

Резерв времени события показывает, на какой допустимый период времени можно задержать наступление этого события, не вызывая при этом увеличения срока выполнения комплекса работ.

Для определения резервов времени по событиям сети рассчитывают наиболее ранние  $t^p$  и наиболее поздние  $t^n$  сроки свершения событий. Любое событие не может наступить прежде, чем свершиться все предшествующие ему события и не будут выполнены все предшествующие работы. Поэтому ранний (или ожидаемый) срок  $tp(i)$  свершения  $i$ -ого события определяется продолжительностью максимального пути, предшествующего этому событию:

$$t^p(i) = \max(t(L_{ni})) \quad (1)$$

где  $L_{ni}$  – любой путь, предшествующий  $i$ -ому событию, то есть путь от исходного до  $i$ -ого события сети.

Если событие  $j$  имеет несколько предшествующих путей, а следовательно, несколько предшествующих событий  $i$ , то ранний срок свершения события  $j$  удобно находить по формуле:

$$t^p(j) = \max[t^p(i) + t(i,j)] \quad (2)$$

Задержка свершения события  $i$  по отношению к своему раннему сроку не отразится на сроке свершения завершающего события (а значит, и на сроке выполнения комплекса работ) до тех пор, пока сумма срока свершения этого события и продолжительности (длины) максимального из следующих за ним путей не превысит длины критического пути. Поэтому поздний (или предельный) срок  $t^n(i)$  свершения  $i$ -ого события равен:

$$t^n(i) = t_{кр} - \max(t(L_{ci})) \quad (3)$$

где  $L_{ci}$  – любой путь, следующий за  $i$ -ым событием, т.е. путь от  $i$ -ого до завершающего события сети.

Если событие  $i$  имеет несколько последующих путей, а следовательно, несколько последующих событий  $j$ , то поздний срок свершения события  $i$  удобно находить по формуле:

$$t^n(i) = \min[t^n(j) - t(i,j)] \quad (4)$$

Резерв времени  $R(i)$   $i$ -ого события определяется как разность между поздним и ранним сроками его завершения:

$$R(i) = t^n(i) - t^p(i) \quad (5)$$

Резерв времени события показывает, на какой допустимый период времени можно задержать наступление этого события, не вызывая при этом увеличения срока выполнения комплекса работ.

Критические события резервов времени не имеют, так как любая задержка в свершении события, лежащего на критическом пути, вызовет такую же задержку в свершении завершающего события. Таким образом, определив ранний срок наступления завершающего события сети, мы тем самым определяем длину критического пути.

При определении ранних сроков свершения событий  $tp(i)$  двигаемся по сетевому графику слева направо и используем формулы (1), (2).

### **Расчет сроков свершения событий.**

Для  $i=1$  (начального события), очевидно  $tp(1)=0$ .

$$i=2: t^p(2) = t^p(1) + t(1,2) = 0 + 0 = 0.$$

$$i=3: t^p(3) = t^p(2) + t(2,3) = 0 + 0 = 0.$$

$$i=4: t^p(4) = t^p(2) + t(2,4) = 0 + 12 = 12.$$

$$i=5: \max(t^p(3) + t(3,5); t^p(4) + t(4,5)) = \max(0 + 8; 12 + 4) = 16$$

$$i=6: \max(t^p(1) + t(1,6); t^p(2) + t(2,6)) = \max(0 + 20; 0 + 12) = 20.$$

$$i=7: \max(t^p(3) + t(3,7); t^p(4) + t(4,7)) = \max(0 + 8; 12 + 4) = 16.$$

$$i=8: \max(t^p(5) + t(5,8); t^p(6) + t(6,8)) = \max(16 + 14; 20 + 7) = 30.$$

Длина критического пути равна раннему сроку свершения завершающего события 8:  $t_{кр}=tp(8)=16$

При определении поздних сроков свершения событий  $t_n(i)$  двигаемся по сети в обратном направлении, то есть справа налево и используем формулы (3), (4).

Для  $i=8$  (завершающего события) поздний срок свершения события должен равняться его раннему сроку (иначе изменится длина критического пути):

$$t^n(8) = t^p(8) = 16$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 6. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 6.

$$i=6: t^n(6) = t^n(8) - t(6,8) = 23 - 7 = 16.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 7. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 7.

$$i=7: t^n(7) = t^n(6) - t(7,6) = 16 - 7 = 9.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 5. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 5.

$$i=5: t^n(5) = t^n(8) - t(5,8) = 23 - 14 = 9.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 4. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 4.

$$i=4: \min(t^n(5) - t(4,5); t^n(7) - t(4,7)) = \min(9 - 4; 9 - 4) = 5.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 3. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 3.

$$i=3: \min(t^n(5) - t(3,5); t^n(7) - t(3,7)) = \min(9 - 8; 9 - 8) = 1.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 2. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 2.

$$i=2: \min(t^n(3) - t(2,3); t^n(4) - t(2,4); t^n(6) - t(2,6)) = \min(1 - 0; 5 - 12; 16 - 12) = 0.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер предпоследнего события, т.е. 1. Просматриваются все строчки, начинающиеся с номера 1.

$$(1,2): 0 - 0 = 0;$$

$$i=1: \min(t^n(6) - t(1,6); t^n() - t) = \min(16 - 20; -) = 0.$$

Таблица 1 - Расчет резерва событий

Номер события	Сроки свершения события: ранний $t^p(i)$	Сроки свершения события: поздний $t^n(i)$	Резерв времени, $R(i)$
1		0	0
2	0	0	0
3	0	1	1
4	12	5	-7
5	16	9	-7
6	20	16	-4
7	16	9	-7
8	16	16	0

### Заполнение таблицы 2.

Перечень работ и их продолжительность перенесем во вторую и третью графы. При этом работы следует записывать в графу 2 последовательно: сначала начиная с номера 1, затем с номера 2 и т.д.

Во второй графе поставим число, характеризующее количество непосредственно предшествующих работ (КПР) тому событию, с которого начинается рассматриваемая работа.

Так, для работы (5,8) в графу 1 поставим число 2, т.к. на номер 5 оканчиваются 2 работы: (3,5),(4,5).

Графу 4 получаем из таблицы 1 ( $tp(i)$ ). Графу 7 получаем из таблицы 1 ( $tp(i)$ ).

Значения в графе 5 получаются в результате суммирования граф 3 и 4.

В графе 6 позднее начало работы определяется как разность позднего окончания этих работ и их продолжительности (из значений графы 7 вычитаются данные графы 3);

Содержимое графы 8 (полный резерв времени  $R(ij)$ ) равно разности граф 6 и 4 или граф 7 и 5. Если  $R(ij)$  равен нулю, то работа является критической

Полный резерв пути показывает, на сколько в сумме может быть увеличена продолжительность всех работ, принадлежащих данному пути, при условии, что срок выполнения всего комплекса работ не изменится. Образуется, когда предшествующие работы закончатся в свой наиболее ранний срок.

Находим полный резерв  $RP_{i-j} = TP_j - ti - j - TP_i$

$$RP(1,2) = 0 - 0 - 0 = 0$$

$$RP(1,6) = 16 - 20 - 0 = -4$$

$$RP(2,3) = 1 - 0 - 0 = 1$$

$$RP(2,4) = 5 - 12 - 0 = -7$$

$$RP(2,6) = 16 - 12 - 0 = 4$$

$$RP(3,5) = 9 - 8 - 0 = 1$$

$$RP(3,7) = 9 - 8 - 0 = 1$$

$$RP(4,5) = 9 - 4 - 12 = -7$$

$$RP(4,7) = 9 - 4 - 12 = -7$$

$$RP(5,8) = 23 - 14 - 16 = -7$$

$$RP(6,8) = 23 - 7 - 20 = -4$$

$$RP(7,6) = 16 - 7 - 16 = -7$$

Свободный резерв времени также можно найти и по формуле  $RC_{i-j} = TP_i - ti - j - TP_i$

$$RC(1,2) = 0 - 0 - 0 = 0$$

$$RC(1,6) = 20 - 20 - 0 = 0$$

$$RC(2,3) = 0 - 0 - 0 = 0$$

$$RC(2,4) = 12 - 12 - 0 = 0$$

$$RC(2,6) = 20 - 12 - 0 = 8$$

$$RC(3,5) = 16 - 8 - 0 = 8$$

$$RC(3,7) = 16 - 8 - 0 = 8$$

$$RC(4,5) = 16 - 4 - 12 = 0$$

$$RC(4,7) = 16 - 4 - 12 = 0$$

$$RC(5,8) = 23 - 14 - 16 = -7$$

$$RC(6,8) = 23 - 7 - 20 = -4$$

$$RC(7,6) = 20 - 7 - 16 = -3$$

Независимый резерв времени также можно найти и по формуле  $RH_{i-j} = TP_j - ti - j - TP_i$

$$RH(1,2) = 0 - 0 - 0 = 0$$

$$RH(1,6) = 20 - 20 - 0 = 0$$

$$RH(2,3) = 0 - 0 - 0 = 0$$

$$RH(2,4) = 12 - 12 - 0 = 0$$

$$RH(2,6) = 20 - 12 - 0 = 8$$

$$RH(3,5) = 16 - 8 - 1 = 7$$

$$RH(3,7) = 16 - 8 - 1 = 7$$

$$RH(4,5) = 16 - 4 - 5 = 7$$

$$RH(4,7) = 16 - 4 - 5 = 7$$

$$RH(5,8) = 23 - 14 - 9 = 0$$

$$RH(6,8) = 23 - 7 - 16 = 0$$

$$RH(7,6) = 20 - 7 - 9 = 4$$

Таблица 2 - Анализ сетевой модели по времени

Работ а (i,j)	Количес тво предшест вующих работ	Продолжите льность $t_{ij}$	Ран ние сроки: нача ло $t_{ij}^{P.H.}$	Ранни е сроки: оконч ание $t_{ij}^{P.O.}$	Позд ние сроки: нача ло $t_{ij}^{П.Н.}$	Поздн ие сроки: оконч ание $t_{ij}^{П.О.}$	Резер вы време ни: полн ый $R_{ij}^{П}$	Независ имый резерв времени $R_{ij}^H$	Част ный резер в I рода, $R_{ij}^I$	Част ный резер в II рода, $R_{ij}^C$
(1,2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1,6)	0	20	0	20	-4	16	-4	0	-4	0
(2,3)	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
(2,4)	1	12	0	12	-7	5	-7	0	-7	0
(2,6)	1	12	0	12	4	16	4	8	4	8
(3,5)	1	8	0	8	1	9	1	7	0	8
(3,7)	1	8	0	8	1	9	1	7	0	8
(4,5)	1	4	12	16	5	9	-7	7	0	0
(4,7)	1	4	12	16	5	9	-7	7	0	0
(5,8)	2	14	16	30	9	23	-7	0	0	-7
(6,8)	2	7	20	27	16	23	-4	0	0	-4
(7,6)	2	7	16	23	9	16	-7	4	0	-3