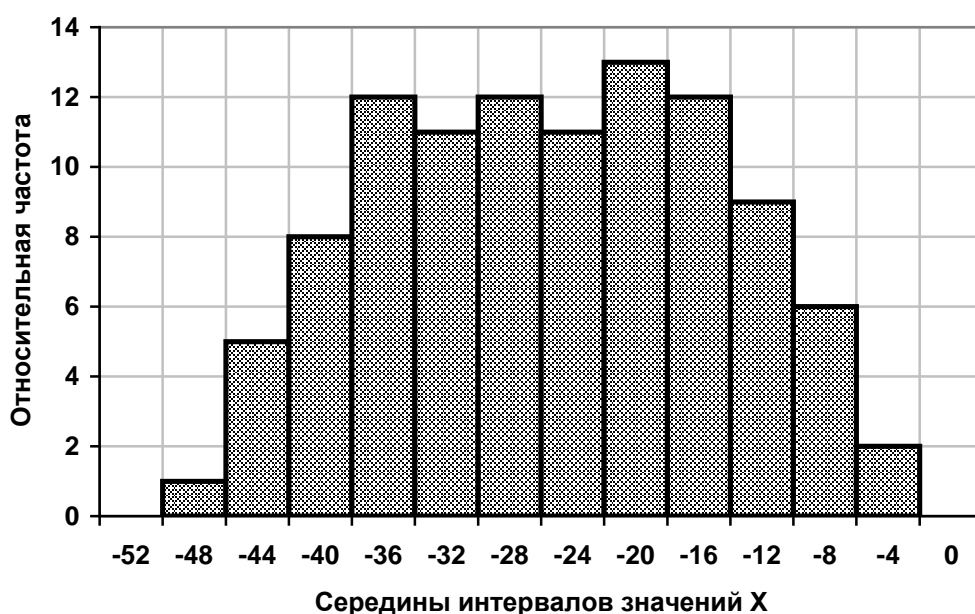


Рис. 5.6. Гистограмма распределения при наличии износа режущего инструмента

5. Распределение, отличное от нормального, возникает при изучении характеристик качества, которые по своей природе не могут подчиняться нормальному закону распределения. Например, характеристики качества, которые являются существенно положительными случайными величинами (могут иметь только положительные значения и не могут быть отрицательными). Это такие характеристики качества, как отклонения формы (конусность, овальность и

т.п.), отклонений соосности, перпендикулярности, параллельности поверхностей и т.п. Подобные характеристики качества подчиняются таким законам, как закон распределения модуля разности, закон эксцентриситета, и т.п. Свойства этих законов и аналитические зависимости отличны от свойств закона нормального распределения. Пример подобной ситуации рассмотрен в разделе 8 (Пример 4).

Анализ и поиск причин отклонения фактического распределения от нормального, в случае необходимости нейтрализация или устранение этих причин и исключение их влияния на изучаемые характеристики качества, могут стать важным элементом улучшения процессов и их результатов.

6. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАКОНА НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Принятие гипотезы о нормальном законе (нормальной модели) распределения позволяет провести более глубокие исследования полученных результатов. Это, прежде всего, касается оценки качества соответствия и визуализации полученных данных.

1. *Оценка качества соответствия с использованием закона нормального распределения.* Аналитически условия обеспечения качества соответствия были определены в разделе 1 в виде трех соотношений:

$$\begin{aligned}\omega_X &\leq T, \\ \omega_X^B &\leq T_B, \\ \omega_X^H &\geq T_H.\end{aligned}$$

Требования к результату представлены в виде допуска T и его границ (предельных отклонений) T_B и T_H .

Проверка приведенных условий требует определения значений характеристик поля рассеяния результатов процесса: ω_X^B , ω_X^H и ω_X . Вычисление значений этих характеристик становится возможным в том случае, если принята гипотеза о нормальности выборочного распределения (для нашего примера эта гипотеза принята). Для нормальной модели распределения характеристики поля рассеяния вычисляются по формулам:

- верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X$;
- нижняя граница поля рассеяния $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X$;
- величина поля рассеяния $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H$.

Для рассматриваемого Примера 1 имеем:

- $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X = -37,36 + 3 \cdot 6,18 = -18,82 \approx -18$ мкм;
- $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X = -37,36 - 3 \cdot 6,18 = -55,9 \approx -56$ мкм;
- $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H = -18 - (-56) = 38$ мкм.

Результаты расчетов округлены с точностью до $d_H = 2$ мкм.

Оценку качества соответствия удобно представить в виде таблицы, включающей условия обеспечения качества соответствия, их выполнение и комментарии, как по каждому условию, так и по результатам в целом (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Проверка условий обеспечения качества соответствия (Пример 1)

Условия обеспечения качества соответствия		Фактические соотношения					Комментарии
1	$\omega_X \leq T$	$\omega_X =$	38	<	$T =$	52	<u>Условие 1 выполняется.</u> Поле рассеяния результатов процесса меньше допуска. Процесс пригоден для обеспечения заданных требований.
2	$\omega_X^B \leq T_B$	$\omega_X^B =$	-18	<	$T_B =$	0	<u>Условие 2 выполняется.</u> Верхняя граница поля рассеяния не выходит за границу T_B .
3	$\omega_X^H \geq T_H$	$\omega_X^H =$	-56	<	$T_H =$	-52	<u>Условие 3 не выполняется.</u> Нижняя граница поля рассеяния выходит за границу T_H .
Вывод:		Качество соответствия не обеспечено, так как нарушено условие 3.					

Таким образом, по данным расчетов с использованием соотношений нормальной модели распределения, мы получаем вывод, в основном аналогичный полученному в разделе 4 в качестве иллюстрации упрощенного варианта метода гистограмм, о том, что процесс пригоден для выполнения заданных требований, но качество соответствия не обеспечено. Причина – из-за недостаточной степени центрирования результатов процесса, поле рассеяния выходит за границу допуска T_H .

2. Визуализация полученных результатов. Форма представления полученных результатов при проведении анализа должна обладать, прежде всего, наглядностью. Это достигается графическим построением в одном масштабе гистограммы распределения, теоретической кривой распределения, поля рассеяния показателя качества, поля допуска и его границ, цели по качеству. Такая схема дает общее наглядное представление о том (т.е. визуализирует), достиг-

нуто качество соответствия или нет: имеется смещение поля рассеяния ω_X за границы T_B , T_H или нет, больше или меньше по величине ω_X , чем заданный допуск T . Соотношения, полученные на основе зрительного восприятия, должны совпасть с результатами аналитической оценки качества соответствия.

В качестве основы для построения схемы использована схема, приведенная на рис. 4.2, которая дополнена недостающими элементами.

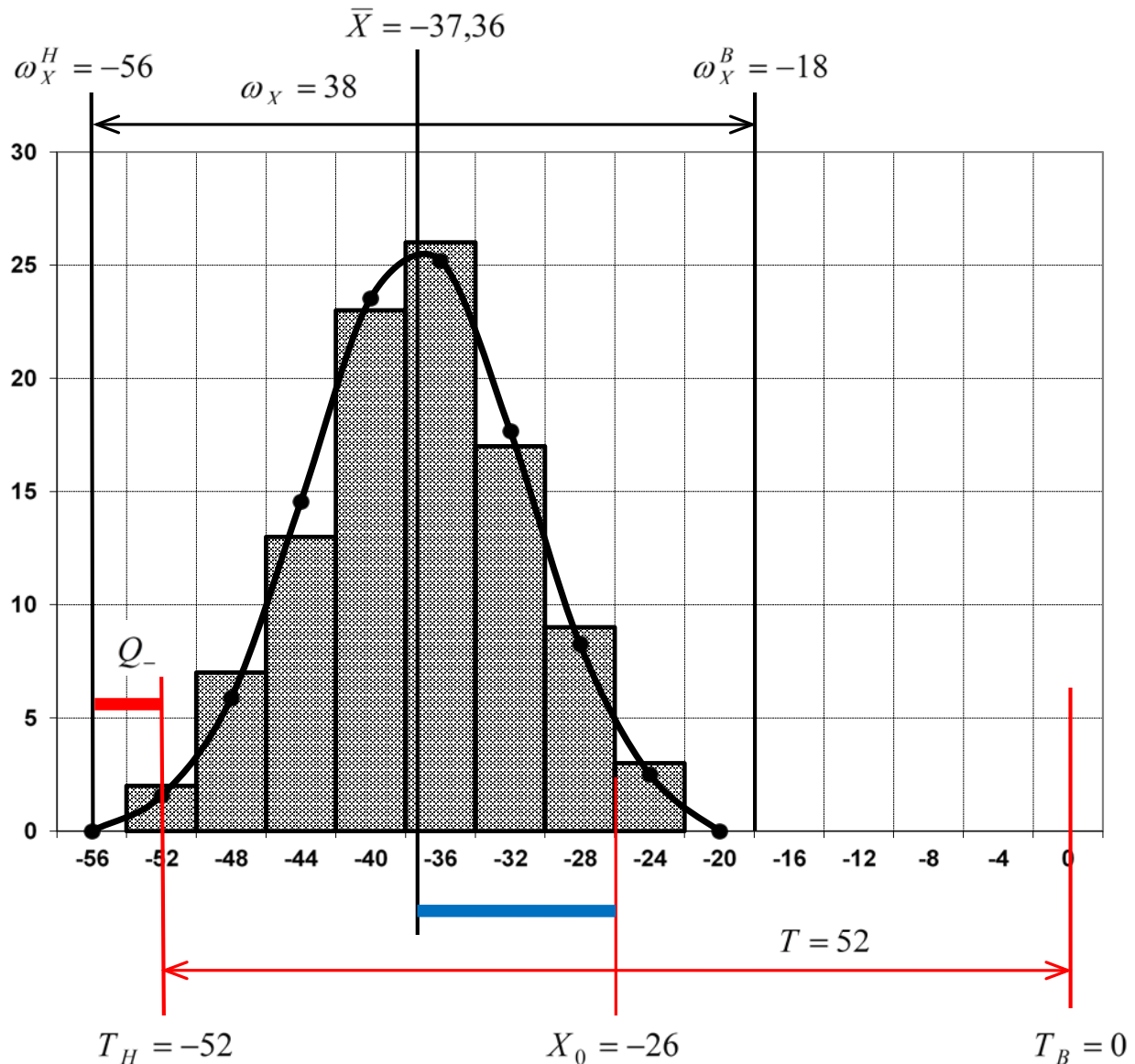


Рис. 6.1. Схема расположения характеристик результатов процесса по отношению к заданным требованиям в области качества

Схема, приведенная на рис. 6.1, является аналогом схемы 2 рис. 1.3, как и в упрощенном варианте метода гистограмм. Поэтому выводы будут такие же,

как и по схеме, приведенной на рис. 5.2. Однако эти выводы могут быть уточнены и дополнены числовыми данными, полученными на основе соотношений для нормальной модели распределения при оценке качества соответствия. Кроме того принятие гипотезы нормальности распределения позволяет оценить вероятную долю брака, связанную с выходом хвостов кривой нормального распределения за границы допуска T_H или T_B .

Вероятная доля брака (доля дефектных изделий или уровень несоответствий) для нормальной модели распределения определяется по формулам:

$$\text{брак в минус } Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X}\right),$$

$$\text{брак в плюс } Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{T_B - \bar{X}}{\sigma_X}\right),$$

где $\Phi(\dots)$ – значения функции Лапласа, которые определяются по таблице Приложения 2 для аргументов:

$$z_- = \frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X} \quad \text{и} \quad z_+ = \frac{T_B - \bar{X}}{\sigma_X}.$$

На схеме рис. 6.1 наблюдается выход хвоста кривой нормального распределения за границу допуска $T_H = -52$ и возможен брак Q_- . Определим для рассматриваемого примера вероятную долю брака Q_- :

а) вычисляем с точностью второго знака после запятой аргумент

$$z_- = \frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X} = \frac{-37,36 - (-52)}{6,18} = \frac{14,64}{6,18} = 2,37;$$

б) по таблице Приложения 2 для аргумента $z = 2,37$ находим значение функции Лапласа $\Phi(z = 2,37) = 0,49111$;

в) рассчитываем вероятную долю брака Q_- :

$$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X}\right) = 0,5 - 0,49111 = 0,00889.$$

Полученный результат может быть выражен:

– в процентах умножением на 100, тогда $Q_{-\%} = 0,00889 \cdot 100 \approx 0,9 \%$;

- в числе несоответствий или дефектов на один миллион результатов (обозначается ppm) умножением на 10^6 , тогда $Q_{ppm} = 0,00889 \cdot 10^6 = 8890 \text{ ppm}$.

Размерность результата оказывает психологическое влияние на улучшение качества. Брак в процентах кажется малым (менее 1 %) и на него, кажется, можно не обращать особого внимания. Выраженный в числе ppm тот же брак составляет около 9000, т.е. выражается числом в десять тысяч раз большим и им уже нельзя пренебречь. Тем более что некоторые современные организации достигли уровня несоответствий в 3–4 ppm.

Результаты проведенного анализа по оценке качества соответствия и визуализации полученных результатов удобно представить в табличной форме, например по форме табл. 6.2 и табл. 6.3, которые приводятся далее после заключения.

Не повторяя выводы, полученные с помощью упрощенного варианта метода гистограмм, сформулирует общий вывод (заключение) для рассматриваемого примера на основе выполненных двух этапов анализа.

Заключение:

- 1) поле рассеяния результатов $\omega_x = 38$ мкм меньше допуска $T = 52$ мкм, следовательно, процесс пригоден для выполнения установленных требований и обладает запасом возможностей;
- 2) из-за недостаточного центрирования процесса поле рассеяния выходит за границу допуска $T_H = -52$, качество соответствия не обеспечено, возможен брак $Q_{ppm} = 0,00889 \cdot 10^6 = 8890 \text{ ppm}$;
- 3) для исключения возможности появления брака Q_- и улучшения ситуации необходимо центрировать процесс.

Таблица 6.2

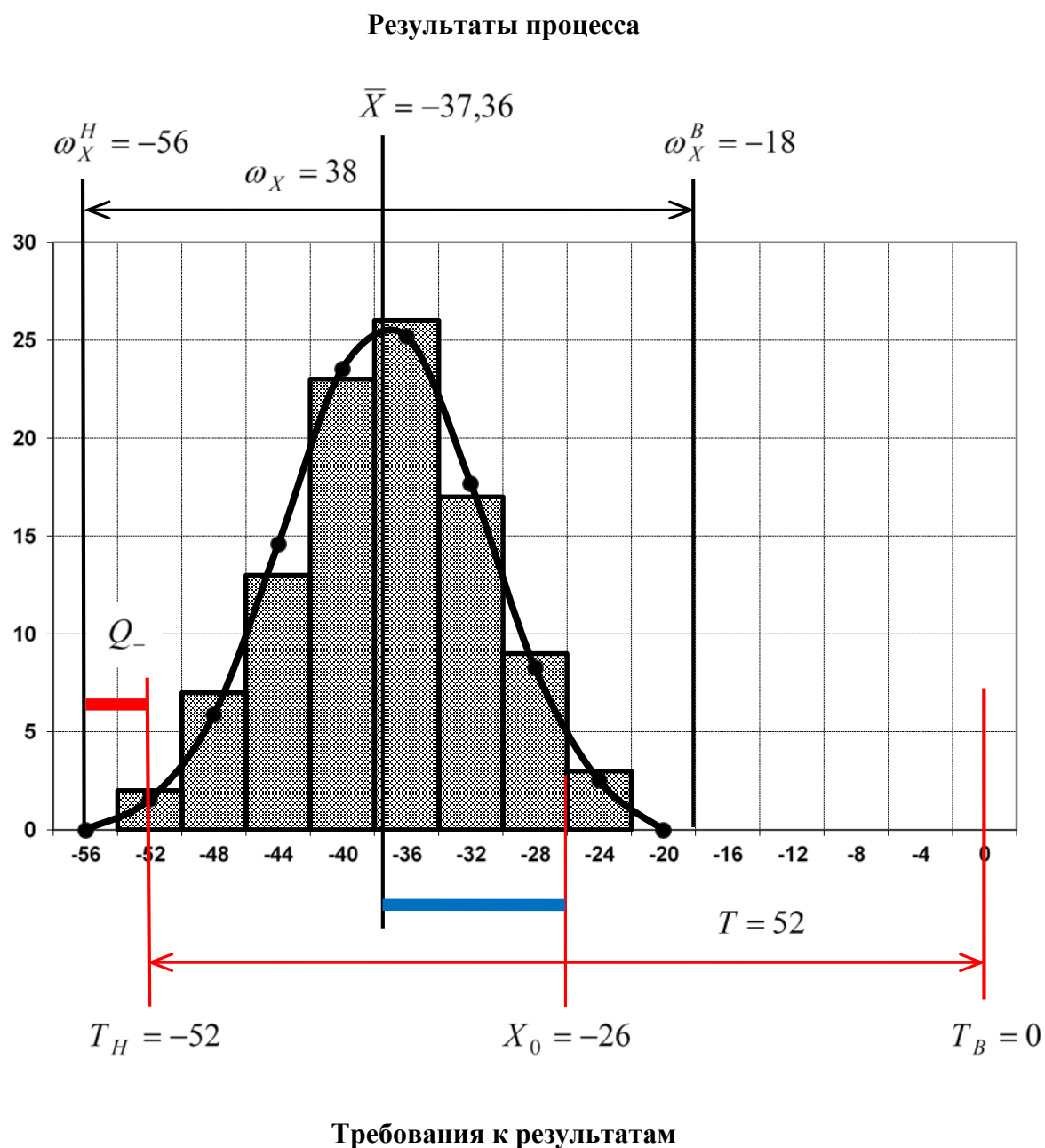
Оценка качества соответствия (Пример 1)

Показатель процесса		Числовые значения величин		Расчеты и комментарии			
Требования в области качества:							
Допуск T и предельные отклонения (границы допуска) T_B и T_H		$T = 52$ $T_B = 0$ $T_H = -52$					
Цель в области качества $X_0 = (T_B + T_H)/2$		$T_B = 0$ $T_H = -52$		$X_0 = (0 + (-52))/2 = -26$			
Поле рассеяния результатов процесса:							
Верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X$		$\bar{X} = -37,36$ $\sigma_X = 6,18$		$\omega_X^B = -37,36 + 3 \cdot 6,18 = -18,82 \approx -18$			
Нижняя граница поля рассеяния $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X$		$\bar{X} = -37,36$ $\sigma_X = 6,18$		$\omega_X^H = -37,36 - 3 \cdot 6,18 = -55,9 \approx -56$			
Величина поля рассеяния $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H$		$\omega_X^B = -18$ $\omega_X^H = -56$		$\omega_X = -18 - (-56) = 38$			
Проверка условий обеспечения качества соответствия:							
Условия обеспечения		Фактические соотношения				Комментарии	
1	$\omega_X \leq T$	$\omega_X =$	38	<	$T =$	52	Условие 1 выполняется. Поле рассеяния результатов процесса меньше допуска. Процесс пригоден для выполнения требований
2	$\omega_X^B \leq T_B$	$\omega_X^B =$	-18	<	$T_B =$	0	Условие 2 выполняется. Верхняя граница поля рассеяния не выходит за границу T_B .
3	$\omega_X^H \geq T_H$	$\omega_X^H =$	-56	<	$T_H =$	-52	Условие 3 не выполняется. Нижняя граница поля рассеяния выходит за границу T_H . Возможен брак Q_- .
Вероятная доля брака (для нормальной модели распределения):							
$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X}\right)$		$T_H = -52$ $\bar{X} = -37,36$ $\sigma_X = 6,18$		$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{-37,36 - (-52)}{6,18}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(2,37) = 0,5 - 0,49111 = 0,00889$			
$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{T_B - \bar{X}}{\sigma_X}\right)$		$T_B = 0$ $\bar{X} = -37,36$ $\sigma_X = 6,18$		$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{0 - (-37,36)}{6,18}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(6,04) = 0,5 - 0,5 = 0$			
Вывод:		Качество соответствия не обеспечено, так как нарушено условие 3. Возможен брак Q_- . Вероятная его доля $Q_{-ppm} = 8890 \text{ ppm}$.					

Визуализация результатов (Пример 1)

Построение, в одном масштабе схемы, включающей:

- 1) гистограмму выборочного распределения и теоретическую кривую распределения;
- 3) среднее значение, поле рассеяния результатов и его границы;
- 5) границы поля допуска, допуск и цель в области качества.



7. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОЦЕССА

Организации, применяющие статистические методы для управления качеством, в своей практике широко используют подход, получивший название «Анализ возможностей процесса».

Стандарт ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005 «Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001» дает следующую характеристику этого подхода.

«Анализ возможностей процесса» – это основанный на использовании статистических методов подход к изучению изменчивости процесса и его характеристик для оценки способности процесса производить продукцию, соответствующую установленным требованиям.

Когда измеряемыми величинами являются характеристики качества продукции или процесса, присущая процессу изменчивость характеризуется рассеиванием (разбросом) этих характеристик. Если процесс находится в статистически управляемом состоянии, то рассеивание характеристик качества обычно определяется как шесть стандартных отклонений ($6\sigma_X$). Если характеристики процесса подчиняются нормальному закону распределения (что обычно сопутствует статистически управляемому состоянию), то этот интервал теоретически охватывает 99,73 % всей совокупности возможных значений характеристик.

Уровень возможностей процесса обычно выражается в виде показателя, который связывает фактическую изменчивость процесса ($6\sigma_X$) с допуском T , установленным в технической документации. Широко используемый показатель для оценки уровня возможностей – это индекс пригодности C_p . Он определяется как отношение величины допуска T к величине $6\sigma_X$.

Другой широко используемый показатель – это индекс C_{pk} , который описывает фактические возможности процесса в отношении выполнения технических требований по отношению к границам допуска – верхней границе T_B и нижней T_H . Показатель C_{pk} особенно удобен в случаях односторонних допусков (т.е. только с одной границей T_B или T_H).

... Анализ возможностей процесса обеспечивает оценку присущей процессу изменчивости и оценку ожидаемого процента несоответствующей продукции. Это позволяет организациям оценить материальные потери (стоимость) из-за несоответствия продукции и помогает при принятии решений в отношении совершенствования процесса.

Знание требований к возможностям процесса полезно при выборе процессов и оборудования, которые могли бы обеспечить производство продукции с минимальными потерями из-за несоответствий.

Концепция анализа возможностей применима только к статистически управляемым процессам. Индексы C_p и C_{pk} , а также оценки процента несоответствующей продукции делаются в предположении о нормальности распределения изучаемых характеристик качества. Показатели возможностей могут вводить в заблуждение, когда распределение процесса является существенно отличным от нормального. В случае процессов, которые находятся под воздействием систематических неслучайных причин вариации, таких как износ инструмента и т.п., для вычисления и исследования возможностей должны использоваться специальные методы.

Предприятия, производящие продукцию в таких отраслях, как автомобильная, космическая, электронная, продовольственная, фармацевтическая и медицинская обычно используют анализ возможностей процесса как главный критерий оценки качества поставщиков и их продукции. Это позволяет производителю минимизировать входной контроль закупленных изделий и материалов. Некоторые компании, занимающиеся производством или оказанием услуг, отслеживают показатели возможностей процессов, чтобы выявлять потребности в усовершенствовании процессов и проверять эффективность таких усовершенствований».

Набор упомянутых индексов возможностей с формулами для их вычисления представлен в табл. 7.1. Индекс C_{pk} представлен двумя индексами – индексом C_{pV} и индексом C_{pH} .

Таблица 7.1

Индексы возможностей и их краткая характеристика

Индекс	Описание	Условие обеспечения качества соответствия требованиям
$C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X}$	Характеризует способность процесса выполнять требования, заданные допуском $T = T_B - T_H$.	$C_p \geq 1$
$C_{pH} = \frac{\bar{X} - T_H}{3\sigma_X}$	Характеризует фактические результаты процесса по отношению к нижней границе допуска T_H .	$C_{pH} \geq 1$
$C_{pB} = \frac{T_B - \bar{X}}{3\sigma_X}$	Характеризует фактические результаты процесса по отношению к нижней границе допуска T_B .	$C_{pB} \geq 1$

Итак, исследование процесса можно выполнить с использованием двух типов индексов возможностей:

- индекса C_p , который оценивает потенциальные возможности процесса по отношению к заданному допуску T ,
- индексов C_{pB} и C_{pH} , которые показывают, как эти возможности реализованы по отношению к границам допуска: верхней T_B (индекс C_{pB}) и нижней T_H (индекс C_{pH}).

Условие выполнения требований в области качества (условия обеспечения качества соответствия) для всех индексов общее – величина индекса должна быть не менее 1 (см. табл. 7.1).

Индекс C_p определяет пригодность процесса для выполнения заданных требований, поэтому его называют индексом пригодности.

При $C_p \geq 1$ процесс считается пригодным для обеспечения заданных требований. В таком случае характеристика рассеяния процесса σ_X укладывается в поле допуска T шесть или более раз, а поле рассеяния $\omega_X = 6\sigma_X$ один или более раз. Однако рекомендуется иметь $C_p \geq 1,33$. В этом случае характери-

ка рассеяния укладывается в поле допуска T восемь раз, что создает запас возможностей и облегчает управление процессом.

Минимальный уровень несоответствий (дефектов) Q_{\min} достигается при идеальном центрировании процесса, т.е. когда $\bar{X} = X_0 = (T_B + T_H)/2$ (среднее совпадает с целью). Величина Q_{\min} определяется по формуле:

$$Q_{\min} = 1 - 2\Phi(3C_p),$$

где $\Phi(3C_p)$ – значение функции Лапласа от аргумента $z = 3C_p$.

Величина Q_{\min} характеризует лучшие (предельные) возможности процесса в отношении уровня несоответствий.

Индексы C_{pB} и C_{pH} называются односторонними индексами. Они характеризуют расположение поля рассеяния показателя качества относительно границ допуска T_B и T_H соответственно, степень центрирования процесса, а также степень реализации потенциальных возможностей процесса в отношении уровня несоответствий (дефектов).

Если величина $C_{pB} \geq 1$ или $C_{pH} \geq 1$, то требования по отношению к соответствующей границе допуска (T_B или T_H) выполняются. Брака нет (практически нет).

Если величина $C_{pB} < 1$ или $C_{pH} < 1$, то считается, что соответствующая граница допуска (T_B или T_H) нарушена и возможен брак.

Односторонние индексы C_{pB} и C_{pH} связаны с индексом пригодности соотношением $C_{pB} + C_{pH} = 2C_p$, причем для идеально центрированного процесса, когда $\bar{X} = X_0$, имеет место равенство всех трех индексов, т.е. $C_{pB} = C_{pH} = C_p$.

При нарушении центрирования (смещении \bar{X} от X_0) в сторону границы T_B величина индекса C_{pB} уменьшается и увеличивается брак Q_+ . Последний вычисляется по формуле $Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB})$. В это же время индекс C_{pH} увеличивается, а величина брака $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$ уменьшается.

При нарушении центрирования (смещении \bar{X} от X_0) в сторону границы T_H величина индекса C_{pH} уменьшается и увеличивается брак Q_- . Последний, как уже было показано, вычисляется по формуле $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$. В это же время индекс C_{pB} увеличивается, а величина брака Q_+ уменьшается.

При идеальном центрировании процесса, когда $\bar{X} = X_0$, имеем:

$$Q_+ = Q_- = Q_{\min} / 2.$$

Когда $\bar{X} \neq X_0$, то общий уровень несоответствий (общий брак) равен $Q = Q_+ + Q_-$. При существенном отклонении \bar{X} от цели X_0 величина общего брака Q будет значительно больше Q_{\min} .

В формулах для оценки уровня несоответствий (доли брака) значение аргумента функции Лапласа равное $z = 3C_p$, а также $z = 3C_{pB}$ и $z = 3C_{pH}$, получаются следующим образом.

Если процесс центрирован, то $z_- = z_+ = z$, $\bar{X} = X_0$, а $X_0 = (T_B + T_H) / 2$. Учитывая эти соотношения, имеющие место при идеальном центрировании процесса, преобразуем формулу, например, для расчета аргумента z_+ , используемого при расчете вероятной доли брака Q_+ (табл. 6.2). Будем иметь:

$$z = z_+ = \frac{T_B - X_0}{\sigma_X} = \frac{T_B - (T_B + T_H) / 2}{\sigma_X} = \frac{2T_B - T_B - T_H}{2\sigma_X} = \frac{T_B - T_H}{2\sigma_X} = \frac{T}{2\sigma_X}.$$

Если сопоставить формулы для расчета аргументов z , z_- , z_+ с формулами для расчета индексов возможностей (формулы индексов приведены в табл. 7.1), то становится очевидным, что значения индексов в 3 раза меньше значений аргументов z .

Таким образом, любой из аргументов z равен утроенному значению соответствующего индекса возможностей (C_p , C_{pB} , и C_{pH}), что и представлено в табл. 7.2.

Определение величины аргументов z функции Лапласа

$z = \frac{T}{2\sigma_X}$	$C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X}$	$z = 3C_p$
$z_- = \frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X}$	$C_{pH} = \frac{\bar{X} - T_H}{3\sigma_X}$	$z_- = 3C_{pH}$
$z_+ = \frac{T_B - \bar{X}}{\sigma_X}$	$C_{pB} = \frac{T_B - \bar{X}}{3\sigma_X}$	$z_+ = 3C_{pB}$

Близость индексов C_{pB} и C_{pH} по величине свидетельствует о хорошей степени центрирования процесса и наоборот – резкое различие индексов C_{pB} и C_{pH} по величине указывает на недостаточную степень центрирования процесса. Если один из индексов меньше единицы, а другой больше, то практически весь брак определяется меньшим по величине из индексов C_{pB} или C_{pH} (наименьший из двух индексов C_{pB} и C_{pH} в литературе называют индексом C_{pk}).

Таким образом, если значение индекса C_{pB} или C_{pH} больше 1, то с этой стороны границы допуска доля брака будет меньше чем $Q_{\min} / 2$. Если значение индекса C_{pB} или C_{pH} будет меньше 1, то доля брака с этой стороны будет больше чем $Q_{\min} / 2$.

Уровень несоответствий, как уже отмечалось, может измеряться в долях, в %, в числе несоответствий (дефектов) на один миллион результатов (обозначается ppm). Наглядное представление об уровне несоответствий Q_{\min} в зависимости от величины индекса пригодности C_p (т.е. для идеально центрированного процесса, когда $\bar{X} = X_0$), дает табл. 7.3.

Индексы пригодности и соответствующие им Q_{\min}

Индекс пригодности C_p	Отношение $\frac{T}{\sigma_X}$	Минимальный уровень несоответствий, ppm	
		общий Q_{\min}	односторонний $Q_{\min} / 2$
0,67	4	46000	23000
0,83	5	12500	6250
1,00	6	2700	1350
1,17	7	500	250
1,33	8	60	30
1,50	9	7	3,5
1,67	10	0,6	0,3
1,83	11	0,04	0,02
2,00	12	0,002	0,001

Достичь равенства $\bar{X} = X_0$ в реальных условиях сложно. Поэтому степень центрирования процесса, т.е. степень совпадения \bar{X} с целью в области качества X_0 , может быть оценена также с помощью соответствующих индексов, т.е. относительных характеристик.

Степень центрирования процесса можно оценивать по отношению к заданному допуску. В таком случае появляется индекс центрирования C_{X_0} , определяемый по формуле $C_{X_0} = \frac{\bar{X} - X_0}{T}$. Если $C_{X_0} = 0$, то $\bar{X} = X_0$.

Знак индекса C_{X_0} будет показывать направление смещения \bar{X} по отношению X_0 :

Знак индекса C_{X_0} будет показывать направление смещения \bar{X} по отношению X_0 :

- знак «минус» ($C_{X_0} < 0$) указывает на смещение \bar{X} относительно X_0 в сторону границы допуска T_H ;
- знак «плюс» ($C_{X_0} > 0$) на смещение \bar{X} относительно X_0 сторону границы допуска T_B .

Абсолютная величина индекса C_{X_0} будет служить оценкой степени центрирования результатов процесса. Введем три уровня оценок степени центрирования результатов процесса:

- высокая, когда смещение \bar{X} относительно X_0 по абсолютной величине не превышает $0,08T$, т.е. $|C_{X_0}| < 0,08$;
- средняя, когда смещение $\bar{\bar{X}}$ относительно X_0 по абсолютной величине находится в интервале от $0,08T$ и до $0,16T$, т.е. $0,08 \leq |C_{X_0}| \leq 0,16$;
- недостаточная, когда смещение $\bar{\bar{X}}$ относительно X_0 по абсолютной величине более $0,16T$, т.е. $|C_{X_0}| > 0,16$.

Индекс центрирования процесса может быть выражен через индексы C_p , C_{pB} , и C_{pH} :

$$C_{X_0} = \frac{\bar{X} - X_0}{T} = \frac{C_p - C_{pB}}{2C_p} = \frac{C_{pH} - C_p}{2C_p}.$$

Изложенные теоретические положения, касающиеся индексов возможностей и их свойств, используем для анализа данных рассматриваемого примера (Пример 1).

$$1. \text{ Вычисляем индекс пригодности } C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X} = \frac{52}{6 \cdot 6,18} = 1,402.$$

Так как C_p больше 1, то процесс пригоден для выполнения заданных требований, и поскольку C_p больше 1,33, то имеется достаточный для управления процессом запас возможностей.

2. Вычисляем минимальный уровень несоответствий $Q_{\min} = 1 - 2\Phi(3C_p)$ для $C_p = 1,402$. Аргумент $3C_p = 4,21$ и по таблице Приложения 2 находим значение функции Лапласа $\Phi(4,21) = 0,49998$. Получаем

$$Q_{\min} = 1 - 2\Phi(4,21) = 1 - 2 \cdot 0,49998 = 0,00004.$$

Это означает, что при идеальном центрировании процесс может обеспечить уровень несоответствий $Q_{\min ppm} = 40 ppm$. Это достаточно высокий уровень потенциальных возможностей процесса.

3. Рассчитываем индекс центрирования процесса

$$C_{X_0} = (\bar{X} - X_0)/T = (-37,36 - (-26))/52 = -11,36/52 = -0,22.$$

Индекс C_{X_0} имеет отрицательное значение. Следовательно, \bar{X} имеет смещение в сторону границы T_H . Это смещение составляет величину $0,22T = 0,22 \cdot 52 = 11,44$ мкм.

Поскольку $|C_{X_0}| = 0,22 > 0,16$, то степень центрирования процесса недостаточная.

4. Центр группирования результатов \bar{X} смещен в сторону границы T_H . Это означает, что $C_{pH} < C_{pB}$. В первую очередь вычисляем индекс C_{pk} , равный C_{pH} :

$$C_{pH} = \frac{\bar{X} - T_H}{3\sigma_X} = \frac{-37,36 - (-52)}{3 \cdot 6,18} = 0,790.$$

Так как индекс C_{pH} меньше 1, то имеет место брак $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$. По таблице Приложения 2 для аргумента $3C_{pH} = 2,37$ находим значение функции Лапласа $\Phi(2,37) = 0,49111$. Определяем вероятную долю брака:

$$Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH}) = 0,5 - 0,49111 = 0,00889.$$

Это означает, что вероятная доля брака продукции по рассматриваемому показателю качества составляет $Q_{-ppm} = 8890$ ppm.

5. Поскольку $C_{pB} + C_{pH} = 2C_p$, то $C_{pB} = 2C_p - C_{pH}$ и, следовательно, $C_{pB} = 2 \cdot 1,402 - 0,790 = 2,014$. Величина индекса C_{pB} больше 1 и поэтому со стороны границы T_B брака практически нет. Покажем это, вычислив вероятную долю брака $Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB})$. По таблице Приложения 2 для аргумента $3C_{pH} = 6,04$ значение функции Лапласа $\Phi(6,04) = 0,5$ (для аргумента z более 5 с достаточной для практики точностью значение функции Лапласа принимается равным 0,5). Определяем вероятную долю брака Q_+ :

$$Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB}) = 0,5 - 0,5 = 0.$$

Проведенный анализ процесса с помощью индексов возможностей удобно представить в табличной форме, например по форме табл. 7.4.

Таблица 7.4

Анализ данных процесса с использованием индексов возможностей (Пример 1)

Показатель процесса	Числовые значения величин	Расчеты и комментарии
Индекс пригодности $C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X}$	$T = 52$ $\sigma_X = 6,18$	$C_p = \frac{52}{6 \cdot 6,18} = 1,402 > 1$. Процесс пригоден для выполнения заданных требований и обладает запасом возможностей
Минимальный уровень несоответствий $Q_{\min} = 1 - 2\Phi(3C_p)$	$3C_p = 4,21$ $\Phi(4,21) = 0,99998$	$Q_{\min} = 1 - 2\Phi(4,21) = 1 - 2 \cdot 0,99998 = 0,00004$
Индекс центрирования $C_{X_0} = (\bar{X} - X_0)/T$	$\bar{X} = -37,36$ $X_0 = -26$ $T = 52$	$C_{X_0} = (-37,36 - (-26))/52 = -0,22$ Степень центрирования недостаточная со смещением \bar{X} в сторону границы T_H на величину $0,22T = 0,22 \cdot 52 = 11,44$.
Индекс $C_{pH} = \frac{\bar{X} - T_H}{3\sigma_X}$	$T_H = -52$ $\bar{X} = -37,36$ $\sigma_X = 6,18$	$C_{pH} = \frac{-37,36 - (-52)}{3 \cdot 6,18} = 0,790 < 1$ Есть брак Q_- .
Вероятная доля брака $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$	$3C_{pH} = 2,37$ $\Phi(2,37) = 0,99111$	$Q_- = 0,5 - \Phi(2,37) = 0,5 - 0,99111 = 0,00889$
Индекс $C_{pB} = 2C_p - C_{pH}$	$C_p = 1,402$ $C_{pH} = 0,790$	$C_{pB} = 2 \cdot 1,402 - 0,790 = 2,014 > 1$ Брака Q_+ нет.
Вероятная доля брака $Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB})$	$3C_{pB} = 6,04$ $\Phi(6,04) \approx 0,5$	$Q_+ = 0,5 - \Phi(6,04) = 0,5 - 0,5 = 0$

Визуализация исследований результатов процесса при подтверждении нормальности распределения данных может быть наглядно представлена схемой, построенной с использованием индексов возможностей, как это изображено на рис. 7.1.

На этой схеме для горизонтальной оси за единицу шкалы отсчета принята величина $3\sigma_X$. Эта шкала носит условный характер и не зависит от абсолютной величины изучаемого показателя качества X , его размерности и т.п. Назовем эту шкалу – шкалой C . В основе всех дальнейших построений лежит соотношение $C_{pB} + C_{pH} = 2C_p$.

По шкале C величина допуска T будет равна $2C_p$ (при использовании обычной шкалы $T = 6C_p\sigma_X$, а по шкале C это будет $T = 6C_p\sigma_X / 3\sigma_X = 2C_p$). За ноль отсчета по шкале C примем нижний предел допуска T_H . Тогда требования к результату, заданные допуском T , располагаются на горизонтальной оси в пределах от 0 и до $2C_p$. Таким образом, по шкале C имеем $T_H = 0$ и $T_B = 2C_p$. Середина допуска – цель в области качества X_0 , оказывается равной C_p . Требования, как и в предшествующих схемах, размещены в нижней части рисунка.

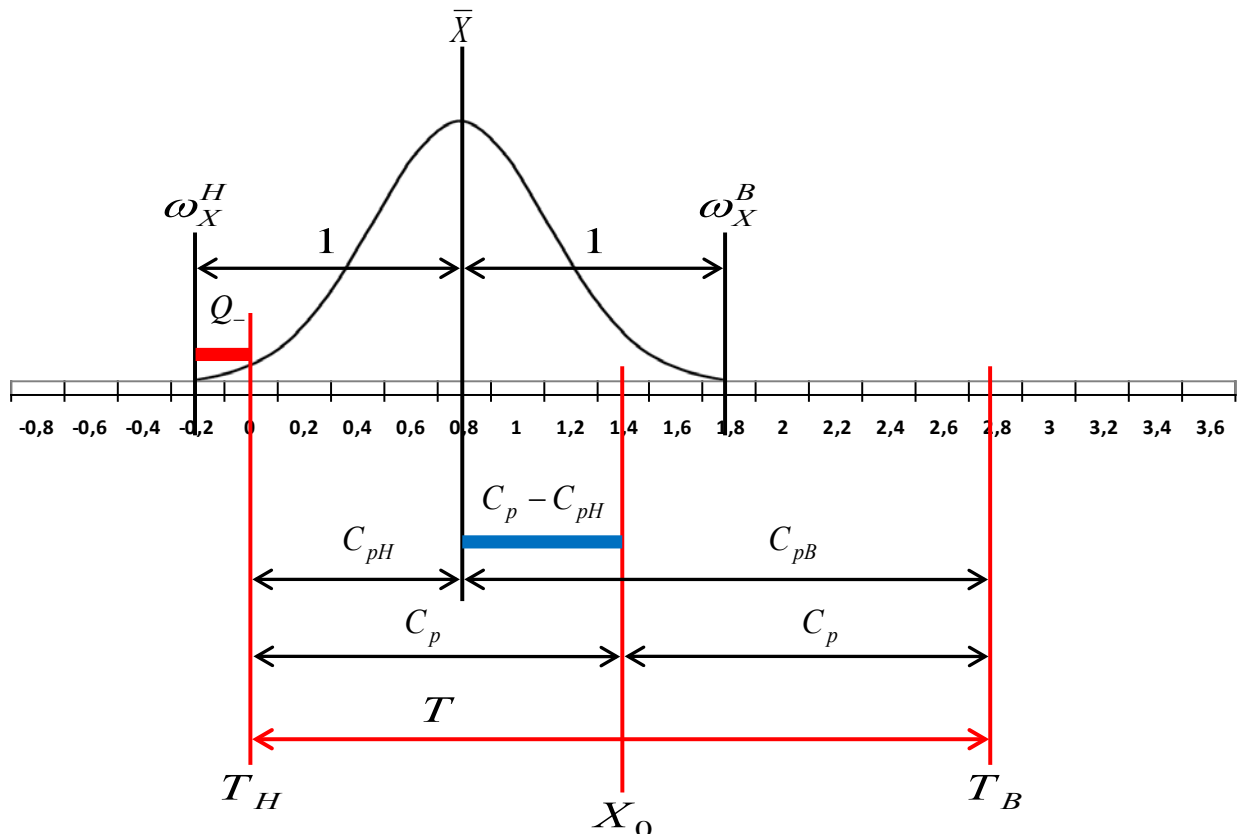


Рис. 7.1. Схема результатов процесса с использованием индексов возможностей

В верхней части схемы рисунка расположены полученные (наблюдаемые) результаты процесса.

Поскольку $C_{pB} + C_{pH} = 2C_p$, то центр группирования результатов \bar{X} находится на расстоянии C_{pH} от границы допуска $T_H = 0$ и, как видно на схеме, смещен относительно цели в области качества X_0 на величину $C_{pH} - C_p$. При этом смещение имеет знак «минус», т.е. центр группирования результатов \bar{X} смещен в сторону границы T_H . Расстояние от \bar{X} до границы допуска T_B соответственно равно C_{pB} , так как $C_{pB} + C_{pH} = 2C_p$.

Поле рассеяния результатов процесса ω_X при использовании шкалы C по величине равно двум ($\omega_X = 6\sigma_X / 3\sigma_X = 2$) и расположено симметрично относительно центра группирования \bar{X} , т.е. влево и вправо по единице. Нижняя граница поля рассеяния ω_X^H выходит за границу допуска T_H (такая же ситуация наблюдалась и на схеме рис. 6.1) на величину равную $1 - C_{pH}$ и, следовательно, возможен брак Q_- . По отношению к границе T_B имеется запас возможностей, по величине равный $C_{pB} - 1$.

Таким образом, индексы возможностей позволяют достаточно просто выполнить наглядную визуализацию полученных результатов. Причем использованная условная шкала измерений позволяет сравнивать между собой различные процессы независимо от величины и природы исследуемого показателя качества.

Визуализацию результатов процесса удобно представить в табличной форме, например, как это сделано в табл. 7.5.

Заключение:

1. Так как $C_p = 1,402 > 1$, то процесс пригоден для обеспечения заданных требований. Минимальный уровень несоответствий процесса при условии, что $\bar{X} = X_0$, составляет $Q_{\min ppm} = 40$ дефектов на миллион результатов.

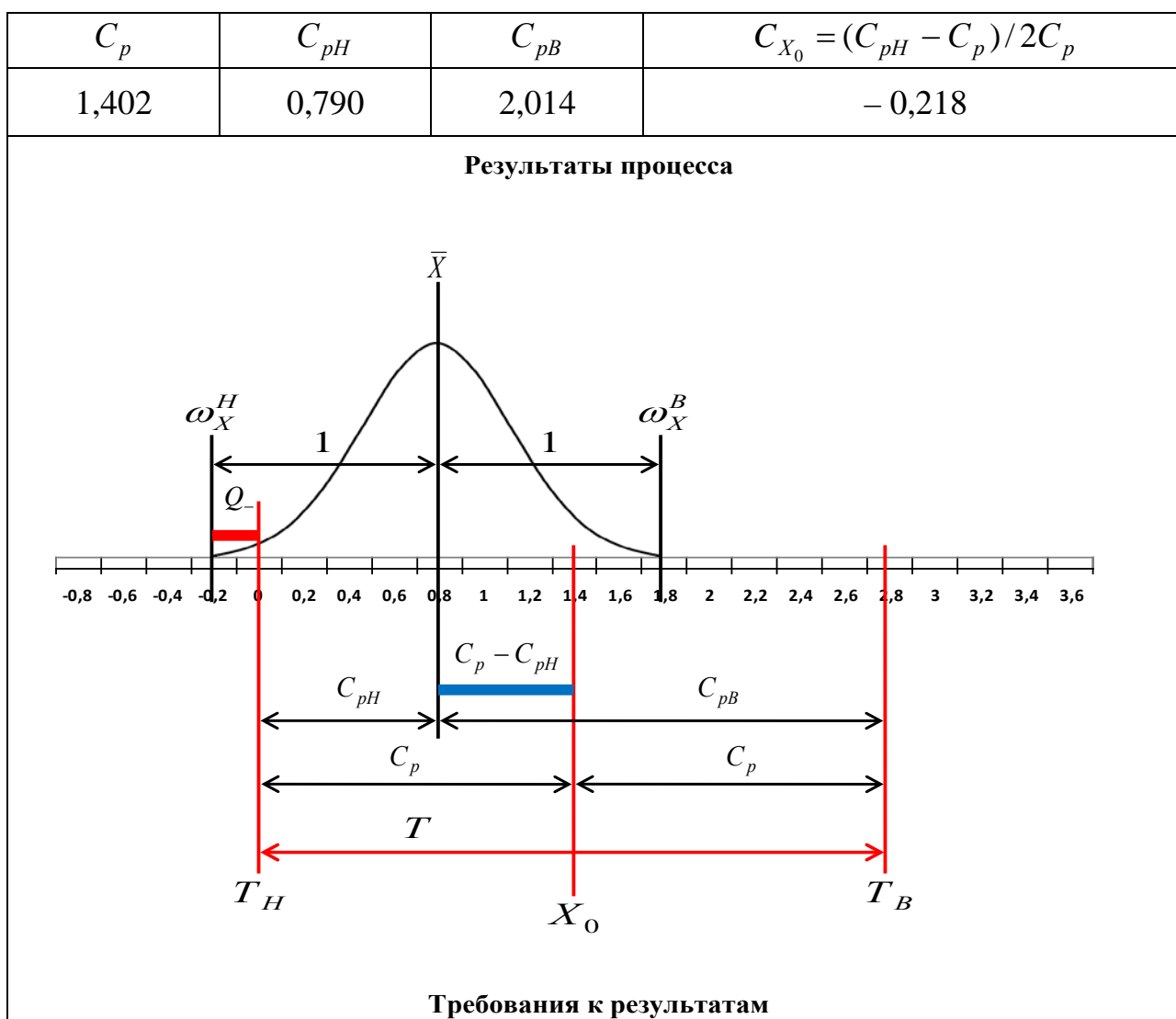
2. Так как $C_{X_0} = -0,22$, то степень центрирования процесса недостаточная, а $\bar{X} = -37,36$ смещено относительно цели $X_0 = -26$ в сторону границы $T_H = -52$ на величину, равную 22 % от величины допуска.

3. Так как $C_{pH} = 0,790 < 1$, то поле рассеяния выходит за границу допуска $T_H = -52$ и имеет место брак $Q_{-ppm} = 8890$ дефектов на миллион результатов.

4. Для кардинального улучшения результатов процесса необходимо центрировать процесс, т.е. обеспечить $\bar{X} \approx X_0$. Это создаст необходимые условия для работы без брака.

Таблица 7.5

Визуализация результатов процесса
с использованием индексов возможностей (Пример 1)



8. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГИСТОГРАММ

При обработке данных с использованием метода гистограмм могут наблюдаться различные ситуации в отношении вариаций результатов процесса по отношению к заданным требованиям в области качества. Типовые случаи были приведены в виде 4-х схем на рис. 1.3.

Пример обработки данных методом гистограмм, рассмотренный на протяжении предшествующих разделов, отражает только одну ситуацию, которая может наблюдаться при обработке и анализе данных. Это ситуация представленная схемой 2 рис. 1.3.

Рассмотрим еще примеры обработки данных с иными, отличными от схемы 2 рис. 1.3 ситуациями. Результаты обработки и анализа данных представим в формате таблиц, ранее приведенных в соответствующих разделах.

Заключение по результатам обработки и анализа данных будет дано с использованием полученных значений индексов возможностей (за исключением Примера 4).

При этом особое внимание следует обратить на рекомендации по изменению и улучшению ситуации, приведенные в заключениях по каждому примеру. Каждый конкретный случай может потребовать своих рекомендаций по изменению и улучшению рассматриваемой ситуации.

Пример 2. Ситуация, которая будет выявлена при рассмотрении этого примера, соответствует схеме 4 рис. 1.3. Напомним, что в отношении этой ситуации были приведены следующие комментарии:

«Качество соответствия не обеспечено, так как $\omega_X > T$. Процесс не пригоден для выполнения требований».

Данные Примера 2 позволяют рассмотреть этот случай конкретно с проведением обработки данных и анализом полученных результатов.

Описание ситуации и данные наблюдений. Для исследования точности обработки отверстий диаметром Ø12,5 мм из партии заготовок, обработанных

на станке-полуавтомате в течение рабочей смены, взята большая случайная выборка объема $n=100$ единиц продукции. Отверстия в заготовках измерены шкальным мерительным инструментом с ценой деления шкалы $d_H = 2$ мкм. Допуск на обработку отверстий $T = 120$ мкм, предельные отклонения $T_B = 120$ и $T_H = 0$ мкм. Полученные в результате измерений значения реализаций исследуемого показателя качества X (отклонения от номинального размера отверстия 12,5 мм в мкм) приведены в таблице контрольного листа.

Таблица 8.1

Контрольный лист (Пример 2)

Изучаемая характеристика качества	Название	Номинальное значение	Допуск T	Верхний предел T_B	Нижний предел T_H	Середина поля допуска X_0				
	Отверстие	Ø12,5 мм	120 мкм	120 мкм	0 мкм	60 мкм				
Цена деления шкалы измерительного прибора d_H				2 мкм						
Измеренные значения отклонений X от номинального размера, мкм										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	70	68	62	56	76	72	80	98	68	90
2	104	64	58	52	80	76	78	66	72	84
3	72	62	94	84	86	114	72	58	84	78
4	74	84	66	86	84	76	104	64	54	52
5	114	118	106	54	92	22	86	68	72	106
6	38	16	68	86	76	36	44	72	94	122
7	92	84	72	76	90	68	84	92	64	80
8	58	74	60	108	124	98	102	54	106	72
9	64	86	100	90	82	94	62	76	80	44
10	80	44	84	96	86	70	86	74	64	50
Объем выборки (общее число наблюдений)				Наибольшее значение X в выборке ($\max X$)			Наименьшее значение X в выборке ($\min X$)			
$n = 100$				124			16			

Таблица 8.2

Обработка данных наблюдений (Пример 2)

Параметры интервалов таблицы выборочного распределения						
Основные характеристики		Расчетные формулы	Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)			
Расчетная ширина интервала h_X		$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n}$	$h_X = \frac{124 - 16}{1 + 3,322 \lg 100} = \frac{108}{7,644} = 14,128$			
Принятая ширина интервала h_X		Кратна d_H , $h_X \geq 2d_H$	$h_X = 14$			
Начало 1-го интервала X_{1H}		$X_{1H} = \min X - h_X / 2$	$X_{1H} = 16 - 14 / 2 = 9$			
Таблица выборочного распределения						
№	Интервалы X от до	Подсчет частот	Частота f_i			
1	9 – 23		2			
2	23 – 37		1			
3	37 – 51	+++	5			
4	51 – 65	+++ +++ +++	18			
5	65 – 79	+++ +++ +++ +++ +++ +++	28			
6	79 – 93	+++ +++ +++ +++ +++ +++	27			
7	93 – 107	+++ +++	13			
8	107 – 121		4			
9	121 – 135		2			
Σ			100			
Вычисление выборочных оценок среднего \bar{X} и стандартного отклонения σ_x						
Вспомогательная таблица						
№	Интервалы X от до	Середина ин- тервала X_i	Частота f_i	y_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	9 – 23	16	2	−4	−8	32
2	23 – 37	30	1	−3	−3	9
3	37 – 51	44	5	−2	−10	20
4	51 – 65	58	18	−1	−18	18
5	65 – 79	72 = X^*	28	0	0	0
6	79 – 93	86	27	1	27	27
7	93 – 107	100	13	2	26	52
8	107 – 121	114	4	3	12	36
9	121 – 135	128	2	4	8	32
Σ			100		34	226
Основные характе- ристики		Расчетные формулы		Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)		
Среднее арифмети- ческое \bar{X}		$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n}$		$\bar{X} = 72 + 14 \frac{34}{100} = 72 + 4,76 = 76,76$		
Стандартное от- клонение σ_X		$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n}\right)^2}$		$\sigma_X = 14 \sqrt{\frac{226}{100} - \left(\frac{34}{100}\right)^2} = 14 \cdot 1,464 = 20,5$		

Таблица 8.3

Проверка гипотезы о законе выборочного распределения (Пример 2)

Критерий для проверки гипотезы	Критерий χ^2 Пирсона $\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$								
Условие принятия гипотезы					$\chi^2 \leq \chi_{кр}^2$				
Критические значения $\chi_{кр}^2$	k	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\chi_{кр}^2$	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,5
Модель распределения для проверки соответствия: закон нормального распределения									
Теоретические частоты $f_{iT} = \frac{h_x n}{\sigma_x} \varphi(z_i)$					Нормированный параметр $z_i = \frac{ X_i - \bar{X} }{\sigma_x}$				
$\frac{h_x n}{\sigma_x} = \frac{14 \cdot 100}{20,50} = 68,29$					$z_i = \frac{ X_i - 76,76 }{20,50}$				
Вспомогательная таблица									
№	X_i	z_i	$\varphi(z_i)$	f_{iT}		f_i		$\frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$	m
1	16	2,96	0,0050	0,34	9,93	2	8	0,3751	1
2	30	2,28	0,0296	2,02		1			
3	44	1,60	0,1109	7,57		5			
4	58	0,92	0,2613	17,84		18		0,0014	2
5	72	0,23	0,3885	26,53		28		0,0814	3
6	86	0,45	0,3605	24,62		27		0,2300	4
7	100	1,13	0,2107	14,39		13		0,1343	5
8	114	1,82	0,0761	5,20	6,40	4	6	0,0250	6
9	128	2,50	0,0175	1,20		2			
				$\sum f_{iT} = 99,71$		$\sum f_i = 100$		$\chi^2 = 0,8472$	
Число сравниваемых интервалов $m = 6$ Параметр $k = m - 3 = 6 - 3 = 3$									
Решение о принятии или отклонении гипотезы:									
$\chi^2 = 0,7032$				$<$			$\chi_{кр}^2 = 7,8$		
Так как $\chi^2 < \chi_{кр}^2$, то принимается гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что случайная величина X следует нормальной модели распределения с параметрами $\bar{X} = 76,76$ и $\sigma_X = 20,50$.									

Таблица 8.4

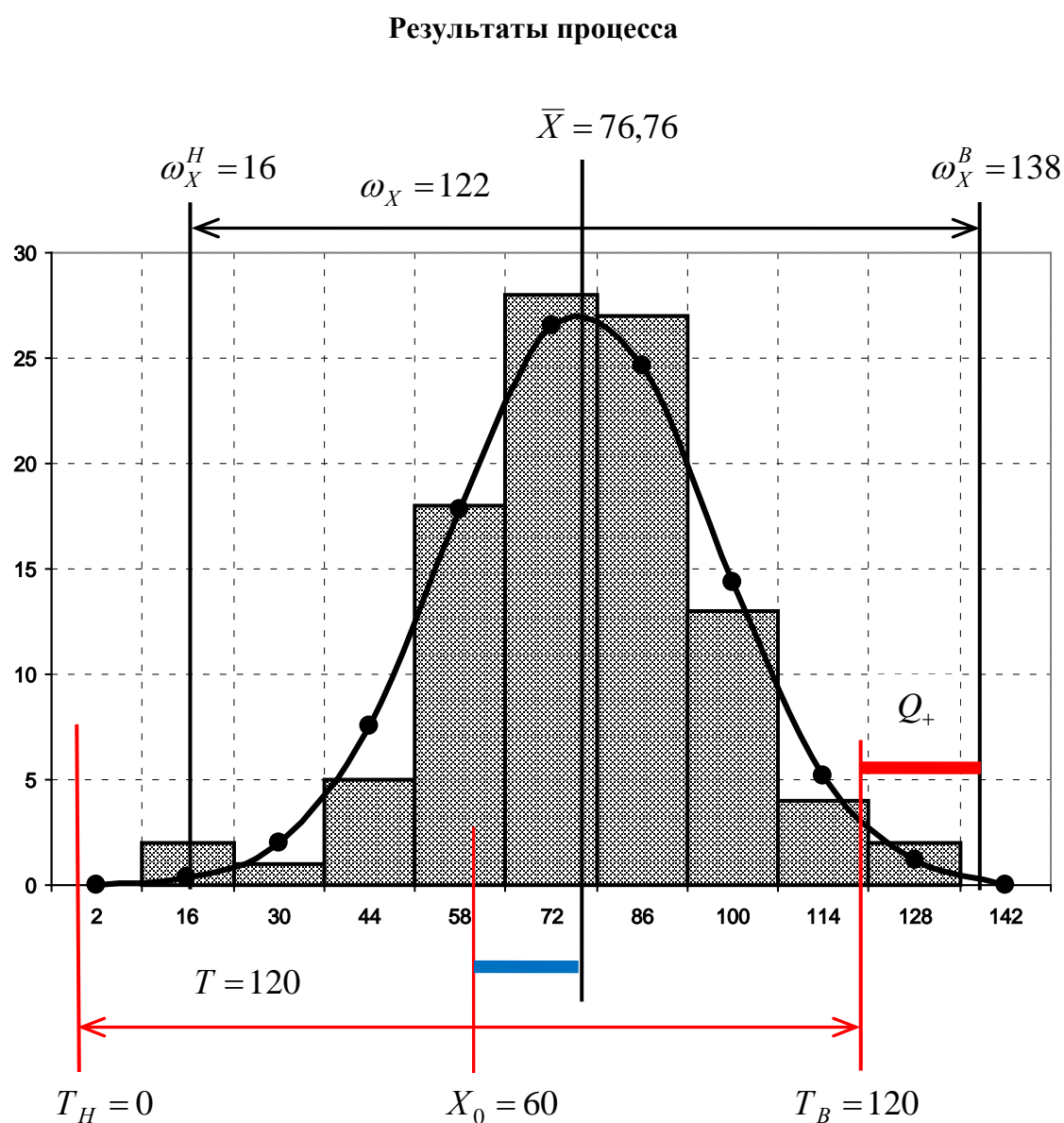
Оценка качества соответствия (Пример 2)

Показатель процесса		Числовые значения величин		Расчеты и комментарии			
Требования в области качества:							
Допуск T и предельные отклонения (границы допуска) T_B и T_H		$T = 120$ $T_B = 120$ $T_H = 0$					
Цель в области качества $X_0 = (T_B + T_H)/2$		$T_B = 120$ $T_H = 0$		$X_0 = (120 + 0)/2 = 60$			
Поле рассеяния результатов процесса:							
Верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X$		$\bar{X} = 76,76$ $\sigma_X = 20,50$		$\omega_X^B = 76,76 + 3 \cdot 20,50 = 138,26 \approx 138$			
Нижняя граница поля рассеяния $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X$		$\bar{X} = 76,76$ $\sigma_X = 20,50$		$\omega_X^H = 76,76 - 3 \cdot 20,50 = 15,26 \approx 16$			
Величина поля рассеяния $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H$		$\omega_X^B = 138$ $\omega_X^H = 16$		$\omega_X = 138 - 16 = 122$			
Проверка условий обеспечения качества соответствия:							
Условия обеспечения		Фактические соотношения				Комментарии	
1	$\omega_X \leq T$	$\omega_X =$	122	>	$T =$	120	Условие 1 не выполняется. Поле рассеяния результатов процесса больше допуска. Процесс не пригоден для выполнения требований
2	$\omega_X^B \leq T_B$	$\omega_X^B =$	138	>	$T_B =$	120	Условие 2 не выполняется. Верхняя граница поля рассеяния выходит за границу T_B . Возможен брак Q_+ .
3	$\omega_X^H \geq T_H$	$\omega_X^H =$	16	>	$T_H =$	0	Условие 3 выполняется. Нижняя граница поля рассеяния не выходит за границу T_H .
Вероятная доля брака (для нормальной модели распределения):							
$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - T_H}{\sigma_X}\right)$		$T_H = 0$ $\bar{X} = 76,76$ $\sigma_X = 20,50$		$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{76,76 - 0}{20,50}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(3,74) = 0,5 - 0,49991 = 0,00009$			
$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{T_B - \bar{X}}{\sigma_X}\right)$		$T_B = 120$ $\bar{X} = 76,76$ $\sigma_X = 20,50$		$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{120 - 76,76}{20,50}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(2,11) = 0,5 - 0,48257 = 0,01743$			
Вывод:		Качество соответствия не обеспечено, так как нарушены условия 1 и 2. Возможен брак Q_+ . Вероятная доля брака $Q_{+ppm} = 17430$ ppm.					

Визуализация результатов (Пример 2)

Построение, в одном масштабе схемы, включающей:

- 1) гистограмму выборочного распределения и теоретическую кривую распределения,
- 3) среднее значение, поле рассеяния результатов и его границы,
- 5) границы поля допуска, допуск и цель в области качества.



Требования к результатам

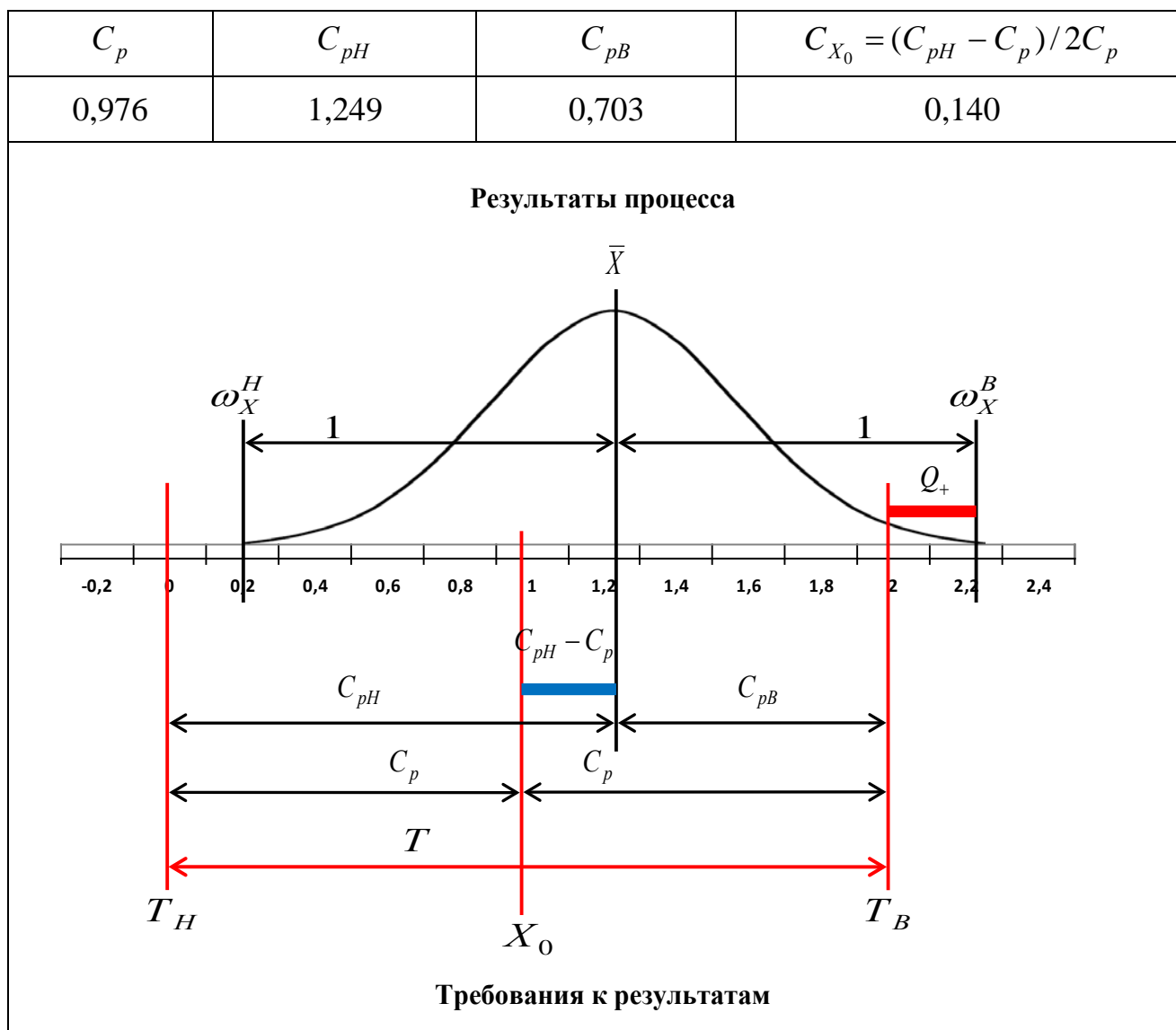
Таблица 8.6

Анализ данных процесса с использованием индексов возможностей

(Пример 2)

Показатель процесса	Числовые значения величин	Расчеты и комментарии
Индекс пригодности $C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X}$	$T = 120$ $\sigma_X = 20,50$	$C_p = \frac{120}{6 \cdot 20,50} = 0,976 < 1$ Процесс не пригоден для выполнения заданных требований
Минимальный уровень несоответствий $Q_{\min} = 1 - 2\Phi(3C_p)$	$3C_p = 2,93$	$Q_{\min} = 1 - 2\Phi(2,93) =$ $= 1 - 2 \cdot 0,49831 = 0,00338$
Индекс центрирования $C_{X_0} = (\bar{X} - X_0)/T$	$\bar{X} = 76,76$ $X_0 = 60$ $T = 120$	$C_{X_0} = (76,66 - 60)/120 = 0,14$ Степень центрирования средняя со смещением \bar{X} в сторону границы T_B на величину $0,14T = 0,14 \cdot 120 = 16,8$.
Индекс $C_{pB} = \frac{T_B - \bar{X}}{3\sigma_X}$	$T_B = 120$ $\bar{X} = 76,76$ $\sigma_X = 20,50$	$C_{pB} = \frac{120 - 76,76}{3 \cdot 20,50} = 0,703 < 1$ Имеет место брак Q_+
Вероятная доля брака $Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB})$	$3C_{pB} = 2,11$ $\Phi(2,11) =$ $= 0,48257$	$Q_+ = 0,5 - \Phi(2,11) =$ $= 0,5 - 0,48257 = 0,01743$
Индекс $C_{pH} = 2C_p - C_{pB}$	$C_p = 0,976$ $C_{pB} = 0,703$	$C_{pH} = 2 \cdot 0,976 - 0,703 = 1,249 > 1$ Брака Q_- нет.
Вероятная доля брака $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$	$3C_{pH} = 3,75$ $\Phi(3,75) =$ $= 0,49991$	$Q_- = 0,5 - \Phi(3,75) =$ $= 0,5 - 0,49991 = 0,00009 \approx 0$

Визуализация результатов процесса
с использованием индексов возможностей (Пример 2)



Заключение:

1. Так как $C_p = 0,976 < 1$, то процесс не пригоден для обеспечения заданных требований. Минимальный уровень несоответствий процесса при условии, что $\bar{X} = X_0$, составляет $Q_{\min ppm} = 3380$ дефектов на миллион результатов.
2. Так как $C_0 = 0,14$, то степень центрирования процесса средняя, а $\bar{X} = 76,76$ смещено относительно цели $X_0 = 60$ в сторону границы $T_B = 120$ на величину, равную 14 % от величины допуска.
3. Так как $C_{pB} = 0,703 < 1$, то поле рассеяния выходит за границу допуска

$T_B = 120$ и имеет место брак $Q_{+ppm} = 17430$ дефектов на миллион результатов.

4. Для кардинального улучшения результатов процесса необходимо увеличить возможности процесса за счет уменьшения характеристики рассеяния σ_X до величины менее $\sigma_X = T/8 = 120/8 = 15$ мкм. Это увеличит запас возможностей процесса ($C_p \geq 1,33$, $Q_{\min ppm} = 60$) и создаст необходимые условия для работы без брака.

Пример 3. Ситуация, которая будет выявлена при рассмотрении этого примера, соответствует схеме 1 рис. 1.3. Напомним, что в отношении этой ситуации были приведены следующие комментарии:

«Процесс пригоден для выполнения требований. Качество соответствия обеспечено (выполнены все три условия). Процесс центрирован».

Данные Примера 3 позволяют рассмотреть этот случай конкретно с проведением обработки данных и анализом полученных результатов.

Описание ситуации и данные наблюдений. Метод гистограмм может быть применен в различных областях деятельности. Например, при производстве огнеупорных кирпичей, которое носит массовый характер. В соответствии со стандартом огнеупорные кирпичи одного из возможных типов должны иметь следующие размеры и их предельные отклонения:

длина 230 ± 4 мм, ширина 114 ± 3 мм, высота 65 ± 2 мм.

Для оценки величины отклонений размеров огнеупорных кирпичей и их соответствия требованиям из партии продукции была взята случайная выборка объемом 125 единиц. Результаты измерения высоты кирпичей в выборке по размеру 65 представлены в контрольном листе (табл. 8.8).

Поскольку производились измерения не отклонений от заданного номинального размера $L_{НОМ} = 65$, а самих размеров высоты кирпичей, то в формулах для расчета необходимо произвести следующие изменения:

- 1) пределы допуска T_B и T_H нужно заменить на предельно допустимые размеры $L_B = L_{НОМ} + T_B = 65 + 2 = 67$ мм и $L_H = L_{НОМ} - T_H = 65 - 2 = 63$ мм;

2) цель в области качества X_0 будет определяться как средний размер по формуле:

$$X_0 = L_{CP} = (L_B + L_H) / 2 = (67 + 63) / 2 = 65 \text{ мм.}$$

Таблица 8.8

Контрольный лист (Пример 3)

Изучаемая характеристика качества	Название	Номинальное значение $L_{НОМ}$	Допуск T	Наибольший предельный размер L_B	Наименьший предельный размер L_H	Средний размер L_{CP}				
	Высота кирпича	65 мм	4 мм	67 мм	63 мм	65 мм				
Цена деления шкалы измерительного прибора d_H				0,1 мм						
Измеренные значения высоты кирпичей X , мм										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	65,4	66,0	65,2	65,0	64,2	65,2	65,6	65,2	65,0	65,2
2	65,6	65,6	65,0	64,7	65,0	65,3	65,0	65,6	65,6	65,6
3	64,8	64,9	64,7	65,4	64,5	65,2	65,8	65,4	66,1	65,0
4	64,7	64,6	65,4	65,2	64,9	65,6	65,2	65,6	64,8	64,9
5	64,8	65,9	65,1	65,1	65,1	65,1	64,6	65,2	65,0	65,6
6	65,2	65,9	65,2	65,2	64,9	64,2	65,6	65,1	64,7	65,0
7	65,3	64,5	65,6	65,6	64,8	65,0	65,8	65,0	64,9	65,1
8	65,2	65,8	65,1	65,8	65,0	65,2	65,2	65,6	65,6	65,6
9	65,9	65,1	64,0	65,0	65,2	64,8	65,4	64,9	65,2	65,0
10	64,8	65,6	65,1	65,8	64,9	64,9	64,9	66,2	65,0	65,1
11	64,6	64,9	65,9	65,2	65,2	64,9	65,1	64,3	65,1	65,2
12	64,5	65,6	65,2	65,4	65,1	65,0	65,0	64,7	64,9	65,6
13	65,1	65,2	64,2	65,1	64,9					
Объем выборки (общее число наблюдений)				Наибольшее значение X в выборке (max X)			Наименьшее значение X в выборке (min X)			
$n = 125$				66,2			64,0			
$\lg 125 = 2,097$										

Таблица 8.9

Обработка данных наблюдений (Пример 3)

Параметры интервалов таблицы выборочного распределения						
Основные характеристики		Расчетные формулы	Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений мм)			
Расчетная ширина интервала h_X		$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n}$	$h_X = \frac{66,2 - 64,0}{1 + 3,322 \lg 125} = \frac{2,2}{7,966} = 0,276$			
Принятая ширина интервала h_X		Кратна d_H , $h_X \geq 2d_H$	$h_X = 0,3$			
Начало 1-го интервала X_{1H}		$X_{1H} = \min X - h_X / 2$	$X_{1H} = 64,0 - 0,3 / 2 = 63,85$			
Таблица выборочного распределения						
№	Интервалы X от до	Подсчет частот	Частота f_i			
1	63,85 – 64,15	I	1			
2	64,15 – 64,45	IIII	4			
3	64,45 – 64,75	IIII IIII I	11			
4	64,75 – 65,05	IIII IIII IIII IIII IIII IIII IIII	35			
5	65,05 – 65,35	IIII IIII IIII IIII IIII IIII IIII IIII	38			
6	65,35 – 65,65	IIII IIII IIII IIII IIII	24			
7	65,65 – 65,95	IIII IIII	9			
8	65,95 – 66,25	III	3			
Σ			125			
Вычисление выборочных оценок среднего \bar{X} и стандартного отклонения σ_x						
Вспомогательная таблица						
№	Интервалы X от до	Середина ин- тервала X_i	Частота f_i	y_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	63,85 – 64,15	64,0	1	-4	-4	16
2	64,15 – 64,45	64,3	4	-3	-12	36
3	64,45 – 64,75	64,6	11	-2	-22	44
4	64,75 – 65,05	64,9	35	-1	-35	35
5	65,05 – 65,35	65,2 = X^*	38	0	0	0
6	65,35 – 65,65	65,5	24	1	24	24
7	65,65 – 65,95	65,8	9	2	18	36
8	65,95 – 66,25	66,1	3	3	9	27
Σ			100		-22	218
Основные характеристики		Расчетные формулы		Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений мм)		
Среднее арифметическое \bar{X}		$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n}$		$\bar{X} = 65,2 + 0,3 \frac{-22}{125} = 65,2 - 0,053 = 65,147$		
Стандартное отклонение σ_X		$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n}\right)^2}$		$\sigma_X = 0,3 \sqrt{\frac{218}{125} - \left(\frac{-22}{125}\right)^2} = 0,3 \cdot 1,31 = 0,393$		

Таблица 8.10

Проверка гипотезы о законе выборочного распределения (Пример 3)

Критерий для проверки гипотезы	Критерий χ^2 Пирсона $\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$								
Условие принятия гипотезы				$\chi^2 \leq \chi_{кр}^2$					
Критические значения $\chi_{кр}^2$	k	1	2	3	4	5	6	7	8
	$\chi_{кр}^2$	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,5
Модель распределения для проверки соответствия: закон нормального распределения									
Теоретические частоты $f_{iT} = \frac{h_x n}{\sigma_x} \varphi(z_i)$				Нормированный параметр $z_i = \frac{ X_i - \bar{X} }{\sigma_x}$					
$\frac{h_x n}{\sigma_x} = \frac{0,3 \cdot 125}{0,393} = 95,42$				$z_i = \frac{ X_i - 65,147 }{0,393}$					
Вспомогательная таблица									
№	X_i	z_i	$\varphi(z_i)$	f_{iT}		f_i		$\frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$	m
1	64,0	2,92	0,0056	0,53	18,70	1	16	0,3898	1
2	64,3	2,16	0,0387	3,69		4			
3	64,6	1,39	0,1518	14,48		11			
4	64,9	0,63	0,3271	31,21		35		0,4602	2
5	65,2	0,13	0,3956	37,75		38		0,0016	3
6	65,5	0,90	0,2661	25,39		24		0,0760	4
7	65,8	1,66	0,1006	9,60	11,63	9	12	0,0118	5
8	66,1	2,42	0,0213	2,03		3			
				$\sum f_{iT} = 124,68$		$\sum f_i = 125$		$\chi^2 = 0,9394$	
Число сравниваемых интервалов $m = 5$ Параметр $k = m - 3 = 5 - 3 = 2$									
Решение о принятии или отклонении гипотезы:									
$\chi^2 = 0,9394$			<			$\chi_{кр}^2 = 6,0$			
Так как $\chi^2 < \chi_{кр}^2$, то принимается гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что случайная величина X следует нормальной модели распределения с параметрами $\bar{X} = 65,147$ и $\sigma_X = 0,393$.									

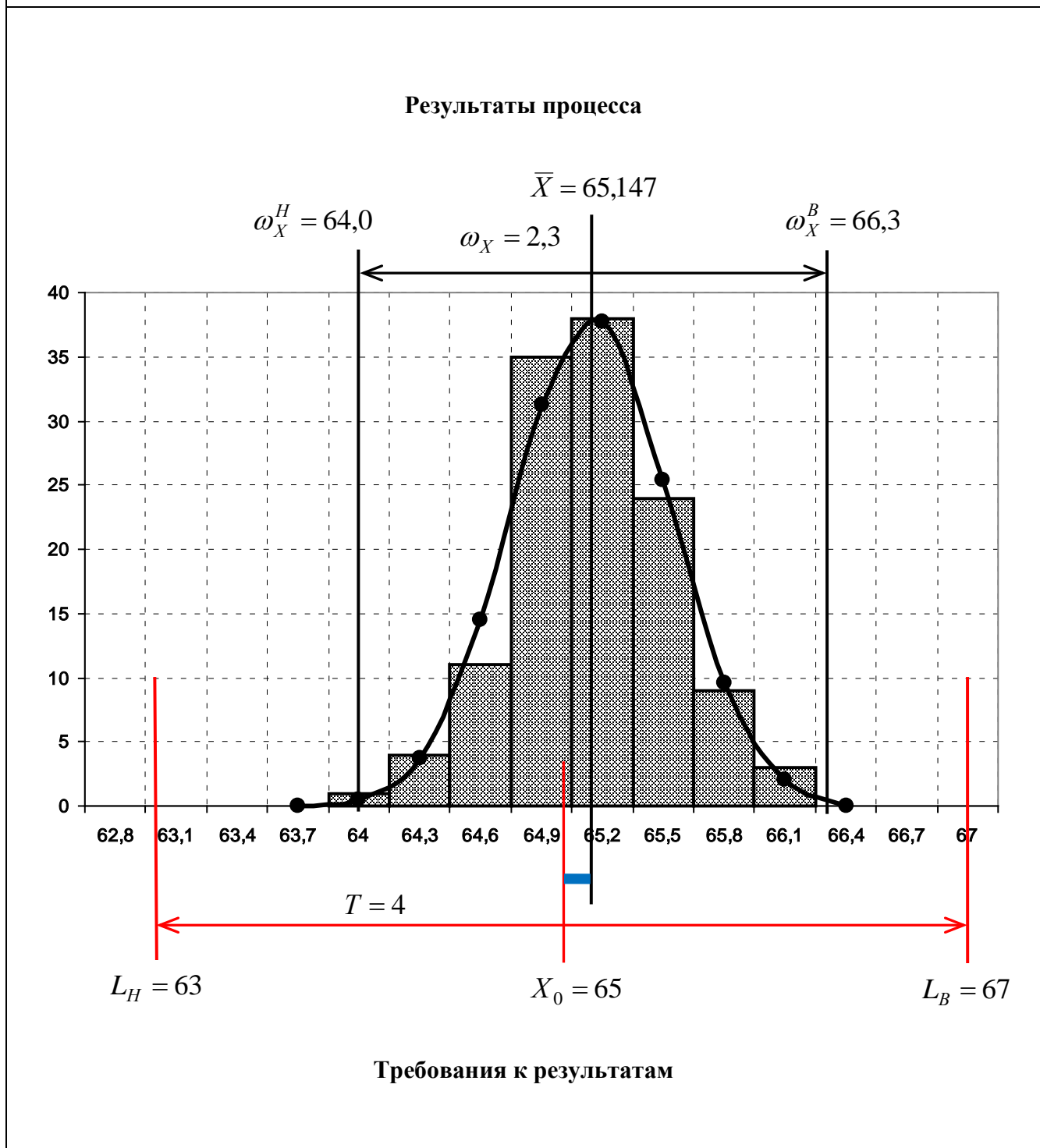
Оценка качества соответствия (Пример 3)

Показатель процесса		Числовые значения величин		Расчеты и комментарии			
Требования в области качества:							
Допуск T и предельные размеры (границы допуска) L_B и L_H		$T = 4$ $L_B = 67$ $L_H = 63$					
Цель в области качества $X_0 = (L_B + L_H)/2$		$L_B = 67$ $L_H = 63$		$X_0 = (67 + 63)/2 = 65$			
Поле рассеяния результатов процесса:							
Верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = \bar{X} + 3\sigma_X$		$\bar{X} = 65,147$ $\sigma_X = 0,393$		$\omega_X^B = 65,147 + 3 \cdot 0,393 = 66,326 \approx 66,3$			
Нижняя граница поля рассеяния $\omega_X^H = \bar{X} - 3\sigma_X$		$\bar{X} = 65,147$ $\sigma_X = 0,393$		$\omega_X^H = 65,147 - 3 \cdot 0,393 = 63,968 \approx 64,0$			
Величина поля рассеяния $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H$		$\omega_X^B = 66,3$ $\omega_X^H = 64,0$		$\omega_X = 66,3 - 64,0 = 2,3$			
Проверка условий обеспечения качества соответствия:							
Условия обеспечения		Фактические соотношения				Комментарии	
1	$\omega_X \leq T$	$\omega_X =$	2,3	<	$T =$	4	Условие 1 выполняется. Поле рассеяния результатов процесса меньше допуска. Процесс пригоден для выполнения требований
2	$\omega_X^B \leq T_B$	$\omega_X^B =$	66,3	<	$L_B =$	67,0	Условие 2 выполняется. Верхняя граница поля рассеяния не выходит за границу L_B . Брака Q_+ нет.
3	$\omega_X^H \geq T_H$	$\omega_X^H =$	64,0	>	$L_H =$	63,0	Условие 3 выполняется. Нижняя граница поля рассеяния не выходит за границу L_H . Брака Q_- нет.
Вероятная доля брака (для нормальной модели распределения):							
$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - L_H}{\sigma_X}\right)$		$L_H = 63,0$ $\bar{X} = 65,147$ $\sigma_X = 0,393$		$Q_- = 0,5 - \Phi\left(\frac{65,147 - 63}{0,393}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(5,46) = 0,5 - 0,4999997 \approx 0$			
$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{L_B - \bar{X}}{\sigma_X}\right)$		$L_B = 67,0$ $\bar{X} = 65,147$ $\sigma_X = 0,393$		$Q_+ = 0,5 - \Phi\left(\frac{67 - 65,147}{0,393}\right) =$ $= 0,5 - \Phi(4,72) = 0,5 - 0,4999998 \approx 0$			
Вывод:		Качество соответствия обеспечено. Вероятность брака ничтожно мала и практически равна нулю					

Визуализация результатов (Пример 3)

Построение, в одном масштабе схемы, включающей:

- 1) гистограмму выборочного распределения и теоретическую кривую распределения,
- 3) среднее значение, поле рассеяния результатов и его границы,
- 5) границы поля допуска, допуск и цель в области качества.

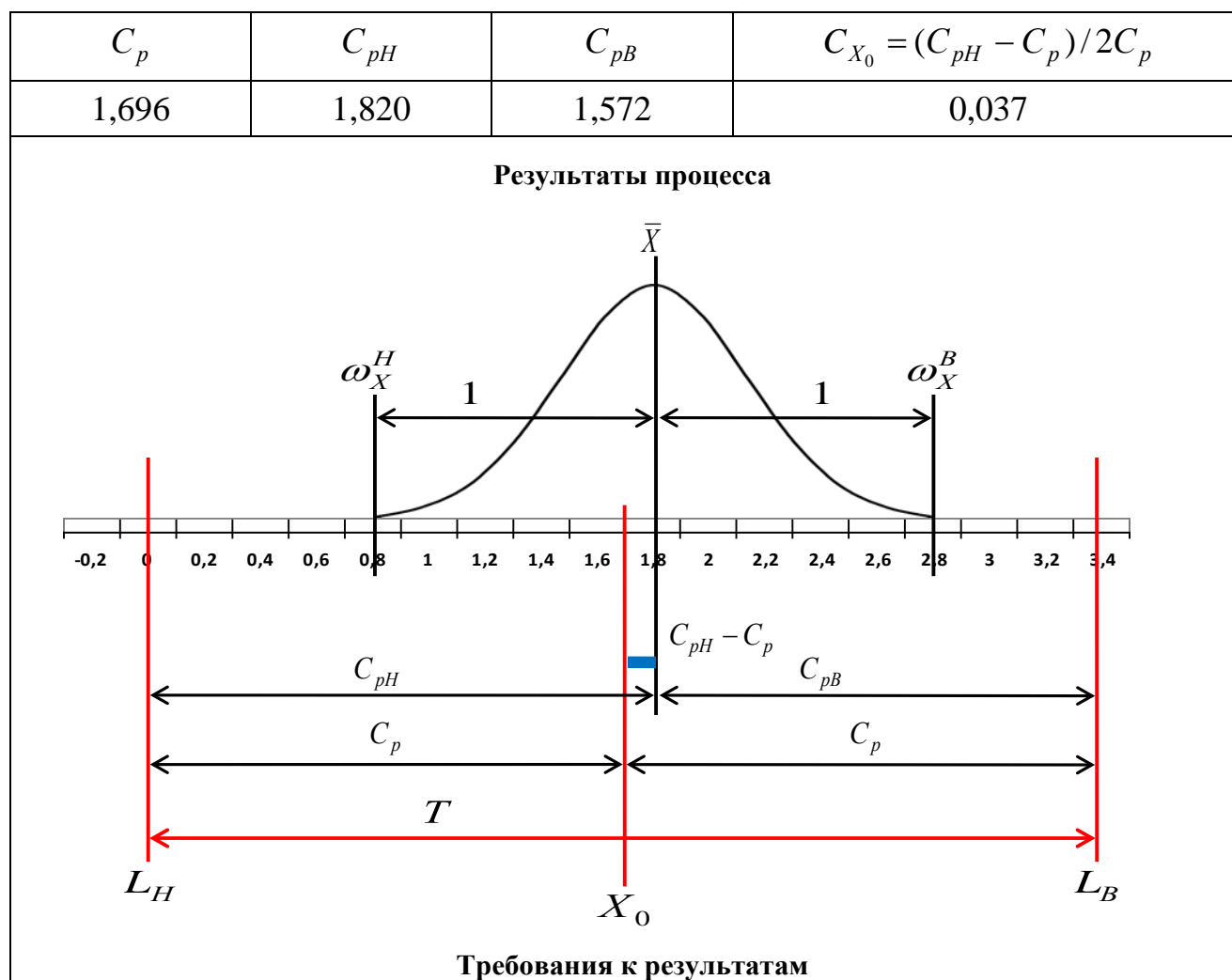


Анализ данных процесса с использованием индексов возможностей

(Пример 3)

Показатель процесса	Числовые значения величин	Расчеты и комментарии
Индекс пригодности $C_p = \frac{T_B - T_H}{6\sigma_X} = \frac{T}{6\sigma_X}$	$T = 4$ $\sigma_X = 0,393$	$C_p = \frac{4}{6 \cdot 0,393} = 1,696 > 1$ Процесс пригоден для выполнения заданных требований. Имеется достаточный запас возможностей
Минимальный уровень несоответствий $Q_{\min} = 1 - 2\Phi(3C_p)$	$3C_p = 5,09$ $\Phi(5,09) =$ $= 0,4999997$	$Q_{\min} = 1 - 2\Phi(4,57) =$ $= 1 - 2 \cdot 0,4999997 = 0,000003$
Индекс центрирования $C_{X_0} = (\bar{X} - X_0)/T$	$\bar{X} = 65,147$ $X_0 = 65$ $T = 4$	$C_{X_0} = (65,147 - 65)/4 = 0,037$ Степень центрирования высокая с незначительным смещением \bar{X} в сторону границы T_B на величину $0,037T = 0,147$ мм.
Индекс $C_{pB} = \frac{L_B - \bar{X}}{3\sigma_x}$	$L_B = 67$ $\bar{X} = 65,147$ $\sigma_X = 0,393$	$C_{pB} = \frac{67 - 65,147}{3 \cdot 0,393} = 1,572 > 1$ Брака Q_+ нет.
Вероятная доля брака $Q_+ = 0,5 - \Phi(3C_{pB})$	$3C_{pB} = 4,72$ $\Phi(4,72) =$ $= 0,4999998$	$Q_+ = 0,5 - \Phi(4,72) =$ $= 0,5 - 0,4999998 \approx 0$
Индекс $C_{pH} = 2C_p - C_{pB}$	$C_p = 1,696$ $C_{pB} = 1,572$	$C_{pH} = 2 \cdot 1,696 - 1,572 = 1,820 > 1$ Брака Q_- нет.
Вероятная доля брака $Q_- = 0,5 - \Phi(3C_{pH})$	$3C_{pH} = 5,46$ $\Phi(5,46) =$ $= 0,4999997$	$Q_- = 0,5 - \Phi(5,46) =$ $= 0,5 - 0,4999997 \approx 0$

Визуализация результатов процесса
с использованием индексов возможностей (Пример 3)



Заключение:

1. Так как $C_p = 1,696 > 1$, то процесс пригоден для обеспечения заданных требований. Минимальный уровень несоответствий процесса при условии, что $\bar{X} = X_0$, составляет $Q_{\min ppm} \approx 3$ дефекта на миллион результатов.

2. Так как $C_0 = 0,037$, то степень центрирования процесса высокая, $\bar{X} = 65,147$ незначительно смещено относительно цели $X_0 = 65$ в сторону границы $L_B = 67$ на величину, равную 3,7 % от величины допуска. В целом с достаточной для практики точностью можно считать, что $\bar{X} \approx X_0$, т.е. процесс центрирован.

3. Так как $C_{pB} = 1,572 > 1$ и $C_{pH} = 1,820 > 1$, то поле рассеяния не выходит за границы допуска – предельные размеры $L_B = 67$ и $L_H = 63$, а по отношению к границам имеется запас возможностей. Вероятность брака практически равна нулю.

4. Улучшения результатов процесса не требуется. Возможности процесса реализованы в достаточно высокой степени.

Пример 4. Как уже отмечалось в разделе 5, существуют характеристики качества, вариации значений которых не подчиняются закону нормального распределения. Например, это отклонения формы и расположения поверхностей, такие как овальность, конусность, радиальное биение, отклонения параллельности, отклонения соосности и т.п. По своей природе эти характеристики являются случайными величинами, но их численные значения не могут быть отрицательными, т.е. их величина всегда больше или равна нулю ($X \geq 0$). Такие случайные величины называются существенно положительными случайными величинами. Наиболее удобной для описания распределения таких случайных величин является модель, получившая название «закон распределения модуля разности».

Закон распределения модуля разности предполагает, что случайная величина r представляет собой модуль разности двух случайных величин x_1 и x_2 , т.е. $r = |x_1 - x_2|$, следующих нормальной модели распределения и имеющих равные дисперсии, т.е. $\sigma_{x_1}^2 = \sigma_{x_2}^2$. Плотность распределения $\varphi(r)$ для закона модуля разности описывается следующей зависимостью:

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(r-\bar{r}_0)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(r+\bar{r}_0)^2}{2\sigma_0^2}} \right].$$

Закон модуля разности двухпараметрический. Его параметры:

- математическое ожидание $\bar{r}_0 = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$ – модуль разности математических ожиданий случайных величин x_1 и x_2 ;

– дисперсия σ_0^2 , равная сумме дисперсий случайных величин x_1 и x_2 , т.е.

$$\sigma_0^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2.$$

Характер образования величины r соответствует подходу к определению отклонений круглости, цилиндричности, параллельности и т.п. подобные отклонения определяются как разности между наибольшим и наименьшим измеренными размерами. При этом величина погрешности всегда равна или больше нуля.

Если ввести обозначения $\rho = r/\sigma_0$ и $\rho_0 = \bar{r}_0/\sigma_0$, то плотность распределения $\varphi(r)$ может быть приведена к нормированному виду:

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}} \right].$$

Обозначив $\rho - \rho_0 = z_1$ и $\rho + \rho_0 = z_2$, получим выражение для плотности $\varphi(\rho)$, представленное как сумма двух нормированных плотностей нормальной модели распределения от аргументов z_1 и z_2 :

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_1^2}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_2^2}{2}} = \varphi(z_1) + \varphi(z_2).$$

Такая модель $\varphi(\rho)$ позволяет при проверке гипотезы о законе распределения модуля разности использовать значения $\varphi(z)$ таблицы Приложения 1.

Форма графика кривой плотности $\varphi(\rho)$ зависит от величины параметра $\rho_0 = \bar{r}_0/\sigma_0 \geq 0$. Графики кривой плотности распределения $\varphi(\rho)$ представлены на рис. 8.1.

В интервале значений $0 \leq \rho_0 < 3$ форма кривой плотности распределения $\varphi(\rho)$ асимметрична. Асимметрия уменьшается по мере увеличения ρ_0 . При $\rho_0 = 3$ график плотности $\varphi(\rho)$ практически совпадает с кривой нормального распределения и далее форма кривой практически не меняется.

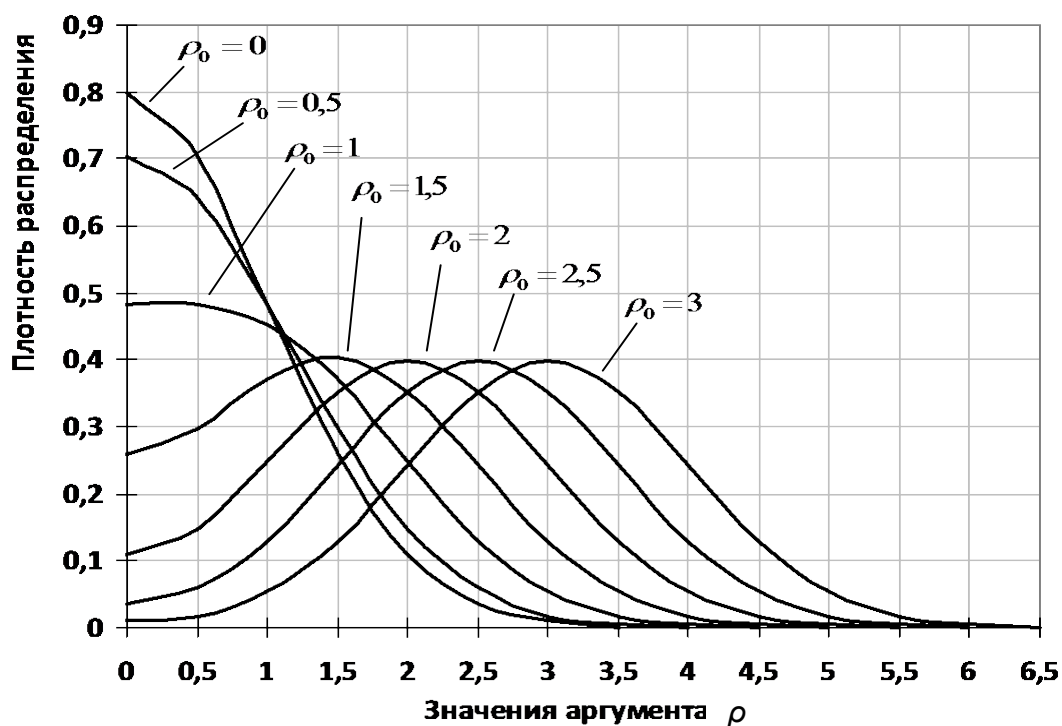


Рис. 8.1. Плотность распределения закона модуля разности в зависимости от параметра ρ_0

Величина и границы поля рассеяния изучаемой характеристики, если она подчинена закону распределения модуля разности, определяются по формулам:

$$\omega_X = (\rho_0 + 3)\sigma_0;$$

$$\omega_X^H = r_C;$$

$$\omega_X^B = r_C + \omega_X = r_C + (\rho_0 + 3)\sigma_0.$$

Величина $r_C \geq 0$ и является систематической (постоянной, не подверженной вариациям) составляющей изучаемой характеристики качества. В качестве оценки величины r_C может быть принято значение начала первого интервала таблицы выборочного распределения X_{1H} ($r_C = X_{1H}$). Поэтому формулы для определения границ поля рассеяния могут быть записаны в следующем виде:

$$\omega_X^H = X_{1H};$$

$$\omega_X^B = X_{1H} + \omega_X = X_{1H} + (\rho_0 + 3)\sigma_0.$$

При выходе границы ω_X^B за пределы допуска T , который всегда заключен в интервале от $T_H = 0$ и до $T_B = T$, возможен брак или доля несоответствий, определяемые по формуле:

$$Q = 1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2),$$

где $\Phi(z_1)$ и $\Phi(z_2)$ – значения функции Лапласа для аргументов

$$z_1 = \frac{T - r_c}{\sigma_0} - \rho_0 \quad \text{и} \quad z_2 = \frac{T - r_c}{\sigma_0} + \rho_0.$$

Для определения величины ρ_0 и σ_0 используется параметр $\lambda_0 = \frac{\bar{\rho}}{\sigma_\rho}$,

оценка которого вычисляется на основе опытных данных, как отношение $\lambda_0 = \bar{r}_0 / \sigma_r$. Если использовать ранее принятые при обработке данных наблюдений обозначения, то $\sigma_r = \sigma_X$, а $\bar{r}_0 = \bar{X} - X_{1H}$. По величине $\lambda_0 = (\bar{X} - X_{1H}) / \sigma_X$, используя данные таблицы Приложения 3, определяются величины параметров ρ_0 и σ_ρ . Оценка величины σ_0 определяется по формуле $\sigma_0 = \sigma_X / \sigma_\rho$.

Более детально особенности использования закона распределения модуля разности в методе гистограмм будут рассмотрены на конкретных данных примера 4.

Описание ситуации и данные наблюдений. Для оценки фактической величины отклонения соосности отверстий было проконтролировано 120 корпусных деталей. Отклонения соосности измерялись с помощью контрольного приспособления, оснащенного индикатором с ценой деления шкалы $d_{II} = 1$ мкм. Результаты замеров представлены в контрольном листе (табл. 8.15).

Результаты обработки и анализа данных представлены в табл. 8.16–8.19.

Таблица 8.15

Контрольный лист (Пример 4)

Изучаемая характеристика качества	Название			Номинальное значение		Допуск T		Верхний предел допуска T_B		Нижний предел допуска T_H	
	Отклонение соосности			0		50 $\mu\text{м}$		50 $\mu\text{м}$		0	
Цена деления шкалы измерительного прибора d_H							1 $\mu\text{м}$				
Измеренные значения отклонений соосности X , $\mu\text{м}$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	17	13	21	31	14	23	34	60	40	30	
2	39	44	34	29	50	41	35	32	20	18	
3	23	12	48	26	22	31	37	11	13	43	
4	54	45	45	29	33	25	23	50	49	41	
5	36	43	32	29	19	33	35	57	42	33	
6	26	58	45	36	20	23	29	35	60	62	
7	39	49	53	28	24	15	16	44	33	16	
8	14	28	15	13	52	46	35	28	19	14	
9	17	25	23	39	46	40	26	25	20	14	
10	32	27	23	27	29	41	42	39	26	25	
11	18	18	25	19	22	36	29	33	20	28	
12	30	43	15	20	32	27	28	32	37	43	
Объем выборки (общее число наблюдений)				Наибольшее значение X в выборке ($\max X$)				Наименьшее значение X в выборке ($\min X$)			
$n = 120$				62				11			
$\lg 120 = 2,079$											

Таблица 8.16

Обработка данных наблюдений (Пример 4)

Параметры интервалов таблицы выборочного распределения						
Основные характеристики		Расчетные формулы	Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)			
Расчетная ширина интервала h_X		$h_X = \frac{\max X - \min X}{1 + 3,322 \lg n}$	$h_X = \frac{62 - 11}{1 + 3,322 \lg 120} = \frac{51}{7,906} = 6,450$			
Принятая ширина интервала h_X		Кратна d_H , $h_X \geq 2d_H$	$h_X = 6$			
Начало 1-го интервала X_{1H}		$X_{1H} = \min X - h_X / 2$	$X_{1H} = 11 - 6 / 2 = 8$			
Таблица выборочного распределения						
№	Интервалы X от до	Подсчет частот		Частота f_i		
1	8 – 14	+++		5		
2	14 – 20	+++ +++ +++		17		
3	20 – 26	+++ +++ +++ +++		20		
4	26 – 32	+++ +++ +++ +++		22		
5	32 – 38	+++ +++ +++ +++		21		
6	38 – 44	+++ +++ +++		15		
7	44 – 50	+++ +++		10		
8	50 – 56	+++		5		
9	56 – 62			4		
10	62 – 68			1		
Σ				120		
Вычисление выборочных оценок среднего \bar{X} и стандартного отклонения σ_x						
Вспомогательная таблица						
№	Интервалы X от до	Середина ин- тервала X_i	Частота f_i	y_i	$y_i f_i$	$y_i^2 f_i$
1	8 – 14	11	5	-3	-15	45
2	14 – 20	17	17	-2	-34	68
3	20 – 26	23	20	-1	-20	20
4	26 – 32	29 = X^*	22	0	0	0
5	32 – 38	35	21	1	21	21
6	38 – 44	41	15	2	30	60
7	44 – 50	47	10	3	30	90
8	50 – 56	53	5	4	20	80
9	56 – 62	59	4	5	20	100
10	62 – 68	65	1	6	6	36
Σ			120		58	520
Основные характеристики		Расчетные формулы	Расчеты и числовые значения (размерность абсолютных значений <i>мкм</i>)			
Среднее арифметическое \bar{X}		$\bar{X} = X^* + h_X \frac{\sum y_i f_i}{n}$	$\bar{X} = 29 + 6 \frac{58}{120} = 29 + 2,9 = 31,90$			
Стандартное отклонение σ_X		$\sigma_X = h_X \sqrt{\frac{\sum y_i^2 f_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i f_i}{n}\right)^2}$	$\sigma_X = 6 \sqrt{\frac{520}{120} - \left(\frac{58}{120}\right)^2} = 6 \cdot 2,025 = 12,15$			

Таблица 8.17

Проверка гипотезы о законе выборочного распределения (Пример 4)

Критерий для проверки гипотезы	Критерий χ^2 Пирсона $\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$									
Условие принятия гипотезы				$\chi^2 \leq \chi_{кр}^2$						
Критические значения $\chi_{кр}^2$	k	1	2	3	4	5	6	7	8	
	$\chi_{кр}^2$	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,5	
Модель распределения для проверки соответствия: закон распределения модуля разности										
Параметр $\lambda_0 = (\bar{X} - X_{1H}) / \sigma_X = (31,90 - 8) / 12,15 \approx 1,97$ Значение $\lambda_0 = 1,97$ соответствует значению λ_0 строки 35 таблицы Приложения 3, для которого $\rho_0 = 1,85$ и $\sigma_\rho = 0,952$, следовательно:										
$\rho_0 = 1,85$		$\sigma_\rho = 0,952$			$\sigma_0 = \sigma_X / \sigma_\rho = 12,15 / 0,952 = 12,76$					
$r_i = X_i - X_{1H} = X_i - 8$					$\rho_i = r_i / \sigma_0 = r_i / 12,76$					
$z_{1i} = \rho_i - \rho_0 = \rho_i - 1,85 $					$z_{2i} = \rho_i + \rho_0 = \rho_i + 1,85$					
Теоретические частоты $f_{iT} = \frac{h_X n}{\sigma_0} [\varphi(z_{1i}) + \varphi(z_{2i})] = \frac{h_X n}{\sigma_0} \varphi(\rho_i)$							$\frac{h_X n}{\sigma_0} = \frac{6 \cdot 120}{12,76} = 56,54$			
Вспомогательная таблица 1										
№	X_i	r_i	ρ_i	z_{1i}	z_{2i}		$\varphi(z_{1i})$	$\varphi(z_{2i})$	$\varphi(\rho_i)$	f_{iT}
1	11	3	0,24	-1,61	2,09		0,1092	0,0449	0,1541	8,71
2	17	9	0,71	-1,14	2,56		0,2083	0,0151	0,2234	12,63
3	23	15	1,18	-0,67	3,03		0,3187	0,0031	0,3218	18,19
4	29	21	1,65	-0,20	3,50		0,3910	0	0,3910	22,11
5	35	27	2,12	0,27	3,97		0,3846	0	0,3846	21,75
6	41	33	2,59	0,74	4,44		0,3034	0	0,3034	17,15
7	47	39	3,06	1,21	4,91		0,1919	0	0,1919	10,85
8	53	45	3,53	1,68	5,38		0,0973	0	0,0973	5,50
9	59	51	4,00	2,15	5,85		0,0395	0	0,0395	2,23
10	65	57	4,47	2,62	6,32		0,0129	0	0,0129	0,73

Таблица 8.17 (продолжение)

Вспомогательная таблица 2

№	f_{iT}		f_i		$\frac{(f_{iT} - f_i)^2}{f_{iT}}$	m
1	8,71		5		1,5803	1
2	12,63		17		1,5120	2
3	18,19		20		0,1801	3
4	22,11		22		0,0005	4
5	21,75		21		0,0259	5
6	17,15		15		0,2695	6
7	10,85		10		0,0666	7
8	5,50	8,46	5	10	0,2803	8
9	2,23		4			
10	0,73		1			
	$\sum f_{iT} = 119,85$		$\sum f_i = 120$		$\chi^2 = 3,9152$	

Число сравниваемых интервалов $m = 8$ Параметр $k = m - 3 = 8 - 3 = 5$

Решение о принятии или отклонении гипотезы:

$\chi^2 = 3,9152$	$<$	$\chi_{кр}^2 = 11,1$
-------------------	-----	----------------------

Так как $\chi^2 < \chi_{кр}^2$, то принимается гипотеза H_0 , заключающаяся в том, что случайная величина X следует закону распределения модуля разности с параметрами $\rho_0 = 1,85$ и $\sigma_0 = 12,76$.

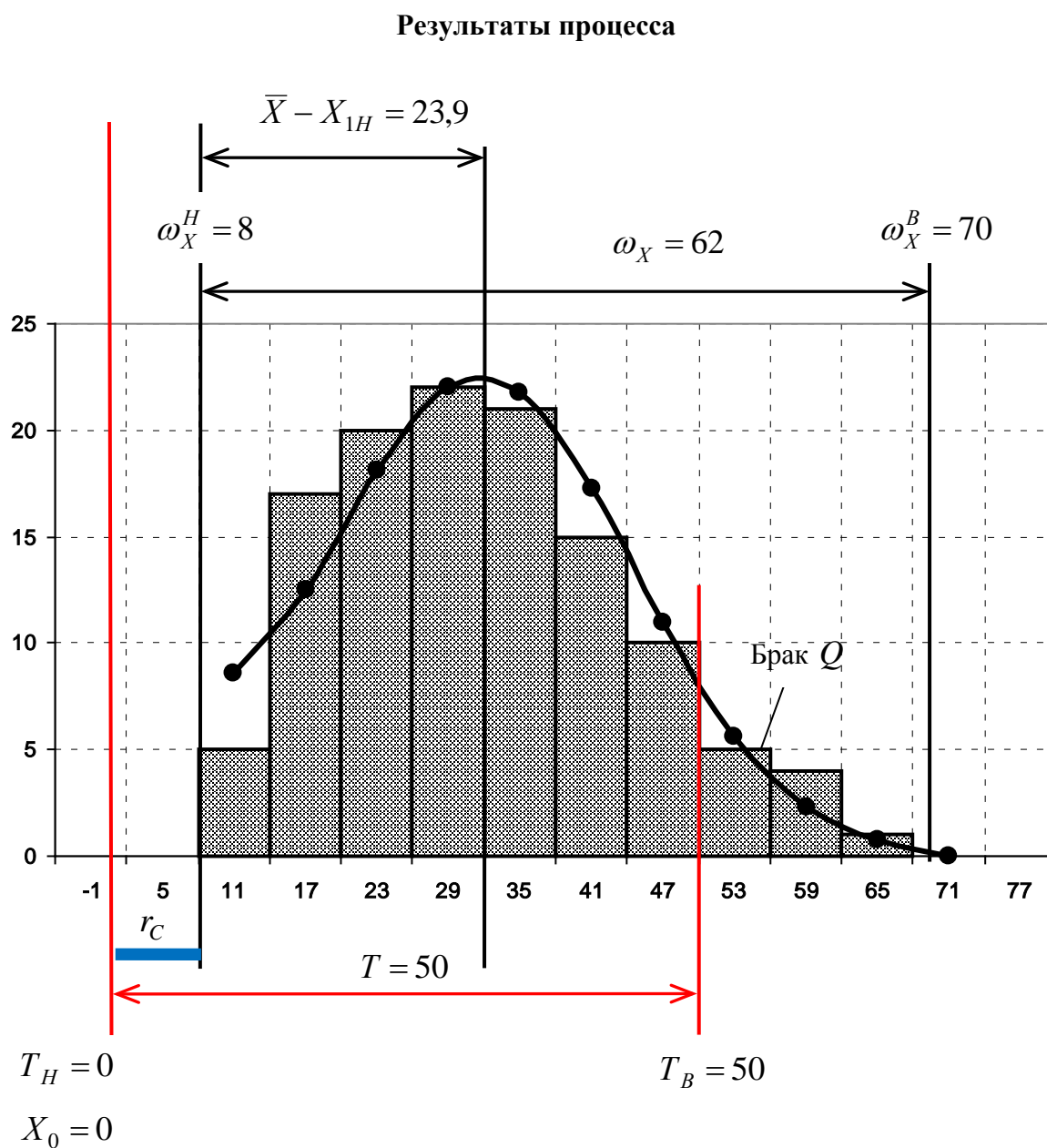
Оценка качества соответствия (Пример 4)

Показатель процесса		Числовые значения величин		Расчеты и комментарии			
Требования в области качества:							
Допуск T и пределы (границы) допуска T_B и T_H		$T = 50$ $T_B = 50$ $T_H = 0$					
Цель в области качества $X_0 = T_H$		$T_H = 0$		$X_0 = 0$			
Поле рассеяния результатов процесса:							
Верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = X_{1H} + (\rho_0 + 3)\sigma_0$		$X_{1H} = 8$ $\rho_0 = 1,85$ $\sigma_0 = 12,76$		$\omega_X^B = 8 + (1,85 + 3) \cdot 12,76 = 69,89 \approx 70$			
Нижняя граница поля рассеяния $\omega_X^H = X_{1H}$		$X_{1H} = 8$		$\omega_X^H = 8$			
Величина поля рассеяния $\omega_X = \omega_X^B - \omega_X^H$		$\omega_X^H = 8$		$\omega_X = 70 - 8 = 62$			
Проверка условий обеспечения качества соответствия:							
Условия обеспечения		Фактические соотношения				Комментарии	
1	$\omega_X \leq T$	$\omega_X =$	62	>	$T =$	50	Условие 1 не выполняется. Поле рассеяния результатов процесса больше допуска. Процесс не пригоден для выполнения требований
2	$\omega_X^B \leq T_B$	$\omega_X^B =$	70	>	$T_B =$	50	Условие 2 не выполняется. Верхняя граница поля рассеяния выходит за границу T_B . Вероятен брак Q_+ .
3	$\omega_X^H \geq T_H$	$\omega_X^H =$	8	>	$T_H =$	0	Условие 3 выполняется, так как изучаемая характеристика является существенно положительной величиной и всегда больше 0
Вероятная доля брака (для модели распределения модуля разности):							
$z_1 = \frac{T_r - r_c}{\sigma_0} - \rho_0 = \frac{50 - 8}{12,76} - 1,85 = 1,44$						$\Phi(z_1) = 0,42507$	
$z_2 = \frac{T_r - r_c}{\sigma_0} + \rho_0 = \frac{50 - 8}{12,76} + 1,85 = 5,14$						$\Phi(z_2) \approx 0,5$	
$Q = 1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2) = 1 - 0,42507 - 0,5 = 0,07493$							
Вывод:		Качество соответствия не обеспечено. Вероятность брака составляет $Q_{\%} \approx 7,5 \%$.					

Визуализация результатов (Пример 4)

Построение, в одном масштабе схемы, включающей:

- 1) гистограмму выборочного распределения и теоретическую кривую распределения,
- 3) среднее значение, поле рассеяния результатов и его границы,
- 5) границы поля допуска, допуск и цель в области качества.



Перед тем, как сформулировать заключение, следует заметить, что анализ данных Примера 4 с использованием индексов возможностей выполнить не представляется возможным, поскольку в основе этих индексов лежит предположение о нормальности распределения реализаций изучаемой характеристики качества. Поэтому анализ данных Примера 4 завершается визуализацией полученных результатов, представленных схемой табл. 8.17.

Заключение (по Примеру 4)

- 1) поле рассеяния результатов процесса $\omega_X = 62$ мкм больше допуска $T = 50$ мкм, следовательно, процесс не пригоден для выполнения установленных требований и не обладает запасом возможностей;
- 2) имеется систематическая составляющая отклонения соосности, равная $r_C = 8$ мкм, которая дополнительно увеличивает выход поля рассеяния $\omega_X = 62$ мкм за границу допуска $T_B = 50$ мкм;
- 3) в силу названных двух причин качество соответствия не обеспечено, верхняя граница поля рассеяния $\omega_X^B = 70$ мкм выходит за границу допуска $T_B = 50$ мкм на 20 мкм, и вероятная доля брака составляет $Q_{\%} \approx 7,5 \%$;
- 4) для улучшения ситуации и исключения возможности появления брака Q необходимо за счет технических мероприятий уменьшить величину систематической составляющей r_C и разброс (поле рассеяния) результатов процесса ω_X в 1,5–2 раза (до 40–30 мкм).

Пример 5. Это набор данных по конкретной ситуации для самостоятельного освоения метода гистограмм. Читателю предлагается произвести обработку и анализ этих данных по рассмотренной в учебном пособии методике.

Описание ситуации и данные наблюдений. Из партии заготовок, обработанных на станке-полуавтомате в течение рабочей смены и представленных на контроль, взята большая случайная выборка объема в $N = 100$ единиц продукции. Заготовки проконтролированы шкальным мерительным инструментом с ценой деления шкалы $d_H = 10$ мкм по размеру $A_{НОМ} = 84$ мм с допуском

$T = 200$ мкм и предельными отклонениями $T_B = 0$, $T_H = -200$ мкм. Полученные в результате измерений значения реализаций проверяемого показателя качества (отклонения X от номинального размера $A_{НОМ}$ в мкм) приведены в таблице контрольного листа.

Контрольный лист (Пример 5)

Изучаемая характеристика качества	Название	Номинальное значение	Допуск T	Верхний предел допуска T_B	Нижний предел допуска T_H					
	Размер	84	200 $\mu\text{м}$	0	−200 $\mu\text{м}$					
Цена деления шкалы измерительного прибора d_H				10 $\mu\text{м}$						
Измеренные значения отклонений от номинального размера X , $\mu\text{м}$										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-120	-140	-130	-120	-90	-140	-130	-180	-110	-100
2	-170	-100	-80	-160	-140	-110	-150	-100	-130	-130
3	-110	-120	-160	-110	-140	-110	-130	-130	-140	-120
4	-130	-90	-110	-100	-100	-150	-120	-120	-170	-110
5	-170	-120	-100	-110	-140	-90	-120	-180	-110	-70
6	-130	-190	-120	-100	-120	-140	-130	-80	-140	-110
7	-140	-120	-140	-130	-110	-120	-100	-130	-130	-120
8	-130	-140	-140	-80	-90	-190	-110	-60	-150	-110
9	-170	-140	-130	-160	-130	-160	-110	-130	-150	-160
10	-140	-110	-120	-150	-120	-120	-110	-100	-150	-120
Объем выборки (общее число наблюдений)				Наибольшее значение X в выборке ($\max X$)		Наименьшее значение X в выборке ($\min X$)				
$n =$										
$\lg n =$										

Задание

Выполнить анализ данных методом гистограмм в следующей последовательности:

- заполнить контрольный лист недостающими данными;
- составить таблицу выборочного распределения и вычислить выборочные оценки среднего и стандартного отклонения;

- проверить гипотезу нормальности выборочного распределения по критерию Пирсона;
- определить характеристики поля рассеяния показателя качества и проверить условия обеспечения качества соответствия;
- визуализировать результаты в виде схемы, включающей гистограмму выборочного распределения, теоретическую кривую нормального распределения, поле рассеяния и его расположение относительно поля допуска;
- вычислить индексы возможностей, оценить уровни несоответствий;
- сформулировать заключение (выводы и предложения по улучшению);
- результаты представить в табличной форме, как это сделано в рассмотренных Примерах 1–3.

Приложение 1

Значение нормированной плотности нормального распределения

$\varphi(z) = 0,.....$ в зависимости от величины параметра z

z	Сотые доли z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3846	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3711	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2854	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0941	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0789	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0631	0619	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0441	0431	0422	0413	0404	0395	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0296	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0162	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0059	0058	0056	0054	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0									

Приложение 2

Значение функции Лапласа $\Phi(z) = 0, \dots$ в зависимости от величины нормированного параметра z

z	Сотые доли z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34849	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	394435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41198	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42785	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47784	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49896	49900
3,1	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976
3,5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983
3,6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989
3,7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992
3,8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995
3,9	499954999649997									
4,0	49997									
4,5	499997									
5,0	4999997									
> 5,0	5000000									

Приложение 3

Значения параметров распределения модуля разности

№	$\lambda_0 = \bar{\rho} / \sigma_\rho$	ρ_0	$\bar{\rho}$	σ_ρ	№	$\lambda_0 = \bar{\rho} / \sigma_\rho$	ρ_0	$\bar{\rho}$	σ_ρ
1	1,323	0,00	0,798	0,603	30	1,787	1,60	1,646	0,921
2	1,323	0,10	0,802	0,606	31	1,789	1,65		0,928
3	1,325	0,20	0,819	0,618	32	1,857	1,70	1,736	0,935
4	1,327	0,30	0,835	0,629	33	1,909	1,75		0,941
5	1,329	0,35		0,638	34	1,931	1,80	1,829	0,947
6	1,330	0,40	0,861	0,647	35	1,970	1,85		0,952
7	1,334	0,45		0,658	36	2,008	1,90	1,922	0,957
8	1,339	0,50	0,896	0,669	37	2,048	1,95		0,962
9	1,345	0,55		0,682	38	2,088	2,00	2,017	0,966
10	1,350	0,60	0,937	0,694	39	2,134	2,05		0,969
11	1,360	0,65		0,707	40	2,179	2,10	2,118	0,972
12	1,369	0,70	0,986	0,720	41	2,220	2,15		0,975
13	1,380	0,75		0,734	42	2,260	2,20	2,210	0,978
14	1,392	0,80	1,040	0,747	43	2,304	2,25		0,980
15	1,409	0,85		0,760	44	2,347	2,30	2,307	0,983
16	1,426	0,90	1,101	0,772	45	2,392	2,35		0,985
17	1,443	0,95		0,786	46	2,437	2,40	2,405	0,987
18	1,460	1,00	1,167	0,799	47	2,483	2,45		0,988
19	1,480	1,05		0,812	48	2,529	2,50	2,504	0,990
20	1,501	1,10	1,237	0,824	49	2,577	2,55		0,991
21	1,525	1,15		0,836	50	2,624	2,60	2,603	0,992
22	1,549	1,20	1,312	0,847	51	2,671	2,65		0,993
23	1,575	1,25		0,858	52	2,718	2,70	2,702	0,994
24	1,601	1,30	1,391	0,869	53	2,765	2,75		0,995
25	1,630	1,35		0,878	54	2,812	2,80	2,801	0,996
26	1,659	1,40	1,473	0,888	55	2,861	2,85		0,996
27	1,690	1,45		0,897	56	2,910	2,90	2,901	0,997
28	1,721	1,50	1,559	0,906	57	2,958	2,95		0,997
29	1,754	1,55		0,914	58	3,007	3,00	3,001	0,998

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005. Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001. – М.: Росстандарт, 2005. – 49 с.
2. Николаева Э.К. «Семь инструментов качества» в японской экономике / Э.К. Николаева. – М.: Издательство стандартов, 1990. – 88 с.
3. Куме Х. Статистические методы повышения качества / Под ред. Х.Кумэ; перевод с английского. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
4. Солонин С.И. Quality Management: Инструментарий улучшения качества. 7QC-tools. Метод гистограмм: учебно-методическое пособие / С.И. Солонин. – Екатеринбург: Изд-во УМЦ УПИ, 2003. – 39 с.
5. Солонин С.И. Применение статистических методов управления качеством в технологии машиностроения. Часть 2. Статистический анализ точности механической обработки: учебное пособие / С.И. Солонин. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 1993. – 119 с.
6. Солонин И.С. Математическая статистика в технологии машиностроения / И.С. Солонин. – М.: Машиностроение, 1972. – 216 с.
7. Кутай А.К. Анализ точности и контроль качества в машиностроении / А.К. Кутай, Х.Б. Кордонский. – М.: Машгиз, 1958. – 362 с.
8. Шиндовский Э. Статистические методы управления качеством / Э. Шиндовский, О. Шюрц; перевод с немецкого. – М.: Издательство «Мир», 1976. – 597 с.

Учебное электронное текстовое издание

Солонин Сергей Иванович

МЕТОД ГИСТОГРАММ

**Редактор
Компьютерная верстка**

*Я.О. Смирнова
С.И. Солонин*

**Рекомендовано Методическим советом
Разрешено к публикации 09.12.2014
Электронный формат – pdf
Объем 5,44 уч.-изд. л.**



620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19

**Информационный портал УрФУ
<http://www.urfu.ru>**