Практическая работа № 7

Тема: Нахождение кратчайших путей между парами вершин в графе при помощи алгоритма Флойда.

Цель: Сформировать знания о нахождении кратчайших путей между парами вершин в графе при помощи алгоритма Флойда.

Ход работы

Задание 1. Изучить теоретические сведения.

Алгоритм Флойда

В алгоритме Флойда используется матрица A размером nxn, в которой вычисляются длины кратчайших путей. Элемент A[i,j] равен расстоянию от вершины i к вершине j, которое имеет конечное значение, если существует ребро (i,j), и равен бесконечности в противном случае.

Основная идея алгоритма. Пусть есть три вершины i, j, k и заданы расстояния между ними. Если выполняется неравенство A[i,k]+A[k,j]<A[i,j], то целесообразно заменить путь i->j путем i->k->j. Такая замена выполняется систематически в процессе выполнения данного алгоритма.

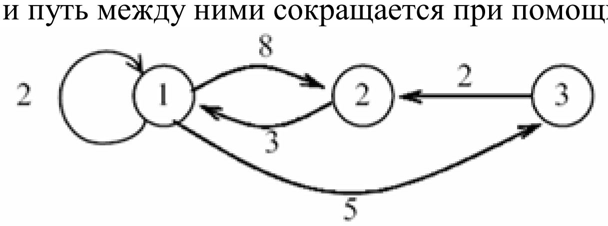
Шаг 1. Определяем начальную матрицу расстояния A0 и матрицу последовательности вершин S0. Каждый диагональный элемент обеих матриц равен 0, таким образом, показывая, что эти элементы в вычислениях не участвуют. Полагаем k = 1.

Основной шаг k. Задаем строку k и столбец k как ведущую строку и ведущий столбец. Рассматриваем возможность применения замены описанной выше, ко всем элементам A[i,j] матрицы Ak-1. *Если выполняется неравенство,* тогда выполняем следующие действия:

- создаем матрицу Ak путем замены в матрице Ak-1 элемента A[i,j] на сумму A[i,k]+A[k,j] ;

- создаем матрицу Sk путем замены в матрице Sk-1 элемента S[i,j] на k. Полагаем k = k + 1 и повторяем шаг k.

Таким образом, алгоритм Флойда делает n итераций, после i -й итерации матрица A будет содержать длины кратчайших путей между любыми двумя парами вершин при условии, что эти пути проходят через вершины от первой до i -й. На каждой итерации перебираются все пары вершин и путь между ними сокращается при помощи i -й вершины (***рис.*** 1).



A_0:

	1	2	3
1	0	8	5
2	3	0	∞
3	∞	2	0

A_1:

	1	2	3
1	0	8	5
2	3	0	8
3	∞	2	0

A_2:

	1	2	3
1	0	8	5
2	3	0	8
3	5	2	0

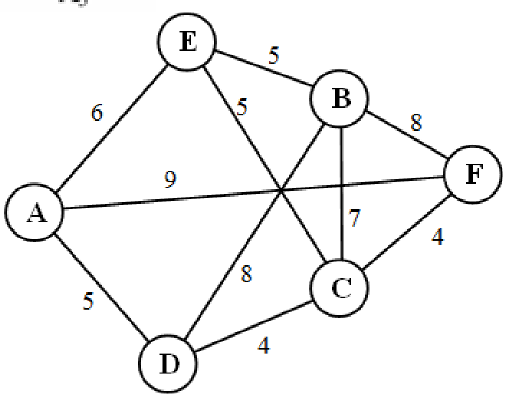
A_3:

	1	2	3
1	0	7	5
2	3	0	8
3	5	2	0

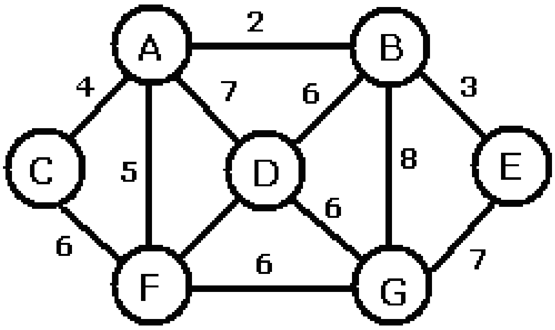
Рис. 1. Демонстрация алгоритма Флойда

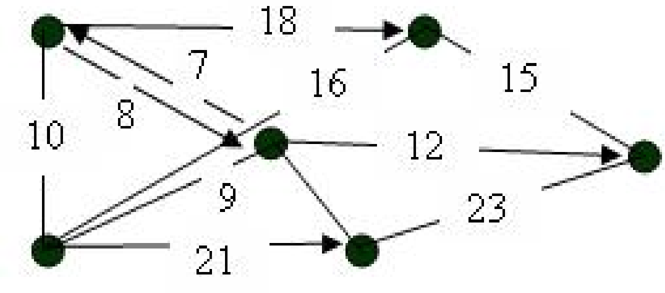
Задание 2. Выполните приведенные ниже задания:

1. Оля (A), Маша (B), Витя (C), Дима (D), Ваня (E) и Катя (F) живут в разных городах. Стоимость билетов из разных городов известна (рис.). Добраться до городов можно разными способами. Определить наименьшую сумму, которую нужно потратить, чтобы Оля могла навестить каждого из своих друзей.



2. Необходимо найти кратчайшие пути между каждой парой вершин в графах, представленных на рисунке:





Задание 3. Ответить на контрольные вопросы:

1. Что такое граф, ребра графа, вершины графа?
2. Какие виды графов вы знаете?
3. Какие существуют способы задания графов?
4. С какими видами графов работает алгоритм Флойда?