Mini curso de Probabilidade e Estatística

Por tutor Mestre Omar Barroso Khodr

Aula 1

- Introdução a Estatística Aplicada e Modo de Usar.
- Introdução à Probabilidade, conjuntos e diagramas de Venn.

Introdução: O que é a Estatística?

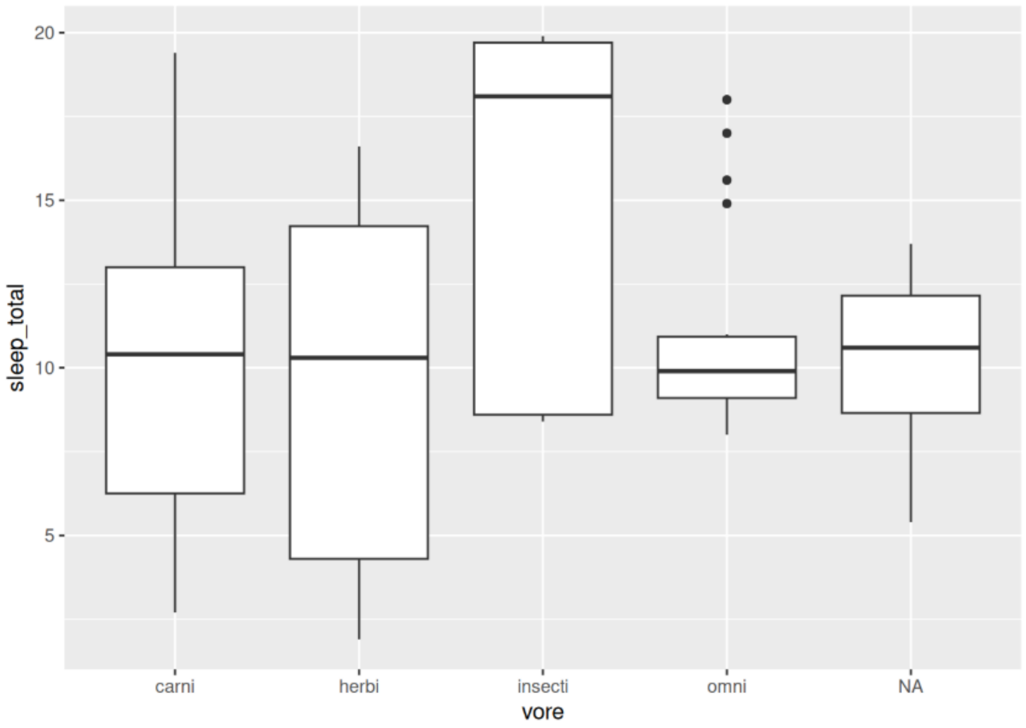
- Estatística é a ciência que coleta, organiza, analisa, interpreta e apresenta **dados** com o objetivo de apoiar a **tomada de decisões** em condições de incerteza.
- Ela fornece métodos para descrever características de **conjuntos** de dados (estatística descritiva) e para fazer **inferências** sobre **populações** com base em **amostras** (estatística inferencial).

Estatística Descritiva e Inferencial

- **Estatística descritiva:** resume e **organiza dados** de maneira gráfica ou numérica (médias, medianas, gráficos, tabelas etc.).
- **Estatística inferencial:** utiliza uma amostra de dados para **fazer previsões**, **estimativas ou testes de hipóteses** sobre uma população.
- **Exemplo:** calcular a média salarial de uma amostra é descritivo; estimar a média da população com base nessa amostra é inferencial.

Exemplo: Estatística Descritiva e Inferencial

- Neste **Boxplot**, os padrões de sono de diferentes espécies de animais é medido pelos seus **quartís**. Neste tipo de análise estatística a linha mais escura no meio do retângulo determina a mediana. Qual tipo de demonstração estatística é essa? Descritiva ou inferencial?



Fonte: Modern Statistics With R (Thulin, 2025).

Tipos de Dados

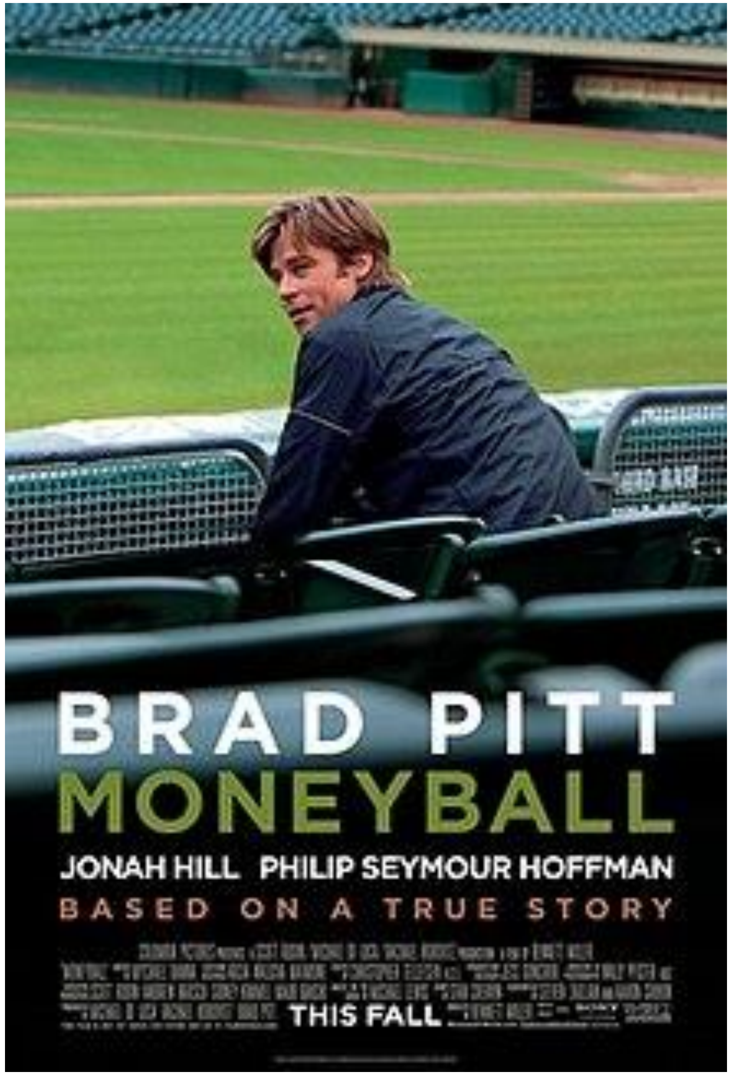
- **Dados qualitativos (categóricos):** representam atributos ou categorias.
- **Exemplos:** estado civil, cor dos olhos.
- **Dados quantitativos (numéricos):** representam valores mensuráveis.
- **Discretos**: valores inteiros (número de filhos).
- **Contínuos:** valores dentro de um intervalo (altura, peso).

Aplicação da Estatística em Diferentes Áreas

- **Economia/Finanças:** análise de inflação, PIB, desemprego, rentabilidade e gerenciamento de riscos.
- **Saúde Pública:** estudos epidemiológicos, testes de eficácia de vacinas.
- **Psicologia:** testes estatísticos em experimentos comportamentais.
- **Engenharia:** controle de qualidade e análise de confiabilidade.
- **Administração e Marketing:** análise de mercado, comportamento do consumidor e rendimento de contribuintes.
- **Esportes:** desempenho de atletas e previsão de resultados.

Sugestão de Leitura/Filme

- *O Homem que Mudou o Jogo*.
- 2h 13min | Biopic, Drama
- **Direção:** Bennett Miller | Roteiro Steven Zaillian, Aaron Sorkin
- **Elenco:** Brad Pitt, Jonah Hill, Philip Seymour Hoffman
- Título original *Moneyball*



Introdução: O que é probabilidade?

- Diariamente nos deparamos com aleatoriedade e incerteza, o que são eventos que surgem de forma comum na vida diária.
- Esses fenômenos são extensivamente estudados em disciplinas como as ciências naturais, ciências sociais, engenharia(s) e tecnologia.
- Aleatoriedade reflete o limite do conhecimento humano em prever resultados; por exemplo, o lançamento de uma moeda honesta; a probabilidade de chover amanhã ou dos retornos do preço de uma ação nos mercados financeiros.

Introdução: O que é probabilidade?

- Em nossos estudos, utilizamos a teoria da probabilidade como uma estrutura matemática usada para descrever e analisar fenômenos aleatórios, eventos cujos resultados são imprevisíveis. Não existe ‘achismo’.
- Probabilidade de eventos é explicada em duas interpretações principais:
- **1- Frequência relativa:** Se uma moeda honesta é lançada várias vezes, a proporção de caras tende a se aproximar de 50%, ilustrando *a lei dos grandes números.*
- **2- Crença Subjetiva:** Probabilidade como uma medida do grau de confiança pessoal, exemplificada em previsões meteorológicas, políticas e econômicas/financeiras.

Introdução: O que é probabilidade?

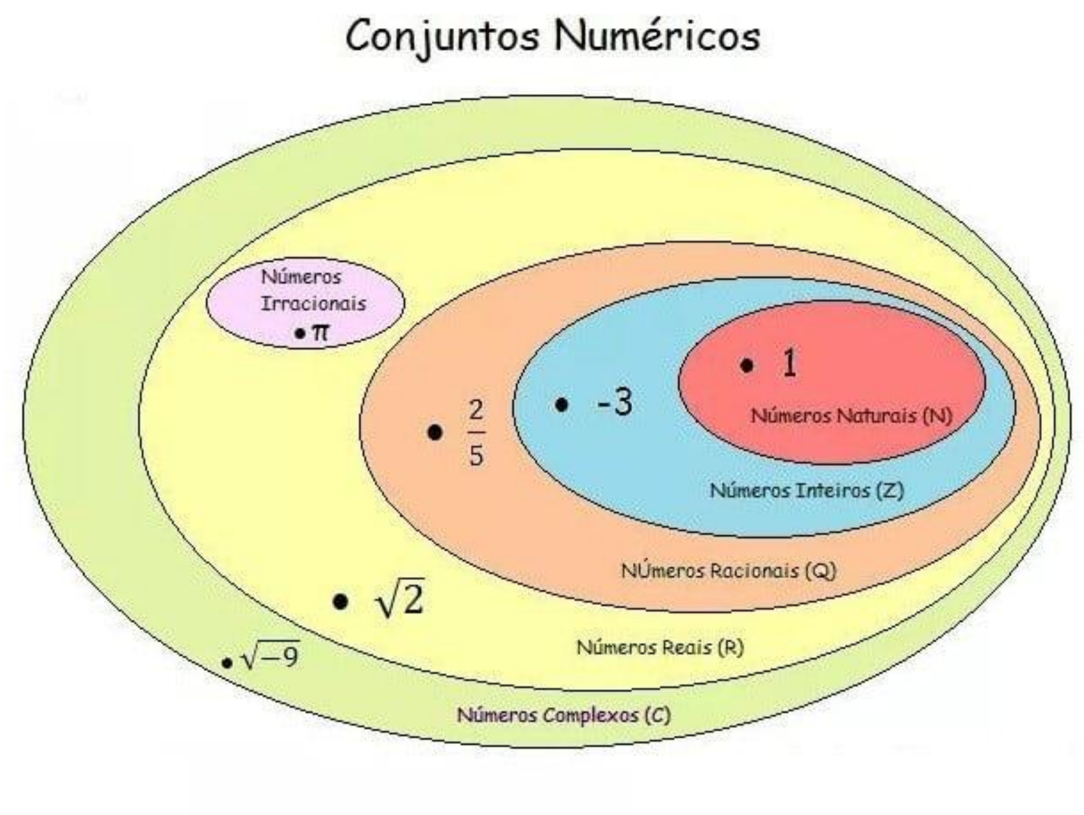
- Ambas as interpretações frequentemente coincidem, especialmente quando baseadas em frequências observadas.
- A teoria da probabilidade é aplicável independentemente da interpretação escolhida e fornece uma estrutura lógica e matemática robusta.
- A teoria é construída a partir de axiomas básicos e se desenvolve através de argumentos matemáticos rigorosos.

Revisão da Teoria dos Conjuntos

- Um conjunto é uma **coleção** de coisas (**elementos**).
- Muitas vezes usamos letras maiúsculas para denotar um conjunto. Para definir um conjunto, podemos simplesmente listar todos os elementos entre chaves.
- Por exemplo, $A = \{\alpha, \beta\}$. A ordem dos elementos no conjunto não importa, por exemplo, $\{\alpha, \beta\} = \{\beta, \alpha\}$.
- Para demonstrar que α pertence ao conjunto A, utilizamos a seguinte forma $\alpha \epsilon A$. Ou seja, Podemos ler que α é um **elemento** de A.
- Quando um elemento não pertence em um conjunto utilizamos o seguinte método, $\theta \neg\in A$. Ou seja, θ não pertence em A.

Revisão da Teoria dos Conjuntos

- *Conjuntos importantes para lembrar...*
- Conjunto dos números naturais: N = {1,2,3,...}
- Conjunto dos números inteiros: Z = {...-3,-2,-1,0,1,2,3,...}.
- Conjunto dos racionais (Q), números reais (R); números irracionais; e números complexos (C).
- Intervalos fechados $2 \leq x \leq 3$ na linha númerica.
- Intervalos abertos $-2 \leq x < 3$.



Revisão da Teoria dos Conjuntos

- Também podemos definir um conjunto declarando matematicamente as propriedades satisfeitas pelos elementos no conjunto. Em particular, podemos escrever “|” ou “:” que significa, “tal que”.

- $A = \{x | x\ satisfaz\ uma\ propriede\}$
- Ou
- $A = \{x : x\ satisfaz\ uma\ propriede\}$

Revisão da Teoria dos Conjuntos

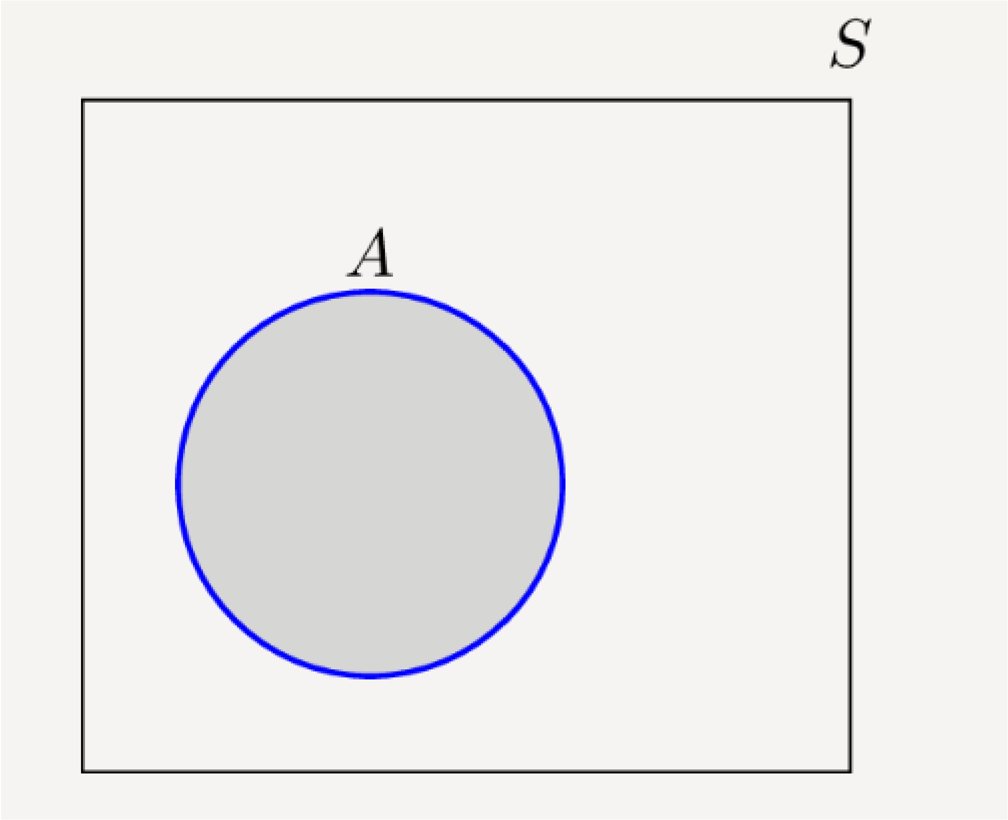
- Outros exemplos de conjuntos diferentes....

  $C = \{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 10\}$, then $C = \{-2, -1, 0, \cdots, 9\}$.
  $D = \{x^2 | x \in \mathbb{N}\}$, then $D = \{1, 4, 9, 16, \cdots\}$.
- Em **subconjuntos** utilizamos um símbolo parecido com "C" para demonstrar essa relação.

  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
- Nesse contexto, um conjunto sem elementos [vazio] é representado da seguinte maneira: $\emptyset = \{\quad\}$.
- O conjunto universal (S) é o conjunto de todas as coisas que poderíamos considerar no contexto que estamos estudando.
- O conjunto universal também pode ser conhecido como espaço amostral, muitas vezes representado pela letra grega 'Omega' ω ou Ω.

Diagramas de Venn

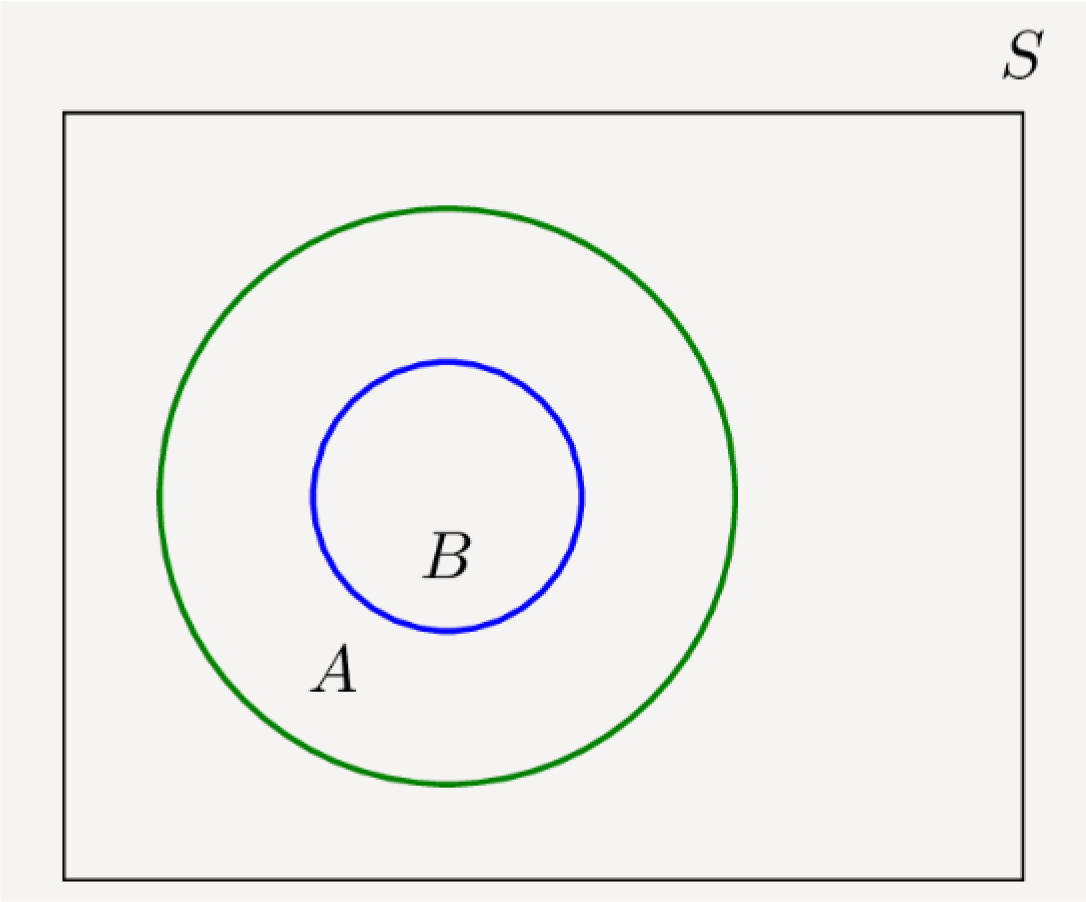
- Muitas vezes a melhor maneira de visualizar nosso espaço amostral é por imagens.
- Os diagramas de Venn podem nos ajudar a racionalizar o abstrato dos conjuntos que queremos deduzir!



A figura mostra dois conjuntos (A e B), aonde B C A. Ou seja, B é um conjunto de A. Fonte: Pishro-Nik (2014)

Diagramas de Venn

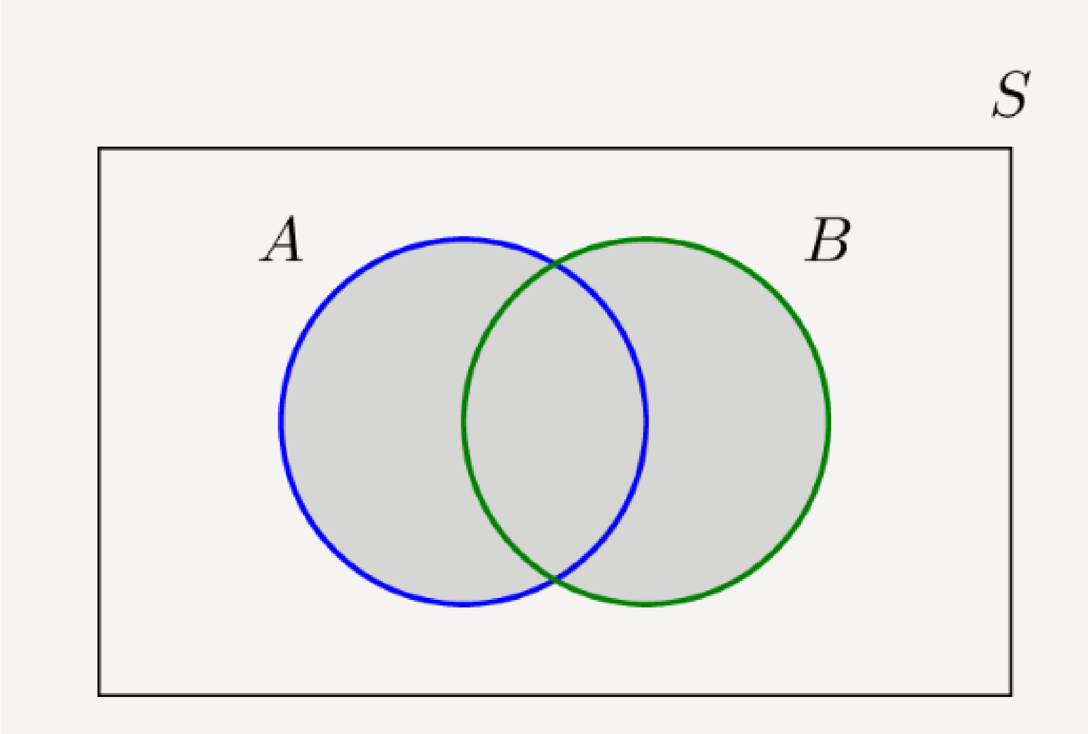
- Muitas vezes a melhor maneira de visualizar nosso espaço amostral é por imagens.
- Os diagramas de Venn podem nos ajudar a racionalizar o abstrato dos conjuntos que queremos deduzir!



A figura mostra dois conjuntos (A e B), aonde B C A. Ou seja, B é um conjunto de A. Fonte: Pishro-Nik (2014)

Operações de Conjuntos

- A **união** de dois conjuntos é um conjunto que contêm todos os elementos que estão em A **ou** B (possivelmente até ambos).
- Por exemplo, $\{1,2\}U\{2,3\} = \{1,2,3\}$. Assim, podemos escrever x e (AUB) apenas e apenas se $(X \epsilon A)$ ou $(X \epsilon B)$.
- Nesse contexto, A U B = B U A.



A área pintada mostra o conjunto B U A, ou B união A.
Fonte: Pishro-Nik (2014)

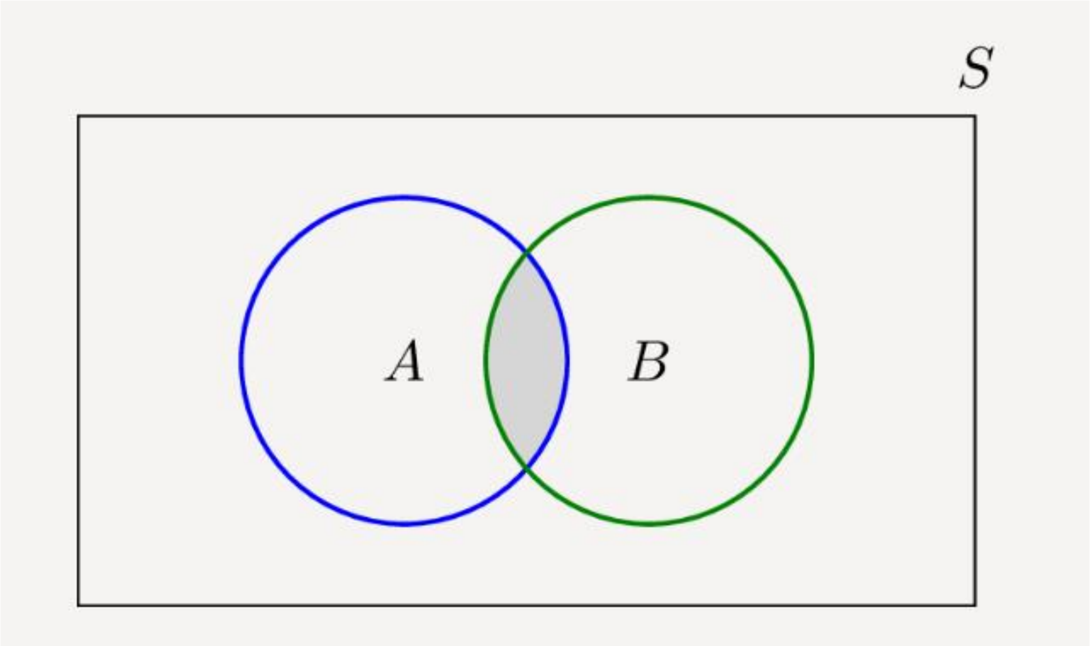
Operações de Conjuntos

- Similarmente, podemos definir a união de três ou mais conjuntos. Em particular, se A1, A2, A3, ..., An a sua união fica como A1 U A2 U A3...U An assim sendo um conjunto que contém todos os elementos que estão em contidos em até um dos respectivos conjuntos.
- Essa representação pode ser expressa da determinada maneira:
- $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$

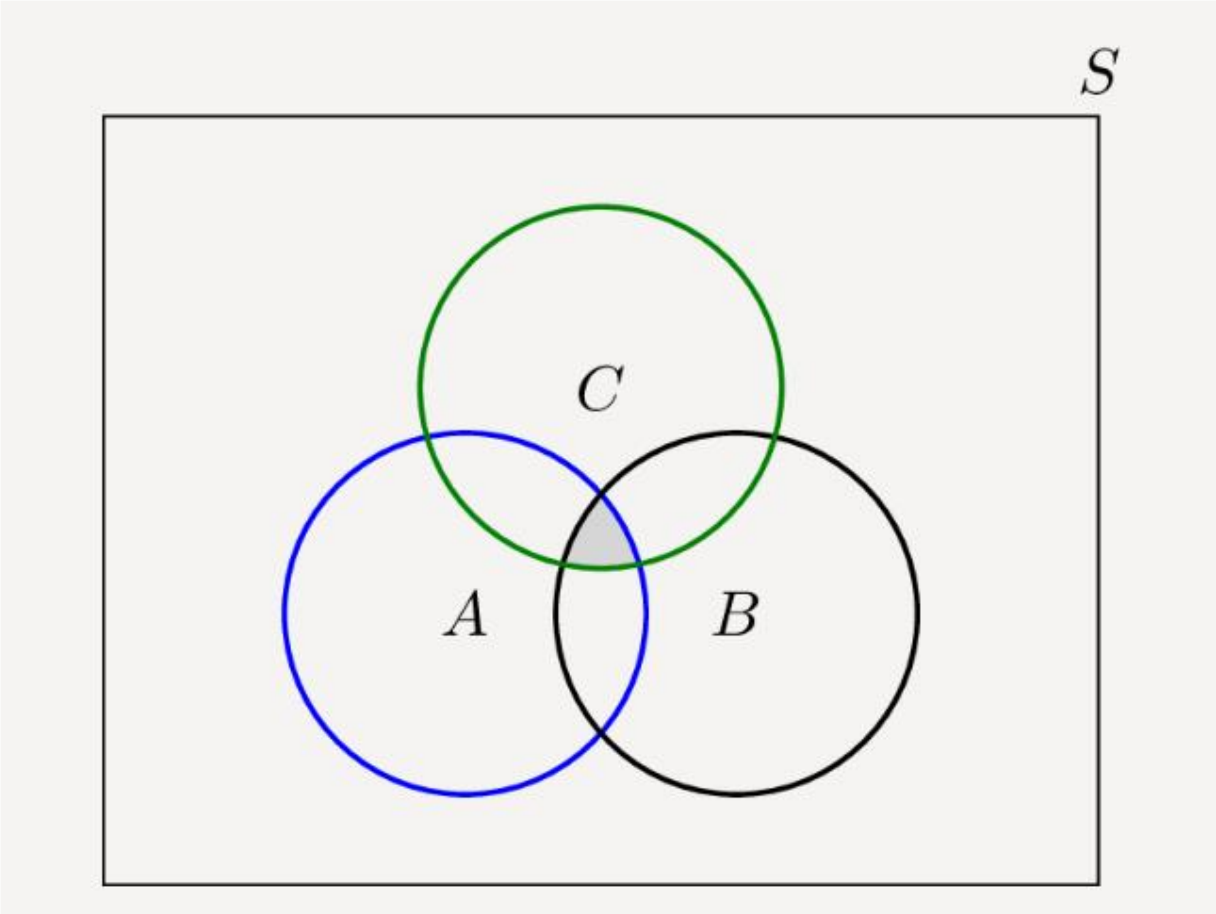
Operações de Conjuntos

- A interseção de dois conjuntos A e B, é representado como $A \cap B$, que consiste de todos os elementos que apresentam apenas em A e B.

- Por exemplo, $\{1,2\} \cap \{2,3\} = \{2\}$.



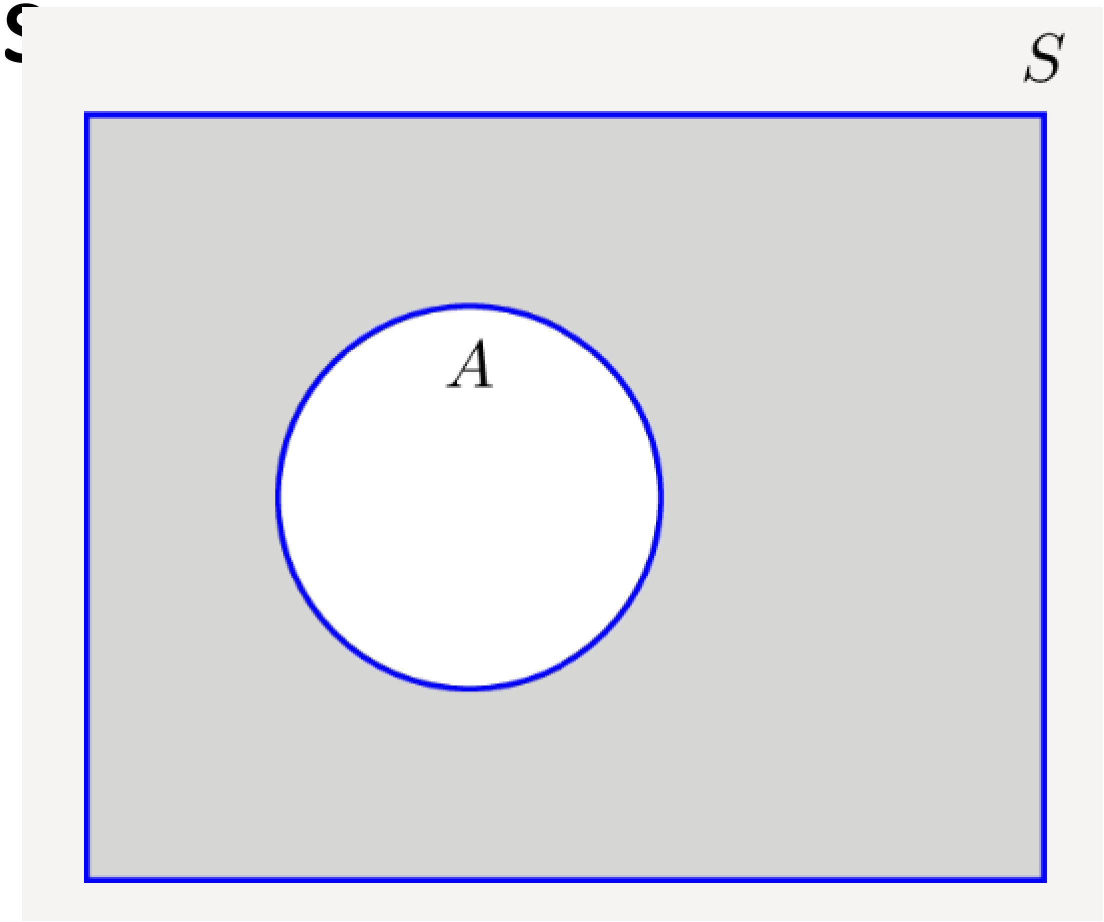
A área pintada mostra o conjunto $A \cap B$, ou A interseção B.
Fonte: Pishro-Nik (2014)



Para diferentes conjuntos A1, A2 e A3, podemos representar como $\bigcap_i A_i$. Todavia, na imagem acima temos uma relação do tipo $A \cap B \cap C$.

Operações de Conjuntos

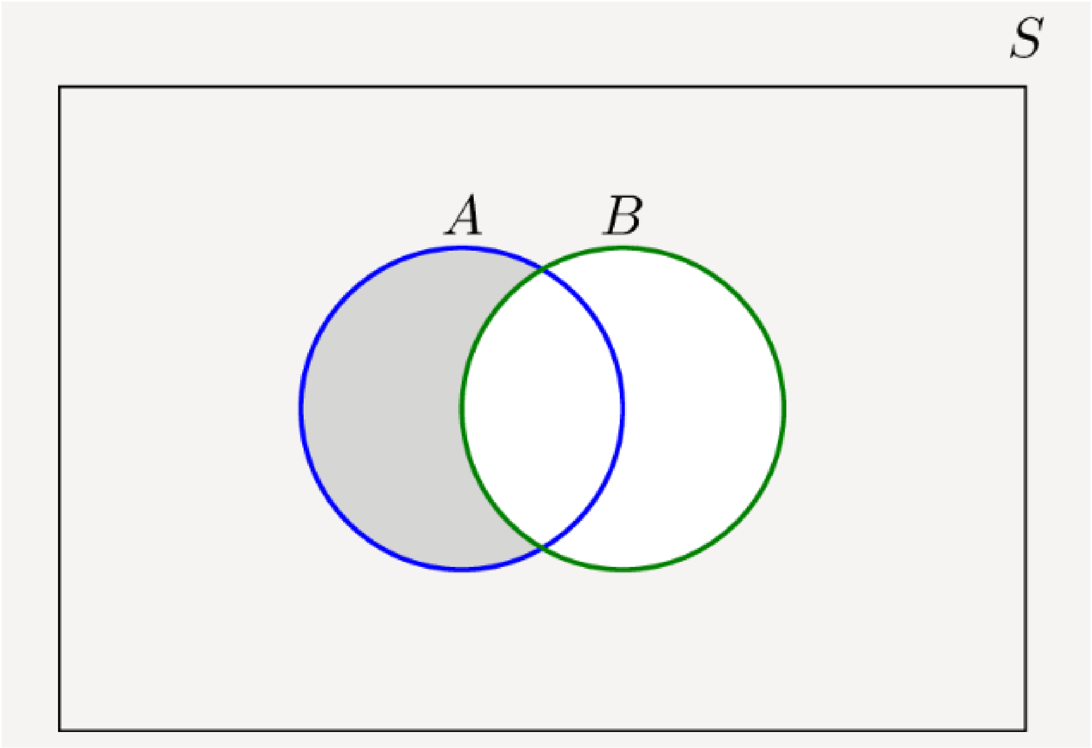
- O **complemento** de um conjunto A, é representado como A^c ou $\bar{A}$.
- Isso significa o conjunto de todos os elementos que estão no espaço amostral (S) mas não incluídos no conjunto A.



A área pintada representa A^c ou $\bar{A}$. Fonte: Pishro-Nik (2014)

Operações de Conjuntos

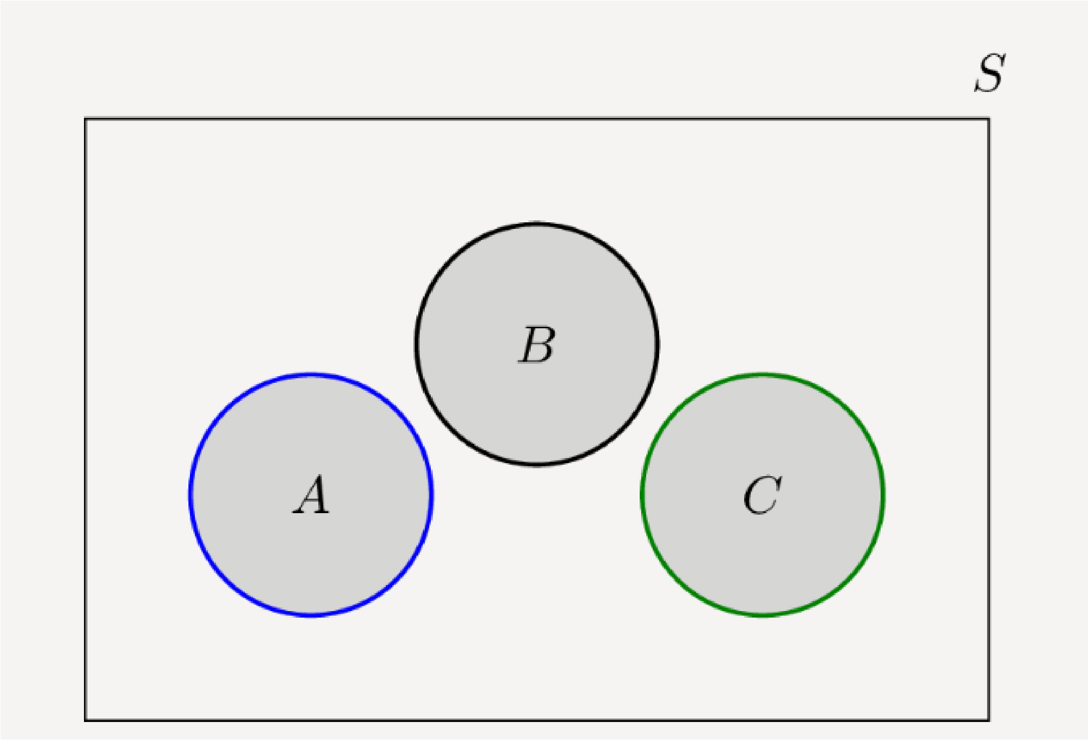
- A subtração ou **diferença** de conjuntos, é representada como $A - B$.
- Isso consiste em elementos que estão em A mas não em B.
- Por exempo, A = {1,2,3}; B = {3,5}; assim, A-B = {1,2}.



Fonte: Pishro-Nik (2014)

Operações de Conjuntos

- Quando os conjuntos são mutualmente exclusivos, ou seja, eles não compartilham elementos; a interseção é um conjunto vazio $A \cap B = \emptyset$.



Fonte: Pishro-Nik (2014)

Lei De Morgan

- 1. Complementar da União:

$$(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \cdots A_n)^c = A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c \cdots \cap A_n^c$$

- Ou seja, o complementar da união de dois eventos é igual à interseção dos complementares desses eventos.
- Isso pode ser útil quando é mais fácil calcular a probabilidade de nenhum dos dois eventos ocorrer do que a probabilidade de pelo menos um ocorrer.

Leis De Morgan

- 2. Complementar da Interseção:

$$(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \cdots A_n)^c = A_1^c \cup A_2^c \cup A_3^c \cdots \cup A_n^c$$

- Ou seja, o complementar da interseção de dois eventos é igual à união dos complementares desses eventos.
- Isso é útil quando é mais fácil calcular a probabilidade de pelo menos um dos eventos não ocorrer do que a probabilidade de ambos não ocorrerem simultaneamente.

Exemplo (Lei de De Morgan)

P(A) = 0,6;
P(B) = 0,4;
$P(A \cap B)$ = 0,2;
Calcule $P(A \cup B)^c$:
Pela Lei de De Morgan,

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$ 0,6+0,4-0,2 = 0,8

Logo:

- $P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) =$ 1 - 0,8 = 0,2

$$\therefore P(A^c \cap B^c) = 0{,}2$$

Axiomas da Probabilidade Para Não Esquecer

- 1. Não Negatividade
- $P(A) \geq 0$
- 2.A probabilidade do espaço amostral S (evento certo) é:
- $P(S) = 0$
- 3. Aditividade (para eventos mutuamente exclusivos):
- Se A1, A2, ... São eventos disjuntos (isto é, $A_i \cap A_j \ = \ 0$ para $i \neq \ j$), então:
- $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

Exercícios para praticar em casa...

- Se um conjunto universal, S = {1,2,3,4,5,6}; e A={1,2}; B= {2,4,5}; e, C={1,5,6} são conjuntos, encontre os determinados conjuntos...

  a. $A \cup B$
  b. $A \cap B$
  c. $\overline{A}$
  d. $\overline{B}$

- *Não precisa entregar...

Bibliografia

- **BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A.** Estatística Básica. Saraiva, 2017.
- **LARSON, R.; FARBER, B.** Estatística Aplicada. Pearson, 2016.
- **Pishro-Nik; H.** Introduction to Probability, Statistics, and Random Processes**.** Kappa Research, 2014.
- **TRIOLA, M. F.** Introdução à Estatística. Pearson, 2018.