Практическая работа № 4

Тема: "Решение производственных задач методом динамического программирования"**.**

***Цель*:** Ознакомиться с теорией динамического программирования.

1. Порядок выполнения работы

1.1.Ознакомится с теоретическими сведениями;

1.2. Решить задачи.

2. Содержание отчета:

2.1.Тема и цель работы

2.2.Условия задач

2.3. Результаты решения.

2.4.Выводы по работе.

1.Теоретические сведения

Динамическое программирование (планирование) представляет собой математический метод для нахождения оптимальных решений многошаговых (многоэтапных) задач.

Метод динамического программирования позволяет одну задачу со многими переменными заменить рядом последовательно решаемых задач с меньшим числом переменных. Процесс решения задачи разбивается на шаги. При этом нумерация шагов, как правило, осуществляется от конца к началу.

Основным принципом, на котором базируются оптимизация многошагового процесса, а также особенности вычислительного метода динамического программирования, является принцип оптимальности Р. Беллмана.

Принцип оптимальности имеет конструктивный характер и непосредственно указывает процедуру нахождения оптимального решения. Математически он записывается выражением вида

$$f_{n-l}(S_l) = \underset{U_{l+1}}{optimum}\,(R_{l+1}(S_l, U_{l+1}) + f_{n-(l+1)}(S_{l+1})) \qquad (1.1)$$

$(l = \overline{0, n-1})$

где f_{n-l} – оптимальное значение эффекта, достигаемого за n - l шагов; n количество шагов (этапов); $S_l = (s_l^{(1)};\ldots;s_l^{(m)})$ – состояние системы на l –м шаге; $U_l = (u_l^{(1)};\ldots;u_l^{(m)})$ – решение (управление), выбранное на l-м шаге; R_l – непосредственный эффект, достигаемый на l-м шаге.

Optimum в выражении (1.1) означает максимум или минимум в зависимости от условия задачи.

Все вычисления, дающие возможность найти оптимальное значение эффекта, достигаемого за n шагов, $f_n(S_0)$, проводятся по формуле (1.1), которая носит название основного функционального уравнения Беллмана или рекуррентного соотношения.

Вычислительная схема

Оптимальное решение задачи методом динамического программирования находится на основе функционального уравнения (1.1). Чтобы определить его, необходимо:

1. записать функциональное уравнение для последнего состояния процесса (ему соответствует $l = n - 1$):

$$f_1(S_{n-1}) = \underset{U_n}{optimum}\,(R_n(S_{n-1}, U_n) + f_0(S_n));$$

2. найти $R_n(S_{n-1}, U_n)$ из дискретного набора его значений при некоторых фиксированных S_{n-1} и U_n из соответствующих допустимых областей (так как

3.

$f_0(S_n) = 0$, то $f_1(S_{n-1}) = \underset{U_n}{optimum}\, R_n(S_{n-1}, U_n))$

В результате после первого шага известно решение U_n и соответствующее значение функции $f_1(S_{n-1})$;

4. уменьшить значение l на единицу и записать соответствующее функциональное уравнение. При l = n – k (k = $\overline{2,n}$) оно имеет вид

$$f_k(S_{n-k}) = \underset{U_{n-k+1}}{optimum} (R_{n-k+1}(S_{n-k}, U_{n-k+1}) + f_{k-1}(S_{n-k+1})); \quad (1.2)$$

5. найти условно-оптимальное решение на основе выражения (1.2);

6. проверить, чему равно значение l. Если l = 0, расчет условно-оптимальных решений закончен, при этом найдено оптимальное решение задачи для первого состояния процесса. Если l $\neq$ 0, перейти к выполнению пункта 3;

7. вычислить оптимальное решение задачи для каждого последующего шага процесса, двигаясь от конца расчетов к началу.

РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задачи выбора кратчайшего пути

В задачах выбора кратчайшего пути нет естественного деления на шаги. Это деление вводиться искусственно, для чего расстояние между начальной и конечной вершинами сети разбивается на N частей и за каждый шаг оптимизации принимается каждая такая часть.

Пример 1

Найти путь минимальной длины между начальной и конечной вершинами сети методом динамического программирования (цифры, приписанные дугам сети, означают расстояния между соответствующими вершинами) для рис. 2.1.

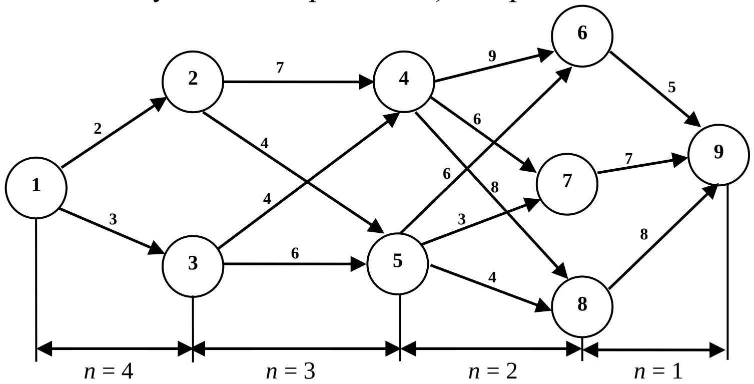

Рис 2.1

Решение: разобьем все множество вершин на подмножества. В первое подмножество включим исходную вершину 1, во второе – вершины, в которые входят дуги, выходящие из вершины 1, в третье – вершины, в которые входят дуги, выходящие из вершин второго подмножества. Таким образом, продолжая разбиение, получаем пять подмножеств: {1}, {2, 3}, {4, 5}, {6, 7, 8}, {9}. Очевидно, что любой маршрут из вершины 1 в вершину 9 содержит ровно четыре дуги, каждая из которых связывает вершины, принадлежащие соответствующим подмножествам. Следовательно, процесс решения задачи (нахождения оптимального маршрута) разбивается на четыре этапа. На первом этапе принимается решение, через какую вершину, принадлежащую второму подмножеству, начать путь из вершины 1. На втором этапе необходимо определить, через какую вершину, принадлежащую третьему подмножеству, начать путь из некоторой вершины, и т. д.

Пронумеруем этапы от конечной вершины сети к начальной (см. рис. 2.1) и введем обозначения: n – номер шага (n = 1, 2, 3, 4); $f_n(s)$ – минимальные затраты прохождения пути от вершины s до конечной вершины, если до конечной вершины осталось n шагов; $j_n(s)$ – номер вершины, через которую нужно продолжить путь из вершины s, чтобы достичь $f_n(s)$; c_{sj} – стоимость прохождения пути из вершины s в вершину j. Здесь все обозначения несут важную смысловую нагрузку: f означает целевую функцию, s – состояние системы (номер вершины), индекс n несет динамическую информацию о том, что из вершины s до конечной вершины осталось n шагов.

Предположим, что путь пройден, следовательно, число оставшихся шагов равно нулю (n

= 0) и $f_n(s) = f_0(9) = 0$, так как вершина 9 конечная.

Рассмотрим последний шаг (n = 1) и вычислим для него значение функции. Очевидно, что в вершину 9 можно попасть из вершин 8, 7, 6. Вычислим затраты прохождения пути для этих трех состояний:

$f_1(6) = c_{6,9} + f_0(9) = 5 + 0 = 5$, $s = 6$, $j_1(6) = 9$;

$f_1(7) = c_{7,9} + f_0(9) = 7 + 0 = 7$, $s = 7$, $j_1(7) = 9$;

$f_1(8) = c_{8,9} + f_0(9) = 8 + 0 = 8$, $s = 8$, $j_1(8) = 9$;

Занесем данные для удобства в таблицу.

Таблица 2.1

s \ J	9	$f_1(s)$	$j_1(s)$
6	5 + 0	5	9
7	7 + 0	7	9
8	8 + 0	8	9

Произведем расчет для n = 2. Из вершины 4 в вершину 9 можно попасть через вершину 6, или через вершину 7, или через 8. Поэтому оптимальный маршрут из вершины 4 найдется из выражения

$f_2(4) = \min(c_{4,6} + f_1(6); c_{4,7} + f_1(7); c_{4,8} + f_1(8)) = \min(14; 13; 16) = 13$

Здесь s = 6 и $j_2(4) = 7$, т. е. условно-оптимальный маршрут проходит через вершину 7.

Аналогично находим значения функции для s = 5:

$f_2(5) = \min(c_{5,6} + f_1(6); c_{5,7} + f_1(7); c_{5,8} + f_1(8)) = \min(11; 10; 12) = 10$, $j_2(5) = 7$;

Занесем данные для удобства в таблицу.

Таблица 2.2

s \ J	6	7	8	$f_2(s)$	$j_2(s)$
4	9 + 5	6 + 7	8 + 8	13	7
5	6 + 5	3 + 7	4 + 8	10	7

Цифры в столбцах таблиц, находящиеся слева от двойной вертикальной черты, представляют собой сумму стоимости c_{sj} прохождения пути из вершины s в вершину j и стоимости $f_{n-1}(j)$ прохождения пути из вершины j в вершину 9. В каждой строке выбирается наименьшая из этих сумм. Этим определяются условно-оптимальные затраты прохождения пути из вершины s в конечную вершину. Затраты (значение функции) обозначены $f_n(s)$ и записаны в первом столбце справа от вертикальной черты, а вершина, через которую проходит условно-оптимальный маршрут, обозначен $j_n(s)$.

Аналогично вычислим значения функции для третьего шага (n = 3):

$f_3(2) = \min(c_{2,4} + f_2(4); c_{2,5} + f_2(5)) = \min(20; 14) = 14$, $s = 2$, $j_3(2) = 5$;

$f_3(3) = \min(c_{3,4} + f_2(4); c_{3,5} + f_2(5)) = \min(17; 16) = 16$, $s = 3$, $j_3(3) = 5$.

Занесем данные в таблицу.

Таблица 2.3

s \ j	4	5	$f_3(s)$	$j_3(s)$
2	7 + 13	4 + 10	14	5
3	4 + 13	6 + 10	16	5

Вычисления для четвертого шага (п = 4).

$f_4(1) = \min(c_{1,2} + f_3(2); c_{1,3} + f_3(3)) = \min(16; 19) = 16$, $s = 1$, $j_4(1) = 2$.

Таблица 2.4

s \ j	2	3	$f_4(s)$	$j_4(s)$
1	2 + 14	3 + 16	16	2

Очевидно, что минимальные затраты $f_4(1) = 16$ и оптимальный маршрут проходит через вторую вершину, так как $j_4(1) = 2$. Далее из таблицы 2.3 при s = 2 следует, что оптимальный маршрут проходит через вершину 5, так как $j_3(2) = 5$. Продолжая рассмотрение таблиц, для п = 2 определяем, что оптимальный маршрут проходит через вершину 7 ($j_2(5) = 7$). Наконец, из вершины 7 попадаем в конечную вершину 9.

Таким образом, двигаясь от последней таблицы к первой, определяем оптимальный маршрут μ = (1 – 2 – 5 – 7 – 9), затраты прохождения пути составляют $f_4(1) = 2 + 4 + 3 + + 7 = 16$.

Задачи планирования производственной программы

Пример

Определить оптимальную производственную программу изготовления машин x_t, удовлетворяющую спрос в каждом из месяцев планируемого периода D_t и обеспечивающую минимальные затраты на производство продукции и содержание запасов. Если затраты на производство продукции составляют:

$c(0) = 0, c(1) = 13, c(2) = 15, c(3) = 17, c(4) = 19, c(5) = 21, c(6) = 23$

Плановый период состоит из четырех месяцев

($t = \overline{1,4}$). $D_1 = 3$, $D_2 = 3$, $D_3 = 2$, $D_4 = 4$, $i_0 = 1$, $h = 1$, $B = 5$, $M = 4$

Решение

Рассмотрим n = 0 (отрезок за пределом планового периода). В соответствии с формулой (1.3) уровень запасов на конец планового периода равен нулю: $f_0(0) = 0$.

$D_1 = d_4 = 3$, $D_2 = d_3 = 3$, $D_3 = d_2= 2$, $D_4 = d_1= 4$.

Для п = 1 (см. формулу (1.4)):

$x_1(i) = d_1 – i$;

$f_1(i) = c_1(x_1, j_1) = c_1(d_1 – i, 0) = c_1(4 – i)$;

$i = \overline{0,4}$

Расчет всех значений $f_1(i)$ выполним в таблице 2.13, где $f_1(i) = c_1(2 – i)$.

Таблица 2.13

i	$x_1(i)$	$f_1(i)$
0	4	19
1	3	17
2	2	15
3	1	13
4	0	0

Для второго отрезка (n = 2) значения функции $f_2(i)$ вычисляются по формуле (1.5):

$f_2(i) = \min(c_2(x) + h(i + x – d_2) + f_1(i + x – d_2))$

где $i = \overline{0,4}$, $2 – i \leq x \leq 5$.

Таблица 2.14

i \ x	0	1	2	3	4	5	$x_2(i)$	$f_2(i)$
0			15+0+19	17+1+17	19+2+15	21+3+13	2	34
1		13+0+19	15+1+17	17+2+15	19+3+13	21+4+0	5	25
2	0+0+19	13+1+17	15+2+15	17+3+13	19+4+0		0	19
3	0+1+17	13+2+15	15+3+13	17+4+0			0	18
4	0+2+15	13+3+13	15+4+0				0	17

В таблице 2.10 приведены все возможные значения сумм $c_2(x) + h(i + x\ d_2) + f_1(i + x – d_2)$.

Здесь предусмотрено по одной строке для каждого возможного значения начального уровня запаса i, который не должен превышать min (d_1 + d_2, M), и по одному столбцу для возможных значений выпуска x. Поскольку спрос на продукцию в каждом месяце должен быть удовлетворен, а уровень запасов конец каждого отрезка не может превысить 4 ед., некоторые клетки в таблице зачеркнуты. Эти клетки соответствуют недопустимым сочетаниям значений i и x. Так, если i = 0, то спрос удается удовлетворить только при условии x $\geq$ 4. Если i = 4, то x $\leq$ 2, иначе запас на конец планового периода будет больше нуля. В каждой клетке таблицы слева от двойной черты записана сумма трех слагаемых. Первое слагаемое – значение c(x), второе слагаемое – затраты на содержание запасов, равные уровню запасов на конец отрезка, умноженному на h = 2. Так, например, при i = 2 и x = 4 уровень запасов на конец отрезка равен 2, следовательно, в соответствующей клетке таблицы второе слагаемое равно 4. Наконец, третье слагаемое есть ранее вычисленное значение $f_1(i + x – d_2) = f_1(i + x – 4)$, взятое из таблицы

2.9.

Значение функции $f_2(i)$, записанное в правом крайнем столбце таблицы 2.10, представляет собой минимальную из всех сумм в клетках строки для каждого фиксированного i, а $x_2(i)$ – соответствующий выпуск продукции. Например, при i = 0 оптимальный выпуск равен 6 ед., так как наименьшая сумма в этой строке (23 + 4 + 0) находится в столбце, соответствующем x = 6.

Для п = 3 рекуррентное соотношение имеет вид

$f_3(i) = \min(c_3(x) + h(i + x - d_3) + f_2(i + x - d_3))$,

где $i = \overline{0,4}$, $3 - i \le x \le 5$.

Расчет значений $f_3(i)$ приведен в таблице 2.15:

Таблица 2.15

i \ x	0	1	2	3	4	5	$x_3(i)$	$f_3(i)$
0				17+0+34	19+1+25	21+2+19	5	42
1			15+0+34	17+1+25	19+2+19	21+3+18	4	40
2		13+034	15+1+25	17+2+19	19+3+18	21+4+17	3	38
3	0+0+34	13+1+25	15+2+19	17+3+18	19+4+17		0	34
4	0+1+25	13+2+19	15+3+18	17+4+17			0	26

Аналогично для п = 4 рекуррентное соотношение имеет вид

$f_4(i) = \min(c_4(x) + h(i + x - d_4) + f_3(i + x - d_4))$,

где $i = i_0 = 1$, $d_4 - i_0 = 2 \le x \le 5 = \min(d_1 + d_2 + d_3 + d_4 - i, B)$.

Расчет значений $f_4(i)$ приведен в таблице 2.16. Таблица состоит из двух строк: заглавной и предназначенной для записи вычислений при начальном уровне запаса $i_0 = 2$. Здесь можно сделать предположений о значениях i, так как запас на начало первого месяца планового периода известен.

Таблица 2.16

i \ x	0	1	2	3	4	5	$x_4(i)$	$f_4(i)$
$i_0 = 1$			15+0+42	17+1+40	19+2+38	21+3+34	2	57

Минимальные затраты, связанные с производством и хранением продукции за четыре месяца, $f_4(i) = 57$.

При $x_4 = 2$ уровень запасов на начало второго месяца (конец первого) равен $i_3 = i_0 + x_4 - d_4 = 1 + 2 - 3 = 0$. Рассматривая строку таблицы 2.15, соответствующую $i_3 = 0$, видим, что $x_3 = 5$. Поскольку запас продукции на начало третьего месяца равен нулю ($i_2 = i_3 + x_3 - d_3 = 0 + 5 - 3 = 2$), из таблицы 2.14 находим $x_2 = 0$. Аналогично $i_1 = i_2 + x_2 - d_2 = 2 + 0 - 2 = 0$, из таблицы 2.13 находим $x_1 = 4$. Таким образом, чтобы достичь оптимальных затрат, равных 57 единицам, требуется в первый месяц изготовить 2 машины, во второй – 5, в третий – 0 и в четвертый – 4.

Задачи оптимального распределения средств на расширение производства

В задачах оптимального распределения средств на расширение производства естественное деление на шаги, т. е. число шагов совпадает с числом предприятий.

Пример

Производственному объединению из четырех предприятий выделяется банковский кредит в сумме 60 млн. ден. ед. для реконструкции и модернизации производства с целью увеличения выпуска продукции. Значения $g_i(x_i)$ ($i = \overline{1,4}$) дополнительного дохода, получаемого на предприятиях объединения в зависимости от выделенной суммы x_i, приведены в таблице 2.17. Распределить выделенный кредит между предприятиями так, чтобы дополнительный доход объединения был максимальным.

Таблица 2.17

Средства c, млн. ден. ед.	Предприятие			
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
	Получаемый доход, млн. ден. ед.			

	$g_1(x_i)$	$g_2(x_i)$	$g_3(x_i)$	$g_4(x_i)$
20	9	11	16	13
40	18	19	32	27
60	24	30	40	44

Решение.

Пусть п = 1. В соответствии с формулой (1.7) в зависимости от начальной суммы с получаем с учетом таблицей 2.17 значения $f_1(c)$, помещенные в таблицу 2.18.

Таблица 2.18

$x_1*(c)$	$f_1(c)$
20	9
40	18
60	24

Предположим теперь, что средства вкладываются в два предприятия. Тогда в соответствии с формулой (1.9)

$$f_2(c) = \max_{0\le x\le c} (g_2(x) + f_1(c - x))$$

Очередная задача – найти значения функции $f_2(c)$ для всех допустимых комбинаций с и х. Для упрощения расчетов значения х будем принимать кратными 20 тыс. ден. ед. и для большей наглядности записи оформлять в виде таблиц. Каждому шагу будет соответствовать своя таблица. Рассматриваемому шагу соответствует табл. 2.19.

Для каждого значения (20, 40, 60) начальной суммы с распределяемых средств в таблице 2.19 предусмотрена отдельная строка, а для каждого возможного значения х (0, 20, 40, 60) распределяемой суммы – столбец. Некоторые клетки таблицы останутся незаполненными, так как соответствуют недопустимым сочетаниям с и х. Такой, например, будет клетка, отвечающая строке с = 20 и столбцу х = 40, ибо при наличии 20 тыс. ден. ед. естественно отпадает вариант, при котором одному из предприятий выделяется 40 тыс. ден. ед.

Таблица 2.19

x c	0	20	40	60	$f_2(c)$	$x_2*(c)$
20	0 + 9	11 + 0			11	20
40	0 + 18	11 + 9	19 + 0		20	20
60	0 + 24	11 + 18	19 + 9	30 + 0	30	60

В каждую клетку таблицы будем вписывать значение суммы $g_2(x) + f_1(c\ x)$. Первое слагаемое берем из условий задачи (см. табл. 2.17), второе – из таблицы 2.18. Так, например, при распределении начальной суммы с = 60 тыс. ден. ед. одним из вариантов может быть следующий: второму предприятию выделяется 40 тыс. ден. ед. (х = 40), тогда первому 60 – 40 = 20 тыс. ден. ед. При таком распределении первоначальной суммы на втором предприятий будет обеспечен прирост продукции на сумму в 19 тыс. ден. ед. (см. табл. 2.17), на первом – 9 тыс. ден. ед. (см. табл. 2.18).

Общий прирост составит (19 + 9) тыс. ден. ед., что и записано в соответствующей клетке таблицы 2.19. В двух последних столбцах таблицы проставлены максимальный по строке прирост продукции (в столбце $f_2(c)$) и соответствующая ему оптимальная сумма средств, выделенная второму предприятию (в столбце $x_2*(c)$). Так, при начальной сумме с = 40 тыс. ден. ед. максимальный прирост выпуска продукции составляет 20 тыс. ден. ед. (11 + 9), и это достигается выделением второму предприятию 20, а первому – 20 – 20 = 0 тыс. ден. ед.

Расчет значений $f_3(c)$ приведен в таблице 2.20. Здесь использована формула, получающаяся из (1.9) при п = 3 :

$$f_3(c) = \max_{0\le x\le c} (g_3(x) + f_2(c - x))$$

Первое слагаемое в таблице 2.20 взято из табл. 2.17, второе – из табл. 2.19.

Таблица 2.20

x / c	0	20	40	60	$f_3(c)$	$x_3^*(c)$
20	0 + 11	16 + 0			16	20
40	0 + 20	16 + 11	32 + 0		32	40
60	0 + 30	16 + 20	32 + 11	40 + 0	43	40

Аналогичным образом находятся значения $f_4(c)$.

Таблица 2.21

x / c	0	20	40	60	$f_4(c)$	$x_4^*(c)$
20	0 + 16	13 + 0			16	0
40	0 + 32	13 + 16	27 + 0		32	0
60	0 + 43	13 + 32	27 + 16	44 + 0	45	20

Полученные результаты можно сравнить с теми, которые приведены в сводной таблице (табл. 2.22, см. последние два столбца), составленной на основе расчетных таблиц, начиная с табл. 2.17.

Таблица 2.22

c	$x_1^*(c)$	$f_1(c)$	$x_2^*(c)$	$f_2(c)$	$x_3^*(c)$	$f_3(c)$	$x_4^*(c)$	$f_4(c)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	20	9	20	11	20	16	0	16
40	40	18	40	20	40	32	0	32
60	60	24	60	30	40	43	20	45

Табл. 2.22 содержит много ценной информации и позволяет единообразно решать целый ряд задач. Например, и табл. 2.22 видно, что наибольший дополнительный доход объединения из четырех предприятий может дать распределение между ними 60 тыс. ден. ед. ($c = 60$), составляет 45 тыс. ден. ед. ($f_4(60) = 45$). При этом четвертому предприятию должно быть выделено 20 тыс. ден. ед. ($x_4^*(60) = 20$), а остальным трем – 60 – 20 = 40 тыс. ден. ед. Из той же таблицы видно, что оптимальное распределение оставшихся 40 тыс. ден. ед. ($c = 40$) между тремя предприятиями обеспечит увеличения дополнительного дохода на сумму 32 тыс. ден. ед. ($f_3(40) = 32$) при условии, что третьему предприятию будет выделено 40 тыс. ден. ед. ($x_3^*(40) = 40$), а остальным двум 40 – 40 = 0 тыс. ден. ед. Следовательно, на долю первого и второго средств не останется.

Итак, максимальный дополнительный доход на четырех предприятиях при распределении между ними 60 тыс. ден. ед. составляет 45 тыс. ден. ед. и будет получен, если первому и второму предприятиям средств не выделять, третьему – 40 тыс. ден. ед., а четвертому – 20 тыс. ден. ед.

Список заданий

1. Производственному объединению из четырех предприятий выделяется банковский кредит в сумме 60 млн. ден. ед. для реконструкции и модернизации производства с целью увеличения выпуска продукции. Значения $g_i(x_i)$ $(i = \overline{1,4})$ дополнительного дохода, получаемого на предприятиях объединения в зависимости от выделенной суммы, приведены в таблице. Распределить выделенный кредит между предприятиями так, чтобы дополнительный доход объединения был максимальным.

Выделенные средства x_i млн. ден. ед.	Предприятие			
	№ 1	*№ 2*	*№ 3*	*№ 4*
	Получаемый доход, млн. ден. ед.			
	$g_1(x_i)$	$g_2(x_i)$	$g_3(x_i)$	$g_4(x_i)$

20	9	11	16	13
40	18	19	32	27
60	24	30	40	44

2. Решить задачу для производственного объединения из трех предприятий по данным, приведенным в табл. 2

Таблица 2

Выделенные средства x_i, млн ден. ед.	Предприятие		
	№ 1	№ 2	№ 3
	Получаемый доход, млн. ден. ед.		
	$g_1(x_i)$	$g_2(x_i)$	$g_3(x_i)$
20	9	11	13
40	17	34	28
60	29	46	37

3. Пусть плановый период состоит из *N* отрезков. Необходимо составить рекуррентное соотношение в общем виде и записать ограничения на уровень запасов (вместимость склада считать неограниченной) и объем выпуска (месячный выпуск не может превышать *B* ед.), если запас продукции на складе в конце планируемого периода должен быть равен нулю.

4.Условия те же, что и в задаче 3. Требуется записать ограничение на объем выпуска, если производственные мощности неограниченны.

5. Условия те же, что и на лекции. Найти оптимальную производственную программу и соответствующие уровни запасов, $t_0 = 0$ и $h = 1$.

Определить оптимальную производственную программу в заданиях 6 — 9. Условие задачи приведено на лекции. Затраты на производство продукции составляют: $c(0) = 0$, $c(1) = 13$, $c(2)=15$ $c(3) = 17$, $c(4) = 19$, $c(5) = 21$, $c(6) = 23$. Плановый период состоит из четырех месяцев ($t = 1,4$).

6. $D_1 = 3$, $D_2 = 4$, $D_3 = 4$, $D_4 = 2$, $i_0 = 2$, $h = 2$, $B=6$, $M = 4$.

7. $D_1=2$, $D_2 = 3$, $D_3 = 2$, $D_4 = 2$, $i_0 = 1$, $h = 2$, $B=4$, $M = 4$.

8. $D_1=2$, $D_2 = 3$, $D_3 = 3$, $D_4 = 2$, $i_0 = 2$, $h = 1$, $B=4$, $M = 4$.

9. $D_1 = 3$, $D_2 = 3$, $D_3 = 2$, $D4 = 4$, $i_0 = 1$, $h = 1$, $B=5$, $M = 4$.