

Modélisation linéaire du programme d'optimisation

Matthieu Roux

13 mars 2018

1 Données

- commandes c_i , : $1 \leq i \leq N_{commandes}$
- instant où la commande c_i est passée : t_i
- instant où la production peut commencer : T_{debut}
- boissons b_{ij} , : $1 \leq i \leq N_{commandes}$, $1 \leq j \leq N_i \leq A_{max}$
- N_i nombre de boissons dans la commande c_i
- nombre total de boissons : N_{total}
- clusters cl_k , : $1 \leq k \leq N_{total}$
- types de boissons différentes : $1 \leq z \leq N_{types}$
- taille max d'un cluster produisant des boissons de type z : $taille_z$
- paramètres de production des boissons de type z : a_z^1, a_z^2, a_z^3 , avec $a_z^1 > a_z^3 > a_z^2 \geq 0$
- temps d'attente d'une commande jugé "raisonnable" : τ
- facteur de pénalisation des temps d'attente trop longs : α

2 Paramètres

- type de boissons produites au cluster cl_k (vaut 0 si le cluster est vide) : B_k
- instant de début de production du cluster cl_k : T_k
- instant de fin de production : T_{fin}
- nombre de boissons dans le cluster cl_k : n_k

- variables intermédiaires de production du cluster cl_k : h_k^1, h_k^2, g_k
- indique si les clusters cl_k et cl_{k-1} sont de même type (vaut 0 si c'est le cas, 1 sinon ; on pose $\beta_1 = 1$) : β_k

3 Fonction objectif

$$\min \sum_{i=1}^{N_{commandes}} (l_i - t_i) + \alpha \eta_i$$

4 Contraintes

$$y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si } b_{ij} \text{ dans le cluster } cl_k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

b_{ij} affectée à 1 et 1 seul cluster :

$$\forall i, \forall j, \quad \sum_{k=1}^{N_{total}} y_{ijk} = 1$$

$$w_{kz} = \begin{cases} 1 & \text{si cluster } cl_k \text{ de type } z \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Chaque cluster est affecté à la production d'un seul type de boisson :

$$\forall k, \quad \sum_{z=1}^{N_{types}} w_{kz} = 1$$

Type de boissons produites au cluster cl_k :

$$\forall k, \quad B_k = \sum_{z=1}^{N_{types}} z w_{kz}$$

Toutes les boissons d'un cluster sont d'un même type :

$$\forall k, \forall i, \forall j, \quad b_{ij} y_{ijk} = B_k$$

Taille du cluster cl_k :

$$\forall k, \quad n_k \geq \sum_{i=1}^{N_{commandes}} \sum_{j=1}^{N_i} y_{ijk}$$

On ne met pas plus de boissons dans un cluster que la taille max autorisée par le type produit :

$$\forall k, \quad n_k \leq \text{taille}_{B_k}$$

$\forall k :$

$$\begin{aligned} h_k^1 &\geq 0 \\ h_k^1 &\leq n_k \\ h_k^1 &\leq 1 \\ h_k^2 &= n_k - h_k^1 \end{aligned}$$

$$\beta_1 = 1$$

$\forall 2 \leq k \leq N_{total} :$

$$\begin{aligned} g_k &\geq B_k - b_{k-1} \\ g_k &\geq B_{k-1} - B_k \\ \beta_k &\geq 0 \\ \beta_k &\leq 1 \\ \beta_k &\leq g_k \end{aligned}$$

Temps de production :

$$\begin{aligned} T_1 &\geq T_{debut} \\ \forall 2 \leq k \leq N_{total}, \quad T_k &\geq T_{k-1} + h_k^1(a_{B_k}^3 + (a_{B_k}^1 - a_{B_k}^3)\beta_k) + h_k^2 a_{B_k}^2 \\ T_{fin} &\geq T_{N_{total}} + h_{N_{total}}^1(a_{B_{N_{total}}}^3 + (a_{B_{N_{total}}}^1 - a_{B_{N_{total}}}^3)\beta_k) + h_{N_{total}}^2 a_{B_{N_{total}}}^2 \end{aligned}$$

Temps de livraison des commandes :

$$\forall i, \forall 1 \leq N_i, \quad l_i \geq \sum_{k=1}^{N_{total}} y_{ijk} T_k$$

Pénalisation des temps d'attentes par commande trop long :

$$\forall i, \quad l_i - t_i \leq \tau + \eta_i$$