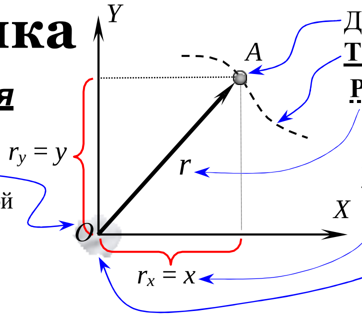
I. Кинематика

1. Основные понятия

Система отсчета — совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с телом отсчета, и часов, неподвижных относительно тела отсчета.



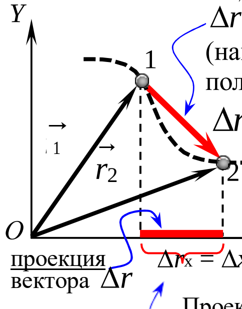
Движущаяся точка A

Траектория точки A — линия, по которой движется точка.

Радиус-вектор — вектор, описывающий расположение точки в пространстве. Это направленный отрезок, проведенный из начала координат в точку, положение которой он задает.

Координата точки равна проекции радиус-вектора на координатную ось

Тело отсчета — тело, относительно которого рассматривается движение других тел.



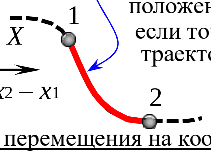
$\Delta\vec{r}$ - **Перемещение точки** — изменение радиус-вектора (направленный отрезок, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение).

$\Delta r = r_2 - r_1$

проекция вектора Δr на ось OX

$\Delta r_x = \Delta x = x_2 - x_1$

Проекция перемещения на координатную ось равна изменению координаты



s – **путь**, пройденный точкой — длина участка траектории между начальным положением (1) и конечным положением (2), если точка не проходит по одному участку траектории более одного раза (иначе путь находят как сумму путей на отдельных участках).

Скорость точки

$\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ если $v = \text{const}$

$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'(t)$

Перемещение точки за время Δt

Ускорение точки

$\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ если $a = \text{const}$

$\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}\,'(t) = \vec{r}\,''(t)$

Изменение скорости за время Δt

Среднее ускорение

$\vec{a}_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Изменение скорости за время Δt

Средний вектор скорости (средняя скорость перемещения)

$\vec{v}_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Вектор перемещения точки за время Δt

Средний модуль скорости (средняя путевая скорость)

$v = \dfrac{s}{t}$

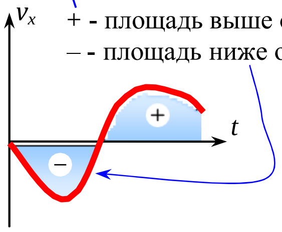
Путь, пройденный за время t

численно

$\pm S_{\text{под граф } v_x(t)} = \Delta x$

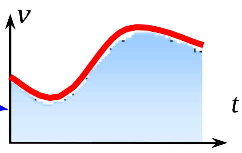
+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t



численно

$S_{\text{под граф } v(t)} = s$

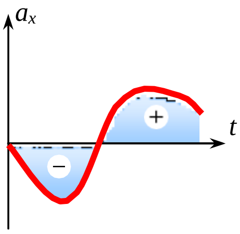


численно

$\pm S_{\text{под граф } a_x(t)} = \Delta v_x$

+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t



2. Законы сложения скоростей и ускорений

$\vec{v}_{m/нсо} = \vec{v}_{m/псо} + \vec{v}_{псо/нсо}$

Скорость «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносная скорость)*

Скорость точки (т) относительно «неподвижной» системы отсчета (НСО) *(абсолютная скорость)*

Скорость точки (т) относительно «подвижной» системы отсчета (ПСО) (*относительная скорость*)

$v_{1/2} = v_1 - v_2$

Скорость первой точки относительно второй

Скорость первой точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Скорость второй точки (в «неподвижной» системе отсчета)

$a_{m/нсо} = a_{m/псо} + a_{псо/нсо}$

Если ПСО не вращается, движется поступательно относительно НСО

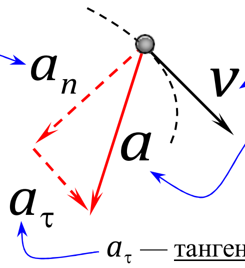
Ускорение «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносное ускорение)*

Ускорение точки в «неподвижной» системе отсчета (НСО) *(абсолютное ускорение)*

Ускорение точки в «подвижной» системе отсчета (ПСО)

3. Нормальное и тангенциальное ускорения

$\vec{a}_n$ — нормальное ускорение — составляющая полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.



Вектор скорости точки

Вектор ускорения («полное ускорение») представляют как сумму двух векторов (составляющих), один из которых (a_τ) параллелен скорости, а другой (a_n) перпендикулярен скорости: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

$a_n = \dfrac{v^2}{r}$

Радиус кривизны траектории в той точке, где имеет место данное нормальное ускорение.

a_τ — тангенциальное ускорение — составляющая полного ускорения, параллельная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения модуля вектора скорости: $a_\tau = \left|\dfrac{dv}{dt}\right|$

4. Типы движений

4.1. Равномерное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути (Вектор скорости не изменяется по модулю, но может меняться по направлению)

(v = const)

$\boxed{s = v \cdot t}$

v — Модуль скорости

s — Путь, пройденный точкой за время t

4.1.1 Равномерное прямолинейное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. (Вектор скорости не меняется ни по модулю, ни по направлению)

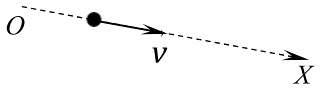
(v = const)
($a = 0$)

$\boxed{s = v \cdot t}$ $\boxed{x = x_0 + v_x \cdot t}$

v_x — Проекция вектора скорости на координатную ось

x_0 — Координата точки в начальный момент $t = 0$

x — Координата точки в момент t



4.1.2 Равномерное движение по окружности

(*равномерное вращение* — движение твердого тела, при котором любая его точка движется по окружности, причем, центры всех этих окружностей лежат на одной прямой перпендикулярной плоскости вращения, и за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.)

(ω = const)

$\boxed{s = v \cdot t}$ $\boxed{\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$

$\Delta\varphi$ — Угол, на который тело поворачивается за время Δt (угол измеряется в радианах)

ω — **Угловая скорость** (измеряется в рад/с)

$\boxed{v = \omega \cdot R}$

R — Радиус окружности, по которой движется точка

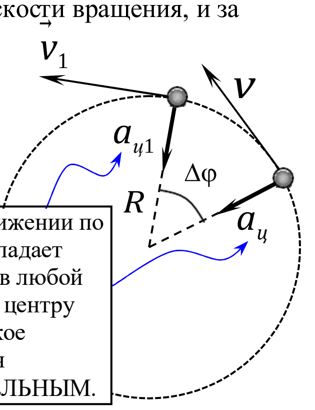
$\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T}}$

T - **Период вращения** — время, за которое происходит один полный оборот.

$\boxed{\nu = \dfrac{1}{T}}$ $\boxed{T = \dfrac{t}{N}}$

t — время, за которое происходит N оборотов

ν - **частота вращения** — число, оборотов, происходящих за единицу времени (за 1 секунду). Измеряется в герцах. 1 Гц = 1 оборот/с



При равномерном движении по окружности точка обладает ускорением, которое в любой момент направлено к центру этой окружности. Такое ускорение называется ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫМ.

$\boxed{a_ц = \dfrac{v^2}{R}}$

v - скорость движения точки

R – радиус окружности, по которой движется точка

4.2 Движение с постоянным ускорением

(a = const)

При $\vec{a}$ = const : $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ⟶ $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ⟺ $\boxed{v_x = v_{0x} + a_x \cdot t}$ $\boxed{v_y = v_{0y} + a_y \cdot t}$

v_x , v_y - проекции скорости в момент t

a_x , a_y - проекции ускорения

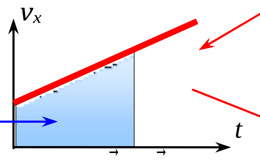
v_{0x} , v_{0y} - проекции начальной скорости (т. е. скорости в момент $t = 0$)

численно

$\boxed{\pm S_{под\ граф\ v_x(t)} = \Delta x}$

\+ - площадь выше оси t

– - площадь ниже оси t



$\Delta\vec{r} = \dfrac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2} t$ ⟺ $\boxed{\Delta x = \dfrac{v_x + v_{0x}}{2} t}$ $\boxed{\Delta y = \dfrac{v_y + v_{0y}}{2} t}$

Δx , Δy – изменение координат:

$\boxed{\Delta x = x - x_0 ;\ \Delta y = y - y_0}$

x , y – конечные координаты (координаты в момент t)

$2\vec{a}\Delta\vec{r} = v^2 - v_0^2$ ⟺ $\boxed{2a_x \cdot \Delta x = v_x^2 - v_{0x}^2}$ $\boxed{2a_y \cdot \Delta y = v_y^2 - v_{0y}^2}$

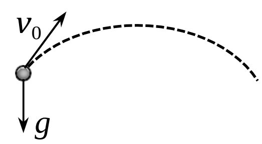
$\boxed{x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \dfrac{a_x t^2}{2}}$ $\boxed{y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \dfrac{a_y t^2}{2}}$ ⟺ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$

x_0 , y_0 – начальные координаты (координаты в момент $t = 0$)

Форма траектории при движении с постоянным ускорением:

Прямолинейная траектория ($\vec{a}$ и $\vec{v}$ **параллельны**)

Параболическая траектория (**$\vec{a}$ и $\vec{v}$ не параллельны**)



4.2.1 Равноускоренное движение $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$

$v = v_0 + a \cdot t$	$2a \cdot s = v^2 - v_0^2$
$s = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$	$s = \dfrac{v + v_0}{2} t$

4.2.2 Равнозамедленное движение $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$

$v = v_0 - a \cdot t$	$2a \cdot s = v_0^2 - v^2$
$s = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$	$s = \dfrac{v + v_0}{2} t$

$\boxed{t \le t_{ост} = v_0 / a}$

4.3 *Гармоническое движение* $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, $v_x = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$, $a_x = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

(вдоль оси *OX*)

$v_m = A \cdot \omega$ — максимальная скорость

$a_m = A \cdot \omega^2$ — максимальное ускорение

x — координата колеблющегося тела (смещение от равновесного положения); ω — циклическая частота колебаний, A — амплитуда колебаний (максимальное смещение) φ = ωt + φ₀ — фаза колебаний, φ₀ — начальная фаза.

$\boxed{a_x = -\omega^2 \cdot x}$

$\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T}}$ T — период колебаний (время одного полного колебания)