

Econometria e Séries Temporais - Aula 9 -

Prof. Mestre. Omar Barroso

Instituto Brasileiro de Educação, Pesquisa e Desenvolvimento

Vetor de Auto-regressão (VAR)

- é um modelo estatístico usado em econometria para capturar as interdependências lineares entre várias séries temporais. Ao contrário dos modelos autorregressivos univariados, que analisam uma única variável ao longo do tempo, os modelos VAR permitem a análise simultânea de várias variáveis, tratando cada uma como endógena.
- Ou seja, o modelo VAR assume que cada variável é influenciada por seus próprios valores passados (lags ou defasagens), bem como pelos valores passados de todas as outras variáveis no sistema.

Conceitos Chaves (VAR)

- **Endogeneidade:** Todas as variáveis no sistema são tratadas como **endógenas**, o que significa que são explicadas dentro do modelo em vez de serem determinadas exogenamente.
- **Atrasos de variáveis:** Cada variável é **regredida em seus próprios atrasos e nos atrasos das outras variáveis**. Isso permite que o modelo capture as inter-relações dinâmicas entre as séries temporais.
- **Sem suposições estruturais:** O modelo VAR básico não impõe fortes suposições a priori sobre as relações entre as variáveis, tornando-o uma ferramenta flexível para analisar séries temporais sem precisar especificar qual variável é a causa e qual é o efeito.

Representação (VAR)

- O modelo VAR estende a ideia de autorregressão univariada para regressões de séries temporais k , onde os valores defasados de todas as séries k aparecem como regressores.
- Em outras palavras, em um modelo VAR, regredimos um vetor de variáveis de séries temporais em vetores defasados dessas variáveis. Quanto aos modelos $AR(p)$, a ordem de defasagem é denotada por p , então o modelo $VAR(p)$ de duas variáveis X_t e Y_t ($k=2$) é dado pelas equações:

Representação (VAR)

- O modelo é representado da determinada forma:

$$\begin{aligned}y_t &= \alpha_1 + \beta_{11,1}y_{t-1} + \beta_{12,1}x_{t-1} + \dots + \beta_{11,p}y_{t-p} + \beta_{12,p}x_{t-p} + \epsilon_{y,t} \\x_t &= \alpha_2 + \beta_{21,1}y_{t-1} + \beta_{22,1}x_{t-1} + \dots + \beta_{21,p}y_{t-p} + \beta_{22,p}x_{t-p} + \epsilon_{x,t}\end{aligned}$$

- No qual,
- y_t e x_t : São as variáveis de série temporal a serem explicadas.
- α_1 e α_2 : São as constante (interceptos).
- β : São os coeficientes dos termos defasados estimados via MQO.
- ϵ : Termo de erro ou inovações.

Intuição

- A teoria por trás do VAR está enraizada na ideia de que variáveis econômicas são frequentemente inter-relacionadas e influenciam umas às outras ao longo do tempo. Por exemplo, em macroeconomia, variáveis como PIB, inflação e taxas de juros provavelmente afetam umas às outras em vez de se moverem independentemente.

Conceitos

- **Interação dinâmica:** o modelo captura como as **mudanças em uma variável afetam outra ao longo do tempo**. Por exemplo, um aumento na taxa de juros pode levar a uma inflação menor em períodos subsequentes, o que pode ser capturado em um modelo VAR.
- **Funções de resposta ao impulso (IRFs):** após estimar o modelo VAR, as funções de resposta ao impulso podem ser usadas para analisar como os **choques** (mudanças inesperadas) em uma variável afetam as outras variáveis ao longo do tempo.

Conceitos

- **Decomposição de variância:** esta técnica divide a variância do erro de previsão de cada variável para mostrar quanto da variância é atribuível a choques em cada variável no sistema.
- **Estacionariedade:** para que um modelo VAR forneça resultados significativos, os dados da **série temporal devem ser estacionários**, o que significa que as propriedades estatísticas (como a média e a variância) não mudam ao longo do tempo. **Se as séries não forem estacionárias, elas precisam ser diferenciadas** antes de aplicar o modelo VAR.

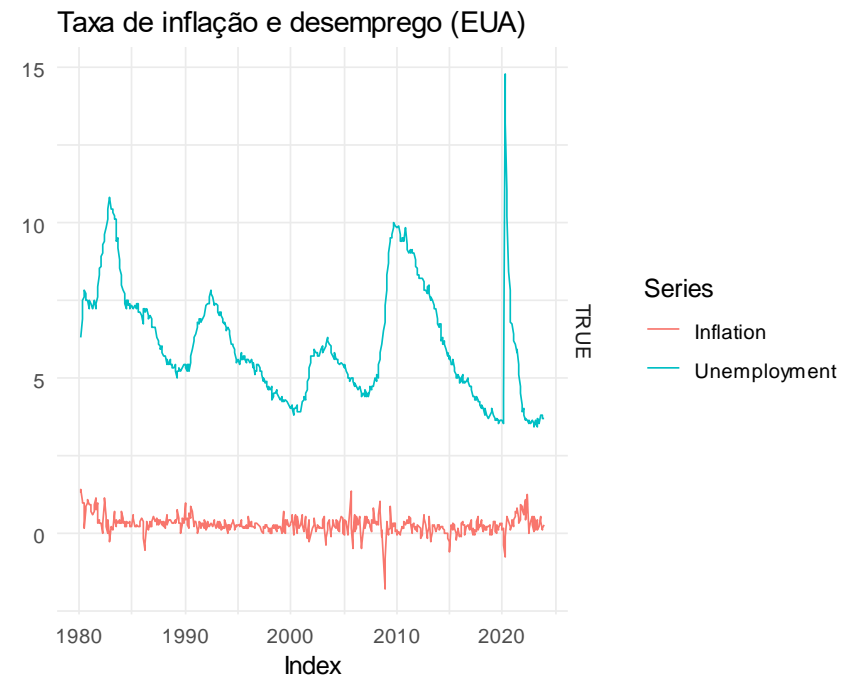
Vamos praticar...

Implementando um modelo

- Vamos trabalhar com dados de inflação (π) e desemprego (U) dos EUA.
- Podemos modelar da determinada maneira...
- $\pi_t = \alpha_1 + \beta_{11}\pi_{t-1} + \beta_{12}U_{t-1} + \dots + \beta_{11}\pi_{t-p} + \beta_{12}U_{t-p} + \epsilon_{\pi,t}$
- $U_t = \alpha_2 + \beta_{21}\pi_{t-1} + \beta_{22}U_{t-1} + \dots + \beta_{21}\pi_{t-p} + \beta_{22}U_{t-p} + \epsilon_{U,t}$

Inflação e desemprego

- Podemos perceber que ambas as taxas demonstram diferenças marcantes.



Inflação e desemprego (ADF)

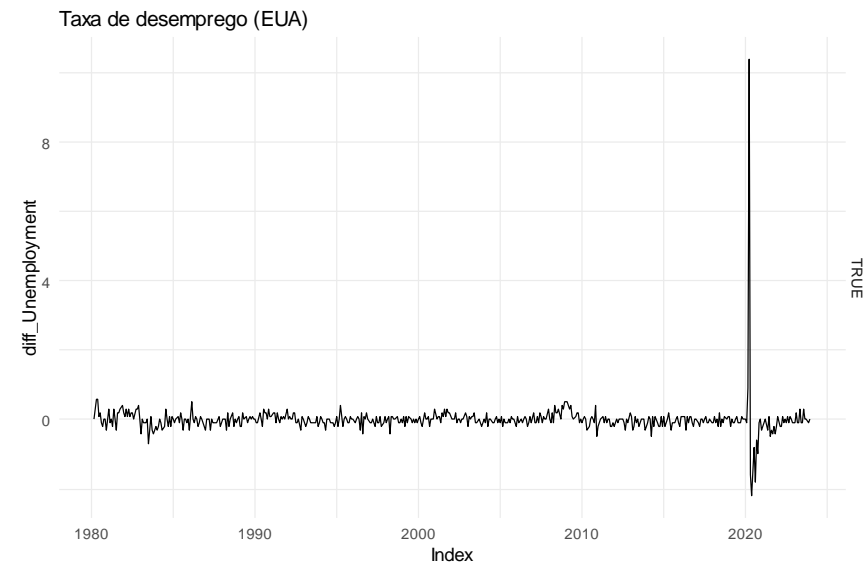
- Conforme o caso, devemos checar a estacionariedade.
- Com isso, vamos utilizar o teste de ADF.
- Para a inflação, o p-valor é menor do que o alpha de 0.05.
- Ou seja, o teste de ADF sugere que a série é estacionária e pode ser diretamente usada para o VAR.
- `adf.test(data$Inflation)`
- Augmented Dickey-Fuller Test
- data: `data$Inflation`
- Dickey-Fuller = -5.4414, Lag order = 8, p-value = 0.01
- alternative hypothesis: stationary

Inflação e desemprego (ADF)

- Todavia, a taxa de desemprego não diz o mesmo!
- Podemos observar que o p-valor é maior do que o nível de 0.05.
- Ou seja, a série não é estacionaria e assim devemos diferenciar para usar o VAR.
- `adf.test(data$Unemployment)`
- Augmented Dickey-Fuller Test
- data: data\$Unemployment
- Dickey-Fuller = -2.7728, Lag order = 8, p-value = 0.2512
- alternative hypothesis: stationary

Inflação e desemprego (ADF)

- Conforme diferenciamos a série, podemos observar um padrão mais parecido com estacionariedade (e um pico enorme em 2019-20).



Inflação e desemprego (ADF)

- Isso se confirma ainda mais pelo o valor baixo do p-valor...
- Desta maneira, podemos prosseguir em nossa análise!
- `adf.test(diff_unemployment_clean)`
- Augmented Dickey-Fuller Test
- data: `diff_unemployment_clean`
- Dickey-Fuller = -8.2647, Lag order = 8, p-value = 0.01
- alternative hypothesis: stationary

VAR (resultados Inflação)

- **Equação:** $\text{Inflation} = \text{Inflation.l1} + \text{diff_Unemployment.l1} + \text{Inflation.l2} + \text{diff_Unemployment.l2} + \text{Inflation.l3} + \text{diff_Unemployment.l3} + \text{Inflation.l4} + \text{diff_Unemployment.l4} + \text{const}$
- Primeiramente, a inflação no primeiro lag (inflation.l1) é extremamente significativa.
- Indicando, que ela afeta positivamente a inflação atual.

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1      0.570695   0.044537  12.814 < 2e-16 ***
diff_Unemployment.l1 -0.002823   0.021025  -0.134  0.89324
Inflation.l2      -0.160163   0.050862  -3.149  0.00173 **
diff_Unemployment.l2  0.012450   0.020974   0.594  0.55304
Inflation.l3       0.106180   0.050986   2.083  0.03779 *
diff_Unemployment.l3  0.007799   0.020911   0.373  0.70932
Inflation.l4       0.064944   0.043761   1.484  0.13841
diff_Unemployment.l4  0.011268   0.020897   0.539  0.58999
const             0.104639   0.016812   6.224  1.01e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2395 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared:  0.2995,    Adjusted R-squared:  0.2885
F-statistic: 27.41 on 8 and 513 DF,  p-value: < 2.2e-16
```


VAR (resultados Inflação)

- A inflação sobre dois atrasos (inflation l.2) é bastante significativa também.
- No qual, o impacto negativo sugere que a inflação de dois períodos atrás tem um efeito de amortecimento na inflação atual.
- *Efeito de amortecimento: Redução de eficiência de mercado.*

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1      0.570695    0.044537  12.814 < 2e-16 ***
diff_Unemployment.l1 -0.002823    0.021025  -0.134  0.89324
Inflation.l2     -0.160163    0.050862  -3.149  0.00173 **
diff_Unemployment.l2  0.012450    0.020974   0.594  0.55304
Inflation.l3      0.106180    0.050986   2.083  0.03779 *
diff_Unemployment.l3  0.007799    0.020911   0.373  0.70932
Inflation.l4      0.064944    0.043761   1.484  0.13841
diff_Unemployment.l4  0.011268    0.020897   0.539  0.58999
const            0.104639    0.016812   6.224  1.01e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2395 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.2995,    Adjusted R-squared: 0.2885
F-statistic: 27.41 on 8 and 513 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

VAR (resultados Inflação)

- Inflation.l3 (Lag 3 of Inflation): Fracamente significativo e impacta positivamente a inflação.
- Constant é altamente significativo, mostrando que há uma média diferente de zero na série de inflação mesmo após contabilizar os valores defasados.

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1      0.570695    0.044537   12.814 < 2e-16 ***
diff_Unemployment.l1 -0.002823    0.021025   -0.134  0.89324
Inflation.l2      -0.160163    0.050862   -3.149  0.00173 **
diff_Unemployment.l2  0.012450    0.020974    0.594  0.55304
Inflation.l3       0.106180    0.050986    2.083  0.03779 *
diff_Unemployment.l3  0.007799    0.020911    0.373  0.70932
Inflation.l4       0.064944    0.043761    1.484  0.13841
diff_Unemployment.l4  0.011268    0.020897    0.539  0.58999
const             0.104639    0.016812    6.224 1.01e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2395 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.2995,    Adjusted R-squared: 0.2885
F-statistic: 27.41 on 8 and 513 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

VAR (resultados Inflação)

- Os lags de desemprego não aparentam ser significativos. Ou seja, em sua forma diferenciada, não parece ter influência direta na inflação neste modelo.
- R-quadrado ajustado: 0,2885 ou cerca de 29% da variação na inflação é explicada pelo modelo.
- Erro padrão residual: 0,2395 – isso dá uma ideia do tamanho médio dos erros de previsão (resíduos).

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1      0.570695   0.044537  12.814 < 2e-16 ***
diff_Unemployment.l1 -0.002823   0.021025  -0.134  0.89324
Inflation.l2      -0.160163   0.050862  -3.149  0.00173 **
diff_Unemployment.l2  0.012450   0.020974   0.594  0.55304
Inflation.l3       0.106180   0.050986   2.083  0.03779 *
diff_Unemployment.l3  0.007799   0.020911   0.373  0.70932
Inflation.l4       0.064944   0.043761   1.484  0.13841
diff_Unemployment.l4  0.011268   0.020897   0.539  0.58999
const             0.104639   0.016812   6.224  1.01e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2395 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.2995,    Adjusted R-squared: 0.2885
F-statistic: 27.41 on 8 and 513 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

VAR (resultados desemprego)

- Equação: $\text{diff_Unemployment} = \text{Inflation.l1} + \text{diff_Unemployment.l1} + \text{Inflation.l2} + \text{diff_Unemployment.l2} + \text{Inflation.l3} + \text{diff_Unemployment.l3} + \text{Inflation.l4} + \text{diff_Unemployment.l4} + \text{const}$
- Inflation.l1: Significativo e impacta negativamente a taxa de desemprego diferenciada.
- diff_Unemployment.l2 (Lag 2 do desemprego diferenciado): Significativo e afeta negativamente o desemprego diferenciado atual.

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1 -0.242461 0.093861 -2.583 0.01006 *
diff_Unemployment.l1 0.005606 0.044309 0.127 0.89938
Inflation.l2 0.121519 0.107190 1.134 0.25746
diff_Unemployment.l2 -0.121458 0.044202 -2.748 0.00621 **
Inflation.l3 -0.121492 0.107453 -1.131 0.25873
diff_Unemployment.l3 0.002130 0.044069 0.048 0.96147
Inflation.l4 0.152886 0.092226 1.658 0.09798 .
diff_Unemployment.l4 -0.094121 0.044040 -2.137 0.03306 *
const 0.013578 0.035430 0.383 0.70171
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5047 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.03809, Adjusted R-squared: 0.02309
F-statistic: 2.539 on 8 and 513 DF, p-value: 0.01019
```

VAR (resultados desemprego)

- diff_Unemployment.l4: Significativo e impacta negativamente o desemprego atual.
- A maioria das outras variáveis (atrasos de inflação e desemprego) não são significativos, exceto os atrasos mencionados acima.
- R-quadrado ajustado: 0,02309 – muito baixo, significando que o modelo explica apenas cerca de 2% da variação na taxa de desemprego diferenciada.
- Erro padrão residual: 0,5047 – os erros são maiores aqui em comparação ao modelo de inflação.

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
Inflation.l1 -0.242461 0.093861 -2.583 0.01006 *
diff_Unemployment.l1 0.005606 0.044309 0.127 0.89938
Inflation.l2 0.121519 0.107190 1.134 0.25746
diff_Unemployment.l2 -0.121458 0.044202 -2.748 0.00621 **
Inflation.l3 -0.121492 0.107453 -1.131 0.25873
diff_Unemployment.l3 0.002130 0.044069 0.048 0.96147
Inflation.l4 0.152886 0.092226 1.658 0.09798 .
diff_Unemployment.l4 -0.094121 0.044040 -2.137 0.03306 *
const 0.013578 0.035430 0.383 0.70171
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5047 on 513 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.03809, Adjusted R-squared: 0.02309
F-statistic: 2.539 on 8 and 513 DF, p-value: 0.01019
```

VAR (Matriz da covariância)

- A covariância entre os resíduos das duas equações é -0,01935, sugerindo uma relação negativa fraca entre os erros das duas equações.
- A correlação entre os resíduos é -0,1601, também indicando uma relação negativa fraca.

Covariance matrix of residuals:

	Inflation	diff_Unemployment
Inflation	0.05734	-0.01935
diff_Unemployment	-0.01935	0.25467

Correlation matrix of residuals:

	Inflation	diff_Unemployment
Inflation	1.0000	-0.1601
diff_Unemployment	-0.1601	1.0000

VAR resultados comentados

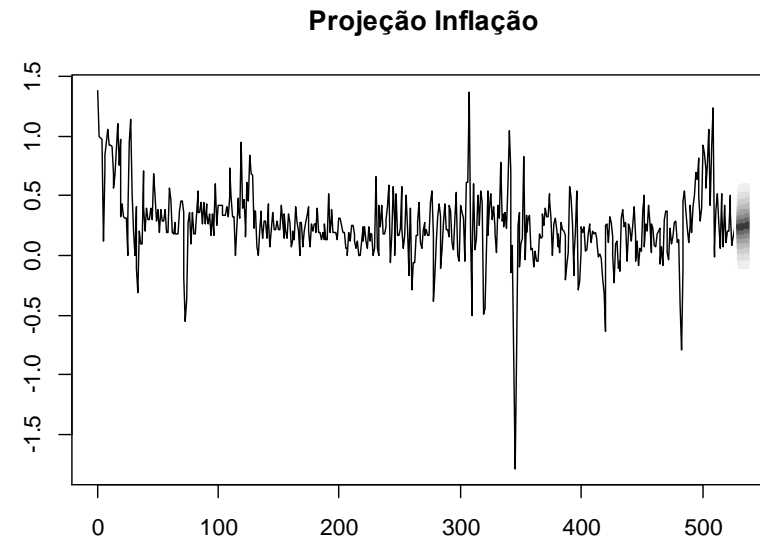
- **A inflação é altamente autocorrelacionada:** o primeiro e o terceiro defasamentos da inflação são positivamente correlacionados com a inflação atual, enquanto o segundo defasamento tem um efeito negativo. Isso sugere que a inflação tem *uma forte dinâmica interna*.
- **O desemprego diferenciado tem pouca influência na inflação:** nenhum dos defasamentos da taxa de desemprego diferenciado afeta significativamente a inflação, sugerindo **interação direta mínima entre essas duas variáveis** na especificação do modelo atual.

VAR resultados comentados

- A equação da inflação é relativamente bem explicada por seus próprios valores passados, mas o desemprego diferenciado desempenha um papel mínimo na explicação da inflação.
- Em contraste, o desemprego parece ser influenciado pela inflação passada, mas o modelo não explica bem a dinâmica do desemprego no geral.

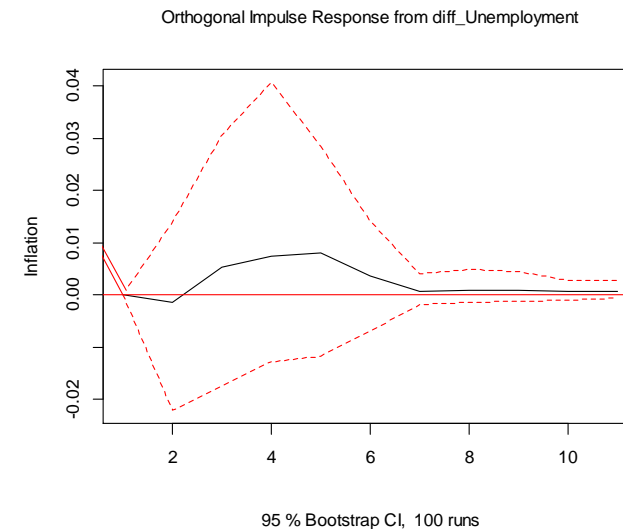
Projeções VAR

- O VAR nos proporciona em fazer projeções...



IRF (Função de Impulso Resposta)

- Podemos ver que segundo o IRF, os choque na inflação tendem a serem influenciados sobre os seus valores passados.
- Todavia, ao longo do tempo a tendência é que se reverte a zero (ou média).



Exercícios para revisão

- Escolha duas séries temporais macroeconômicas e esboce duas regressões em um parâmetro VAR.
- Após isso, baixe os dados pelo FRED e forme uma matriz contendo as duas séries.
- Faça a preparação necessária (ADF, diferenciação e limpeza dos dados).
- Rode o VAR e faça a análise dos resultados.

Referência

- Stock, J. H., & Watson, M. W. (2001). Vector Autoregressions. Journal of Economic Perspectives, 15(4),
101-115. <https://doi.org/10.1257/jep.15.4.101>