

# Econometria e Séries Temporais - Aula 8 -

Prof. Mestre. Omar Barroso

Instituto Brasileiro de Educação, Pesquisa e Desenvolvimento

# GARCH

- O modelo **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity\*** (GARCH) é um modelo econométrico popular usado para estimar e prever volatilidade variável no tempo em dados financeiros.
- É uma extensão do modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)\*\* , que captura a ideia de que a volatilidade (risco ou incerteza) tende a se agrupar ao longo do tempo.
- \* Heteroscedásticidade autoregressiva condicional Generalizada.
- \*\* Heteroscedásticidade autoregressiva condicional.

# GARCH

- **Clusterização de volatilidade:** séries temporais financeiras frequentemente exibem períodos de alta volatilidade seguidos por períodos de baixa volatilidade.
- O modelo **GARCH considera essa clusterização** modelando a variância condicional da série, que **muda ao longo do tempo** com base na volatilidade passada.

# GARCH

- **Heterocedasticidade:** refere-se ao fenômeno em que a variância de erros (ou choques) em um modelo não é constante ao longo do tempo, mas varia de forma previsível.
- No contexto do GARCH, assumimos que **a variância muda condicionalmente** com base em observações passadas.

# GARCH (estrutura)

- O Modelo GARCH consiste em dois componentes.
- **Equação Média:** Esta é a equação padrão para modelar os retornos ou a variável dependente em dados de séries temporais. Pode ser um modelo AR (Autoregressivo) ou ARMA (Média Móvel Autorregressiva) simples.
- $y_t = \mu + \epsilon_t$
- $y_t$  = A variável dependente (ou retorno) em 't'
- $\mu$  = a média constante ou **condicional** sob outras variáveis
- A média condicional opera no qual existem informações de outras variáveis média.
- $E[\mu_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-n}]$
- $\epsilon_t$  = O termo de erro.

# GARCH (estrutura)

- Equação de Variância (GARCH(p,q)): Esta equação modela a variância condicional dos resíduos  $\epsilon_t$ , denotados como  $\sigma_t^2$ . O modelo GARCH(p, q) especifica que a variância condicional atual  $\sigma_t^2$  depende de:
- $\epsilon_{t-i}^2 = q$  defasagens dos resíduos (ARCH).
- $\sigma_{t-j}^2 = p$  defasagens da variância condicional (GARCH).
- $\beta_1$  = representa o impacto da volatilidade passada (choques passados).
- $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$

# GARCH (intuição)

- Se houver um **grande choque no mercado** (um grande  $\epsilon_t^2$ ), esse choque influenciará períodos futuros e **aumentará a volatilidade** prevista.
- **A previsão de volatilidade acabará decaindo ao longo do tempo**, a menos que novos choques sejam capturados pelo termo  $\beta_1$ .
- Clusters de volatilidade podem ocorrer, **onde períodos de alta volatilidade seguem períodos de alta volatilidade** e similarmente para períodos de baixa volatilidade.

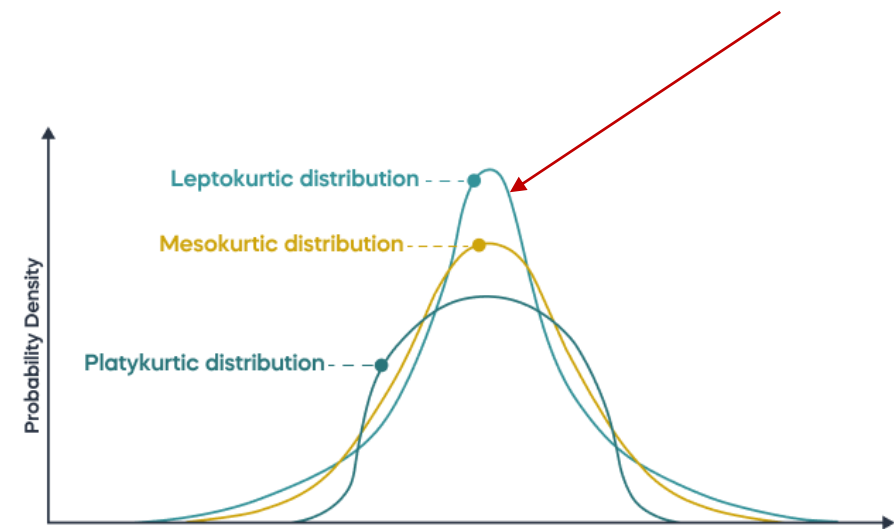
# GARCH (Teoria)

- O modelo GARCH foi desenvolvido para abordar as limitações do modelo ARCH básico, que exigia muitos atrasos para capturar a persistência da volatilidade.
- A inclusão da variância condicional passada no modelo GARCH permite que ele modele a volatilidade de forma mais eficiente.



# GARCH (Teoria)

- Dados de retornos financeiros geralmente exibem **leptocurtose**, o que significa que eles têm "*caudas gordas*" e excesso de curtose (eventos extremos mais frequentes). O modelo GARCH pode capturar essas características **permitindo volatilidade variável ao longo do tempo**.
- O modelo permite que a variância (volatilidade) **mude ao longo do tempo**, o que é realista em mercados financeiros, onde o risco flutua.



Fonte: 365 Data-Science

# GARCH (Estacionariedade)

- Para que o modelo GARCH(1,1) seja estacionário (ou seja, para que a volatilidade não exploda ao longo do tempo), exigimos que:
- $\alpha_1 + \beta_1 < 1$
- Isso garante que a variância reverta para uma média de longo prazo ao longo do tempo, e grandes choques na volatilidade eventualmente desapareçam.

# GARCH (Interpretação)

- Os modelos GARCH são normalmente estimados usando estimativa de máxima verossimilhança (MLE), onde os parâmetros  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  são otimizados para um melhor ajuste aos dados.
- $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$
- $\alpha_1$  : O termo ARCH, mede a rapidez com que a volatilidade reage a choques de mercado. Um  $\alpha_1$  alto significa que a volatilidade responde significativamente a choques recentes.
- $\beta_1$  : O Termo GARCH, mede a persistência da volatilidade. Um  $\beta_1$  alto indica que a volatilidade tende a persistir ao longo do tempo.
- $\alpha_1 + \beta_1$  uma soma dos termos perto de 1 sugere uma persistência de volatilidade ao longo do tempo. Indicado que quando a volatilidade aumenta ela costuma seguir esse padrão por um período de tempo (vice e versa).

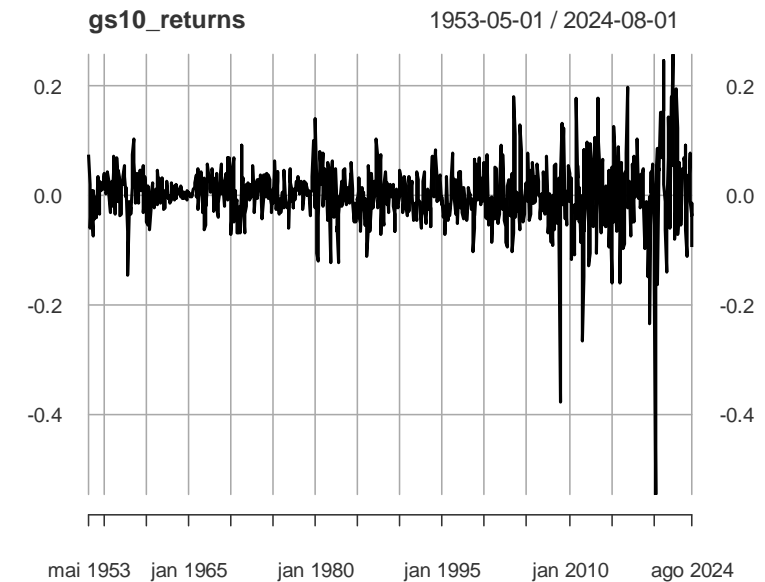
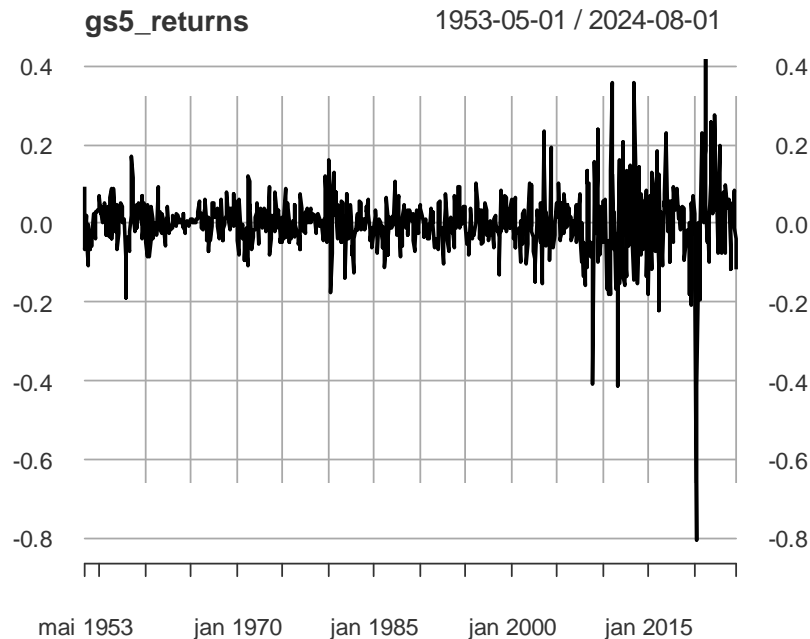
Vamos praticar...

# Títulos do tesouro EUA: 5 anos vs. 10 anos

- Primeiro passo, vamos calcular os retornos de ambas as séries.
- Segundo, como os valores para esses tipos de dados costumam ser pequenos vamos colocar em escala logarítmica.

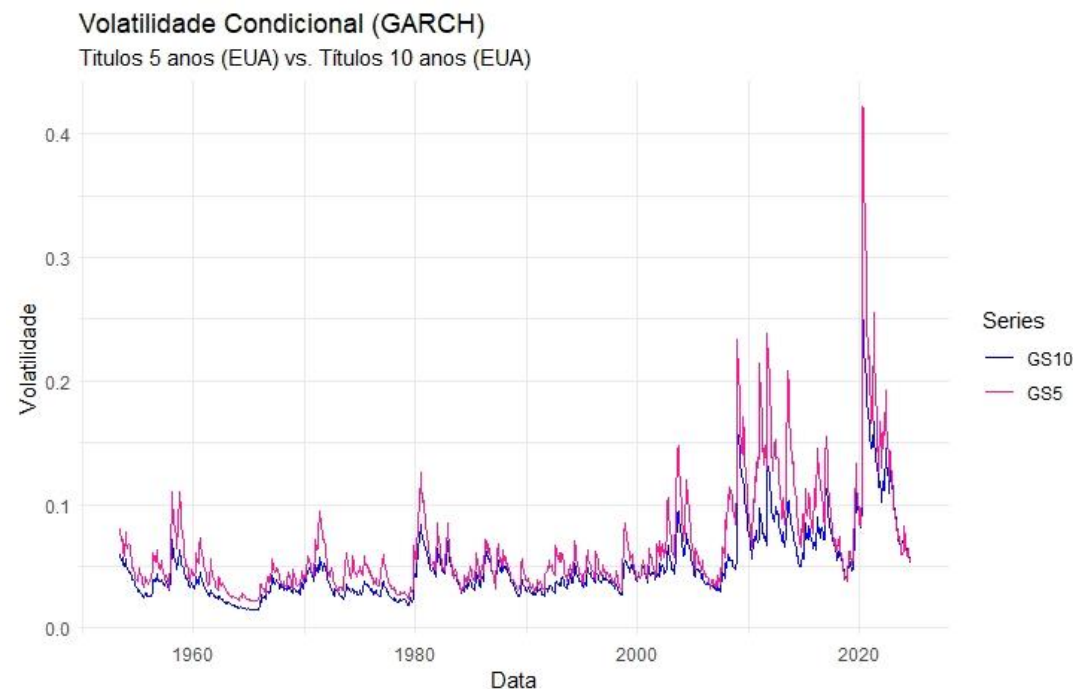
# Títulos do tesouro EUA: 5 anos vs. 10 anos

- Os retornos demonstram muita volatilidade com picos e quedas abruptas.



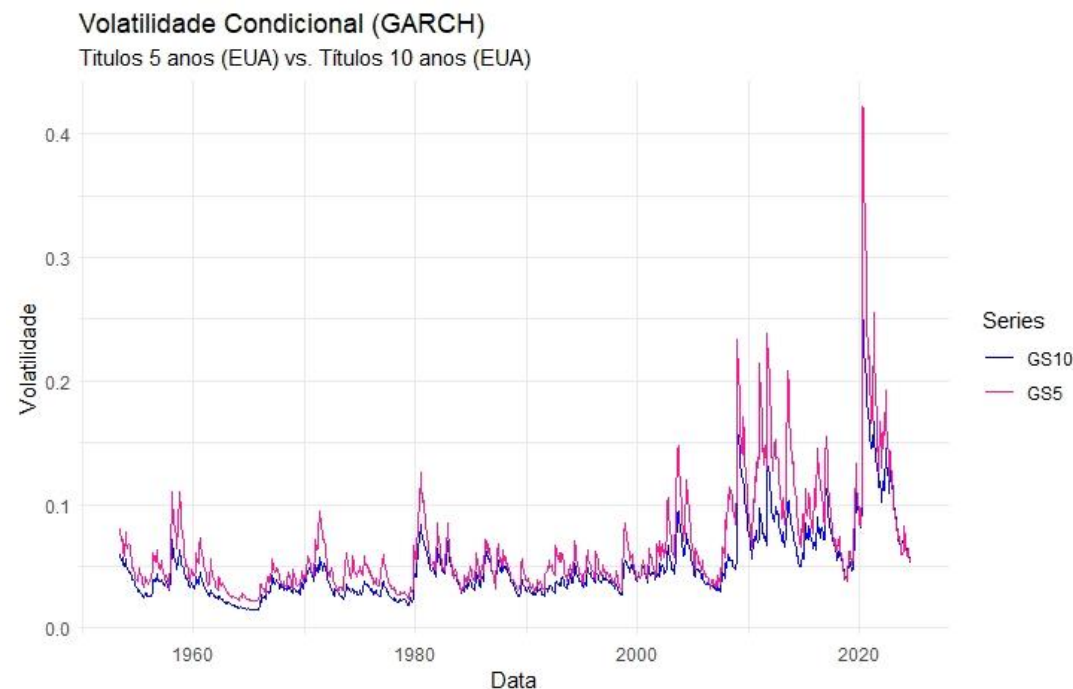
# Títulos do tesouro EUA (volatilidade condicional)

- A volatilidade tende a se agrupar, o que significa que períodos de alta volatilidade são seguidos por alta volatilidade, e períodos de baixa volatilidade são seguidos por baixa volatilidade. Essa característica é típica em dados de séries temporais financeiras e é bem capturada pelo modelo GARCH.
- No gráfico, os picos de volatilidade ocorrem em períodos específicos, sugerindo maior incerteza de mercado ou eventos econômicos durante esses períodos.



# Títulos do tesouro EUA (volatilidade condicional)

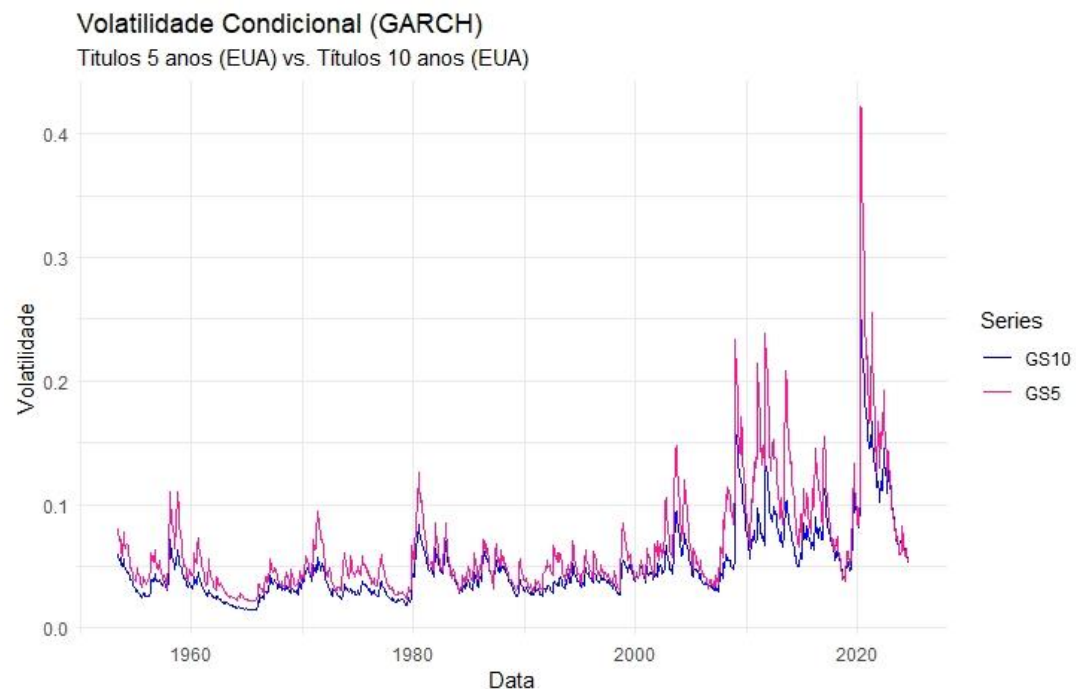
- Picos significativos podem ser vistos durante períodos de estresse econômico ou financeiro. Por exemplo, o grande **pico pós-2008** provavelmente está relacionado à Crise Financeira Global, e o pico mais recente por volta de 2020 provavelmente corresponde à pandemia de **COVID-19**.
- Esses eventos estão associados à turbulência do mercado, **onde a volatilidade condicional nos rendimentos aumenta drasticamente** devido ao risco e à incerteza elevados.





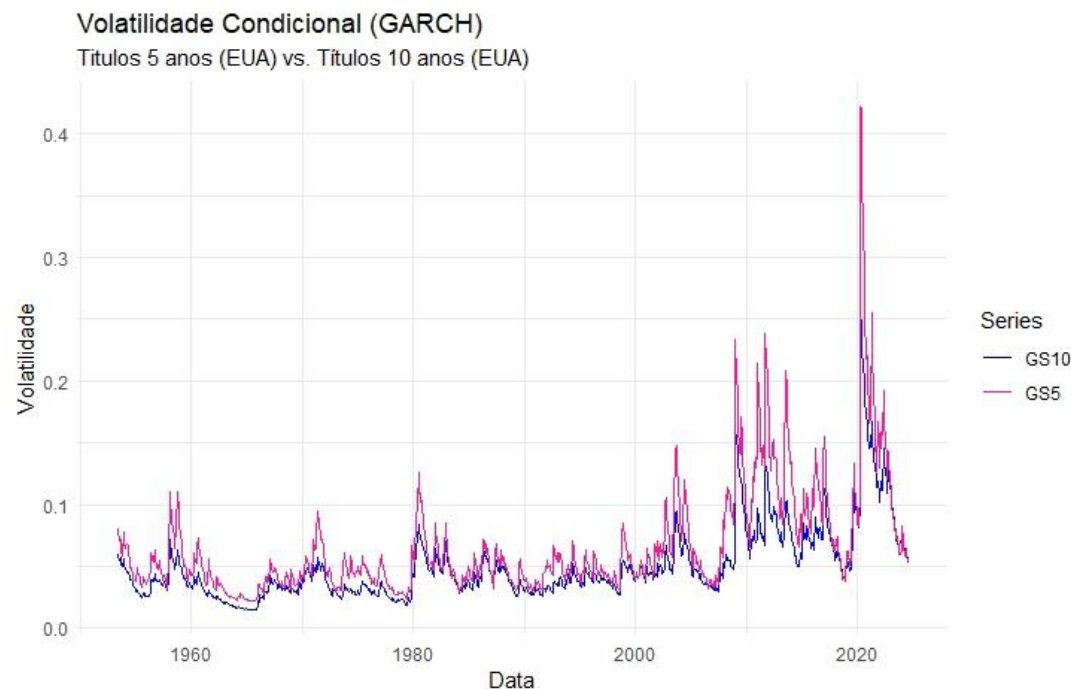
# Títulos do tesouro EUA (volatilidade condicional)

- Após períodos de extrema volatilidade, o gráfico mostra uma reversão de volta a níveis mais baixos de volatilidade. Isso é característico dos mercados financeiros, onde mesmo após uma crise, a volatilidade tende a se estabilizar ao longo do tempo.



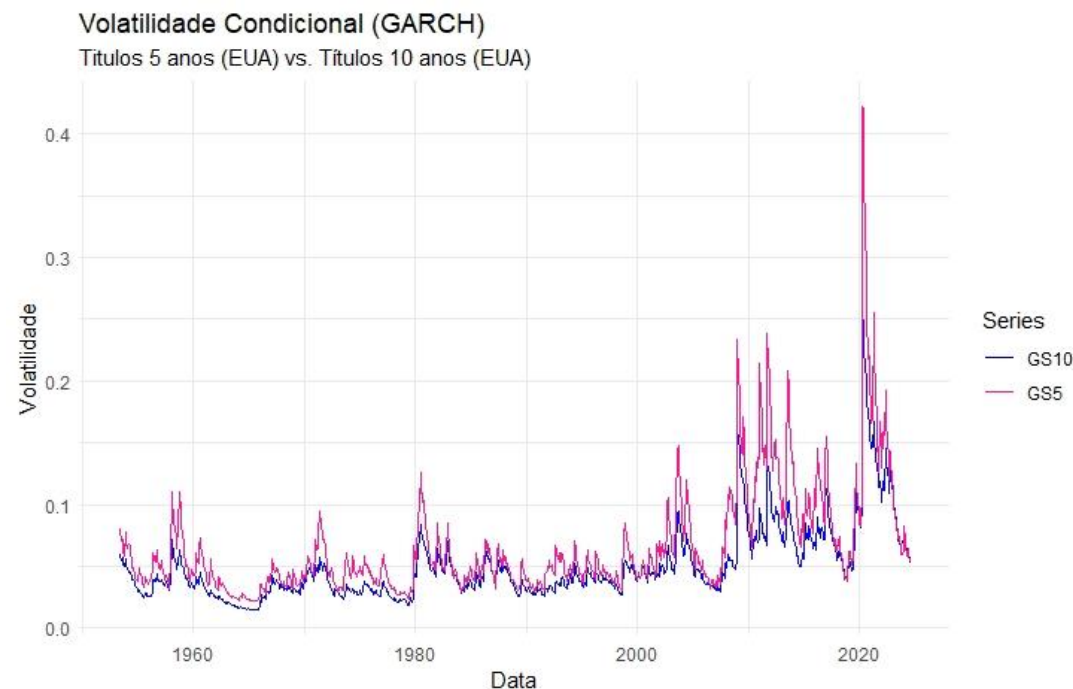
# Títulos do tesouro EUA (volatilidade condicional)

- Os rendimentos do Tesouro de 5 e 10 anos parecem ter padrões de volatilidade semelhantes, o que é esperado, uma vez que são instrumentos relacionados. No entanto, há diferenças sutis em magnitude.
- As linhas são muito próximas, sugerindo que ambas as séries reagem de forma semelhante a eventos econômicos, embora talvez o título de curto prazo (GS5) seja ligeiramente mais sensível à volatilidade em certos períodos.



# Títulos do tesouro EUA (volatilidade condicional)

- As diferenças em magnitude entre as duas linhas indicam que o título de curto prazo (GS5) pode reagir mais rapidamente ou fortemente a eventos econômicos em comparação ao título de longo prazo (GS10).



# Extensões GARCH

- Várias extensões foram desenvolvidas para abordar as limitações do modelo GARCH básico:
- EGARCH (Exponential GARCH): **Permite efeitos assimétricos**, onde choques positivos e negativos afetam a volatilidade de forma diferente.
- TGARCH (Threshold GARCH): **Introduz limites** para permitir diferentes respostas a choques de diferentes magnitudes.
- GJR-GARCH: Considera **efeitos de alavancagem**, onde choques negativos aumentam a volatilidade mais do que choques positivos.

# Questões de Revisão

- Qual é a diferença entre o ARCH e GARCH?
- O que é clusterização de volatilidade?
- Como a regressão do ARCH e GARCH diferem? Quais são as variáveis diferentes comparando os dois modelos?

# Referência

- Engle, R., 2001. GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. Journal of Economic Perspectives, 15(4), pp.157-168.