

Econometria e Séries Temporais - Aula 15 -

Prof. Mestre. Omar Barroso

Instituto Brasileiro de Educação, Pesquisa e Desenvolvimento

Introdução e avaliação de projeções econômicas/financeiras

- Previsão é a tentativa de determinar os valores que uma série provavelmente assumirá. Por exemplo:
- Previsão do retorno do mercado de amanhã
- Previsão dos índices de inflação e desemprego no próximo ano.
- Previsão da volatilidade dos retornos de títulos
- Previsão de índices de política monetária (taxas de juros).

Introdução e avaliação de projeções econômicas/financeiras

- Se as previsões forem "precisas" o suficiente, poderíamos inferir que o modelo é adequado?
- Precisamos ser específicos sobre o que exatamente comparamos e avaliamos. São previsões ou modelos?
- Normalmente, calculamos as previsões de um modelo e então as comparamos com as realizações da variável de interesse

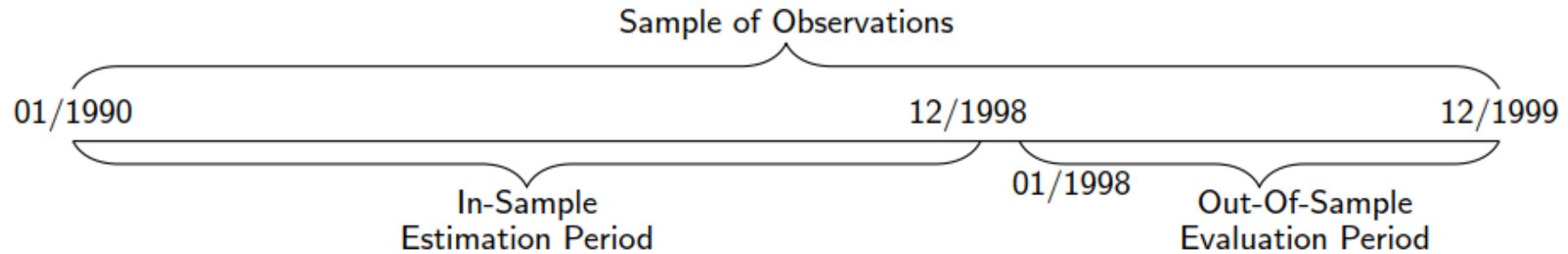
Dentro da amostra vs. (pseudo) fora da amostra

- Previsões dentro da amostra (ou **previsões de amostra completa**) usam todo o conjunto de dados para estimar parâmetros do modelo e avaliar as previsões feitas a partir dessas estimativas
- Portanto, ao usar todos os dados disponíveis, elimina-se a variação das revisões para parâmetros do modelo
- No entanto, pode-se provar que a avaliação dentro da amostra pode criar viés em direção a modelos superparametrizados

Dentro da amostra vs. (pseudo) fora da amostra

- Alternativamente, podemos usar uma fração da amostra para a estimativa dos parâmetros do modelo enquanto as observações restantes são usadas para testar nossas previsões
- A última subamostra é chamada de amostra de retenção ou período **fora da amostra**
- Por exemplo, considere uma amostra de dados de observações mensais de 01/1990 a 12/1999:

Dentro da amostra vs. (pseudo) fora da amostra

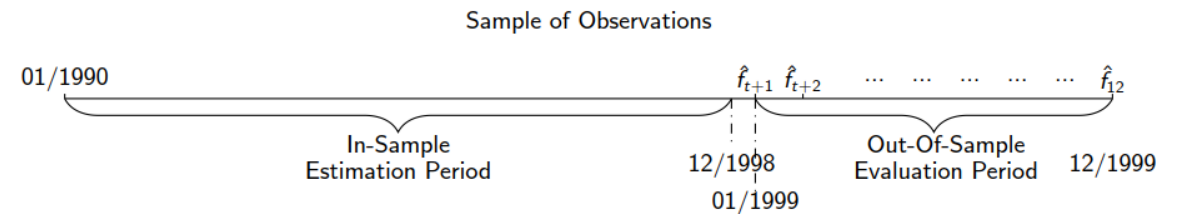


Produzindo Projeções

- Os horizontes das previsões são determinados pelos interesses do pesquisador e do modelo escolhido ou usado:
- **Previsões de um passo à frente:** previsões apenas para as próximas observações
- **Previsões de vários passos à frente:** previsões geradas para $s = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ passos à frente
- No exemplo anterior, depois de estimarmos o modelo usando os dados entre (e incluindo) 01/1990 e 12/1998, podemos produzir até previsões de doze passos à frente

Produzindo Projeções

- \hat{f}_{t+1} é a previsão de um passo à frente correspondente à primeira observação do período fora da amostra (01/1999) onde $t = 12/1998$ ou Dez/1998.
- \hat{f}_{t+n} é a previsão de N passos à frente correspondente à N-ésima observação do período fora da amostra



Produzindo Projeções

- Dadas as 12 previsões que mencionamos anteriormente, podemos compará-las com os valores reais da série dentro do período fora da amostra
- Isso não é o ideal, pois temos diferentes previsões de horizonte para comparar com os valores reais
- E se quisermos avaliar a capacidade do modelo de fornecer previsões precisas de um passo à frente ?
- Podemos implementar um esquema de previsão que renderizará um conjunto de **'s' previsões de um passo à frente**

Produzindo Projeções

- $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ que então podemos comparar com os valores reais
- Esquema recursivo (expansível)
- Esquema contínuo
- Esquema fixo (estático)
- Esquema de proporção fixa
- Pesos decrescentes exponenciais

Produzindo Projeções

- Para entender como construir previsões, precisamos da ideia de expectativas condicionais:

$$E(y_{t+1} | \mathcal{F}_t)$$

- O valor esperado de y para o tempo $t + 1$ é calculado condicionalmente a todas as informações disponíveis até e incluindo t (Ω_t).
- \mathcal{F}_t inclui todos os valores das variáveis conhecidas até (e incluindo) o tempo t .

Produzindo Projeções

- Como calculamos tais expectativas depende do modelo que usamos:
- Para um processo de ruído branco de média zero,
- $E(y_{t+s} | F_t) = 0, \forall s > 0$
- Os dois “métodos” de previsão mais simples são:
- Assumindo nenhuma mudança: $E(y_{t+1} | F_t) = y_t$
- Média de longo prazo: $E(y_{t+1} | F_t) = \bar{y}$

Produzindo Projeções

- Considerando o modelo estrutural: $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t$
- Para $E(y_t | \mathcal{F}_{t-1})$, temos:
$$E(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) = E(\beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t | \mathcal{F}_{t-1})$$
$$E(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \beta_1 + \beta_2 E(x_{2t} | \mathcal{F}_{t-1}) + \beta_3 E(x_{3t} | \mathcal{F}_{t-1}) + \dots + \beta_k E(x_{kt} | \mathcal{F}_{t-1})$$
- No tempo $t - 1$ não sabemos o valor de $E(x_{jt} | \mathcal{F}_{t-1})$, $j = 2, 3, \dots, k$.
- No qual, \mathcal{F}_{t-1} inclui todas as informações até e incluindo $t - 1$

Produzindo Projeções

- Podemos prever o cálculo das previsões de x_j para o tempo $t + 1$, mas isso requer configurar um modelo para cada variável explicativa
- Em vez disso, podemos substituir $E(x_{jt} | \mathcal{F}_{t-1})$ pela média amostral de cada variável \bar{x}_j .
- No entanto, neste caso, temos:

$$E(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \beta_1 + \beta_2 \bar{x}_1 + \beta_3 \bar{x}_2 + \dots + \beta_k \bar{x}_k = \bar{y}$$

Projeções com a Média Móvel (MA)

- Considerando a MA em dois estágios MA(2). $y_t = \mu + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2}$
- Conforme o processo é expresso para Y_t , esperemos que:

$$y_{t+1} = \mu + u_{t+1} + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1}$$

$$y_{t+2} = \mu + u_{t+2} + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t$$

$$y_{t+3} = \mu + u_{t+3} + \theta_1 u_{t+2} + \theta_2 u_{t+1}$$

Projeções com a Média Móvel (MA)

- Assumindo que o conjunto de informações inclui todas as informações (e incluindo) o tempo t :

$$\hat{f}_{t+1|t} = E(y_{t+1}|\Omega_t) = E(\mu + u_{t+1} + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1}|\Omega_t) = \mu + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1}$$

$$\hat{f}_{t+2|t} = E(y_{t+2}|\Omega_t) = E(\mu + u_{t+2} + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t|\Omega_t) = \mu + \theta_2 u_t$$

$$\hat{f}_{t+3|t} = E(y_{t+3}|\Omega_t) = E(\mu + u_{t+3} + \theta_1 u_{t+2} + \theta_2 u_{t+1}|\Omega_t) = \mu$$

- Nesse caso, $MA(q)$ tem apenas a "memória" de q períodos. Todos os períodos projetados a frente de 1 serão iguais ao intercepto.

Projeções com modelos AR

- Considerando o modelo AR(2) para Y: $y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + u_t$

- Esperamos que:
$$y_{t+1} = \mu + \phi_1 y_t + \phi_2 y_{t-1} + u_{t+1}$$
$$y_{t+2} = \mu + \phi_1 y_{t+1} + \phi_2 y_t + u_{t+2}$$
$$y_{t+3} = \mu + \phi_1 y_{t+2} + \phi_2 y_{t+1} + u_{t+3}$$

Projeções com modelos AR

Assumimos que nosso conjunto de informações possa incluir todas as informações (e incluindo) o tempo t .

$$\hat{f}_{t+1|t} = E(y_{t+1}|\Omega_t) = E(\mu + \phi_1 y_t + \phi_2 y_{t-1} + u_{t+1}|\Omega_t) = \mu + \phi_1 y_t + \phi_2 y_{t-1}$$

$$\hat{f}_{t+2|t} = E(y_{t+2}|\Omega_t) = E(\mu + \phi_1 y_{t+1} + \phi_2 y_t + u_{t+2}|\Omega_t) = \mu + \phi_1 \hat{f}_{t+1} + \phi_2 y_t$$

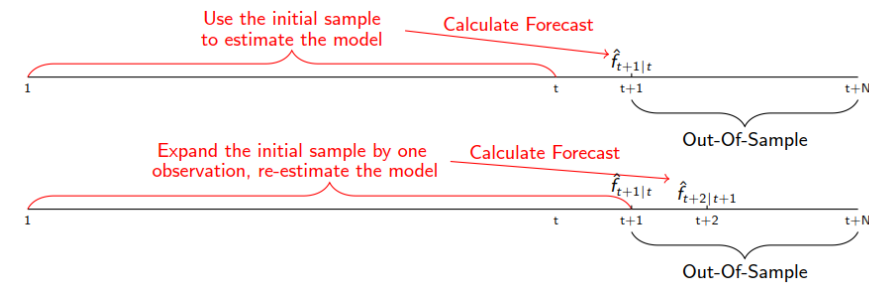
$$\hat{f}_{t+3|t} = E(y_{t+3}|\Omega_t) = E(\mu + \phi_1 y_{t+2} + \phi_2 y_{t+1} + u_{t+3}|\Omega_t) = \mu + \phi_1 \hat{f}_{t+2} + \phi_2 \hat{f}_{t+1}$$

Esquema de Previsão Recursiva

- Considere um modelo para um processo y_t , para o qual queremos avaliar a precisão de suas previsões um passo à frente.
- Em um esquema de previsão recursiva, estimamos o modelo usando o período original na amostra ($T = 1, 2, \dots, t$) e produzimos a primeira previsão um passo à frente para o tempo $t + 1$.
- Então, adicionamos uma observação no período de estimativa, reestimamos o modelo e produzimos a segunda previsão um passo à frente para o período $t + 2$.

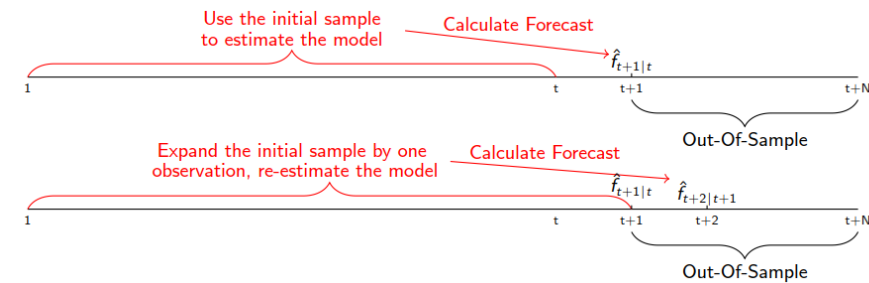
Esquema de Previsão Recursiva

- Em vermelho
- Imagem 1 (topo): “Usamos a amostra inicial para estimar o modelo. Logo após, calculamos a projeção.”
- Imagem 2 (topo): “Expandimos a amostra inicial por uma observação e reestimamos o modelo.”



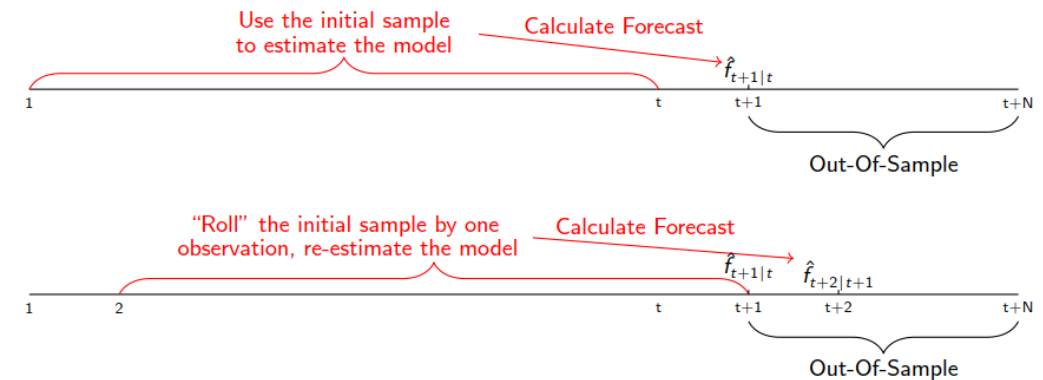
Esquema de Previsão Recursiva

- Note que o conjunto de informações muda...
- Ele imita o que alguns previsores fazem na prática. Funciona melhor quando não há mudanças esperadas nos parâmetros. Caso contrário, leva a previsões tendenciosas
- (ainda com erro de estimativa reduzido).



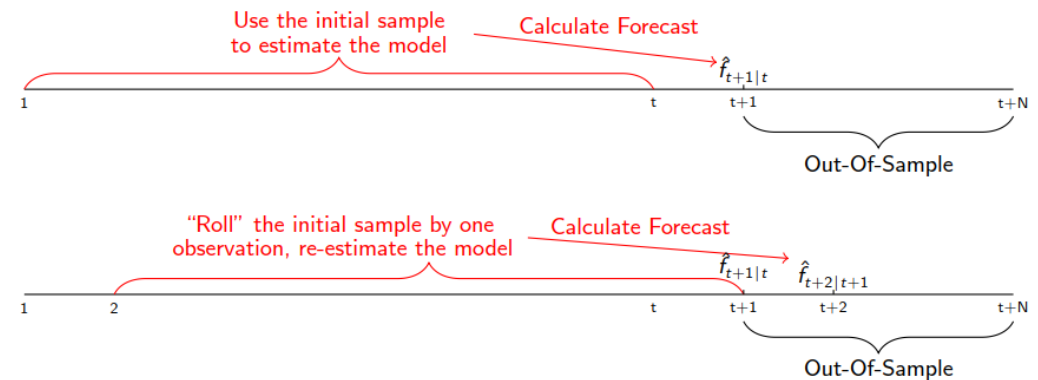
Esquemas de Esquema de Previsão Contínua

- Em um esquema de previsão contínua, primeiro estimamos o modelo usando o período original na amostra ($T = 1, 2, \dots, t$) e produzimos a primeira previsão um passo à frente para o tempo $t + 1$.
- Então, “rolamos” o período de estimativa por uma observação, reestimamos o modelo e produzimos a segunda previsão um passo à frente para o período $t + 2$ e assim por diante...



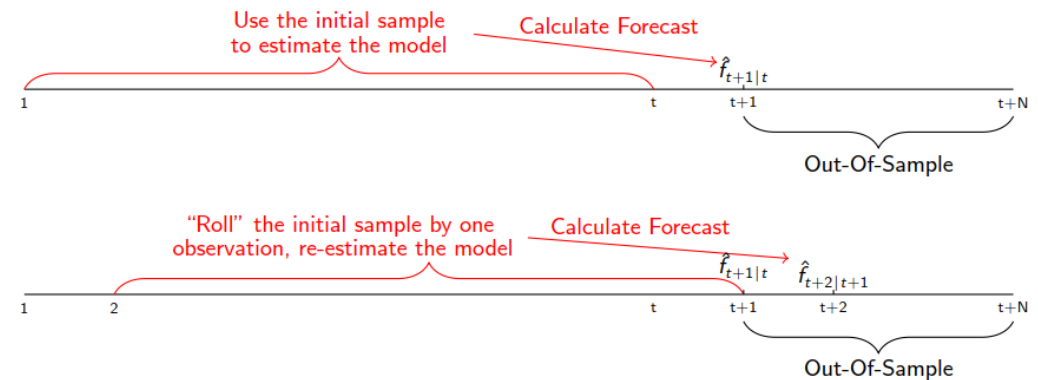
Esquemas de Esquema de Previsão Contínua

- Em vermelho:
- Primeira imagem (topo):
Utilizamos a amostra inicial para estimar o modelo e calcular a projeção.
- Segunda imagem: “Rolamos” a amostra inicial em uma observação para reestimar o modelo. Calculamos uma nova previsão em base desta operação.



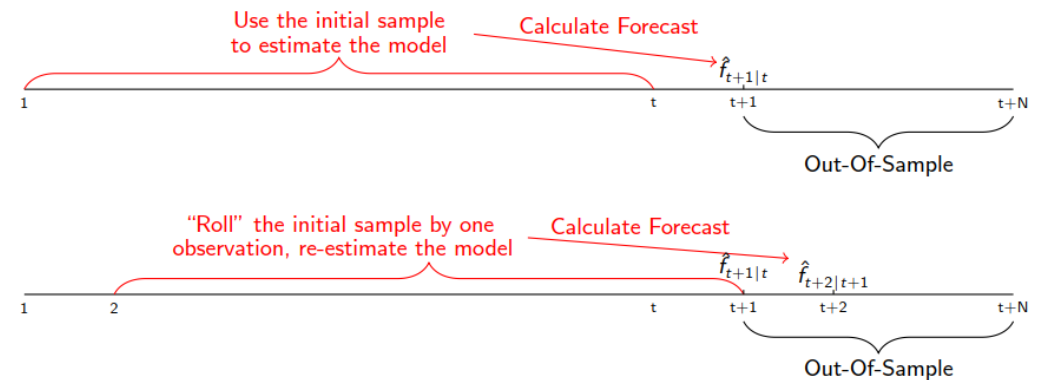
Esquemas de Esquema de Previsão Contínua

- Similar ao caso recursivo, o conjunto de informações muda. Tipicamente o recursivo não é estacionário.



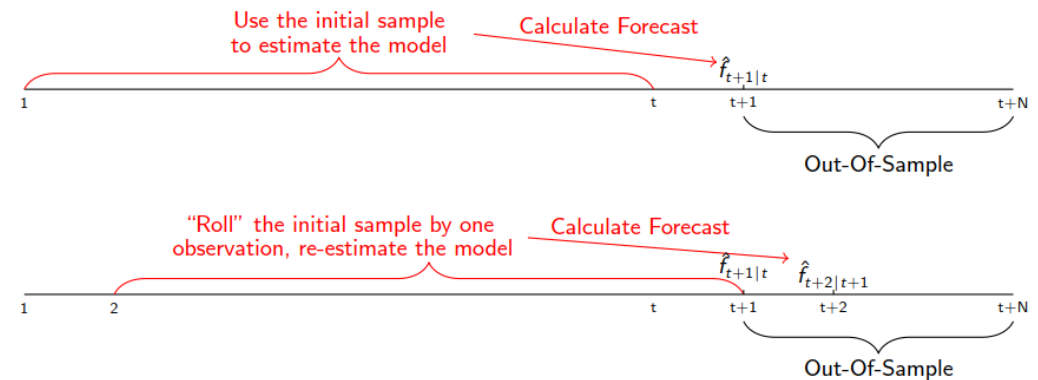
Esquemas de Esquema de Previsão Contínua

- Em um esquema de previsão estática, estimamos o modelo uma vez usando o período original.
- na amostra. Então, produzimos as previsões expandindo apenas o conjunto de informações (ou seja, u_{t+1} , y_{t+1} , x_{t+1}).



Esquemas de Esquema de Previsão Contínua

- Um esquema de previsão fixa assume implicitamente que os parâmetros do processo subjacente não mudam com o tempo.
- Uma previsão fixa é usada principalmente em casos em que a carga computacional é pesada.



Referências

Diebold, F. X., and Mariano, R. S. (1995), Comparing Predictive Accuracy, Journal of Business and Economic Statistics, 13, 130-141

Diebold, F. X., and Mariano, R. S. (2015), Comparing Predictive Accuracy, Twenty Years Later: A Personal Perspective on the Use and Abuse of Diebold–Mariano Tests, Journal of Business and Economic Statistics, 33, 1-9

Elliott, G., and Timmermann, A. (2016), Economic Forecasting, Princeton University Press. (Ch 2, Ch16, Ch17)

Giacomini, F., and White, H. (2006), Tests of Conditional Predictive Ability, Econometrica 74, 1545–78

West, K. D. (1996), Asymptotic Inference About Predictive Ability, Econometrica, 64, 1067–1084.