

## Zadanie: Towarzystwo Zmiennych Poglądów

*Szymon Tur*

Pewien czas temu, garstka filozofów pragnących poszerzać swoje horyzonty utworzyła Towarzystwo Zmiennych Poglądów. Statutowy cel tej organizacji to wzajemne doskonalenie się poprzez poznawanie różnych doktryn filozoficznych i branie przykładu od osób naprawdę oddanych danemu pogładowi. Z tego powodu, każdy członek Towarzystwa, zarówno nowy, jak i długoletni, wyznaje w danej chwili dokładnie jedną doktrynę (oczywiście członkowie mogą zmieniać swoje poglądy, zgodnie z nazwą Towarzystwa). Aby zacieśnić współpracę, członkowie zostali podzieleni na grupy, w których:

- wszyscy członkowie danej grupy wyznają ten sam pogląd,
- dowolne dwie osoby z różnych grup wyznają różne poglądy.

Wszyscy filozofowie mogą dowolnie zmieniać grupy. Przez czas funkcjonowania Towarzystwa ustaliły się zasady dołączania do grup, aby nie przyjmować osób niemających podstaw teoretycznych dla danej doktryny. Zasady mogą być zdefiniowane na dwa sposoby:

1. Osoba może dołączyć do grupy X, jeśli jest nowym członkiem Towarzystwa, a jej obecną i zarazem pierwszą grupą jest Y.
2. Osoba może dołączyć do grupy X, jeśli jest obecnie w grupie Y, a poprzednio była w grupie Z (czyli jej ostatnie przejście było z Z do Y).

Aby ułatwić członkom Towarzystwa zaznajomienie się z zasadami, których przez czas działalności Towarzystwa powstało całkiem dużo, zebrano je wszystkie w postaci grafu skierowanego, w którym wierzchołki są numerami grup, a krawędź  $ij$  o wadze  $w$  opisuje zasadę przejścia z grupy  $i$  do  $j$ . Jeśli  $w = -1$ , wtedy mam  $y$  do czynienia z zasadą nr 1, w przeciwnym przypadku  $w$  wskazuje numer grupy, w której musiałaby poprzednio znaleźć się osoba chcąca przejść z grupy o numerze  $i$  do  $j$  (reguła nr 2).

Przykładowo, krawędź skierowana z 3 do 5 o wadze 7 oznacza, że jeśli jesteśmy w grupie nr 3 i poprzednio byliśmy w grupie nr 7, to możemy przepisać się do grupy nr 5. Natomiast, krawędź z 0 do 2 o wadze  $-1$  oznacza, że jeśli jesteśmy w grupie 0 i nie byliśmy poprzednio w żadnej innej grupie, to możemy przejść do grupy nr 2.

### Część I: Droga do doskonałości (1,0 p.)

Filozof Karol pragnie osiągnąć pełnię dostępnej wiedzy. Chce tego dokonać przez poznanie jak największej liczby doktryn filozoficznych przez możliwość uczęszczania do różnych grup. W momencie dołączania do Towarzystwa jest wyznawcą poglądu pasującego do grupy o numerze  $i$  (do tej grupy oczywiście się zapisał). Aby zwiększyć liczbę odwiedzonych grup, Karol wpadł na sprytny pomysł polegający na tym, że może w dowolnej chwili wypisać się z Towarzystwa i zapisać jeszcze raz do grupy, z której zaczął (o numerze  $i$ ).

Pomóż odpowiedzieć Karolowi na nurtujące go pytanie i podaj, które grupy jest w stanie odwiedzić (interesują Karola wszystkie osiągalne grupy z grupy startowej). Wynik podaj w formie tablicy numerów grup, uporządkowanej rosnąco.

### Część II: Rozwijanie zainteresowań (1,5 p.)

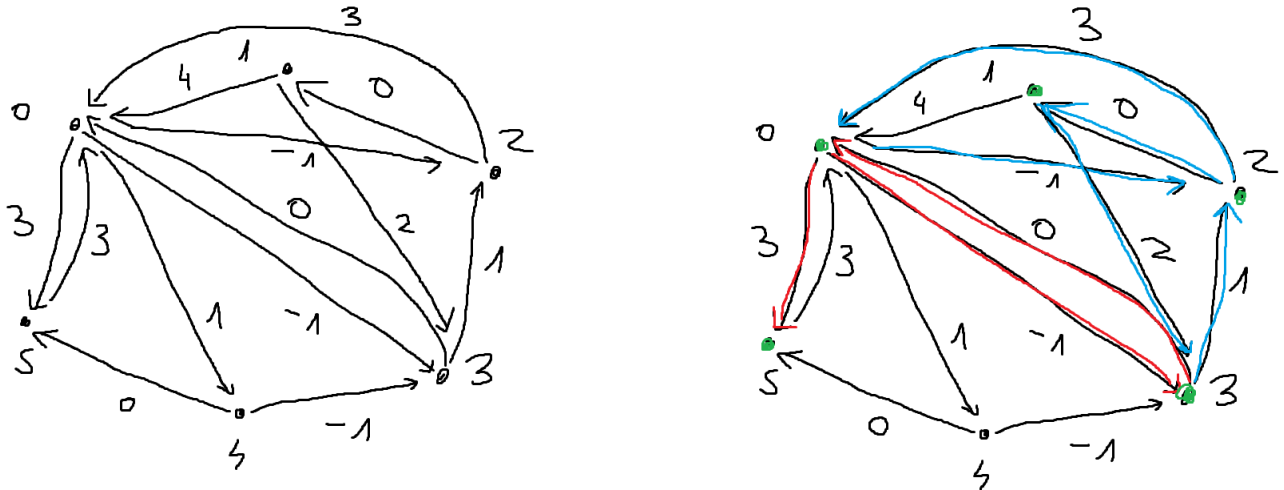
Filozof Ignacy jest zaznajomiony z pewnymi doktrynami, lecz chciałby poznać też coś nowego. Ma plan dołączyć do jednej z grup odpowiadających jego dotychczasowej wiedzy i próbować tak zmieniać grupy, żeby w końcu dostać się do grupy, w której rozwinie swoje zainteresowania. Zapisał więc na jednej kartce numery grup, do których może się zapisać podczas dołączania do Towarzystwa, a na drugiej kartce numery grup, do jednej z których chciałby się dostać. Obie te kartki wręcza Tobie z prośbą o pomoc.

Odpowiedz Ignacemu, czy jest w stanie dostać się, być może przechodząc przez różne inne grupy, do jednej z wymarzonych grup. Dodatkowo, jeśli jest taka możliwość, podaj listę numerów grup, do których musi kolejno dołączać Ignacy, żeby zrealizować swój cel. Jeśli jest więcej niż jedna możliwość, zwróć dowolną z nich (Ignacy jest bardzo cierpliwy i zadowolony z długiej sekwencji).

W przypadku braku możliwości, należy zwrócić parę (`false`, `null`) jako rozwiązanie.

### Przykład

Na Rysunku 1 jest przedstawiony przykładowy graf i dwie trasy z grupy startowej o numerze 0. Trasa czerwona to  $0-3-0-5$ , a niebieska to  $0-2-1-3-2-0$ . Na zielono zaznaczono odwiedzone wierzchołki, pokonując (niezależnie od siebie) obie trasy – takiego wyniku oczekuje Karol w Części I. Warto zauważyć, że nie można, dołączając początkowo do grupy 0, znaleźć się w grupie 4.



Rysunek 1: Graf opisujący przykładowe reguły dołączania do grup oraz zaznaczony wynik przeszukania grafu z grupy nr 0.

### Uwagi

- Kluczem do zadania jest konstrukcja grafu pomocniczego, który będzie łatwo przeszukać (sugestia: złożoność).
- Wymagana złożoność dla obu części wynosi  $O(n^2)$ , gdzie  $n$  jest liczbą grup w Towarzystwie.
- W Części II wprowadzenie dodatkowego wierzchołka w grafie pomocniczym może ułatwić rozwiązanie.