

# **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**ПРАКТИКУМ**

**МИНСК 2010**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«МИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ВЫСШИЙ  
РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

## **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Практикум

для учащихся специальности 2-40 01 01

«Программное обеспечение информационных технологий» и студентов  
специальности 1-08 01 01-07

«Профессиональное обучение. (Информатика)»

Минск  
МГВРК  
2010

УДК 519  
ББК 22.19  
С40

Рекомендовано к изданию кафедрой информатики (протокол № 8 от 17.03.2010 г.) и Научно-методическим советом учреждения образования «Минский государственный высший радиотехнический колледж» (протокол № 6 от 24.03.2010 г.)

С о с т а в и т е л и :

Г. Н. Соловей, С. Н. Кудина, И. Г. Смолер,  
**ассистенты кафедры информатики**

Р е ц е н з е н т

Ю. А. Скудняков, **зав. кафедрой информатики**  
**МГВРК, канд. техн. наук, доцент**

**Системный анализ и моделирование** : практикум для С40 учащихся специальности 2-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» и студентов специальности 1-08 01 01-07 «Профессиональное обучение. (Информатика)» / сост. Г. Н. Соловей, С. Н. Кудина, И. Г. Смолер. – Минск : МГВРК, 2010. – 120 с.  
ISBN 978-985-526-088-3

Цель пособия – обеспечить учащихся и студентов необходимым практическим материалом, позволяющим самостоятельно решать задачи с использованием основных алгоритмов курса «Системный анализ и моделирование».

Предназначено для учащихся, студентов и преподавателей колледжа.

УДК 519  
ББК 22.19

© Соловей Г. Н., Кудина С. Н.,  
Смолер И. Г., составление, 2010

ISBN 978-985-526-088-3 © Учреждение образования «Мин

ский государственный  
высший ра  
диотехнический колледж», 2010

2

## Предисловие

Учебная дисциплина «Системный анализ и моделирование» является одной из основных в цикле специальных и базируется на знаниях и навыках, полученных при изучении следующих дисциплин: «Элементы высшей математики», «Основы математической статистики и теории вероятностей», «Технология разработки программ», «Методы и алгоритмы принятия решений».

Цель практикума «Системный анализ и моделирование» – научить студентов решать задачи с помощью изученных методов. Реализация рассмотренных моделей с помощью ЭВМ, осуществляемая на практических занятиях, опирается на знания методов и средств программирования, умения разрабатывать алгоритмы и программы.

В результате выполнения практической работы студент (учащийся) должен уметь:

- осуществлять выбор моделей при разработке математической постановки задачи;

- реализовывать модели с помощью изученных методов на ЭВМ;

- самостоятельно разбираться в моделях рассмотренных классов и методах принятия решений на них.

В пособии приведены варианты индивидуальных заданий по всем основным разделам курса, которые можно использовать для контроля приобретенных навыков в решении задач.

Практикум является руководством для проведения работ по курсу «Системный анализ и моделирование» и предназначен для учащихся специальности 2-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» и студентов специальности 1-08 01 01-07

«Профессиональное обучение. (Информатика)».

Практические работы 1, 14, 15 выполняются только учащимися специальности 2-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий», 11, 12, 13, 14, и 16 – только студентами специальности «Профессиональное обучение. (Информатика)». Остальные работы предназначены и для учащихся и для студентов. В этом случае предусмотрен разный уровень сложности заданий – задания, отмеченные\* непосредственно в самой работе, имеют более высокий уровень и не выполняются учащимися специальности 2-40 01 01.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1 СОСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПТИМИЗАЦИИ

### Задание 1

В соответствии с вариантом:

- 1) свести исходные данные в таблицу, удобную для построения модели;
- 2) составить математическую модель задачи;
- 3) найти оптимальное решение задачи графическим методом.

### Задание 2

В соответствии с вариантом решить задачу линейного программирования графическим методом. Найти максимальное и минимальное значения целевой функции.

## Вариант 1

### Задание 1

Продукция может производиться двумя технологическими способами  $T_1$  и  $T_2$ . На производство

продукции затрачиваются ресурсы трех видов  $R_1, R_2, R_3$ , запасы которых соответственно равны: 15, 18, 8. Расход ресурсов на производство всей продукции по первому технологическому способу составляет 2, 4, 0, а по второму – 3, 2, 2. Выход продукции по способу  $T_1$  равен 10 ед., по  $T_2$  – 8 ед. Определить, с какой интенсивностью нужно применять каждый технологический способ, чтобы при этих запасах иметь максимум продукции.

### Задание 2

$$\begin{aligned} f(x, x, x) \\ ( ) 3 \ 4 \text{ extr}; \\ = + \rightarrow \\ \quad \quad \quad 1 \ 2 \\ \square - + \leq \end{aligned}$$

## Вариант 2

### Задание 1

Предприятие выпускает два вида изделий  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , на изготовление которых идет три вида сырья:  $S_1, S_2, S_3$ , запасы которых соответственно равны 200, 110, 120 кг. Расход сырья на 1000 ед. продукции составляет:  $S_1 - 20, 10$ ;  $S_2 - 15, 5$ ;  $S_3 - 10, 10$ . Оптовая цена за 1000 шт. изделий соответственно равна: 15 и 17 тыс. руб. Себестоимость производства 1000 шт. изделий составляет 12 и 15 тыс. руб. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль, предполагая, что сбыт неограничен.

### Задание 2

$$\begin{aligned} f(x, x, x) \\ ( ) 5 \text{ extr}; \\ = + \rightarrow \\ \quad \quad \quad 1 \ 2 \\ \square - \geq \\ 3 \ 9, \\ \quad \quad x \ x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} 12 \\ \square \end{matrix} + \leq \begin{matrix} \square - \\ \square \end{matrix} + \geq \begin{matrix} \square \square \\ \square \end{matrix} \geq \geq \\ & 2 \ 3 \ 50, \\ & \begin{matrix} x \ x \\ 12 \end{matrix} \\ & \begin{matrix} x \ x \\ 12 \end{matrix} \\ & 4 \ 19, \\ & \begin{matrix} 12 \\ x \ x \end{matrix} \\ & 0, 0. \\ & 12 \end{aligned}$$

### Вариант 3

#### Задание 1

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} x \ x \ 12 \\ 3, \\ \square \end{matrix} + \leq \begin{matrix} \square + \\ \square \end{matrix} \geq \begin{matrix} \square \square \\ \square \end{matrix} \geq \geq \\ & 5 \ 3 \ 97, x \ x \\ & \begin{matrix} 12 \\ x \ x \end{matrix} \\ & 7 \ 77, \\ & \begin{matrix} 12 \\ x \ x \end{matrix} \\ & 0, 0. \\ & 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4 \\ & 7 \ 3 \ 71, \\ & \begin{matrix} x \ x \\ 12 \end{matrix} \\ & \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \geq \geq \\ & \begin{matrix} x \ x \\ 12 \end{matrix} \\ & 0, 0. \\ & 12 \end{aligned}$$

5

### Вариант 4

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} \square \end{matrix} + \leq 4 \ 53, \\ & \begin{matrix} 12 \\ \square \end{matrix} - \leq \begin{matrix} \square + \\ \square \end{matrix} \geq \begin{matrix} \square \end{matrix} \\ & \begin{matrix} x \ x \ 12 \end{matrix} \end{aligned}$$

3,

#### Задание 1

Предприятие имеет три производственных фактора в количестве 5, 6, 7 тыс. ед. и может организовать производство двумя различными способами. Расход производственных факторов по первому способу производства составляет 1, 4, 1 тыс. ед., по второму – 1, 1, 3 тыс. соответственно. По первому способу за единицу времени предприятие выпускает в месяц 3 тыс. изделий, по второму – 2 тыс. изделий. Сколько времени предприятие должно работать каждым способом, чтобы получить максимум продукции?

#### Задание 2

$$\begin{aligned} & f \ x \ x \ x \\ & ( ) \ 5 \ 3 \ \text{extr}; \\ & = + \rightarrow \\ & 12 \end{aligned}$$

Из двух сортов бензина делают две смеси А и Б. Смесь А содержит 60 % бензина 1-го сорта и 40 % – 2-го сорта. Смесь Б содержит 80 % бензина 1-го сорта и 20 % – 2-го сорта. Продажная цена 1 кг смеси А равна 10 тыс. руб., смеси Б – 12 тыс. руб. Составить план образования смесей, при котором будет получен максимальный доход, если в наличии 48 т бензина 1-го сорта и 20 т – 2-го сорта.

#### Задание 2

$$\begin{aligned} & f \ x \ x \ x \\ & ( ) \ 9 \ 2 \ \text{extr}; \\ & = + \rightarrow \\ & 12 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \square - \geq \\
 6 \ 5 \ 17, \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ 1 \ 2 \end{array} \\
 \square + \leq \square - + \geq \square \square \\
 \square \geq \geq \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ 1 \ 2 \end{array} \\
 2 \ 34, \\
 \begin{array}{c} 1 \ 2 \\ 4 \ 9 \ 17, \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 1 \ 2 \end{array} \\ x \ x \\ 0, 0. \\ 1 \ 2
 \end{array}$$

## Вариант 5

### Задание 1

На каждую автоколонну из 10 машин, направленных для вывоза груза из района А, выделяются 4 авторемонтных мастерских, 3 машины техпомощи и 2 мотоцикла. На такую же автоколонну для вывоза груза из района Б выделяются 3 авторемонтных мастерских и 1 машина техпомощи. Одна колонна из района А вывозит 2 тыс. т груза, из района Б – 1 тыс. т груза. Какое количество автоколонн следует направить в каждый район, чтобы обеспечить максимальный вывоз груза, если имеются 200 машин, 20 авторемонтных мастерских, 10 машин техпомощи и 16 мотоциклов?

### Задание 2

$$\begin{array}{r}
 f \ x \ x \ x \\
 ( ) \ 5 \ 7 \ \text{extr}; \\
 = + \rightarrow \\
 1 \ 2 \\
 \square - + \leq \\
 3 \ 14 \ 78, \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ 1 \ 2 \end{array} \\
 \square - \leq \square + \geq \square \square \\
 \square \geq \geq \\
 5 \ 6 \ 26,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x \ x \\
 1 \ 2 \\
 x \ x \\
 4 \ 26, \\
 1 \ 2 \\
 x \ x \\
 0, 0. \\
 1 \ 2
 \end{array}$$

6

## Вариант 6

### Задание 1

Предприятие выпускает два вида изделий  $P_1$  и  $P_2$ , используя четыре группы станков (А, Б, В, Г), фонды рабочего времени которых составляют 32, 27, 20, 30 часов соответственно. На производство одного изделия  $P_1$  каждая группа станков соответственно тратит: 4, 0, 1, 3 ч, а изделия  $P_2$  – 2, 3, 2, 2 ч. Прибыль от реализации каждого изделия  $P_1$  равна 2 тыс. руб.,  $P_2$  – 3 тыс. руб. Составить план производства, дающий максимальную прибыль.

### Задание 2

$$\begin{array}{r}
 f \ x \ x \ x \\
 ( ) \ 9 \ 2 \ \text{extr}; \\
 = + \rightarrow \\
 1 \ 2 \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ \square - \geq \\ 11 \ 3 \ 24, \\ 1 \ 2 \\ \square + \leq \square - + \geq \square \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 9 \ 4 \ 110, \\ 1 \ 2 \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 2 \ 7 \ 15, \\ 1 \ 2 \\ \square \geq \geq \end{array} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{matrix} x & x \\ & 0, 0. \\ & 12 \end{matrix}$$

## Вариант 7

### Задание 1

В животноводческом совхозе на производство 1 ц молока траперевозку транспортом А равны 8 ден. ед., Б – 12 ден. ед. тится 25 ден. ед., из них на трудовые затраты – 10 ден. ед., наСоставить та кой план перевозок, чтобы транспортные расходы материальные затраты – 15 ден. ед.; производство 1 ц мясабыли ми нимальными. обходится в 180 ден. ед., из которых 100 ден. ед. – трудовые затраты, 80 ден. ед. – материальные. Государственные заку почные цены: за 1 ц молока – 35 тыс. ден. ед., а за 1 ц мяса – 200 тыс. ден. ед. Определить оптимальный план производства мо лока и мяса, если на животноводство выделено 190 тыс. ден. ед. Фонд зарплаты – 100 тыс. ден. ед., остальное – на оборудование.

### Задание 2

$$\begin{aligned} & ( ) 3 2 \text{ extr;} \\ & = + \rightarrow \\ & f x x x \\ & \quad 12 \\ & \square - + \leq \\ & 4 5 29, \\ & \quad x x \\ & \quad 12 \\ & \square - \leq \square + \geq \square \square \quad \square \geq \geq \\ & 3 14, \\ & \quad x x \\ & \quad 12 \\ & 5 2 38, \\ & \quad x x \\ & \quad 12 \\ & x x \\ & \quad 0, 0. \\ & \quad 12 \end{aligned}$$

## Вариант 8

### Задание 1

Из Минска в Гродно необходимо перевезти оборудование трех типов: 84 ед. типа I, 80 ед. типа II, 150 ед. типа III. Для этого используют два вида транспорта А и Б. Количество оборудо вания каждого типа на транспорт А составляет: 3, 4, 3 ед., – на транспорт Б: 2, 1, 13 ед. соответственно. Затраты на

### Задание 2

$$\begin{aligned} & f x x x \\ & ( ) 4 3 \text{ extr;} \\ & = + \rightarrow \\ & \quad 12 \\ & \square - \geq \\ & 2 4, \\ & \quad x x \\ & \quad 12 \\ & \square + \leq \square - + \geq \square \square \quad \square \geq \geq \\ & \quad x x \\ & \quad 3 37, \\ & \quad 12 \\ & 4 9 20, \\ & \quad x x \\ & \quad 12 \\ & x x \\ & \quad 0, 0. \\ & \quad 12 \end{aligned}$$

## Вариант 9

### Задание 1

Трикотажная фабрика производит свитеры и кофточки, ис пользуя шерсть, силон и нитрон, запасы которых соответственно равны 900, 400, 300 кг. Количество каждой пряжи на изготовле 7 ние десяти свитеров составляет: 4, 2, 1 кг, а десяти кофточек – 2, 1, 1 кг соответственно. Прибыль от реализации 10 ед. продук ции: 6 и 5 ден. ед. Составить план выпуска, максимизирующий

прибыль.

### Задание 2

$$\begin{aligned}
 & f(x_1, x_2) \\
 & (x_1, x_2) \in D; \\
 & D = \{ (x_1, x_2) \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 10, 5x_1 + 3x_2 \leq 53, 6x_1 + 7x_2 \leq 15 \} \\
 & \text{Максимизировать } f(x_1, x_2) \text{ на } D.
 \end{aligned}$$

8

### Вариант 10

#### Задание 1

Кондитерская фабрика выпускает карамель двух видов:  $K_1$  и  $K_2$ . Для производства карамели требуется сахарный песок, патока, фруктовое пюре. Запасы этих видов сырья равны соответственно: 700, 300 и 150 т. Другие виды сырья, входящие в готовый продукт в небольших количествах, не учитываются. Расход сырья на 1 т карамели группы  $K_1$  составляет: 0,6 т сахарного песка и 0,2 т патоки; группы  $K_2$ : 0,5 т сахарного песка, 0,3 т патоки и 0,3 т фруктового пюре. Уровень прибыли на единицу каждого вида выпускаемой карамели (в ден. ед. за 1 т): для  $K_1$  – 1000, для  $K_2$  – 1500. Определить оптимальный план выпуска карамели, максимизирующий прибыль фабрики.

#### Задание 2

$$\begin{aligned}
 & f(x_1, x_2) \\
 & (x_1, x_2) \in D; \\
 & D = \{ (x_1, x_2) \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 4, 6x_1 + 3x_2 \leq 15, 9x_1 + 8x_2 \leq 15, 3x_1 + 11x_2 \leq 16 \} \\
 & \text{Максимизировать } f(x_1, x_2) \text{ на } D.
 \end{aligned}$$

### Вариант 11

#### Задание 1

Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприемников, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии – 60 изделий, второй линии – 75 изделий. На радиоприемник первой модели расходуется 10 однотипных элементов электронных схем, на радиоприемник второй модели 8 таких же элементов. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 800 ед. Прибыли от реализации одного приемника первой и второй моделей равны 30 и 20 ден. ед. соответственно. Определить оптимальные суточные объемы производства двух видов моделей.

9

#### Задание 2

$$\begin{aligned}
 & f(x_1, x_2) \\
 & (x_1, x_2) \in D; \\
 & D = \{ (x_1, x_2) \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2, 3x_1 + 2x_2 \leq 5 \} \\
 & \text{Максимизировать } f(x_1, x_2) \text{ на } D.
 \end{aligned}$$



12

$$x_1 + x_2 \leq$$

объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и Б используются два вида сырья, суточный запас которых ограничен величиной 140 и 80 кг. Расход сырья на

продукции А и Б

составляет

единицу продукции А составляет: 1-го вида – 2 кг, 2-го – 2 кг;

$$2x_1 + 2x_2 \leq 140$$

и

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

## Вариант 12

### Задание 1

Небольшая фабрика изготавливает краски и для внутренних (I) и наружных (II) работ. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта – А и Б. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 т и 8 т соответственно. Расход продуктов на 1 т краски I составляет 2 и 1 ед., для краски II – 1 и 2 ед.

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску II более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки.

Оптовая цена 1 т краски I равна 2 тыс. ден. ед., краски II – 3 тыс. ден. ед.

Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

### Задание 2

Функция

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2$$

$$= 4x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

и

## Вариант 13

### Задание 1

Фирма производит два вида продукции – А и Б. Объем сбыта продукции вида А составляет не менее 60 % от общего

объема

а на единицу продукции В – 4 и 1 соответственно. Цены продукции А и Б равны 20 и 40 ден. ед. соответственно. Определить оптимальный выпуск продукции, обеспечивающий максимальный доход.

### Задание 2

Функция

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + 4x_2$$

$$= 2x_1 + 4x_2$$

и

$$x_1 + x_2 \leq$$

$$\begin{array}{l}
 5 \ 2 \ 38, \\
 \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} - \geq - \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} - + \geq \begin{array}{c} \square \square \\ \square \end{array} \geq \geq \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ 2 \ 1, \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 3 \ 0, \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 0, \ 0. \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c} x \ x \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} \end{array} - + \leq \begin{array}{c} \square + \geq \square \square \\ \square \end{array} \geq \geq \\
 4 \ 2 \ 8, \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 3 \ 9, \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} \\ \begin{array}{c} x \ x \\ 0, \ 0. \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array}
 \end{array}$$

## Вариант 14

### Задание 1

Фирма выпускает ковбойские шляпы двух фасонов. Трудоемкость изготовления шляпы 1-го фасона вдвое выше трудоемкости изготовления шляпы 2-го фасона. Если бы фирма выпускала только шляпы 1-го фасона, суточный объем производства мог бы составить 500 шляп. Суточный объем сбыта шляп обоих фасонов ограничен диапазоном от 150 до 210 шт. Прибыль от продажи шляпы 1-го фасона равна 8 ден. ед., а от 2-го фасона – 5 ден. ед. Определить, какое количество шляп каждого фасона следует изготовить, чтобы максимизировать прибыль.

### Задание 2

$$\begin{array}{l}
 f \ x \ x \ x \\
 ( ) \ 2 \ \text{extr}; \\
 = + \rightarrow \\
 \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} + \leq \\
 2 \ 4 \ 16,
 \end{array}$$

ма – 5 ден. ед. (последняя цифра больше, так как использование металлолома сопряжено с его предварительной очисткой). Заказ

$$\begin{array}{l}
 \square - \leq \square + \leq \square \square \\
 \square \geq \geq
 \end{array}$$

## Вариант 15

### Задание 1

Фирме «Иерихонская сталь» предстоит решить, какое количество чистой стали  $x_1$  и металлолома  $x_2$  следует использовать для приготовления (из соответствующего сплава) литья для одного из своих заказчиков. Пусть производственные затраты в расчете на 1 т чистой стали равняются 3 ден. ед., а затраты на 1 т металлолома

Составить математическую модель задачи и на ее основе установить, сколько каждого корма необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на него были минимальными.

### Задание 2

$$\begin{array}{l}
 f \ x \ x \ x \\
 ( ) \ 6 \ 2 \ \text{extr}; \\
 = - \rightarrow \\
 \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array} - \leq
 \end{array}$$

$$x \ x \ 12 \ 1,$$

$$\begin{array}{l}
 3 \ 6, \\
 \begin{array}{c} x \ x \\ \begin{array}{c} 12 \\ \square \end{array}
 \end{array}$$

предусматривает поставку не менее 5 т литья, при этом заказчик 14,  $x_{x12}$

готов купит и большее количество литья, если фирма «Иерихонская сталь» поставит перед ним такие условия.

Предположим, что запасы чистой стали ограничены и не превышают 4 т, а запасы металлолома не превышают 6 т. Отношение веса металлолома к весу чистой стали в процессе получения сплава не должно превышать 7 : 8. Производственно-технологические условия таковы, что на процессы плавки и литья не может быть отведено более 18 ч; при этом на 1 т стали уходит 3 ч, а на 1 т металлолома – 1 ч производственного времени.

### Задание 2

$$\begin{aligned} & ( ) 2 6 \text{ extr;} \\ & = + \rightarrow \\ & f x x x \\ & \quad 1 2 \\ & \square + \leq \\ & 2 12, \\ & \quad x x \\ & \quad 1 2 \\ & \square - + \geq \square + \geq \square \square \\ & \quad \square \quad \square \geq \geq \\ & \quad x x \\ & \quad 0, 0. \\ & \quad 1 2 \end{aligned}$$

### Вариант 17

#### Задание 1

Предприятие собирает автомашины двух марок:  $A_1$  и  $A_2$ . Для этого требуются следующие материалы:  $S_1$  – комплекты заготовок металлоконструкций в количестве  $b_1 = 17$  шт., не обходимые для сборки автомашин марок  $A_1$  и  $A_2$  (соответственно 2 и 3 ед.);  $S_2$  – комплекты резиновых изделий в количестве  $b_2 = 11$  шт. (соответственно 2 и 1 ед.);  $S_3$  – двигатели с арматурой и электрооборудованием в количестве  $b_3 = 6$  комплектов,

необходимых по одному для каждой автомашины марки  $A_1$ ;

$$\begin{aligned} & x x \\ & 1 2 \\ & x x \\ & 1 2 \\ & 1, \end{aligned}$$

$S_4$  – двигатели с арматурой и электрооборудованием в количестве 5,

$b_4 = 5$  комплектов, необходимых по одному для каждой автомашины, 0, 0.

$$\begin{aligned} & x x \\ & 1 2 \end{aligned}$$

### Вариант 16

#### Задание 1

В опытном хозяйстве установили, что откорм животных выгоден тогда, когда животное будет получать в дневном рационе не менее 6 ед. питательного вещества А, не менее 12 ед. вещества Б и не менее 4 ед. вещества В. Для кормления животных используются два вида корма. В 1 кг корма I содержится 2 ед. вещества А и 2 ед. вещества Б, в 1 кг корма II – 1, 4 и 4 ед. соответственно. Цена 1 кг корма I равна 50 ден. ед., корма II – 60 ден. ед.

12

шины марки  $A_2$ . Автомашина марки  $A_1$  стоит 7 тыс. ден. ед., а автомашина марки  $A_2$  – 5 тыс. ден. ед. Определить план выпуска, доставляющий максимальную выручку.

#### Задание 2

$$\begin{aligned} & f x x x \\ & ( ) 4 4 \text{ extr;} \\ & = + \rightarrow \\ & \quad 1 2 \\ & \square - + \leq \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 5213, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 \square + \geq \square + \leq \square \square \\
 \square \geq \geq \\
 2721, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 7249, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 x x \\
 0, 0. \\
 12
 \end{array}$$

## Вариант 18

### Задание 1

Из двух видов сырья необходимо приготовить смесь, в состав которой должно входить не менее 6 ед. химического вещества  $K$ , не менее 12 ед. вещества  $L$  и не менее 4 ед. вещества  $M$ .

Количество единиц химических веществ, содержащихся в 1 кг смеси 1-го вида: 2, 2 и 3; 2-го вида: 1, 4 и 4 соответственно.

Известно, что цена 1-го вида сырья за 1 кг равна 5 ден. ед., а цена 2-го вида – 6 ден. ед. за 1 кг. Составить смесь, содержащую необходимое количество веществ данного вида и имеющую минимальную себестоимость.

### Задание 2

$$\begin{array}{r}
 f x x x \\
 ( ) 2 \text{ extr}; \\
 = + \rightarrow \\
 12 \\
 \square + \leq \\
 529, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 \square + \geq \square - + \leq \square \square \\
 \square \geq \geq
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3419, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 537, \\
 \begin{array}{r} x x \\ 12 \end{array} \\
 x x \\
 0, 0. \\
 12
 \end{array}$$

## Вариант 19

### Задание 1

- 13 При перевозке 300 контейнеров типа I, 500 контейнеров типа II и 30 контейнеров типа III используются два вида автомашин: А и Б. На автобазе имеются 6 автомашин вида А и 10 – вида Б. Автомашина вида А вмещает 50 контейнеров типа II и 9 контейнеров типа III; автомашина вида Б – 100 контейнеров типа I, 100 контейнеров типа II и 3 контейнера типа III.

На один рейс по определенному маршруту затраты составляют: при использовании машин А и Б соответственно – 2 ден. ед. и 1,8 ден. ед. Определить необходимое количество автомашин вида А и Б, чтобы стоимость перевозки контейнеров всех типов была минимальной.

14

### Задание 2

$$\begin{array}{r}
 f x x x \\
 ( ) \text{ extr}; \\
 = + \rightarrow \\
 12 \\
 \square - \leq \\
 x x \\
 22, \\
 \begin{array}{r} 12 \end{array} \\
 \square + \leq \square \geq \square \square \\
 \square \geq \geq \\
 7578, \\
 x x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 12 \\ 28, \\ x \\ 1 \\ xx \\ 0, 0. \\ 12 \end{array}$$

## Вариант 20

### Задание 1

Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять не менее 120 у. е. белков, не менее 70 у. е. жиров и не менее 10 у. е. витаминов. В продукте  $P_1$  их содержание равно 0,2, 0,75, 0; а в продукте  $P_2$  — 0,1, 0,1, 0,1 соответственно. Стоимость одной единицы продукта  $P_1$  — 2 ден. ед.,  $P_2$  — 3 ден. ед. Требуется организовать питание таким образом, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получал необходимое количество питательных веществ.

## Задание 2

$$\begin{array}{l}
 f x x x \\
 ( ) 4 2 \text{ extr;} \\
 = + \rightarrow \\
 \quad \quad \quad 12 \\
 \square + \geq \\
 5 6 28, \\
 \quad x x \\
 \quad \quad 12 \\
 \square + \leq \square - + \leq - \square \square \\
 \square \quad \quad \quad \square \geq \geq \\
 7 28, \\
 \quad x x \\
 \quad \quad 12 \\
 4 5, \\
 \quad x x \\
 \quad \quad 12 \\
 \quad \quad 0, 0. \\
 \quad x x \\
 \quad \quad 12
 \end{array}$$

## Вариант 21

### Задание 1

Фирма по переработке картофеля производит три вида продукции: картофельные дольки, кубики и хлопья. Анализ загрузки оборудования и спроса на рынке показывает возможность произвести и сбыть до 1,8 т долек, 1,2 т кубиков и 2,4 т хлопьев. Необходимый для переработки картофель фирма заку-

15

пает у двух поставщиков. Из 1 т картофеля, закупленного у 1-го поставщика, получается: долек – 0,2 т, кубиков – 0,2 т, хлопьев – 0,3 т. Из 1 т картофеля, закупленного у 2-го поставщика, получается: долек – 0,3 т, кубиков – 0,1 т, хлопьев – 0,3 т. Прибыль (доход от реализации готовой продукции за вычетом стоимости сырья) от продажи продукции, произведенной из картофеля от 1-го поставщика, составляет 5 ден. ед. за 1 т; от продажи продукции, произведенной из картофеля от 2-го поставщика, 6 ден. ед.

Определить, какое количество картофеля надо приобрести у каждого поставщика, чтобы обеспечить наибольшую относительную прибыль с учетом возможности сбыта готовой продукции.

## Задание 2

$$\begin{array}{c}
 f x x x \\
 ( ) 3 2 \text{ extr;} \\
 = + \rightarrow \\
 \quad \quad 1 2 \\
 \\
 x x \\
 \square + \leq \\
 4 3 10, \\
 \quad \quad 1 2 \\
 \square + \geq \square + \leq \square \square \\
 \square \quad \quad \square \geq \geq \\
 \\
 x x \\
 3 4 11, \\
 \quad \quad 1 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x \ x \\ 2 \ 16, \\ 1 \ 2 \\ x \ x \\ 0, \ 0. \\ 1 \ 2 \end{array}$$

## Вариант 22

### Задание 1

В овощной магазин привозят одним видом транспорта картофель из двух колхозов соответственно по 40 и 30 ден. ед. за 1 кг. На разгрузку и складирование 1 т картофеля с помощью ленточного транспортера требуется времени: из 1-го колхоза – 4 мин, из 2-го – 3 мин. Чтобы без задержек удовлетворять потребности покупателей, надо на 12 т картофеля, заказываемых ежедневно магазином, затрачивать не более 40 мин.

Составить математическую модель задачи и с ее помощью установить, сколько картофеля надо привозить в магазин из каждого колхоза, чтобы общая стоимость картофеля была минимальной. Известно, что 1-й колхоз может ежедневно поставлять не более 10 т, 2-й – не более 8 т картофеля.

16

### Задание 2

$$\begin{array}{c} f \ x \ x \ x \\ ( ) \ 5 \ 2 \ \text{extr}; \\ = + \rightarrow \\ 1 \ 2 \\ \square - + \leq \\ 3 \ 2 \ 5, \\ x \ x \\ 1 \ 2 \\ \square + \geq \square + \leq \square \square \\ \square \geq \geq \\ 4 \ 3 \ 8, \\ x \ x \\ 1 \ 2 \\ x \ x \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2 \ 10, \\ 1 \ 2 \\ x \ x \\ 0, \ 0. \\ 1 \ 2 \end{array}$$

## Вариант 23

### Задание 1

Предприятие изготавливает продукцию двух видов, для чего требуются четыре вида сырья. Запасы каждого вида сырья ограничены и составляют соответственно 18, 15, 13, 19 ед. Для изготовления 1 ед. продукции 1-го вида необходимо 0, 3, 1, 3 ед. сырья каждого вида; для 1 ед. продукции 2-го вида – 3, 0, 2, 2 ед.

Доход предприятия от реализации одной единицы продукции каждого вида соответственно равен: 5 и 7 ден. ед. Составить такой план выпуска продукции, при котором доход от реализации всей продукции оказался бы максимальным.

### Задание 2

$$\begin{array}{c} ( ) \ 2 \ 9 \ \text{extr}; \\ = + \rightarrow \\ f \ x \ x \ x \\ 1 \ 2 \\ \square + \leq \\ 2 \ 12, \\ x \ x \\ 1 \ 2 \\ \square + \geq \square \geq \square \square \\ \square \geq \geq \\ x \ x \\ 4 \ 10, \\ 1 \ 2 \\ 4 \ 8, \\ x \\ 1 \\ x \ x \\ 0, \ 0. \\ 1 \ 2 \end{array}$$

## Вариант 24

### Задание 1

Имеются два участка различного плодородия площадью 150 га и 250 га. Данные об урожайности приведены в таблице:

Культура	Урожайность участка, ц	
	1	2
Пшеница	20	15
Рожь	35	30

По плану должно быть собрано не менее 2000 ц пшеницы и 5000 ц ржи.

Цена 1 ц пшеницы 6 ден. ед., ржи 5 ден. ед.

Найти оптимальное сочетание посевов пшеницы и ржи, если критерием оптимальности служит максимум валовой продукции в денежном выражении.

### Задание 2

$f(x_1, x_2)$

$(x_1, x_2) \in D$

$x_1, x_2 \geq 0$

$x_1 - x_2 \geq -2$

$x_1, x_2$

$2 \leq x_1 \leq 3$

$x_1 + x_2 \leq 4$

$3 \leq x_2 \leq 5$

$x_1, x_2$

$x_1, x_2$

$2 \leq x_1 \leq 3$

$x_1, x_2$

$0, 0$

$x_1, x_2$

### Вариант 25

#### Задание 1

Завод выпускает изделия двух моделей (I и II). Для их изготовления используются два вида ресурсов (A и B), запасы которых составляют соответственно 4000 и 5200 ед. Расход ресурсов на одно изделие модели I – 2 и 4 ед., модели II – 5 и 7 ед. соответственно. Анализ условий сбыта показывает, что минимальный спрос на продукцию завода составляет 200 и 150 изделий моделей I и II соответственно. Соотношение выпуска изделий моделей I и II должно быть равно 3 : 2. Удельные прибыли от реализации изделий составляют 30 и 20 ден. ед. соответственно. Сформулировать для данных условий задачу определения объемов выпуска изделий каждой модели, при которых прибыль будет максимальной.

#### Задание 2

$f(x_1, x_2)$

$(x_1, x_2) \in D$

$x_1, x_2 \geq 0$

$x_1 - x_2 \geq -2$

$2 \leq x_1 \leq 3$

$x_1, x_2$

$x_1 + x_2 \leq 4$

$3 \leq x_2 \leq 5$

$x_1, x_2$

$2 \leq x_1 \leq 3$

$x_1, x_2$

$x_1, x_2$

$0, 0$

$x_1, x_2$





$$\begin{array}{r} 0, \\ \square - = \square + + = \square \\ x \ x \\ 1 \ 2 \\ x \ x \ x \\ 2 \ 3. \\ 1 \ 2 \ 3 \end{array}$$

### Вариант 3

#### Задание 1

Найти оптимальное сочетание посевов трех культур: пшеницы, гречихи и картофеля. Эффективность возделывания названных культур (в расчете на 1 га) характеризуется показателями, значения которых приведены в таблице:

Показатель	Пшеница	Гречиха	Картофель
Урожайность, ц	20	10	100
Затраты труда механизаторов, чел.-дней	0,5	1	5
Затраты ручного труда, чел.-дней	0,5	0,5	20
Прибыль от реализации 1 ц продукции, ден. ед.	4	10	3

20

Производственные ресурсы: 6000 га пашни, 5000 чел.-дней труда механизаторов, 9000 чел.-дней ручного труда. Критерий оптимальности – максимум прибыли.

#### Задание 2

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max;$$

$$\begin{array}{r} + - = \square \\ \square + + = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 5, \\ x \ x \ x \\ 1 \ 2 \ 3 \\ 3 \ 2 \ 7. \\ x \ x \ x \\ 1 \ 2 \ 3 \end{array}$$

### Вариант 4

#### Задание 1

Для изготовления обуви четырех моделей на фабрике используются два сорта кожи. Ресурсы рабочей силы и материала, затраты труда и материала для изготовления каждой пары обуви, а также прибыль от реализации единицы продукции приведены в таблице:

Ресурс	Запас ресурса	Затраты ресурса на одну пару модели обуви			
		№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
Рабочее время, чел.-ч	1 000	1	2	2	1
Кожа 1-го сорта	500	2	1	0	0
Кожа 2-го сорта	1 200	0	1	4	1
Прибыль, ден. ед.		2	40	10	15

Составить план выпуска обуви по ассортименту, максимизирующий прибыль.

#### Задание 2

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{array}{r} + + - = \square \\ \square - - + = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ x \ x \ x \\ 3 \ 7 \ 6, \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \end{array}$$

х х х х

3 2.

1 2 3 4

## Вариант 5

### Задание 1

Нефтеперерабатывающий завод получает четыре полуфабриката: алкилат (400 тыс. л), крекинг-бензин (250 тыс. л), бензин прямой перегонки (450 тыс. л) и изопентон (200 тыс. л). В резуль-

тате смешения этих четырех компонентов в отношении 2 : 3 : 5 : 2 образуется бензин А стоимостью 120 ден. ед. за 1 тыс. л, в отношении 3 : 1 : 2 : 1 – бензин Б стоимостью 100 ден. ед. за 1 тыс. л; в отношении 2 : 2 : 1 : 3 – бензин В стоимостью 150 ден. ед. за 1 тыс. л.

Составить план, при котором стоимость всей выпущенной продукции будет максимальной.

### Задание 2

$$Z = x_1 + 4x_2 + x_3 - 4x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} - - + =$$

участков по изделиям и фонд рабочего времени участков приведены в таблице:

Производственный участок	Производительность участков по изделиям		Затраты на производство		Фонд рабочего времени
	И <sub>1</sub>	И <sub>2</sub>	И <sub>1</sub>	И <sub>2</sub>	
У <sub>1</sub>	4	2	9	20	9,5
У <sub>2</sub>	1	3	15	30	4

Найти оптимальный план размещения заказа по участкам,

минимизирующий затраты, при условии, что фонд рабочего

х х х х 1 2 3 4

0,

времени участка У<sub>2</sub> будет использован полностью.

$$\begin{matrix} \square \square \\ \square \end{matrix} + + - =$$
$$8 \ 2 \ 5 \ 3.$$

х х х х  
1 2 3 4

## Вариант 6

### Задание 1

21

Автопогрузчики АП-1 и АП-2 заняты работами на площадках П<sub>1</sub> и П<sub>2</sub>. Не более чем за 24 ч на площадке П<sub>1</sub> необходимо погрузить 230 т груза, на площадке П<sub>2</sub> – 168 т. Количество груза, которое может погрузить каждый автопогрузчик за один час на той или иной площадке, а также стоимость погрузки одной тонны груза приведены в таблице.

Автопогрузчик	Мощность на площадке		Стоимость работ на площадке	
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>
АП-1	10	12	8	7
АП-2	13	13	12	13

Установить, сколько тонн должен погрузить каждый автопогрузчик на той или другой площадке так, чтобы своевременно выполнить задание с минимальными затратами.

### Задание 2

$$Z = x_1 - 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} + - = \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} + + =$$

2 1,

х х х  
1 2 3

5 6 20.

х х х  
1 2 3

## Вариант 7

### Задание 1

Производственные участки  $У_1$  и  $У_2$  получили заказ на изготовление 32 изделий  $И_1$  и 4 изделий  $И_2$ . Производительность 22

### Задание 2

$$Z = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} - & + & = & \square \\ \square & - & + & = \end{matrix}$$

4 3 7,

х х х  
1 2 3

7 5 12 19.

х х х  
1 2 3

## Вариант 8

### Задание 1

Предприятие может выпускать продукцию  $П_1$ ,  $П_2$ ,  $П_3$  и  $П_4$ , сбыт любого количества которой обеспечен. При производстве продукции расходуются различные ресурсы. Запасы ресурсов, удельные затраты и цена продукции приведены в таблице:

Ресурс	Запас ресурса	Расход ресурса на единицу продукции			
		$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
Трудовые ресурсы, чел.-ч	4800	4	2	2	8
Полуфабрикаты, кг	2400	2	10	6	0
Станочное оборудование,	1500	1	0	2	1

станко-ч					
Цена единицы продукции, ден. ед.	65	70	60	120	

Найти оптимальный план выпуска продукции, максимизирующий выручку предприятия от реализованной продукции.

### Задание 2

$$Z = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 20x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} + & + & - & = & \square \\ \square & - & - & + & = & - \end{matrix}$$

х х х х

8 7 15 17,

1 2 3 4

х х х х

5 6 11 9.

1 2 3 4

## Вариант 9

### Задание 1

Имеющийся фонд материалов  $M_i$  ( $i = 1, 3$ ) нужно

распределить между изготовителями продукции  $П_j$  ( $j = 1, 5$ )

так, чтобы получить максимальную прибыль от реализации всей продукции, произведенной из имеющихся материалов. Нормы расхода на единицу продукции, запас материалов и прибыль, получаемая от реализации единицы готовой продукции, приведены в таблице:

Материал	Фонд материалов, м <sup>2</sup>	Норма расхода на единицу продукции, м <sup>2</sup>				
		$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$

M <sub>1</sub>	50 000	0,7	0,9	1,5	2,3	1,8
M <sub>2</sub>	28 000	1,4	0,3	0,7	2,5	2,0
M <sub>3</sub>	40 000	0,5	2,1	1,8	0,7	2,0
Прибыль, ден. ед.		5	7	6	9	8

### Задание 2

$$Z = x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} + & + & + & = & \square \\ \square & + & - & = & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x & x & x & x \\ & 3 & 3 & 3, \\ & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4. \\ & x & x & x \\ & 1 & 3 & 4 \end{matrix}$$

### Вариант 11

#### Задание 1

На предприятии освоены четыре технологии производства основной продукции. Запасы потребляемых ресурсов, затраты их в течение месяца и объемы выпуска готовой продукции при каждой технологии за один и тот же период указаны в таблице:

Ресурс	Запас ресурса, т	Расход ресурса при технологии, т			
		I	II	III	IV

### Вариант 10

#### Задание 1

На заготовительный участок поступило 69 металлических прутьев длиной 107 см. Их необходимо разрезать на заготовки по 13, 15 и 31 см в комплектности, задаваемой отношением 1 : 4 : 2. Построить модель, на основе которой можно сформулировать задачу максимизации комплектов заготовок. Составить оптимальный план.

P <sub>1</sub>	34	2	4	1	5
P <sub>2</sub>	16	4	1	4	1
P <sub>3</sub>	22	2	3	1	2
Объем выпуска продукции, шт.		7	3	4	2

Установить такое время работы предприятия по каждой технологии, при котором выпуск продукции будет максимальным, а расход ресурсов не превысит их наличия.

### Задание 2

$$Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} + & - & + & = & \square \\ \square & + & - & = & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x & x & x & x \\ & 2 & 7 & 2, \\ & 2 & 3 & 4 & 5 \\ x & x & x & x \\ & 2 & 6 & 2, \\ & 1 & 3 & 4 & 5 \\ \square & + & - & + & = & \square \\ & x & x & x & x \\ & 2 & 7 & 2. \end{matrix}$$

2 4 5

1

### Задание 2

$$Z = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max;$$

$$\begin{matrix} - & + & = & \square \\ \square & - & - & = & \end{matrix}$$

### Вариант 12

#### Задание 1

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделены 30 тыс. ден. ед. и помещение площадью в 45 м<sup>2</sup>. Участок может быть оснащен машинами трех

типов, характеристики которых приведены в таблице:

Машина	Стоимость машины, тыс. ден. ед.	Занимаемая площадь, м <sup>2</sup>	Производительность за смену, тыс. ден. ед.
M <sub>1</sub>	6	9	8
M <sub>2</sub>	3	4	4
M <sub>3</sub>	2	3	3

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечи

х х х 1 2 3

3,

вающий новому производственному участку максимальную про

2 5 0.

х х х

1 2 3

24

изводительность.

25

Задание 2

$Z = x_1 + 10x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max;$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$21,$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$232,$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

$55.$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$

Вариант 13

Задание 1

Торговое предприятие реализует товары T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> и T<sub>3</sub>, используя при этом площади торговых залов и время обслуживающего персонала. Затраты указанных ресурсов на продажу одной партии товара каждого вида, их объемы и прибыль, получаемая от реализации каждой партии товара, приведены в таблице:

Ресурс	Запас ресурса	Затраты ресурсов по товарам		
		T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>
Время, чел.-ч	370	0,5	0,7	0,6
Площадь, м <sup>2</sup>	90	0,1	0,3	0,2
Прибыль, ден. ед.		5	8	6

Найти оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую предприятию максимальную прибыль.

Задание 2

$Z = x_1 + 2x_6 \rightarrow \max;$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 =$

ко-ч), затраты времени изготовления детали (в ч) и прибыль от выпуска каждой детали приведены в таблице:

Оборудование	Фонд времени, станко-ч	Технология I, ч		Технология II, ч	
		Д <sub>1</sub>	Д <sub>2</sub>	Д <sub>1</sub>	Д <sub>2</sub>
Токарное	37	3	1	1	2
Фрезерное	20	2	3	2	0
Сварочное	30	0	1	1	4
Прибыль, ден. ед.		11	9	6	6

Составить оптимальный план загрузки оборудования, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

**Задание 2**

$Z = 8x_1 - 6x_2 - 5x_3 + 2x_4 \rightarrow \max;$

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$   
 $x_1 - x_2 + x_3 = 16$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

4 16,

1 2 3 4

4 6 3 7 20.

$x_1, x_2, x_3, x_4$

1 2 3 4

**Вариант 15**

**Задание 1**

Имеются два проекта строительства жилых домов. Расход стройматериалов, их запас и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице:

Стройматериал	Запас стройматериалов, м <sup>3</sup>	Расход стройматериалов на один дом, м <sup>3</sup>	
		проекта I	проекта II
Кирпич силикатный	1365	7	3
Кирпич красный	1245	6	3
Пиломатериалы	650	1	2
Полезная площадь, м <sup>2</sup>		60	50

**Задание 1**

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$

1,

1 2 3 4 5 6 7 8

Механический завод при изготовлении деталей  $D_1$  и  $D_2$  использует токарное, фрезерное и сварочное оборудование. Обработку деталей можно вести по технологиям I и II. Полезный

$x_1, x_2, x_3$

1 2 6

$x_1 + x_2 + x_3 = 10$   
 $x_1 - x_2 + x_3 = 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

2 5 6

$x_1, x_2, x_3$

3 4 6

$x_1, x_2, x_3$

4 5 6

**Вариант 14**

1,

1,

1,

Определить, сколько домов проекта I и проекта II следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

**Задание 2**

$Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \rightarrow \max;$

$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 + x_7 - x_8 = 0$

фонд времени работы каждой группы оборудования (в стан

26

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 26$   
 $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 + x_7 - x_8 = 0$

$$\begin{array}{cccccccc} & x & x & x & x & x & x & x \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2, & & & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} x & x & x & x & x & x & x & x \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 2 & 2 & 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

## Вариант 16

$$\square + + + + =$$

$$\begin{array}{cccccccc} x & x & x & x & x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

1,

## Задание 1

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести трак

$$\begin{array}{cccc} x & x & x & 1 & 2 & 4 \end{array}$$

2,

торы марок  $M_1$  и  $M_2$  для выполнения

объем работ и стоимость каждого трактора приведены в таблице:

Вид работ	Объем работ, га	Производительность трактора марки	
		$M_1$	$M_2$
$P_1$	60	4	3
$P_2$	40	8	1
$P_3$	30	1	3
Стоимость трактора, ден. ед.		7	2

Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

## Задание 2

$$Z = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 + x_7 \rightarrow \max;$$

$$\square - + - + - + =$$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 3 & 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} x & x & x & x & x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}$$

$$\square - + - + - = \square - + + = \square \square \square + - + =$$

$$\begin{array}{ccccccc} x & x & x & x & x & x & x \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 1. \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

27

работ  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ . Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий

$$\begin{array}{cc} x & x & 2 & 3 \end{array}$$

1/ 2.

$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 3 & 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} x & x & x & x & x & x & x \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x & x & x \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 4 & 2, \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 5 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 4 & 4. \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} x & x & x & x \\ 1 & 2 & 4 & 7 \end{array}$$

## Вариант 17

### Задание 1

На заготовительный участок поступили стальные прутья длиной 111 см. Необходимо разрезать их на заготовки по 19, 23 и 30 см, которых требуется соответственно 311, 215 и 190 шт. Построить модель, на основе которой можно решить задачу выбора варианта выполнения этой работы, при котором число разрезаемых прутьев минимально.

### Задание 2

$$Z = -x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 + x_5 \rightarrow \max;$$

28

## Вариант 18

### Задание 1

Из листов стального проката размером  $6 \times 13$  м необходимо выкроить 800 заготовок А размером  $4 \times 5$  м и 400 заготовок Б размером  $2 \times 3$  м. Раскрой можно производить четырьмя способами. Количество заготовок каждого типа, получаемых при раскрое одного листа различными способами, указано в таблице:

Заготовка	Количество заготовок при способе раскроя			
	I	II	III	IV
А	3	2	1	0
Б	1	6	9	13

Составить такой план раскроя, чтобы расход материала был минимальным.

### Задание 2

$$Z = -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \max;$$

$$\square - + + + - + = -$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2,$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

$$\square \square - + - + - = -$$

$$2 \ 2 \ 4 \ 4 \ 2,$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

$$\square + - - + = - \square$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2.$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & \end{array}$$

### Вариант 19

#### Задание 1

На заготовительный участок мебельной фабрики поступили листы фанеры размером  $152 \times 152$  см. Необходимо разрезать их на заготовки по  $105 \times 31$ ,  $47 \times 90$  и  $30 \times 51$  см. Потребность в них соответственно равна: 315, 215 и 416 шт. Построить модель, на основе которой можно сформулировать задачу выбора варианта раскроя, чтобы количество разрезаемых листов было минимальным.

29

### Задание 2

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \rightarrow \max;$$

$$\square - + + + + - =$$

$$3 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3,$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

$$\square \square - + - + + - = \square \square - - + + - = - \square \square$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & x \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 4 & 2, \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & x \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 3, \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & x \\ 4 & 4 & 4 & 2 & 3. \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

### Вариант 20

#### Задание 1

Металлургический цех выпускает три вида продукции: А, Б и В. Прибыль от тонны произведенной продукции каждого вида составляет соответственно 35, 25 и 40 ден. ед. Цех располагает необходимым оборудованием, каждый тип которого имеет свой фонд рабочего времени и производительность, указанные в таблице:

Оборудование	Фонд времени, ч	Производительность по видам, т/ч
--------------	-----------------	----------------------------------



		А	Б	В
Печь обжига	2 766	3,5	2,8	–
Травильный агрегат	624	0,083	0,083	0,104
Прокатный стан	416	0,067	0,1	0,083
Отделочный стан № 1	250	1	–	–
Отделочный стан № 2	1 250	–	1	–
Отделочный стан № 3	1 500	–	–	1

Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли.

### Задание 2

$$Z = x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 + x_7 + x_8 \rightarrow \max;$$

$$\square + + + + + + + =$$

### Вариант 21

#### Задание 1

Предприятие изготавливает приборы типов А, Б и В, которые реализует соответственно по 6 000, 7 000 и 11 500 ден. ед. за изделие. Трудоемкость их производства задана отношением 1 : 2 : 3. Ранее предприятие изготавливало только приборы типа А в количестве 900 шт. за сутки. Однако изменение объема поставок экранированного провода (при сборке приборов каждого типа расходуется одинаковое количество этого материала) в планируемом году позволит выпускать за сутки 1 000 приборов. Для укомплектования

х х х х х х х х

1,

$$\square - + - + + - - = \square \square$$

$$\square - - - - - =$$

х х х х х х х х  
11 7 8 2,

каждого прибора необходим датчик того же типа, что и тип прибора. Их предполагается получать по кооперированным поставкам в количестве, обеспечивающем в сутки сборку не более 400, 500 и 200 приборов типов А, Б и В соответственно. Построить модель, на основе которой можно решить задачу определения напряженных месячных планов по объему реализации и ассортименту выпускаемой продукции. Найти оптимальные планы.

### Задание 2

$$Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max;$$

$$\square + + - =$$

$$5 \ 4 \ 3 \ 7,$$

$$\begin{matrix} x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$\square$$

$$\square + - =$$

$$x \ x \ x$$

$$2 \ 3 \ 3,$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

$$\square + + + = \square$$

$$2 \ 3 \ 8.$$

$$\begin{matrix} x & x & x & x \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

### Вариант 22

#### Задание 1

В сплав может входить не менее 4 % никеля и не более 80 % железа. Для составления сплава используются три вида сырья, содержащего никель, железо и прочие вещества. Стоимость различных видов сырья и процентное содержание в нем соответствующих компонентов сплава представлены в таблице:

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8$$

$$x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x$$

$$2 \ 3 \ 5 \ 3,$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8$$

□ - - - + + - - = □ □  
□ - + - + - + - =  
3 2 1 1 7 8 5 4,  
x x x x x x x 1 2 3 4 5 6 7 8  
x x x x x x x  
7 8 0.  
1 2 3 4 5 6 7 8

30

Компонент сплава	Содержание компонентов для сырья вида, %
------------------	------------------------------------------

Определить состав сплава, при котором стоимость 1 кг бу дет минимальной.

Задание 2

$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$

$\square + + =$

$2 \ 1,$

$\square - + - \geq$

$x \ x \ x$   
 $1 \ 2 \ 3$

$\square + + = \square + = \square \square$   
 $\square + + =$

$x \ x \ x$

$3 \ 4 \ 9,$

$x \ x \ 1 \ 5$

$4,$

$x \ x \ x$

$2 \ 8.$

$1 \ 2 \ 6$

Вариант 23

Задание 1

Фабрика выпускает кожаные брюки, куртки и пальто специального назначения в ассортименте, заданном отношением 2 : 1 : 3. В процессе изготовления изделия проходят три производственных участка: дубильный, раскройный и пошивочный. Фабрика имеет практически неограниченную сырьевую базу, однако

	I	II	III
Железо	70	90	85
Никель	5	2	7
Прочие	25	8	8
Стоимость 1 кг, ден. ед.	6	4	5

$\square - + - \leq \square + + \leq \square \square$   
 $\square - + \leq$   
 $x \ x \ x$   
 $2 \ 2 \ 0,$   
 $1 \ 2 \ 3$   
 $2 \ 2 \ 4,$   
 $x \ x \ x$   
 $1 \ 2 \ 3$   
 $x \ x$   
 $2 \ 1.$   
 $2 \ 3$   
 $x \ x \ x \ 1 \ 2 \ 3 \ 5,$

$1 \ 2 \ 4$

Вариант 24

Задание 1

сложная технология предъявляет высокие требования к квалификации рабочих. Время обработки изделий на каждом участке, их плановая себестоимость и оптовая цена приведены в таблице:

Ресурс	Брюки	Куртка	Пальто
Норма времени на участках, чел.-ч: дубильном раскройном пошивочном	0,3 0,4 0,5	0,4 0,4 0,4	0,6 0,7 0,8
Полная себестоимость, ден. ед.	15	40,5	97,8

Оптовая цена, ден. ед.	17,5	42	100
------------------------	------	----	-----

Ограничения на фонд времени для дубильного, раскройного и пошивочного участков составляют соответственно 3360, 2688 и 5040 ч. Учитывая заданный ассортимент, построить модель, на основе которой можно сформулировать задачу определения на пряженного месячного плана по прибыли от реализованной продукции. Найти оптимальный план.

### Задание 2

$$Z = -6x_2 + 6x_3 \rightarrow \max;$$

32

На заводе ежемесячно скапливается около 14 т отходов металла, из которого можно штамповать большие и малые шайбы. Месячная потребность завода в больших шайбах – 600 тыс. шт., в малых – 1100 тыс. шт. (недостающее количество шайб закупается на специализированном предприятии). Оптовая цена больших шайб – 1,9 ден. ед. (за тысячу штук), малых – 5,2 ден. ед. Расход металла на тысячу больших шайб – 22 кг, на тысячу малых – 8 кг. Для изготовления шайб используются два прессы холодной штамповки. Производительность каждого за смену – 9 тыс. шт. больших шайб либо 11,5 тыс. шт. малых. Завод работает в две смены. Построить модель, на основе которой можно решить задачу определения плана производства шайб (из отходов), обеспечивающего максимальную долю в валовой продукции предприятия. За плановый период принять год. Найти оптимальный план.

### Задание 2

$$Z = -4x_1 + 8x_2 - 16x_3 - 7x_4 \rightarrow \max;$$

$$\square - + \leq$$

$$x \ x$$

$$2 \ 0,$$

$$3 \ 4$$

$$\square$$

$$\square - + \leq$$

$$x \ x \ x$$

$$2 \ 2 \ 5,$$

$$1 \ 3 \ 4$$

$$\square - + - - \leq - \square$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2.$$

$$x \ x \ x \ x$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4$$

## Вариант 25

### Задание 1

На кондитерской фабрике весь ассортимент выпускаемой карамели разделен на три однородные группы, условно обозначенные  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$ . Расход основного сырья и его запас указаны в таблице:

Виды основного сырья	Общий запас сырья, т	Расход сырья на 1 т, т		
		$K_1$	$K_2$	$K_3$
Сахар-песок	700	0,7	0,7	0,7
Патока	300	0,3	0,3	0,2
Фруктовое пюре	150	0	0,2	0,3
Уровень прибыли, ден. ед.		100	110	120

33

Другие виды сырья, входящие в готовый продукт в небольших количествах, не учитываются. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли.

### Задание 2

$$Z = 12x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \max;$$

$$\square - - \geq -$$

$$2 \ 10,$$

$$x \ x$$

$$1 \ 2$$

$$\begin{array}{c} \square \\ \square - - \leq \\ 2 \ 2 \ 8, \\ x \ x \ x \\ 1 \ 2 \ 3 \\ \square - + \leq - \square \end{array}$$

1) составить модель задачи, двойственной к исходной. Пользуясь теоремами двойственности по решению исходной задачи, найти оптимальный план и экстремальную величину целевой функции двойственной задачи;

2) \*сформулировать в экономических терминах значения двойственных переменных и дополнительных двойственных оценок.

Все необходимые числовые данные приведены в таблице.

### Варианты 1–9

Данные	Номер варианта								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n$	4	3	4	3	3	3	3	4	3
$b_1$	20	150	280	1 200	600	24	500	10 0	360
$b_2$	37	180	80	15 0	30	10	550	260	19 2
$b_3$	30	120	250	3 000	144	6	200	370	18 0
$_{11}a$	2	2	2	15	10	5	2	2,5	18
$_{12}a$	2	3	1	20	20	7	1	2,5	15

$x \ x \ 1 \ 3 \ 2.$

$_{13}a$	3	4	1	25	23	4	0	2	12
$_{14}a$	0	–	1	–	–	–	–	1,5	–
$_{21}a$	3	1	1	2	1	5	0	4	6
$_{22}a$	1	4	0	3	1	2	2	10	4
$_{23}a$	1	5	1	2,5	1	1	1	4	8
$_{24}a$	2	–	1	–	–	–	–	6	–
$_{31}a$	0	3	1	35	5	2	0	8	5
$_{32}a$	1	4	2	60	6	1	1	7	3
$_{33}a$	1	2	1	60	6	1	0	4	3
$_{34}a$	4	–	0	–	–	–	–	10	–
$_{1c}$	11	8	4	300	35	18	3	40	9
$_{2c}$	6	7	3	250	60	12	4	50	10
$_{3c}$	9	6	6	450	63	8	1	10 0	16
$_{4c}$	6	–	7	–	–	–	–	80	–

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3

### РЕШЕНИЕ ДВОЙСТВЕННЫХ ЗАДАЧ.

### ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЗАДАЧ

## ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

На предприятии имеется возможность выпускать  $n$  видов продукции  $\Pi_j$  ( $j = 1 \dots n$ ). При ее изготовлении используются ресурсы  $P_1, P_2, P_3$ . Размеры допустимых затрат ресурсов ограничены соответствующими величинами  $b_1, b_2, b_3$ . Расход ресурса  $i$ -го ( $i = 1 \dots 3$ ) вида на единицу продукции  $j$ -го вида составляет  $a_{ij}$  ед. Цена единицы продукции  $j$ -го вида равна  $c_j$  ден. ед.

### Задание 1

В соответствии с вариантом:

1) составить экономико-математическую модель задачи, пользуясь которой можно найти план выпуска продукции, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль;

2) симплексным методом найти оптимальный план выпуска продукции и максимальную величину прибыли. Раскрыть экономический смысл дополнительных переменных в оптимальном плане.

### Задание 2

В соответствии с вариантом:

34

### Варианты 10–17

Данные	Номер варианта							
	10	11	12	13	14	15	16	17
$n$	3	4	5	3	3	3	4	5
$b_1$	180	2	3	400	6 000	12	1 000	3
$b_2$	210	2	2	250	5 000	25	500	5
$b_3$	244	2	2	200	9 000	18	1 200	4
$a_{11}$	4	1	1	1/6	1	6	1	1

35

$a_{12}$	2	1	1	3/7	1	4	2	2
$a_{13}$	1	0	1	1/4	1	3	3	3
$a_{14}$	—	2	2	—	—	—	1	6
$a_{15}$	—	—	2	—	—	—	—	2
$a_{21}$	3	0	0	1/4	1/2	5	2	2
$a_{22}$	1	1	1	1/7	1	3	1	3
$a$	3	1	1	1/4	5	2	0	1

$^{23}$								
$a_{24}$	–	0	1	-	–	–	0	6
$a_{25}$	–	–	2	-	–	–	0	0
$a_{31}$	1	1	1	1/6	1/2	4	0	3
$a_{32}$	2	0	1	1/7	1/2	5	1	1
$a_{33}$	3	1	0	3/8	20	4	4	2
$a_{34}$	–	0	2	–	–	–	1	6
$a_{35}$	–	–	1	–	–	–	–	4
${}_1C$	10	3	5	120	80	1	2	3
${}_2C$	14	7	2	100	100	2	40	4
${}_3C$	12	4	8	150	300	3	10	1
${}_4C$	–	2	3	–	–	–	15	3
${}_5C$	–	–	6	–	–	–	–	2

${}_1b$	4	24	12	8	5	12	4	18
${}_2b$	3	12	27	18	4	27	7	16
${}_3b$	3	35	6	6	2	6	12	8
$a_{11}$	1	1	2	4	0	2	1	1
$a_{12}$	3	2	1	1	2	1	3	2
$a_{13}$	0	4	6	2	5	6	0	1
$a_{14}$	1	8	–	–	–	–	–	–
$a_{15}$	–	–	–	–	–	–	–	–
$a_{21}$	2	3	3	6	2	3	1	2
$a_{22}$	1	5	3	1	4	3	0	1
$a_{23}$	0	1	9	3	2	9	2	1
$a_{24}$	0	0	–	–	–	–	–	–
$a_{25}$	–	–	–	–	–	–	–	–
$a_{31}$	0	6	2	6	1	2	1	1
$a_{32}$	1	0	1	1	0	1	3	1
$a_{33}$	4	3	2	1	1	2	2	0

36

### Варианты 18–25

Данные	Номер варианта							
	18	19	20	21	22	23	24	25
$n$	4	4	3	3	3	3	3	3

$a_{34}$	1	1	–	–	–	–	–	–
$a_{35}$	–	–	–	–	–	–	–	–
${}_1C$	2	0,4	14	24	20	14	3	3
${}_2C$	4	0,2	6	4	8	6	8	4
${}_3C$	1	0,5	22	8	30	22	5	2
${}_4C$	1	0,8	–	–	–	–	–	–
${}_5C$	–	–	–	–	–	–	–	–

$A_1$	40	6	4	2	7
$A_2$	36	8	10	14	12
$A_3$	24	16	12	6	13
Потребность в грузе $b_j$		24	20	30	26

### Вариант 2

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	200	3	1	5	4	2
$A_2$	450	6	4	2	7	3
$A_3$	500	5	2	3	4	6
Потребность в грузе $b_j$		300	400	200	100	150

37

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4

### РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ

#### Задание 1

В соответствии с вариантом:

- 1) построить начальный опорный план задачи (методом минимального элемента);
- 2) решить задачу (методом потенциалов).

#### Задание 2\*

В соответствии с вариантом:

- 1) построить начальный опорный план задачи (методом Фогеля);
- 2) решить задачу (методом потенциалов).

### Вариант 1

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$

### Вариант 3

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	40	4	6	7
$A_2$	36	3	5	8
$A_3$	24	9	10	6
Потребность в грузе $b_j$		30	40	60

38

### Вариант 4

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель
-----------	-------------------	-------------

		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	30	4	7	2	3
$A_2$	190	3	1	0	4
$A_3$	250	5	6	3	7
Потребность в грузе $b_j$		70	120	150	130

### Вариант 5

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	100	4	1	2	5	6
$A_2$	70	7	3	4	2	5
$A_3$	130	6	4	7	1	8
$A_4$	150	2	5	6	4	7
Потребность в грузе $b_j$		80	120	70	130	50

### Вариант 6

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель					
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$
$A_1$	600	7	1	4	6	5	8
$A_2$	800	1	3	5	2	4	6
$A_3$	550	4	5	6	3	1	7
$A_4$	730	5	3	7	2	8	4
$A_5$	900	2	4	3	5	6	3
Потребность в грузе $b_j$		750	580	440	620	550	640

### Вариант 7

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	300	5	1	2	3
$A_2$	200	6	3	7	1
$A_3$	500	4	5	3	2
$A_4$	700	2	4	6	4
Потребность в грузе $b_j$		230	420	650	400

### Вариант 8

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель						
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$
$A_1$	1 040	5	1	4	3	6	7	2
$A_2$	2 700	4	2	6	5	1	8	3
$A_3$	1 885	7	3	1	4	2	5	6
$A_4$	1 457	2	5	7	1	4	3	4
Потребность в грузе $b_j$		590	740	875	1537	1200	1500	640

### Вариант 9

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	50	1	3	2
$A_2$	100	4	5	7
$A_3$	130	6	2	4
Потребность в грузе $b_j$		70	100	110



**Вариант 10**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель					
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$
$A_1$	3 000	2	4	3	1	6	3
$A_2$	5 000	5	7	4	5	2	1
$A_3$	1 250	3	6	1	4	3	7
$A_4$	7 300	1	3	2	6	4	5
Потребность в грузе $b_j$		2300	3200	4000	1760	1500	2220

**Вариант 11**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	40	8	4	6	2
$A_2$	25	4	10	5	6
$A_3$	28	6	7	8	5
$A_4$	32	10	12	8	9
Потребность в грузе $b_j$		28	32	20	45

**Вариант 12**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	100	9	6	8	11	10
$A_2$	80	6	9	13	15	12
	40	8	7	12	5	9

40

$A_3$						
Потребность в грузе $b_j$		60	50	40	35	35

**Вариант 13**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель					
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$
$A_1$	36	9	3	4	8	10	12
$A_2$	34	4	6	7	11	13	9
$A_3$	32	5	8	8	4	12	10
$A_4$	30	6	2	15	9	6	8
Потребность в грузе $b_j$		20	15	25	27	30	15

**Вариант 14**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	10	15	17	20	22
$A_2$	12	24	18	19	21
$A_3$	18	23	16	17	20
Потребность в грузе $b_j$		9	10	12	15

**Вариант 15**

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель					
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$

$A_1$	1 780	5	3	1	4	2	6			$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_2$	2 000	4	2	3	6	1	3						
$A_3$	1 530	1	3	7	4	5	2		$A_1$	30	12	15	14
$A_4$	2 860	3	4	6	7	1	5		$A_2$	50	16	20	18
									$A_3$	45	19	21	16
Потребность в грузе $b_j$		850	1870	1950	1670	1000	830	Потребность в грузе $b_j$		20	25	35	40

### Вариант 16

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	50	7	6	8	10	12
$A_2$	60	9	5	7	4	6
$A_3$	40	6	8	4	9	7
Потребность в грузе $b_j$		30	20	55	20	25

### Вариант 17

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	150	7	5	9	8	6
$A_2$	170	8	10	4	11	12
$A_3$	200	4	3	15	13	14
Потребность в грузе $b_j$		120	80	140	70	110

### Вариант 18

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель
-----------	-------------------	-------------

### 41 Вариант 19

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	60	15	17	14	12
$A_2$	45	16	12	10	9
$A_3$	130	13	18	11	15
Потребность в грузе $b_j$		50	70	60	80

### Вариант 20

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	70	17	15	10	14
$A_2$	100	20	16	18	13
$A_3$	60	18	17	19	20
$A_4$	80	16	12	15	18
Потребность в грузе $b_j$		90	80	50	100

42

### Вариант 21

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель
-----------	-------------------	-------------

		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	1 500	12	9	10	15
$A_2$	500	14	8	13	17
$A_3$	700	18	19	20	14
$A_4$	900	17	15	18	21
Потребность в грузах $b_j$		1000	600	800	1100

### Вариант 22

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	40	25	23	19	21
$A_2$	50	12	18	20	24
$A_3$	60	19	22	23	17
Потребность в грузах $b_j$		35	30	45	32

### Вариант 23

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель					
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$
$A_1$	120	5	10	15	6	14	13
$A_2$	60	14	9	8	12	11	10
$A_3$	150	7	12	13	15	9	14
Потребность в грузах $b_j$		45	52	48	55	70	60

ПРАКТИЧЕСКАЯ  
РАБОТА 5  
ПОСТРОЕНИЕ  
ОСНОВНОГО ДЕРЕВА  
ГРАФА.

НАХОЖДЕНИЕ  
НАИКРАТЧАЙШЕГО  
РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ  
ЗАДАННЫМИ  
ВЕРШИНАМИ ГРАФА

#### Задание 1

В соответствии с вариантом  
:  
1)  
построить основное дерево

минимального веса  
по алгоритму Prim;  
2)  
построить основное дерево  
минимального веса  
по алгоритму Kruskal.

### Вариант 3 а

### Вариант 24

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель				
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	150	7	2	11	5	9
$A_2$	170	8	4	3	6	1
$A_3$	110	3	5	10	7	8
Потребность в грузах $b_j$		110	120	80	50	70

### Вариант 25

Поставщик	Запас груза $a_i$	Потребитель						
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$
$A_1$	135	7	5	3	4	2	1	8
$A_2$	270	9	4	5	10	3	6	5
$A_3$	120	6	2	8	7	1	4	3
Потребность в грузах $b_j$		80	93	56	100	125	98	73

$sc^1$  3

$e$   
3

4

### Задание 2

### Вариант 4

3 а  
4

В соответствии с вариантом  
найти кратчайшие цепи от  
заданного узла ( $s$ )  
до всех остальных узлов  
сети, используя алгоритм  
Дейкстры.

$a$   
3

5  
1 1  
1

2

$b$   
 $t$

1  
7

1

5

### Вариант 1

1  
 $b$

$d$

$a$  8

2  
 $b$

$sct$  4

4  
8

$st$

2 4

1  
1  
3

1

9  
 $e$

5

$e$

$d$

### Вариант 2

$cd$

10

8 8

7

### Вариант 5

$ab$

4 6  
 $ab$   
2  
3

6  
2

$e$

4  
 $t$

7

1  
1

$s$   
1

$s$

$c$   
 $dt$

1 7

1  
5  
4 1

5  
3 1 1

8

2  
 $cd$

$ef$

1

1

44

45

**Вариант 6**

*a*

**Вариант 9**

$2_4$

*s*  
6  
1  
*b*  
4

$2^3$   
5 4  
*ct*

*s*

1

$4^2$   
*ab*

5  
4  
1  
  
5  
3

9  
*c*  
*t*

*de*  
7

$24_6$   
3  
4  
*de*

**Вариант 10**

$1_1$

**Вариант 7**

*a*  
3

5  
7  
1

*c*  
4

*t*

*s*

2  
8  
7

1  
  
*d*

5  
10

2  
*ab*  
3

*t*

*s<sub>b</sub>*

9

5

$4_1$

1

*e*

$7_3$

*d*  
2

4

<sup>1</sup> 6  
4  
*ce* 5

4  
1

**Вариант 8**

**Вариант 11**

<sup>1</sup>  
2 2 *ab*

4  
3  
8  
*s*  
*c*

*a*  
*b*

5  
9

*t*

6  
3

3  
*st* 1

*a*8

1

4  
*de*  
3

*e*  
1  
*cd*  
7<sup>9</sup>

46  
<sup>1</sup> 3

5  
1

47

**Вариант 12**

4  
*ab*

**Вариант 15**

1 4 2  
3  
3  
1

7  
4  
*s*

<sup>6</sup> 8  
*ab*

5  
5  
6 1

*c*  
*dt*  
*s*

$3^{12}_1 7$

$e$   
 $t$

$5^{15}_3$

Вариант 13  $a$

$ef2$

Вариант 16

$cd 1$

$a$

2

7

$b$

7

$5^1$

6

$t$

1

2

5

4

$b$

$3_8$

7

$a$

$c$

7

1

4  $e$

1

2

49

1

4

$t$

$sct$

8

$s_b 1$

5

5

4

$e$

9

$d$

48

3 7  $d$

Вариант 18

$1^1_2 ab$

Вариант 21  $a$

4

$s$

1

53

$b$

$ct$

$s^c$

3

$d$

Вариант 14

4

4

1

$e$

$3^5$

$1^5_6$

$de$

4

Вариант 17

$a 8$

2  
6  
*s*  
*c*

13  
4  
1  
1  
*de*  
3

**Вариант 19** 6

1  
1  
*s*  
  
*c*  
9

**Вариант 20**

1  
  
*s*  
8  
*ab*  
6

2 1<sup>5</sup> 3

5  
5  
5  
*st*  
*t*

2<sub>8</sub>  
*ab*  
4

*t*  
  
*s*  
1  
1 *de*  
5

2  
1

1  
8  
*ab*  
6  
5  
  
*d*  
3

4  
*ce*

*b*  
7

1

*e*  
1  
*cd*  
1<sup>1</sup>0

**Вариант 22** 5

4  
1  
*c*  
  
4  
1  
*dt*  
5

**Вариант 23** *a*

8<sup>1</sup> 1<sup>1</sup> 9 1

7  
  
5  
50  
*sc*

2

*t*  
9  
1  
1  
1  
*d*  
5

8  
  
5

*ab*  
6  
2  
3

*ef*

3

*b*  
5  
  
*t*

6

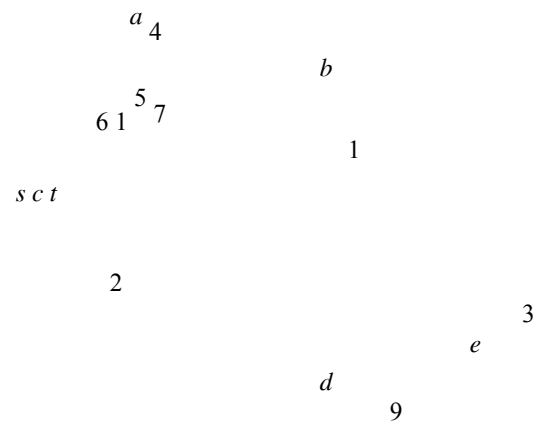


$e$   
1

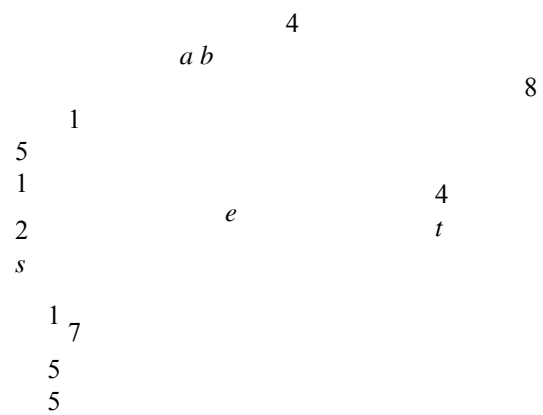
### Вариант 24 <sub>3 а</sub>

#### Вариант 1

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:



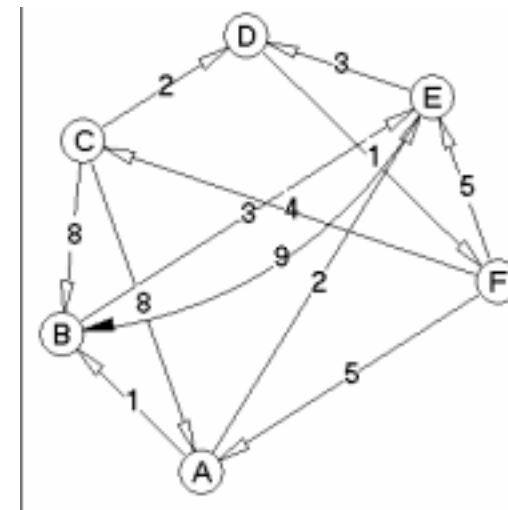
#### Вариант 25



1

51

CE, FC, FD.



$c d$   
9

#### Вариант 2

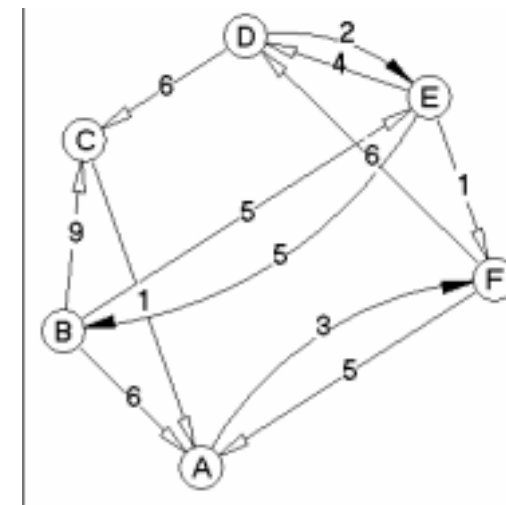
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин: FB, AB, BF.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6**  
**НАХОЖДЕНИЕ НАИКРАТЧАЙШИХ РАССТОЯНИЙ**  
**МЕЖДУ ВСЕМИ ПАРАМИ ВЕРШИН ГРАФА.**  
**АЛГОРИТМ ФЛОЙДА**

**Задание**

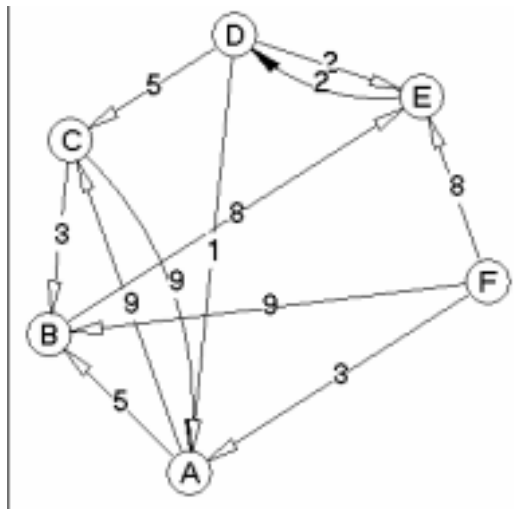
В соответствии с вариантом:

- 1) найти матрицу узлов и матрицу элементов для заданного графа;
- 2) найти кратчайшую цепь и ее длину между парами указанных вершин, используя алгоритм Флойда.

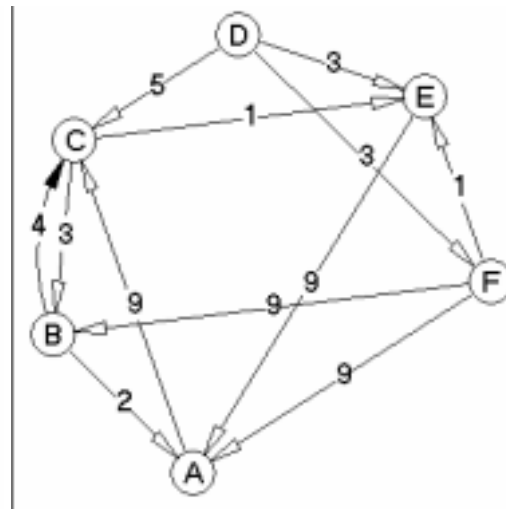


**Вариант 5**

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
 AB, BE, CE.



**Вариант 4**



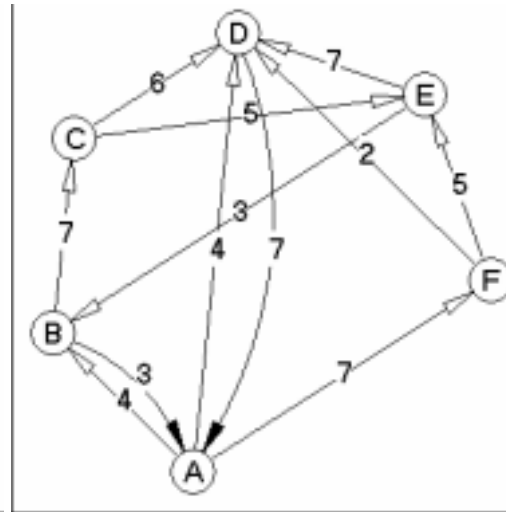
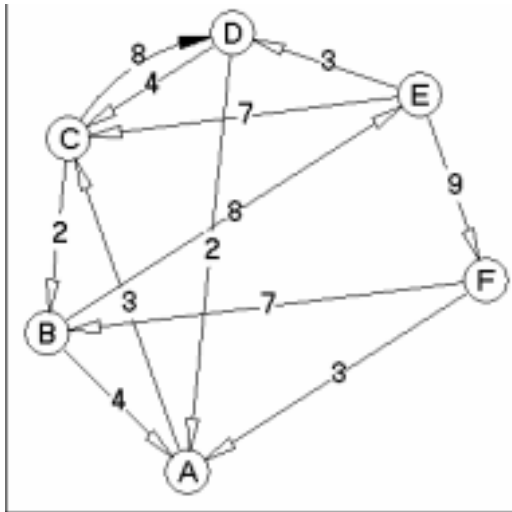
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:

DF, CD, BD.

ED, BC, EC.

### Вариант 6

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:

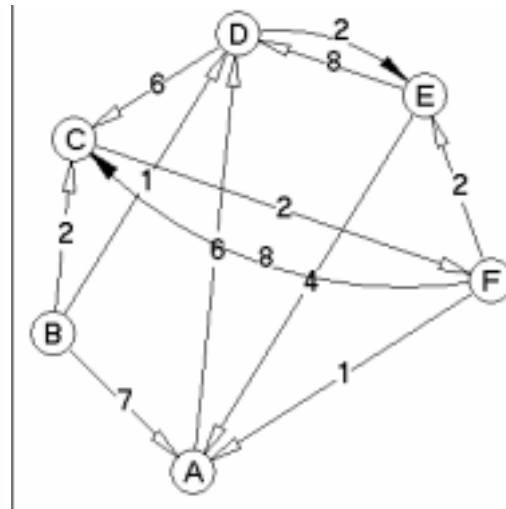
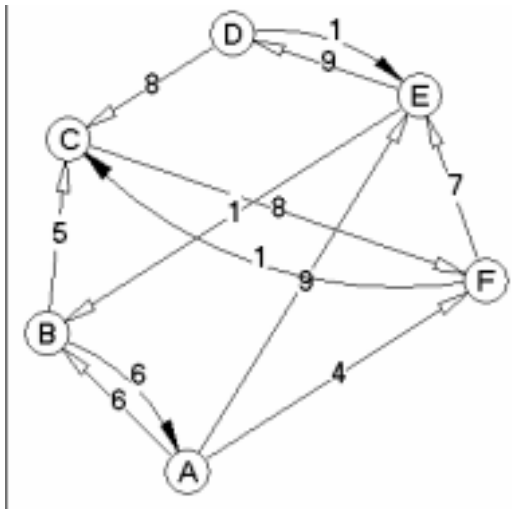


54

55

### Вариант 7

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
CE, FD, CB.



### Вариант 9

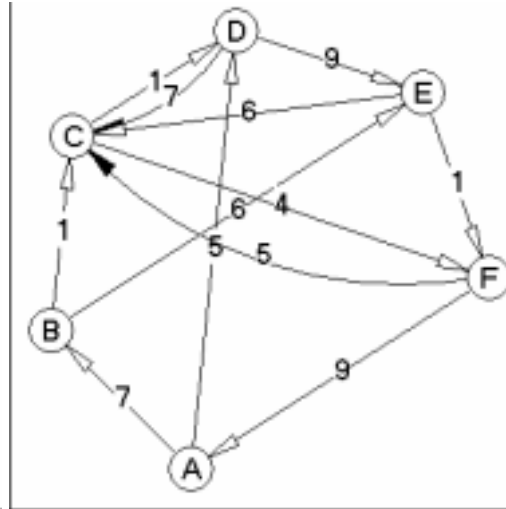
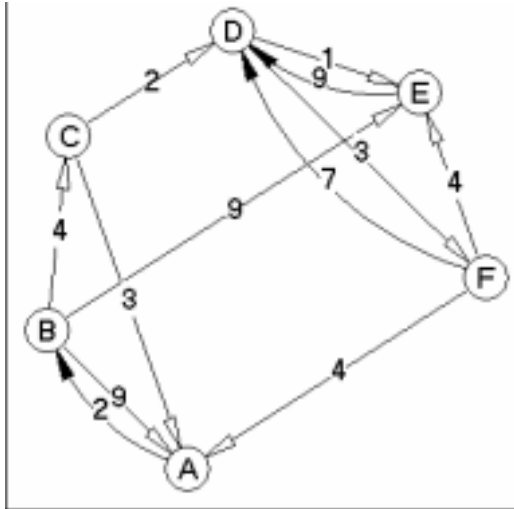
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
AC, DB, BF.

### Вариант 8

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
CF, CD, BA.

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
BC, CD, FE.

### Вариант 10



56

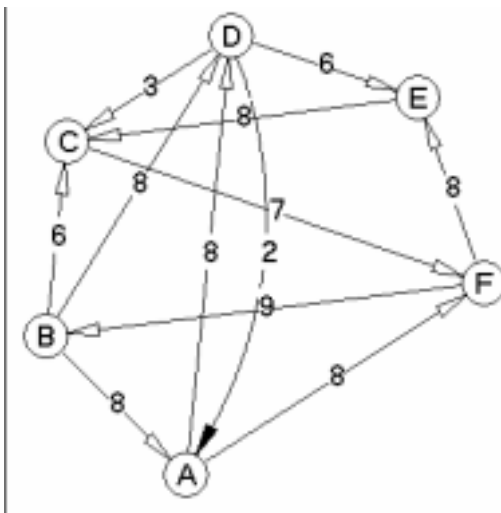
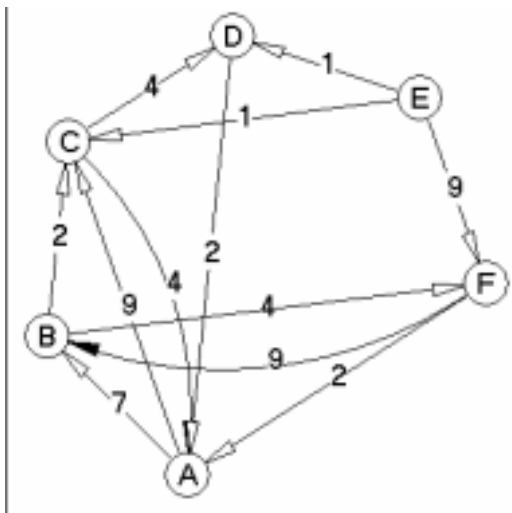
### Вариант 11

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
AD, CA, EA.

### Вариант 13

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
BC, EA, AD.

57

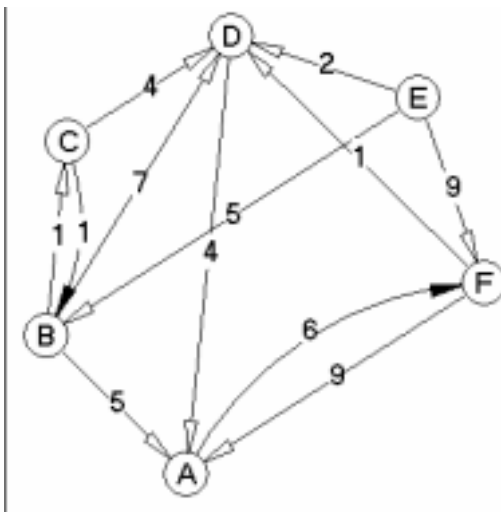
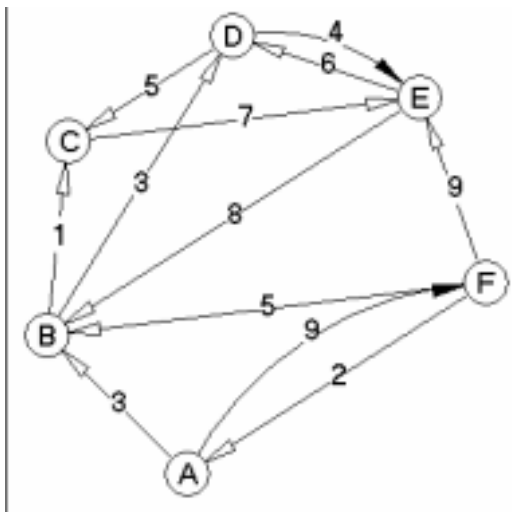


### Вариант 12

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
EF, AC, DC.

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
BA, AF, CF.

### Вариант 14



58

### Вариант 15

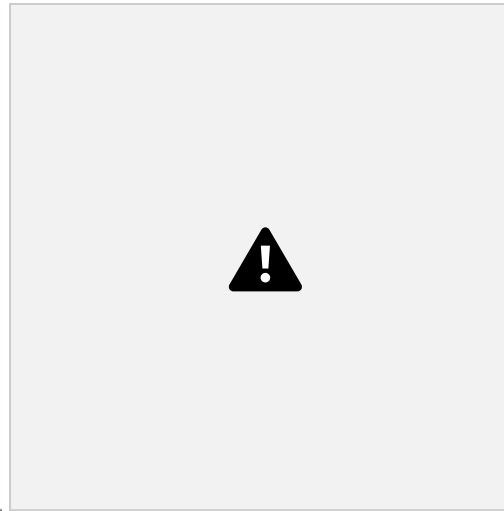
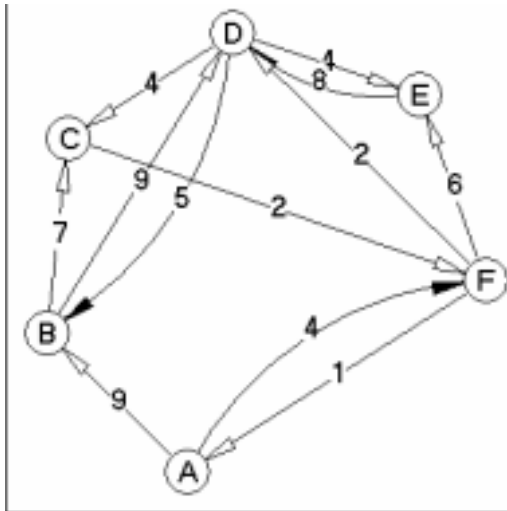
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:

DB, BF, CF.

### Вариант 17

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:

AD, AE, FD.

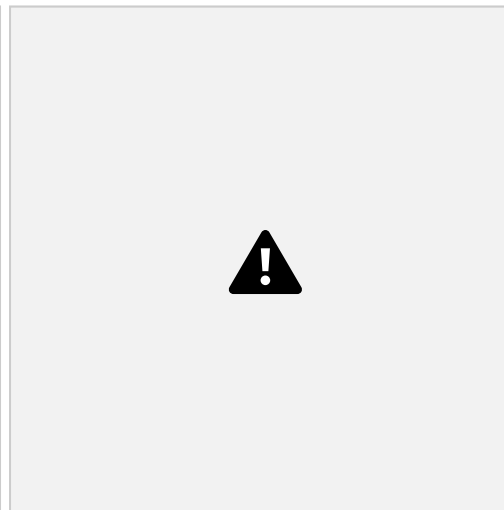
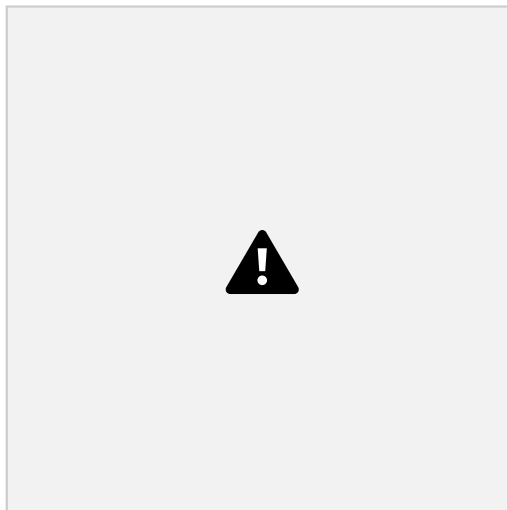


### Вариант 16

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
FA, BE, EA.

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
DC, AF, DB.

### Вариант 18



60

### Вариант 19

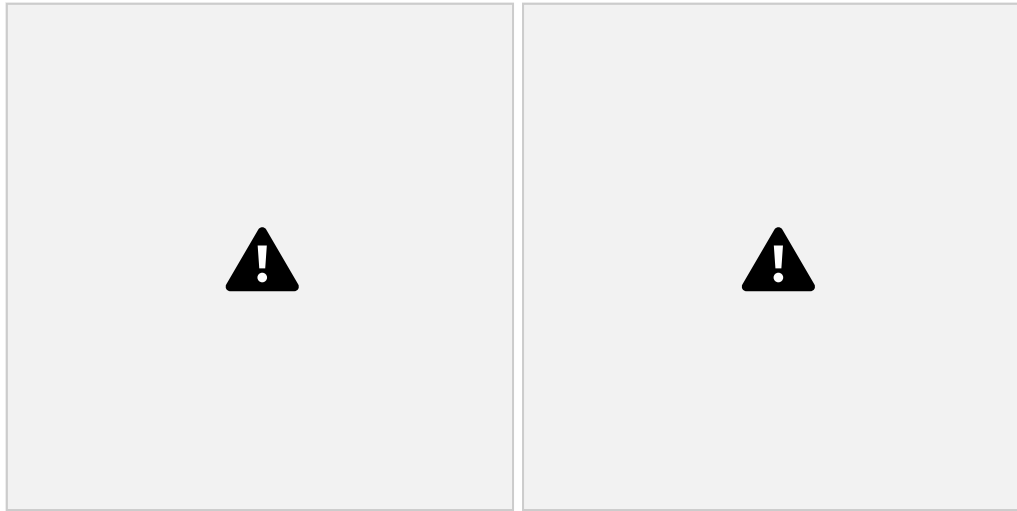
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:

BF, CD, DB.

AD, BA, EF.

### Вариант 21

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:



### Вариант 20

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
BD, DF, AF.

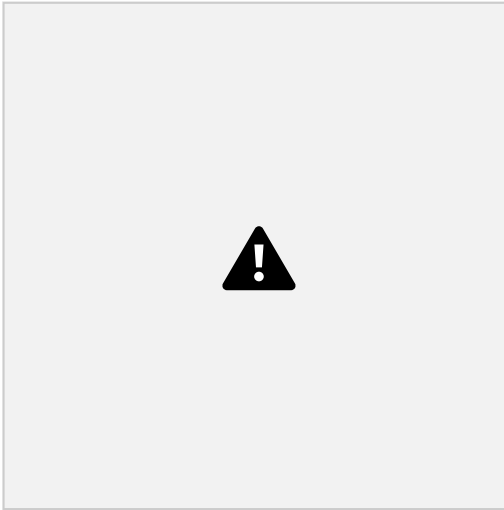
Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
CE, DF, CB.

### Вариант 22



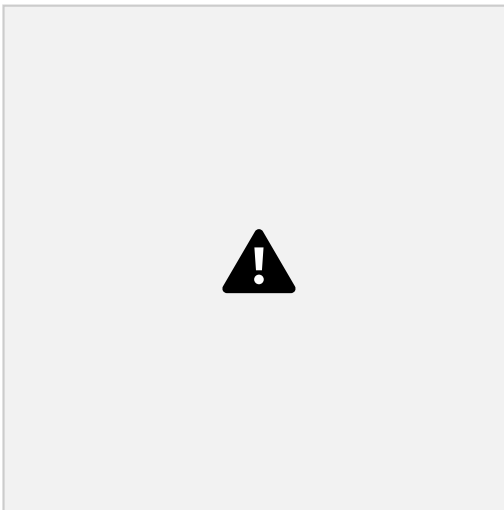
### Вариант 23

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
DE, FA, CB.



### Вариант 24

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
CE, FA, EA.



### Вариант 25

Найти кратчайшую цепь и ее длину между парами вершин:  
BC, EB, DF.



### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7

#### ПОСТРОЕНИЕ ПОТОКОВ

#### МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ.

#### АЛГОРИТМ ФОРДА–ФАЛКЕРСОНА

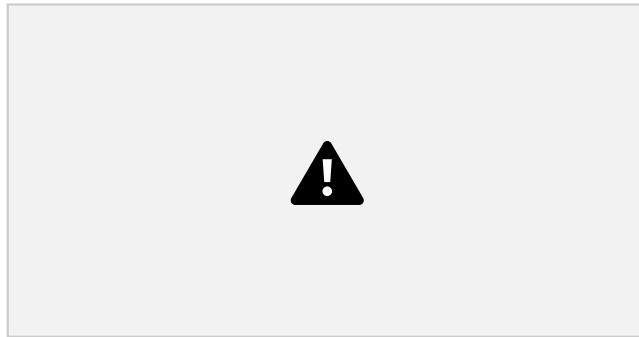
#### *Задание*

В соответствии с вариантом:

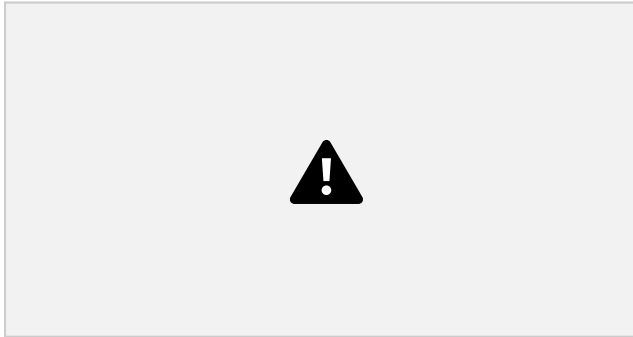
- 1) используя алгоритм Форда–Фалкерсона, построить на сети поток максимальной мощности, направленный из источника S к стоку T;
- 2) указать «узкое место» сети и найти его пропускную способность.



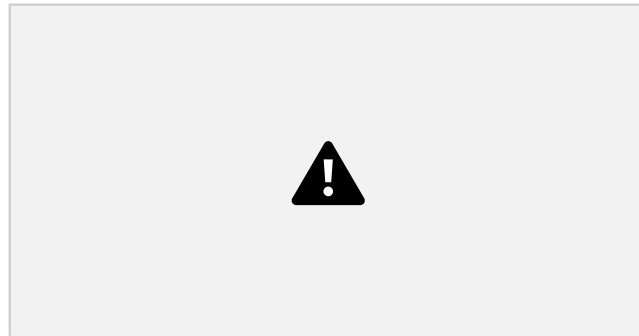
**Вариант 1**



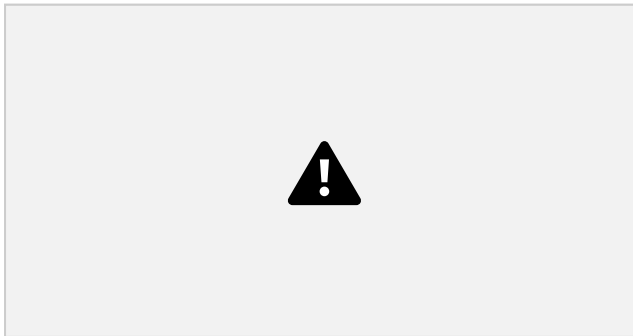
**Вариант 4**



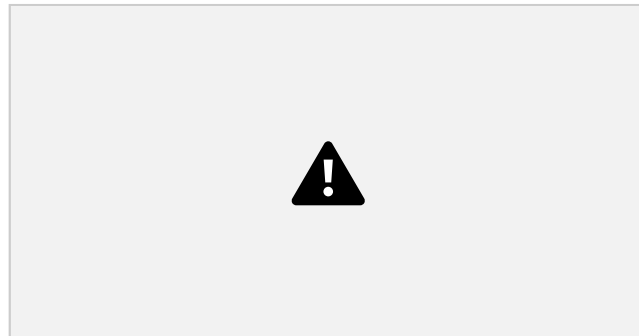
**Вариант 2**



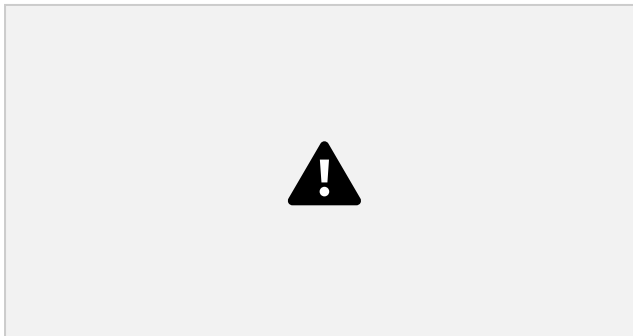
**Вариант 5**



**Вариант 3**



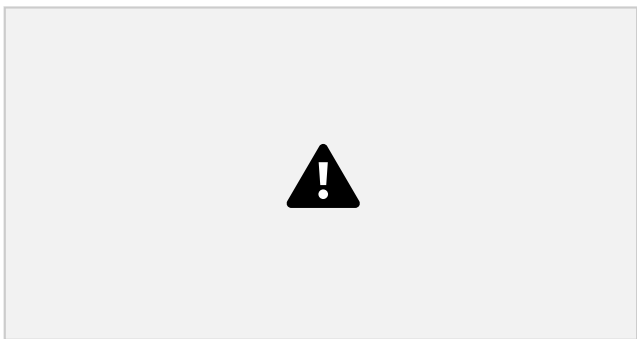
**Вариант 6**



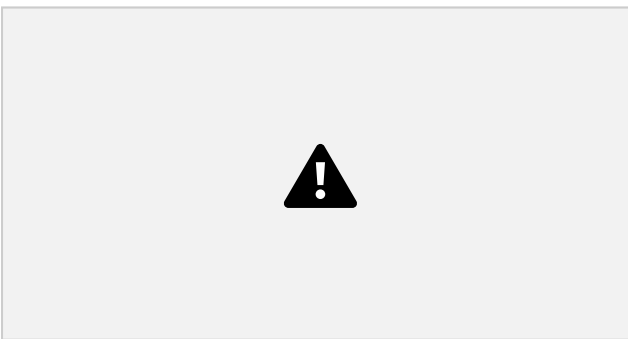
66

**Вариант 7**

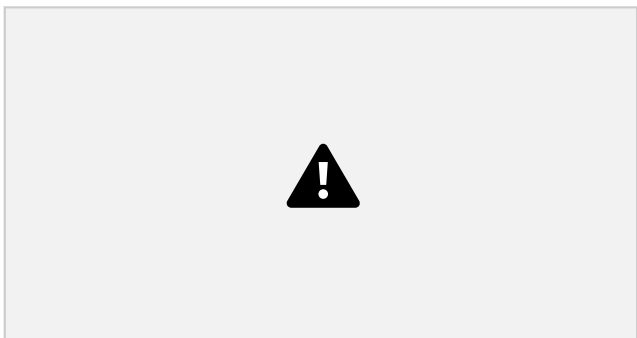
**Вариант 10**



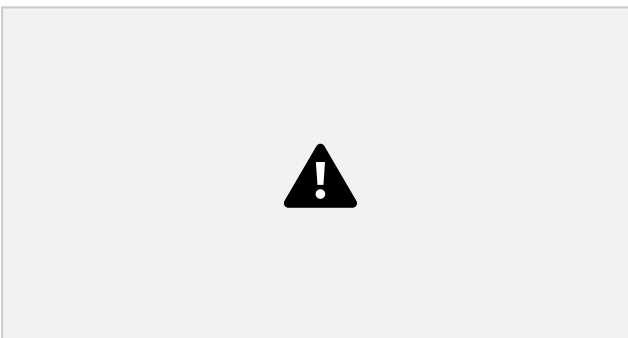
**Вариант 8**



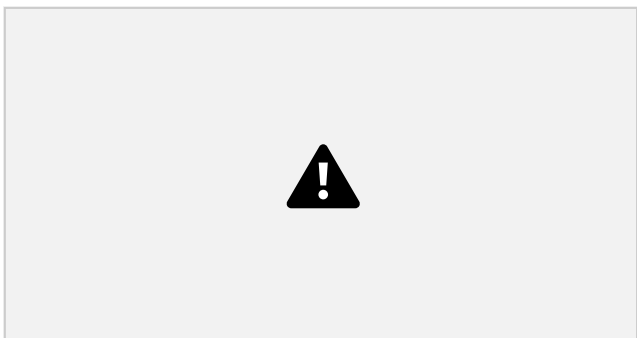
**Вариант 11**



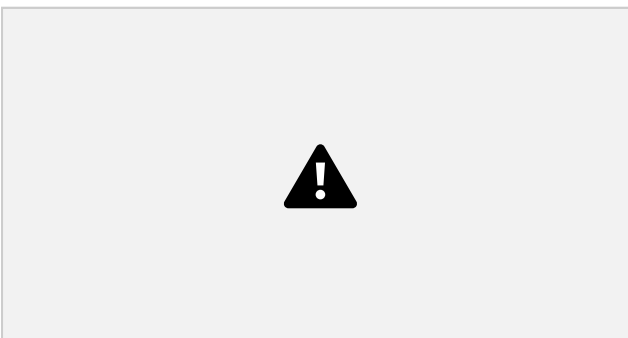
**Вариант 9**



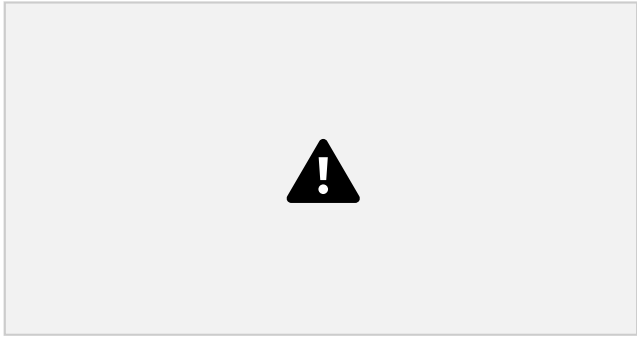
**Вариант 12**



**Вариант 13**



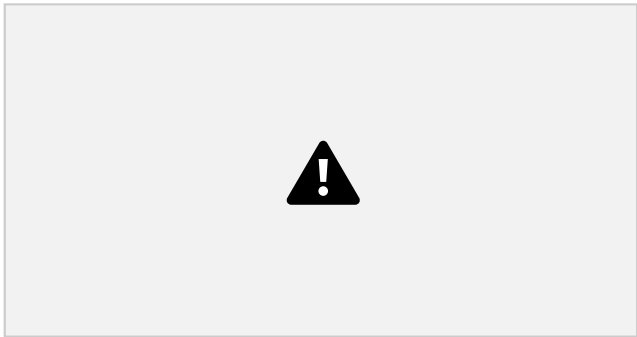
**Вариант 16**



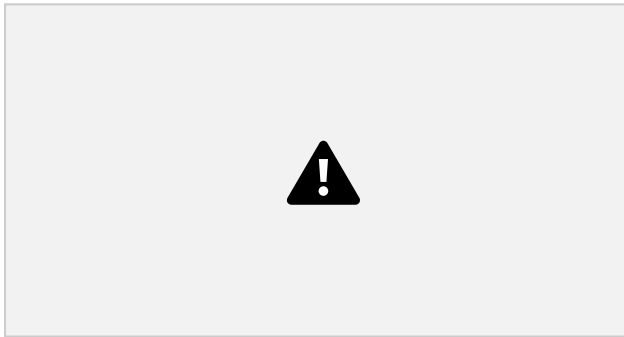
**Вариант 14**



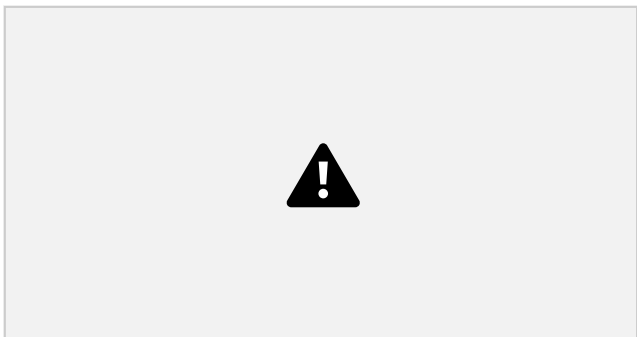
**Вариант 17**



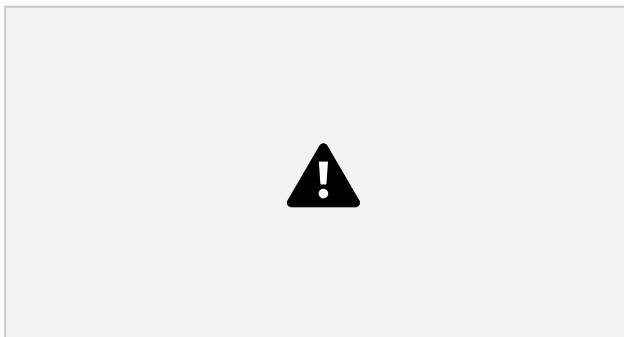
**Вариант 15**



**Вариант 18**

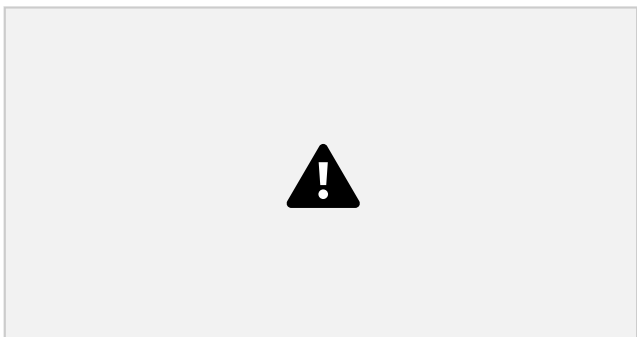


**Вариант 19**

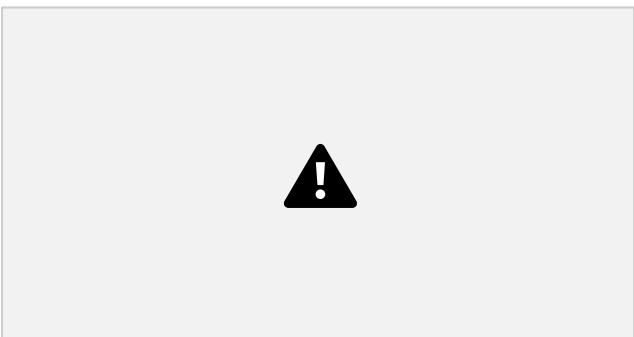


**Вариант 22**

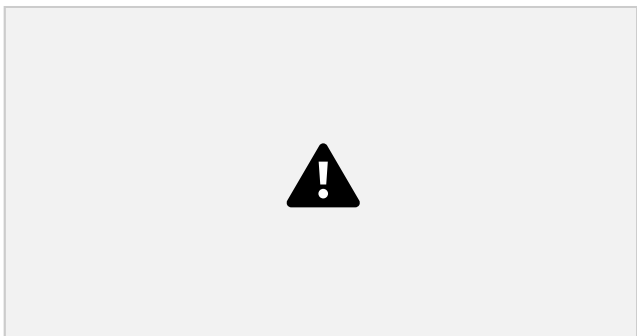
70



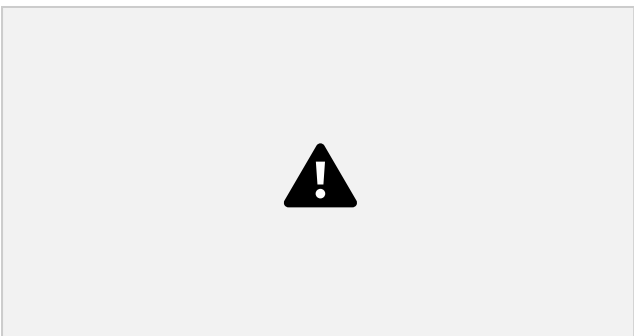
**Вариант 20**



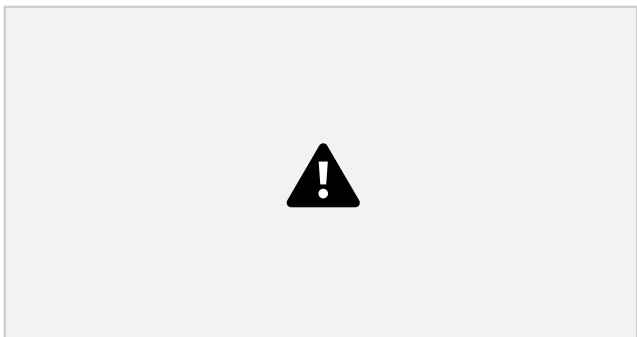
**Вариант 23**



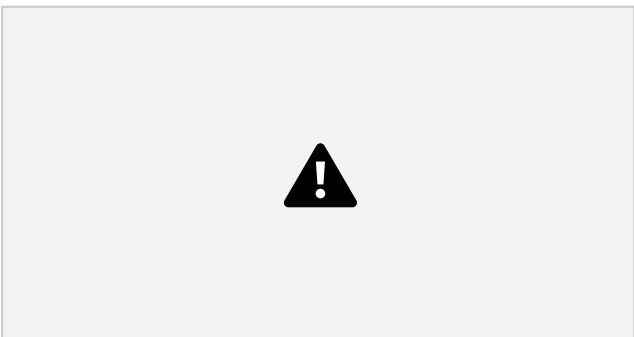
**Вариант 21**



**Вариант 24**



**Вариант 25**



72

**Вариант 4 Вариант 5 Вариант 6**



SA – 2	CD – 3
SC – 6	CE – 7
SD – 9	DE – 6
AB – 5	ET – 7
AC – 6	CT – 9
BC – 7	SA – 4
BT – 8	SC – 8
CD – 3	SD – 2
CE – 7	AB – 4
DE – 4	AC – 5
ET – 4	BC – 9
CT – 3	BT – 8
SA – 6	CD – 7
SC – 3	CE – 7
SD – 4	DE – 2
AB – 4	ET – 4
AC – 5	CT – 5
BC – 2	
BT – 5	

### Вариант 7 Вариант 8 Вариант 9

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8

### НАХОЖДЕНИЕ ПОТОКА ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЫ МИНИМАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ. АЛГОРИТМ БАСАКЕРА–ГОУЭНА

#### Задание

Для семи (см. практическую работу 7) число означает пропускную способность ребра, авторское – поток поребра. Стоимость доставки единицы потока по дуге указана в варианте.

SA – 3	SC – 4	SD – 9	AB – 6	AC – 8	BC – 6	BT – 4	CD – 3	CE – 7	DE – 3	ET – 7	CT – 9
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

### Вариант 1 Вариант 2 Вариант 3

SA – 7 SC – 8 SD – 9 AB – 4  
 – 4 AC – 5 BC – 2 BT – 8 AC – 5  
 CD – 3 CE – 7 DE – 6 ET – BC – 4  
 4 CT – 5 BT – 8  
 CD – 7  
 CE – 7  
 74  
 SA – 6 SC – 8 SD – 3 AB DE – 6  
 – 4 AC – 4 BC – 2 BT – 7 ET – 2  
 CD – 3 CE – 6 DE – 6 ET – CT – 4  
 4 CT – 5  
 SA – 7  
 SC – 9  
 SD – 2

75

### Вариант 13 Вариант 14 Вариант 15

#### Вариант 22 Вариант 23 Вариант 24 Вариант 25

SA – 4	SD – 6	BC – 4	CD – 9
SC – 3	AB – 5	BT – 8	CE – 7
SD – 6	AC – 7	CD – 9	DE – 7
AB – 8	BC – 7	CE – 7	ET – 7
AC – 3	BT – 8	DE – 2	CT – 5
BC – 7	CD – 8	ET – 7	SA – 2
BT – 6	CE – 7	CT – 3	SC – 8
CD – 9	DE – 8	SA – 4	SD – 8
CE – 5	ET – 4	SC – 4	AB – 2
DE – 8	CT – 2	SD – 7	AC – 4
ET – 7	SA – 2	AB – 2	BC – 4
CT – 4	SC – 4	AC – 9	BT – 6
SA – 5	SD – 8	BC – 8	CD – 9
SC – 5	AB – 2	BT – 8	CE – 7
	AC – 9		

### Вариант 16 Вариант 17 Вариант 18

SA – 7 SC – 4 SD – 8 AB – 5 AC – 3 – 6 CT – 3  
 BC – 7 BT – 2 CD – 9 CE – 7 DE – 8 ET SA – 5 SC – 5 SD – 7 AB – 6 AC – 7  
 – 4 CT – 6 BC – 7 BT – 9 CD – 5 CE – 9 DE – 8 ET  
 SA – 6 SC – 3 SD – 9 AB – 4 AC – 8 – 4 CT – 2  
 BC – 6 BT – 8 CD – 9 CE – 7 DE – 7 ET

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 9

### Вариант 10 Вариант 11 Вариант 12

SA – 7 SC – 5 SD – 9 AB  
 – 5 AC – 3 BC – 7 BT – 8  
 CD – 9 CE – 7 DE – 8 ET –  
 4 CT – 3  
 SA – 3 SC – 6 SD – 9 AB  
 – 6 AC – 6 BC – 8 BT – 8  
 CD – 6 CE – 7 DE – 2 ET –  
 4 CT – 5  
 SA – 2 SC – 7 SD – 7 AB  
 – 9 AC – 3 BC – 5 BT – 7  
 CD – 3 CE – 4 DE – 4 ET –  
 7 CT – 8

DE – 2	B	CT
ET – 9	C	– 8
CT – 4	– 4	SA – 5
	BT	SC – 5
SA	– 8	SD – 7
– 6	C	AB – 5
SC	D	AC – 6
– 2	– 7	BC – 7
SD	CE	BT – 5
– 7	– 7	CD – 5
A	D	CE – 7
B	E	DE – 6
– 2	– 2	ET – 4
A	ET	CT – 3
C	– 7	
– 9		

**Нахождение потока заданной величины минимальной стоимости. Алгоритм Клейна**

Задание

В соответствии с вариантом для сети построить поток заданной мощности минимальной стоимости, используя алгоритм Клейна.

Вариант 1

Вариант 19    Вариант 20    Вариант 21

AB – 5  
SA – 2   SC – 6   SD – AC – 6  
7 AB – 5 AC – 6   BCBC – 7  
– 7 BT – 5 CD – 3   BT – 8  
CE – 7 DE – 6 ET –   CD – 9  
4 CT – 3   CE – 7  
DE – 8  
76   ET – 4  
CT – 6  
SA – 8   SC – 5   SD –  
9 AB – 4 AC – 4   BC  
– 9 BT – 8 CD – 4  
CE – 7 DE – 4 ET –  
8 CT – 7  
SA – 6  
SC – 6  
SD – 5

77  
V= 5

*s*  
4,0/1 1  
  
3,0/1  
  
3,0/3  
3  
*ab* 2,0/1

1  
  
2,0/1  
1  
*cd*4,0/6

2,0/1  
1  
*t*  
  
6  
  
4,0/4 4

Вариант 2    V= 4

5,0/6  
  
1,0/1  
*ab* 3,0/1

3,0/1  
1,0/2  
Вариант 5    V= 6    *a*

2,0/1  
  
5,0/7

2,0/8  
3,0/1

*t*  
*s*  
2,0/1

*s*

*b*  
2,0/1

*ct*

2,0/1

*cd* 3,0/4

5,0/3

3,0/5

Вариант 3    V= 6

*a*

4,0/3  
2,0/3

5,0/4  
4,0/1

Вариант 6    V= 5

2,0/1  
*de*4,0/3

4,0/8  
*ab*

3,0/3

3,0/1  
*sc*  
4,0/2

3,0/2

4,0/2

*b<sup>t</sup>*

*s*  
1,0/4

2,0/5

3,0/2  
4,0/2 *c*

2,0/1  
*t*

2,0/2

**Вариант 4** *V*= 5

2,0/1

*t*  
*s*  
*t*  
2,0/3  
4,0/12,0/6

5,0/5

78  
3,0/8

**Вариант 8** *V*= 5

3,0/2  
4,0/7  
*ab*

*s*

2,0/5  
4,0/1

2,0/4  
2,0/1  
*de* 4,0/1

2,0/2  
*ab*  
2,0/1

2,0/1

1,0/2

*de* 2,0/1  
4,0/1

5,0/2  
3,0/4

2,0/45,0/6 3,0/2

**Вариант 11** *V*= 5

2,0/1  
*d*

1,0/1

3,0/4

5,0/1  
*t*

2,0/1

2,0/1  
5,0/1

**Вариант 7** *V*= 5

*s*  
*c*  
*c*

*de* 3,0/4

2,0/1

*t*  
*s*

2,0/1  
2,0/1  
*de* 5,0/7

5,0/3  
*ab* 2,0/1  
3,0/4

2,0/4

79

3,0/2  
*ab*  
2,0/3 4,0/1

2,0/1  
2,0/2

4,0/3



$ab$   
 $3,0/1$  $2,0/3$   $1,0/1$

**Вариант 9**  
 $V=5$

$2,0/1$   
 $2,0/4$   
 $s$   
 $ce$   
 $1,0/1$

$4,0/7$   
 $4,0/4$

$2,0/1$   
 $t$   
 $d$   
 $4,0/1$   
 $4,0/1$

$3,0/2$   
 $6,0/1$

**Вариант 10**  $V=5$

$ce$   $2,0/2$

$3,0/1$   
 $6,0/1$   
 $4,0/3$   
 $3,0/1$   
 $4,0/4$

$a$   
 $c^t$

$5,0/3$

80  
 $2,0/4$

**Вариант 13**  $V=6$

$4,0/5$   
 $a$   
 $3,0/3$   
 $4,0/4$   
 $3,0/3$

$sb$   
 $2,0/4$

$de$   $4,0/2$   
 $3,0/1$   
 $3,0/1$

$2,0/1$   
 $3,0/1$

**Вариант 12**  $V=4$

$1,0/2$   
 $ab$   
 $3,0/1$   $4,0/1$   
 $t$   
 $2,0/1$

$4,0/6$

$s$   
 $cd$   
 $5,0/6$

$2,0/2$   
 $cd$   $3,0/4$   
 $4,0/1$

$2,0/2$   
 $3,0/2$

$4,0/1$   
 $sc$   
 $de$   $4,0/1$

$2,0/2$

$b^t$

$2,0/1$

81

**Вариант 14**  $V=5$

2,0/5  
1,0/2

**Вариант 17**  $V=5$

4,0/1

2,0/2  
*ab* 2,0/1

5,0/1  
*ab* 2,0/3

3,0/2

2,0/1

3,0/2

5,0/1 3,0/1

2,0/3

2,0/1

*t*

*t*

*s*

*c*

*s*

*c*

3,0/2

5,0/4

5,0/2

*de*  
4,0/1  
5,0/2

1,0/4

**Вариант 15**  $V=6$

4,0/1

*a*

2,0/1

5,0/1

3,0/1

2,0/2

3,0/2  
3,0/7

*s*

6,0/2

2,0/3  
2,0/1  
1,0/1  
3,0/4 7,0/4

3,0/1

1,0/1  
7,0/1  
2,0/1  
5,0/2

**Вариант 16**

$V=5$

2,0/4

3,0/5

**Вариант 18**  $V=5$

2,0/1

*de*

*ab*

*t*

*s*

4,0/1

1,0/2 5,0/3 3,0/2

*s*

*b*

*ct*

*d*

3,0/1

5,0/1

82  
*de* 4,0/4

4,0/1  
*ab* 4,0/4

3,0/2

3,0/2

*ce*

2,0/1

## Вариант 19

$V=5$

*c*

3,0/2

2,0/2

*de* 5,0/5

3,0/1

2,0/4

*t*

*s*

4,0/2

*ce*

1,0/1

1,0/5

2,0/1

*t*

*d*

83

6,0/7

*ab*

3,0/1 2,0/1

3,0/2

2,0/1

## Вариант 20

$V=5$

*a*

4,0/1

2,0/4

4,0/3

2,0/4

4,0/4

3,0/1

4,0/1

## Вариант 23

$V=6$

*a*

4,0/2

4,0/1

4,0/2

3,0/2

4,0/1

3,0/4

4,0/1

*sb* 5,0/3

3,0/4

*c<sup>t</sup>*

3,0/1

3,0/3

*sc* 3,0/1

2,0/3

*b<sup>t</sup>* 3,0/1

## Вариант 21 $V=5$

*de* 4,0/1

*ab*

$-4,0/2$   
*de*  $4,0/2$

### Вариант 24 $V=5$

$2,0/2$

*a**b*  
 $2,0/5$

$3,0/3$

$4,0/1$

$4,0/1$   $4,0/1$

$2,0/7$

$1,0/2$

*t*  
*s*

$2,0/2$

*s*

$2,0/1$   $4,0/2$   
*t*

*c*

$3,0/2$

$3,0/1$

$2,0/3$

*de*

*cd*

$2,0/1$

$2,0/3$

$5,0/3$

### Вариант 25 $V=6$

$4,0/1$

$4,0/2$

$5,0/2$

*ab*

$3,0/1$   $4,0/1$

$2,0/3$

*a*

$4,0/1$

$3,0/2$

$5,0/6$

$2,0/2$

*t*

*s*

*s*

$2,0/3$

*ct*

*b*

$2,0/1$

$2,0/4$   $4,0/2$

$2,0/1$

$2,0/3$

*d e*  $4,0/2$

*cd*  $3,0/1$

$4,0/5$

$4,0/2$

$5,0/3$

$1,0/1$

84

85

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 10 ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ НАЗНАЧЕНИИ

### Вариант 7 Вариант 8

оптимальном назначении, используя венгерский  
алгоритм.

18 4 6 7 8 11 5

□ □ □ □

13 5 12 13 5 6 8 10 13 14 17 3 4 2 5 6 5 6 4 15 3

8 4 5 18 6 1 9

### Задание

В соответствии с вариантом решить задачу об

### Вариант 1 Вариант 2

□ □ □ □			9 5 7 2 4 8 4 1 10 5 6 12 9 6 2 4 7 13 10 8 5
3 10 5 9 16 8 17	14 18 5 9 6 21 12 17 22	10 9 7 11 8 12 11 11 5 8	15 8 7 4 1 2 2 4 16 9 □ □
□ □ □ □	5 13 6 10 13 8 9	12 4 18 4 12 6 9 8 5 8 5	12 3 11 9 12 10 11 5 13 8 2 3
6 8 11 8 18 19 20 7 13 10 3 4	□ □ □ □	19 20 10 7 8 6 7 12 13 1 13	12 13 7 6 4 18 5 6 7 □ □
	9 4 4 5 6 6 7 11 8 7 4 7 3 8		
5 4 11 6 13 14 11 17 7 12 13 16 17 9	<b>Вариант 9</b> <b>Вариант 10</b>		
	6 5 8 12 13 9 14 □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
13 0 8 8 10 12 17 □ □	1 17 1 4 5 18 2	12 13 8 5 5 16 17	
<b>Вариант 3</b> <b>Вариант 4</b>	21 5 6 7 8 6 16	1 2 6 7 8 3 4	
6 5 9 10 7 12 8	4 1 2 5 6 10 11 10 12 5	7 10 3 5 7 4 4 5 4 3 8	6 7 2 16 3 9 10 4 5 15 20 19
□ □ □ □	13 4 5 12 3 6 14	9 10 9 14 10 15 8 14 2 3 13	11 4 10 1 2 18 17 3 5 5 6 4
9 7 11 6 8 11 10 8 10 7 8 10	□ □ □ □	6 7 15 10 8 12 1 11 2 4	10 5 7 8
7 4 5 6 10 5 6 11 12 4 9 8 9	7 1 9 4 11 2 10 12 4 7 6	6 7 1 10 3 8 6 3 19 4 12 13	18 19 11 12 14 14 15 □ □
	8 7 4 5 4 6 1 7 8 6 8 9 9	20 4 □ □	
	15 3 3 13 5 3 16 □ □	1 4 5 8 9 4 5	
4 11 5 4 5 12 13 □ □	<b>Вариант 11</b> <b>Вариант 12</b>	1 5 7 10 2 3 4	
	<b>Вариант 5</b> <b>Вариант 6</b>	8 11 10 □ □	8 2 5 4 7 10 1 8 3 10 17 8 2 3
7 10 8 11 7 15 12	4 5 9 5 6 14 6	□ □ □ □	5 6 7 10 1 3 7 4 8 12 5 4 5 6
□ □ □ □	□ □ □ □	5 6 7 8 10 11 12 4 18 4 7	10 15 1 2 5 6 7 8 7 12 6 18 5
12 5 6 10 18 4 8 11 9 2 16 3	8 12 4 13 16 15 16 2 15 8	6 7 8 5 4 3 6 10 4 5 9 10 8 9	4 □ □
6 5 2 5 14 3 10 5 8 7 6 7 13 8	10 17 7 9 14 8 4 9 5 6 7 3	5 13 6 6 8 11 12 7 8 9 12 4 5	
14 6 8 17 10 11 9 5 15 18 5 9	5 4 12 10 11 13	6 2 5 4 □ □	87
12 6 10	10 9 11 5 6 12 8 7 13 8 12	□ □ □ □	
□ □ 86			
<b>Вариант 13</b> <b>Вариант 14</b>	10 5 7 8 4 3 5 6 7 9 10 5 8 11 4	<b>Вариант 19</b> <b>Вариант 20</b>	
5 1 4 2 10 6 7	3 □ □	10 4 5 8 9 4 5	32 5 6 7 2 13 12 4 5 7 8 2 4 2
□ □ □ □	3 5 10 7 8 10 12	8 7 9 5 6 7 11 1 3 12 1 4 5 6	1 10 7 6 5 12 5 6 12 13 15
4 5 10 4 5 8 10 15 12 14 15 4 5	□ □ □ □	4 10 11 13 15 16 8 □ □	16 3 4 18 2 5 7 8 12 4 5 6
7 4 8 9 10 12 13 14 5 4 7 8 9	4 6 7 4 5 6 7 12 13 11 6 7 8 9	7 8 4 3 5 6 1	2 3 12 1
		□ □ □ □	□ □

□ □ □ □ 20 5 1 8 9 10 18 16 12 4 5 6 7 8 13 15 16 8 9 10 6 12 5 7 8 9 4 5 7 4 3 4 5 1 2 □  
6 7 8 12 5 7 8 9 5 7 9 10 11 12 □

Вариант 21 Вариант 22

Вариант 15 Вариант 16

20 5 12 13 438 11 4 3 15 4 5 14 □ □ 8 9 10 4 6 1 2 13 3 4 5 □ □ □  
□ □ □ □ 8 4 3 1 12 13 5 5 4 3 1254  
9 10 11 12 13 14 15 8 4 5 4 □ □ □ □ 12 4 5 6 7 2 1  
6 7 8 10 5 7 3 4 5 4 3 12 13 4 4 2 5 3 4 5 6 1 4 256 7 8 9 5 7 8 9 10 11 8 6 3 456 7 9 8  
6 7 8 9 489 854 4 5 6 789 7 2 3 784 3 12 6 7 1 2 785 7 2 11 12 13 2 6 5 156 7 6 1  
10 11 12 13 14 15 16 5 6 7 3 4 7 6 897 5 8 6 2 1 4 5 □ 4 5 7 1245 8 9 14 5 6 7 4 □ □

Вариант 23 Вариант 24

Вариант 17 Вариант 18

1 5 2 10 3 12 4 □ □ 88 12 □ □ □ □ □ □ □  
□ □ □ □ 4 18 17 7 3 2 1 1 5 3 4 7 6 10 485 6 6 9 6 5 10 7 4 7 4 7  
6 7 8 9 10 12 5 8 3 4 5 5 8 □ □ □ □ 12 2 4 7 8 9 10 13 3 5 6 4 10 4 13 8 3 8 3 12 3 4 9 2  
9 1 2 13 4 5 6 7 8 9 4 5 6 8 5 6 1 2 14 3 12 6 8 7 12 10 14 5 7 6 12 1 7 5 1 10 11 8 4 2 8  
10 3 4 8 7 12 13 1 4 5 1 2 3 10 8 6 7 12 5 4 6 7 13 3 1 25 5 1 3 8 10 6 1 3 8 1 8 5 1 □ □  
8 10 2 4 17 3 4 12 5 8 5 10 4 26 □ □ 3 2 4 7 5 8 5 89  
6 12 4 5 689 11 2 1 4 6 7

Вариант 25

Вариант 5Вариант 6 □ □ ∞

14 5 6715 2 33 48581144 47  
□ □ □ □ 35 7 9512 10 47810 734  
6812129 6 1 1024412 7 4 1 ∞ 46245949 59  
97715 2 8 41275446 5 ∞ □ □ ∞  
42113258 □ □ ∞  
21 3653322 ∞



4750410 49 48504219 16

$\infty$

$\infty$

3817651 26

$\square \square \infty$  29595534 18

24444723 33

$\infty$

**Вариант 3**Вариант 4  $\square \square \infty$

16133541 52

$\square \square \infty$

$\square \square \infty$

3945251 33  $\square \square \infty$

41603946 10

44605429 39

$\square \square \infty$

19293126 18 57514451 7

30203340 35 54165522

$\square \square \infty$

53461942 6 3673744 3

$\infty$

56

3159161 51 29511442 50

$\infty$

5403214 16

$\infty$

$\infty$

2144914 26

$\infty$

19362518 43

35125216 26

$\infty$

3341283 53

$\infty$

$\infty$

15123846 24

$\infty$

298812 25

16391560 57

$\infty$

$\square \square \infty$  19542410 41

$\infty$

$\infty$

$\square \square \infty$  1964557 11

$\square \square \infty$  16473114 8

$\square \square \infty$  15303847 36

90

91

$\square \square \infty$

**Вариант 13**Вариант 14  $\square \square \infty$

**Вариант 21**Вариант 22

15433810 45  $\square \square \infty$

58561321 54

9372852 53

$\square \square \infty$

4418649 40 414219 1 48

$\square \square \infty$

$\square \square \infty$

33414611 21  $\square \square \infty$

$\infty$

21584356 14 446387 22

24254827 48 27452347

10262839 43 1572060 28

33442020 21

$\infty$

58

$\infty$

$\infty$

4456426 60

$\infty$

50253542 7

40171626 15

$\infty$

230168 60

$\infty$

$\infty$

3343611 17

$\infty$

535441 46

$\infty$

$\square \square \infty$  343754 36

$\square \square \infty$  59474060 13

$\square \square \infty$  6012550 35

$\square \square \infty$  55223050 53

$\square \square \infty$

$\square \square \infty$

**Вариант 15**Вариант 16

**Вариант 23**Вариант 24



□ □ ∞  
 23384418 32 □ □ ∞  
 51173556 47 19372416  
 21  
 ∞  
 4249607 46  
 ∞  
 2764034 31  
 ∞  
 □ □ ∞ 12205051 30

## Вариант 17Вариант 18

### Вариант 25

□ □ ∞  
 23384418 32  
 □ □ ∞  
 51173556 47 28372416  
 21  
 ∞  
 2649607 46  
 ∞  
 56 64034 31  
 ∞  
 □ □ ∞ 33205051 30

## Вариант 19Вариант 20 □ □ ∞

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 12

36512411 46  
 □ □ ∞  
 28174610 20 741582 35

□ □ ∞  
 21344858 35 □ □ ∞  
 914304 12 673511 34  
 ∞  
 26371736 52  
 ∞  
 5915732 47  
 ∞  
 □ □ ∞ 317644 59

□ □ ∞  
 20281239 32 □ □ ∞  
 2115917 27 30254529  
 47  
 ∞  
 7524015 1  
 ∞  
 6046115 34  
 ∞  
 □ □ ∞ 11451421 30

□ □ ∞  
 4464928 53 □ □ ∞  
 4043042 51 3475520 24  
 ∞  
 1263033 47  
 ∞  
 18241333 46  
 ∞  
 □ □ ∞ 56251122 40

□ □ ∞  
 40 345010 44 □ □ ∞  
 1833852 10 23124742 5  
 ∞  
 542956 9 2  
 ∞  
 173123 8 4  
 ∞  
 □ □ ∞ 28535815 41

□ □ ∞  
 37 74657 20 □ □ ∞  
 26341042 16 4212621 13  
 ∞  
 30206050 10  
 ∞  
 43472838 36  
 ∞  
 □ □ ∞ 16175336 2

48203326 38  
 ∞

□ □ ∞ 50271914 52

92

□ □ ∞

16153253 55 □ □ ∞

273450 2 31 33394236 39

∞

45225928 26

∞

55491418 12

∞

□ □ ∞ 2814 848 35

## ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

### Задание

В соответствии с вариантом решить задачу целочисленного линейного программирования методом Гомори.

## МЕТОД ГОМОРИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

93

### Вариант 1

### Вариант 9

### Вариант 10 min ;

max 3 ; Z x x

max ; Z x x

= +  
12

= +  
12

□ + ≤ □  
□ ≤  
4 11 44,  
x x  
12

□ - ≤ □  
□ + ≤  
8 3 24,  
x x  
12

= - -

x  
1  
5,

3 2 13,  
x x  
12

12  
x x

0, 0,  
x x  
12

x x  
316,

x x  
0, 0,  
≥ ≥  
12

x x  
0, 0,  
≥ ≥  
12

≥ ≥  
12

12  
x x  
≥ ≥  
0, 0,

x x  
, целые.  
12

x x

x x  
, целые. -

12

12

Z x x

□ + ≤ □  
□ + ≤  
x x  
2 5,  
12  
3 2 9, x x  
max 2 3 ; Z x x

= +  
12  
□ + ≥ □ - ≤ □  
□ + ≤  
22 1,  
x x  
12  
415,

$x x$  —

$12$

**Вариант 3** **Вариант 4**  $\max 28;$

$Z x x$

, целые.

**Вариант 11** **Вариант 12**

$= -$   
 $12$   
 $\square + \leq \square$   
 $\square \leq$   
35 17,  
 $x x$   
 $12$   
 $\max 79; Z x x$

$= -$   
 $12$   
 $\square + \leq \square$   
 $\square \leq \square$   
 $\square + \leq$   
2 9,  
 $x x$   
 $12$

$= +$   
 $\max 25;$   
 $Z x x$   
 $12$

$\min; = -$

$Z x x$   
 $12$

$\square + \leq \square$   
 $\square - \geq \square$   
 $\square \leq$   
3425,

$\square - \leq \square$   
 $\square - + \leq \square$   
 $\square + + =$   
2 1,

$x$   
 $2$   
4,  
 $x x$   
0, 0,  
 $\geq \geq$   
 $12$

3 7,  
 $x$   
 $x x$   
2  
4 5 5,  
 $x x$   
 $x x$   
 $12$   
0, 0,  
 $\geq \geq$   
 $12$

$12$   
 $x x$   
2 1,

$x x$   
 $12$

2 2,  $x x$

$12$   
 $x x x$   
3 3,  $123$

0, 0,

$x$   
 $1$   
 $125,$

$x x x \geq \geq 0, 0, 0,$

$x x$   
 $\geq \geq$   
0, 0,

$12$   
 $x x$   
, целые.  
 $12$

—

$12$   
 $x x$   
, целые.  
 $12$

$123$   
 $x x$   
, целые.

**Вариант 5** **Вариант 6**  $\max 7;$

$Z x x$

$\max 7; Z x x$

2 3 11,  $x x$

**Вариант 13** **Вариант 14**

$= -$   
 $12$   
 $\square + \leq \square$   
 $\square - \geq \square$   
 $\square \leq$   
3 8,  
 $x x$   
 $12$   
 $x x$   
3 2,  
 $12$

$= -$   
 $12$   
 $\square - \geq \square$   
 $\square + \leq \square$   
 $\square \leq$   
7 5,  
 $x x$   
 $12$

$\min 34; Z x x$

$\min 34; Z x x$

$= - -$   
 $12$

$= - -$   
 $12$

$\square + \leq \square$   
 $\square + = \square$   
 $\square \leq$   
 $x x$

$\square - \leq \square$   
 $\square + \leq \square$   
 $\square + + =$   
32 8,  
 $x x$

$x$	$6,$	$x$	$5,$	$x\ x\ 2\ 3$	$22,$	$4\ 10,$
$x\ x$	$\geq \geq$	$x\ x$	$0, 0,$	$x$	$x\ x$	$3\ 3,$
$0, 0,$	$\geq \geq$	$0, 0,$	$\geq \geq$	$18,$	$x\ x\ x$	$x\ x\ x$
$x\ x$	$x\ x$	$x\ x\ x \geq \geq \geq$	$x\ x\ x \geq \geq \geq$	$0, 0, 0, \text{ }_{123}$	$0, 0, 0, \text{ }_{123}$	$0, 0, 0, \text{ }_{123}$
, целые. —	, целые.	, целые. —	, целые.	, целые.		
$\text{ }_{12}$	$x\ x$			$\text{ }_{12}$		
—						

Вариант 7  
= —

$\max ; \text{ }_{12}$   
 $x\ x\ x$   
 $\square - + = 2\ 1,$   
 $\text{ }_{123}$   
 $\square + + = x\ x\ x$   
 $x\ x\ \text{ }_{12}$   
 $5,$   
 $x\ x$

$x\ x$   
, целые.  
—  
 $\text{ }_{12}$

Вариант 8  
 $\max 2 ; Z\ x\ x$

$= +$   
 $\text{ }_{12}$   
 $\square + \leq \square - + \leq \square \leq$   
 $2\ 3,$   
 $\square - \leq \square - ++ = \square + \leq \text{ }_{12}$   
 $\square ++ = \square + \leq \square + \geq \square$   
 $2\ 2\ 16,$   
 $x\ x\ x$   
 $3\ 3,$   
 $\text{ }_{124}$   
 $x$   
 $x\ x\ x\ x$   
 $\geq \geq \geq \geq$

$0, 0,$   
 $\geq \geq$   
 $x\ x$   
 $\text{ }_{12}$   
, целые.  
 $x\ x\ \text{ }_{12}$

$\min 32\ 3 ; Z\ x\ x\ x$

$= - -$   
 $\text{ }_{123}$   
 $0, 0, 0, 0,$   
 $\text{ }_{1234}$   
 $2\ 3,$   
 $x\ x$   
 $\text{ }_{12}$   
 $6,$   
 $\text{ }_2$

$3\ 4,$   
 $\text{ }_{12}$   
 $0, 0, 0, x\ x\ x$   
 $\geq \geq \geq \text{ }_{123}$   
 $2318,$

$x\ x$

Вариант 15  
Вариант 16

$\min 2 ; Z\ x\ x\ x$

$= - - -$   
 $\text{ }_{123}$   
 $2\ 5,$   
 $x\ x\ x$   
 $\text{ }_{123}$   
 $x\ x$   
 $x\ x\ 2\ 3$   
 $7,$

$x\ x$   
 $\text{ }_{13}$   
 $\geq \geq \geq 0, 0, 0,$   
 $x\ x\ x\ \text{ }_{123}$

, целые.

—

94

**Вариант 17** min 2 3 ;

Zxx x

$$\begin{array}{c}
 = + + \\
 \quad 123 \\
 \square + + \geq \square + \geq \square + \geq \square \\
 \quad \square \\
 xxx \\
 310, \\
 \quad 123 \\
 27, \\
 \quad xx
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 13 \\
 xx \\
 27, \\
 21, \\
 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 12 \\
 xxx0, 0, 0, \\
 \geq \geq \geq 123 \\
 xx \\
 , \text{целые.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 12 \\
 12
 \end{array}$$

**Вариант 19** max 2 3 ;

Zxx x

$$\begin{array}{c}
 = + + \\
 123 \\
 \square + + \leq 64325,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 xxx \\
 123 \\
 \square \\
 \square + + \leq 53215,
 \end{array}$$

**Вариант 25**

min 2 ; Zxx x

$$\begin{array}{c}
 = + + \\
 \quad 123 \\
 \square + + \geq \square + \geq \square + \geq \square \\
 \quad \square \\
 xxx \\
 23, \\
 \quad 123 \\
 xx
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 27, \\
 21, \\
 12 \\
 234, xx \\
 x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 - \\
 13 \\
 xxx0, 0, 0, \\
 \geq \geq \geq 123 \\
 xx \\
 , \text{целые.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 - \\
 , \text{целые.} \quad 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 xxx \\
 123 \\
 = + \\
 \max 11090 ; \\
 Zxx
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 12 \\
 \square + \leq \square + \leq \square \\
 \square \quad \square \quad \square \leq
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 = + \\
 \max 43 ; \\
 Zxx \\
 \quad 12 \\
 \square + \leq \square \leq \square \leq \\
 \square \quad \square \quad \square \\
 8288, \\
 \quad xx \\
 \quad 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 1 \\
 x \\
 22,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 590, \\
 2 \\
 \geq \geq \\
 xx \\
 0, 0, \\
 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 3410, \\
 xx \\
 12 \\
 28, \\
 xx \\
 12
 \end{array}$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 13

95

$A_3$	$A_4, A_5$	3
$A_4$	$A_6$	2
$A_5$	$A_3$	6
$A_6$	$A_2, A_7$	5
$A_7$	$A_8$	5



$A_7$  на 4 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_3$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

### Вариант 3

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2$	6
$A_2$	$A_3$	8
$A_3$	—	2
$A_4$	$A_6, A_9$	3
$A_5$	$A_6, A_7, A_9$	4
$A_6$	$A_8$	6
$A_7$	$A_8$	3
$A_8$	—	4
$A_9$	$A_3$	4

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_7$  на 7 месяцев, работы  $A_9$  на 4 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_7$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

98

### Вариант 4

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_5, A_6$	5

$A_2$	$A_3, A_7$	10
$A_3$	$A_5, A_6$	5
$A_4$	$A_8$	3
$A_5$	$A_7$	5
$A_6$	$A_4$	3
$A_7$	$A_9$	4
$A_8$	$A_9$	5
$A_9$	—	39

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_4$  на 4 месяца, работы  $A_6$  на 3 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_2$  и  $A_5$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

### Вариант 5

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_4$	5
$A_2$	$A_4, A_5$	3
$A_3$	$A_6$	7
$A_4$	$A_8$	6
$A_5$	$A_4$	7
$A_6$	$A_5$	3
$A_7$	$A_8$	10



$A_8$	–	8
-------	---	---

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_6$  на 6 месяцев, работы  $A_4$  на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_3$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 6

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_7$	3
$A_2$	$A_4, A_5, A_6$	6
$A_3$	$A_8$	2
$A_4$	$A_6$	5
$A_5$	$A_7$	4
$A_6$	$A_7$	3
$A_7$	$A_8$	9
$A_8$	–	3

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_1$  на 9 месяцев, работы  $A_5$  на 3 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_2$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 7

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	–	6
$A_2$	$A_1$	8
$A_3$	$A_1$	12
$A_4$	$A_3$	4
$A_5$	$A_3$	12
$A_6$	$A_4, A_5$	15
$A_7$	$A_2, A_5$	12
$A_8$	$A_6, A_7$	8

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_1$  на 8 месяцев, работы  $A_4$  на 4 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_5$  и  $A_8$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 8

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	–	1
$A_2$	–	5
$A_3$	$A_1$	4
$A_4$	$A_1$	3

$A_5$	$A_2$	6
$A_6$	$A_4, A_5$	5
$A_7$	$A_4, A_5$	6
$A_8$	$A_3, A_6$	4

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_2$  на 7 месяцев, работы  $A_3$  на 4 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_2$  и  $A_7$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

100

#### Вариант 9

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_6, A_8$	5
$A_2$	$A_5$	8
$A_3$	$A_5$	4
$A_4$	$A_7$	5
$A_5$	$A_8$	3
$A_6$	$A_7$	3
$A_7$	$A_8$	9
$A_8$	–	12

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_3$  на 7 месяцев, работы

$A_5$  на 3 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_4$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 10

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2$	5
$A_2$	$A_3$	9
$A_3$	–	3
$A_4$	$A_5, A_6$	5
$A_5$	$A_3$	7
$A_6$	$A_7$	6
$A_7$	–	3
$A_8$	$A_9, A_{10}$	4
$A_9$	$A_6$	4
$A_{10}$	–	2

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_2$  на 8 месяцев, работы  $A_4$  на 3 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_1$  и  $A_6$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

101

#### Вариант 11

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
--------	--------------------	-------------------------------

$A_1$	$A_4, A_5, A_6$	5
$A_2$	$A_3, A_7$	10
$A_3$	$A_5, A_6$	5
$A_4$	$A_8$	3
$A_5$	$A_8$	5
$A_6$	$A_9$	3
$A_7$	$A_9$	4
$A_8$	–	5
$A_9$	–	39

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_3$  на 8 месяцев, работы  $A_7$  на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_2$  и  $A_5$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 12

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_4, A_5$	2
$A_2$	$A_3, A_8$	5
$A_3$	–	1
$A_4$	$A_8$	11
$A_5$	$A_6$	4
$A_6$	$A_7$	8

$A_7$	–	7
$A_8$	–	8

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_3$  на 6 месяцев, работы  $A_5$  на 1 месяц? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_3$  и  $A_2$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 13

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_6$	20
$A_2$	$A_4, A_6$	12
$A_3$	$A_5, A_7$	8
$A_4$	$A_5, A_7$	4
$A_5$	$A_8$	14
$A_6$	$A_8$	7
$A_7$	$A_6$	7
$A_8$	–	10

102

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_3$  на 8 месяцев, работы  $A_7$  на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность

работ  $A_1$  и  $A_3$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 14

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_4$	10
$A_2$	$A_6$	13
$A_3$	$A_7, A_8$	8
$A_4$	$A_5$	7
$A_5$	–	15
$A_6$	$A_8$	17
$A_7$	$A_5$	10
$A_8$	–	3

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_4$  на 1 месяц, работы  $A_6$  на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_1$  и  $A_4$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 15

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_7$	2
$A_2$	$A_4, A_5, A_6$	1
$A_3$	$A_6$	2

$A_4$	$A_8$	10
$A_5$	$A_7$	3
$A_6$	$A_8$	4
$A_7$	$A_8$	7
$A_8$	–	2

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_7$  на 1 месяц, работы  $A_3$  на 5 месяцев? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_3$  и  $A_1$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 16

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_5$	2
$A_2$	$A_3$	2
$A_3$	–	3
$A_4$	$A_3, A_8$	4
$A_5$	–	7
$A_6$	$A_7$	4
$A_7$	$A_3$	8
$A_8$	$A_7$	6

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_5$  на 12 месяцев, работы  $A_8$  на 1 месяц? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_5$  и  $A_1$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 17

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_5, A_8$	12
$A_2$	$A_3, A_4$	10
$A_3$	—	8
$A_4$	$A_8$	4
$A_5$	$A_6$	2
$A_6$	$A_7$	4
$A_7$	—	8
$A_8$	—	4

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_6$  на 4 месяца, работы  $A_2$  на 1 месяц? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_6$  и  $A_7$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 18

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_7$	2
$A_2$	$A_5$	8

$A_3$	$A_4, A_5$	8
$A_4$	$A_6$	1
$A_5$	$A_6$	10
$A_6$	—	2
$A_7$	$A_8$	10
$A_8$	—	10

104

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_5$  на 3 месяца, работы  $A_3$  на 11 месяцев? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_3$  и  $A_4$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

#### Вариант 19

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2, A_7$	2
$A_2$	$A_5, A_6$	4
$A_3$	$A_7$	14
$A_4$	$A_5, A_6$	2
$A_5$	$A_8$	6
$A_6$	$A_7$	8
$A_7$	$A_8$	3

$A_8$	–	2									
<p>Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы <math>A_4</math> на 4 месяца, работы <math>A_7</math> на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ <math>A_4</math> и <math>A_5</math>, не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?</p> <p><b>Вариант 20</b></p> <table><tr><td>Работа</td><td>Последующие работы</td><td>Продолжительность работы, мес</td></tr><tr><td><math>A_1</math></td><td><math>A_4</math></td><td>10</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>			Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес	$A_1$	$A_4$	10			
			Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес						
			$A_1$	$A_4$	10						
			$A_1$	$A_7$	2						
			$A_2$	$A_4, A_6$	11						
			$A_3$	$A_4, A_5, A_6$	4						
			$A_4$	$A_8$	4						
$A_5$	$A_7$	1									
$A_6$	$A_7$	2									
$A_7$	$A_8$	2									
$A_8$	–	4									

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_5$  на 4 месяца, работы  $A_3$  на 5 месяцев? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_6$  и  $A_3$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

**Вариант 21**

$A_7$	$A_8$	15
$A_8$	–	5

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_2$  на 12 месяцев, работы  $A_6$  на 5 месяцев? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_2$  и  $A_5$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

### Вариант 23

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2$	15
$A_2$	$A_3$	5
$A_3$	–	5
$A_4$	$A_5, A_6$	30
$A_5$	$A_3$	50
$A_6$	–	30
$A_7$	$A_8, A_9$	10
$A_8$	$A_5$	20

106

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_8$  на 4 месяца, работы  $A_9$  на 35 месяцев? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_1$  и  $A_9$ , не изменяя ранние сроки выполнения после

дующих работ?

### Вариант 24

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_4, A_5, A_6$	2
$A_2$	$A_3, A_7$	1
$A_3$	$A_5, A_6$	3
$A_4$	$A_8$	5
$A_5$	$A_8$	4
$A_6$	$A_9$	3
$A_7$	$A_9$	2
$A_8$	–	1
$A_9$	–	2

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_1$  на 1 месяц, работы  $A_3$  на 2 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_1$  и  $A_7$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

### Вариант 25

Работа	Последующие работы	Продолжительность работы, мес
$A_1$	$A_2$	6
$A_2$	$A_3$	7
$A_3$	–	3

$A_4$	$A_6, A_9$	4
$A_5$	$A_6, A_7, A_9$	1
$A_6$	$A_8$	4
$A_7$	$A_8$	3
$A_8$	–	2
$A_9$	$A_3$	9

Как повлияет на срок выполнения комплекса работ увеличение продолжительности работы  $A_7$  на 12 месяцев, работы  $A_4$  на 3 месяца? На какое время можно увеличить продолжительность работ  $A_6$  и  $A_7$ , не изменяя ранние сроки выполнения последующих работ?

107

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 14

### Вариант 9

### РЕШЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ИГР В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ

#### Задание

В соответствии с вариантом:

1) показать существование или отсутствие чистых оптимальных стратегий, найти цену игры;

2)

выполнить возможные упрощения платежных матриц.

7 6 3

3 4 3 2

3 4 3 2

4 4 6 5

1 1 2

1 2 1 4

1 2 3 5

1 2 3 5

### Вариант 11

4 2 3 1

4 0 2 2

5 0 3 2

3 2 2 1

4 2 0 1

5 2 1 3

6 3 2 2

2 7 4 5

4 3 3 4

2 1 5 3

0 5 5 1

1 6 6 3

4 2 3 1

6 7 5 2

3 2 1 9

5 6 3 2

### Вариант 13

### Вариант 3

3 5 1 2 4

2 1 2 4 1

4 2 1 3 0

7 9 7 5 6 12

4 2 1 3 0

1 4 1 0 1 2

1 6 2 2

5 4 8 9

2 1 2 4 5

1 4 1 3 2



301 0 2 ☐ ☐ ☐ ☐

1 3 0 2 1

**Вариант 5Вариант 6**

4 201  
☐ ☐ ☐ ☐ 3 5 1  
2  
☐ ☐ ☐ ☐  
4 0 3 6 ☐ ☐ 2  
511  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ 9  
408

11 2 4  
☐ ☐ ☐ ☐ 47 2  
3  
☐ ☐ ☐ ☐  
21 1 2 ☐ ☐ 14  
3 6  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐  
13 0 5

**Вариант 15Вариант 16**

13 6 2 ☐ ☐ ☐ ☐  
21 3 2  
☐ ☐ ☐ ☐  
6 24 10 ☐ ☐ ☐  
☐  
41 0 7

3 1 5 2 ☐ ☐ ☐  
☐ 2 3 1 8  
☐ ☐ ☐ ☐  
4 1 6 3 ☐ ☐ ☐  
☐  
1 3 0 1

**Вариант 17Вариант 18**

**Вариант 7Вариант 8**

0 111 ☐ ☐ ☐ ☐ 1 1 2 1  
☐ ☐ ☐ ☐  
3 2 1 2 ☐ ☐ ☐ ☐  
2434 108

24 5 4 ☐ ☐ ☐ ☐ 4342  
☐ ☐ ☐ ☐  
3 765 ☐ ☐ ☐ ☐  
1 523  
11 3 1 ☐ ☐ ☐ ☐ 1 342

☐ ☐ ☐ ☐  
3 223 ☐ ☐ ☐ ☐  
3 0 1 3  
3522  
☐ ☐ ☐ ☐  
8179

☐ ☐  
☐ ☐  
4323  
☐ ☐ ☐ ☐  
4 4 0 1  
109

**Вариант 19Вариант 20**

51 4 1 ☐ ☐ ☐ ☐ 12 3 1  
☐ ☐ ☐ ☐  
11 2 0 ☐ ☐ ☐ ☐  
42 1 2

014 9 1 ☐ ☐ ☐ ☐ 101 4 1  
☐ ☐ ☐ ☐  
410 1 4 ☐ ☐ ☐ ☐  
941 3 9

-3 2 3  
☐ ☐ ☐ ☐ 6 -5 2  
☐ ☐ ☐ ☐  
3 0 5  
☐ ☐ ☐ ☐ 2 -1 4

**Вариант1 Вариант2**

31 9 5 ☐ ☐ ☐ ☐ 1 5 7 0  
☐ ☐ ☐ ☐  
045 -1 ☐ ☐ ☐ ☐  
1 5 7 0

**Вариант3 Вариант4**

**Вариант 21Вариант 22**

51 343 □ □ □ □ 3  
 21 2 2  
 □ □ 364 7 6  
 □ □

1 3 3 1 2 □ □ □ □  
 2 0 3 2 3  
 □ □ 2 1 0 1 3  
 □ □

10 8 6 □ □ □  
 □ 22 7 5  
 □ □ □ □  
 53 1 1 □ □ □  
 □  
 5 5 2 0

31 5 4 □ □ □  
 □ 6 6 2 0  
 □ □ □ □  
 4 2 7 6 □ □ □  
 □  
 5 3 5 5

## Вариант 5 Вариант 6

## Вариант 23Вариант 24

2 111 □ □ □ □ 6 3 1 3  
 □ □ □ □  
 1 1 2 4  
 □ □ □ □ 1 2 1 2  
 □ □ □ □ 1106

4 0 3 0 □ □ □ □ 3 2 4 1  
 □ □ □ □  
 5 3 5 2

## Вариант 25

6 7111

3 8  
 □ □ □ □ 12 1  
 □ □ □ □ □ □ 9 6

5 20 3 4 □ □ □ □ 1 46 2 5  
 □ □ 0 43 1 2  
 □ □

958  
 □ □ □ □ □ □ 4  
 3 2 6

8  
 5367  
 4 7

## Вариант 7 Вариант8 □ □ □ □ □ □ 2 23 -1

□ □ □ □  
 3 42 1 6  
 □ □ □ □  
 2 03 1 4 □ □ 8 2443  
 □ □ 0 1 202  
 □ □  
 2 4

□ □ □ □ 2 3  
 □ □ □ □  
 3 2  
 □ □ □ □ -2 6

## Вариант 9 Вариант10

5344 □ □ □ □ 3 5 6 8  
 □ □ □ □  
 2 6 7 8 □ □ □ □  
 2 4 5 5

## Вариант 11 Вариант12

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 15

## ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ МАТРИЧНЫХ ИГР

щенияследующихплатежныхматрицаинайтирешени  
 яигр, ис- пользуяграфическийметод.

□ □ □ □ 5 3  
 □ □ □ □  
 3 6  
 □ □ 1 8

## Задание

110  
 Всоответствиисвариантомпроизвестивозможныеуп 6 4  
 ро-

□ □ □ □  
□ □ 2 5  
99 2 1  
□ □ □ □  
7896

□ □  
□ □  
3 5 7 7  
□ □  
5 710

□ □ □ □ □ □  
4 4 5 3  
111

Вариант 13  
Вариант 14 □ □ □ □ □ □<sup>7 0 3</sup><sub>2 -1 -6</sub>

ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 16 ДИНАМИЧЕСКОЕ

536 4 6 4 1 842  
□ □ □ □ □ □

Задание

Вариант 15  
Вариант 16 □ □ □ □ □ □<sup>402</sup><sub>6 7 1</sub>

вестна эффективность капитальных вложений в каждое предприятие. Известны следующие значения эффективности капитальных вложений в каждое предприятие:  
-2 -6 -5 -1 -3 -5 -6 -2  
□ □ □ □ □ □

в соответствии с вариантом составить оптимальный план распределения средств между предприятиями,

Вариант 17  
Вариант 18 □ □ □ □ □ □<sub>2234</sub>  
1-35-7 9 -24-6 8-10  
□ □ □ □ □ □ 4322

Вариант 1

Вариант 19  
Вариант 20

30-2 1 1 □ □ □ □ -124 0 4 2-1-301 □ □  
1 3  
□ □ □ □ 5 7  
□ □ □ □ □ □ 9 11

Вариант 2

Вариант 21  
Вариант 22

2 342 □ □ □ □ 2 333  
□ □ □ □

3 424 □ □ □ □  
-2 061

Для развития трех предприятий выделено 5 млн руб. Из-

приятия, заданная функцией полезности  $g_i(x)$  ( $i=1,2,3$ ). В соот-

предположив, что оно про-

водится в целых числах (0, 1, 2, 3, 4 и 5 млн руб.).  
Исходные данные задачи приведены в таблице.

$x$
$g_1(x)$
$g_2(x)$

$g_3(x)$	0	
----------	---	--

$g_2(x)$	0	
$g_3(x)$	0	

$x$
$g_1(x)$

471 -2 □ □ □ □ 4 60 -2  
□ □ □ □

0-3 4 2 <sup>□ □</sup> □ □  
470 -3

**Вариант 3**  
**Вариант23** **Вариант24**

99 2 1 <sup>□ □</sup> □ □ 7896  
□ □ □ □  
3 5 7 7 □ □ 5 7 10  
□ □ □ □ □ □ 4 4 5 3

**Вариант25** 4 6 0  
□ □ □ □ □ □

3 0 7  
  
112  
70-1 8 <sup>□ □</sup> □ □ 55 4 6

**Вариант 6**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	4,1	4,8	5,7	6,3	7,9
$g_2(x)$	0	3,2	3,9	5,0	7,0	8,8
$g_3(x)$	0	4,0	6,0	6,8	9,0	11,0

**Вариант 7**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,1	4,2	6,0	8,2	9,8
$g_2(x)$	0	1,8	3,5	5,0	6,6	8,0

□ □ □ □  
1 552 □ □ 3 0 -2 5  
□ □ □ □ □ □ 2 1 1 4

**Вариант 4**

$x$
$g_1(x)$
$g_2(x)$

$g_3(x)$	0	
----------	---	--

**Вариант 5**

$x$
$g_1(x)$
$g_2(x)$
$g_3(x)$

113

$x$	0	
$g_1(x)$	0	
$g_2(x)$	0	
$g_3(x)$	0	

$g_3(x)$	0	4,0	5,0	5,7	7,3	10,0
----------	---	-----	-----	-----	-----	------

**Вариант 8**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,0	2,2	3,0	3,4	4,0
$g_2(x)$	0	3,0	3,1	4,0	4,4	5,0
$g_3(x)$	0	3,1	4,0	4,7	5,0	6,0

**Вариант 9**

$x$	0	1	2	3	4	5
-----	---	---	---	---	---	---

$g_1(x)$	0	0,2	0,6	1,6	2,4	4,4
$g_2(x)$	0	1,0	1,8	2,0	3,0	5,0
$g_3(x)$	0	1,3	2,4	3,4	4,0	5,4

**Вариант 10**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,0	2,3	3,4	3,5	4,3
$g_2(x)$	0	2,0	3,0	4,5	4,9	5,1
$g_3(x)$	0	3,1	3,5	4,0	4,6	5,5

**Вариант 11**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	3,6	4,0	4,6	5,0	7,4
$g_2(x)$	0	2,5	3,0	3,7	4,8	6,7
$g_3(x)$	0	3,4	3,5	4,8	5,7	7,8

**Вариант 12**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	0,5	1,2	1,7	2,0	2,9
$g_2(x)$	0	0,9	1,0	1,5	1,8	3,0
$g_3(x)$	0	1,5	1,8	2,5	2,9	3,5

**Вариант 13**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	3,3	3,8	4,5	5,0	5,3
$g_2(x)$	0	3,6	3,9	4,2	5,8	6,3
$g_3(x)$	0	2,6	2,9	3,8	4,5	4,9

**Вариант 14**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	0,8	1,4	2,0	3,0	4,9
$g_2(x)$	0	0,3	1,0	2,3	2,5	5,3
$g_3(x)$	0	2,0	4,0	4,5	5,2	5,8

**Вариант 15**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,9	2,5	2,9	3,3	4,4
$g_2(x)$	0	1,5	2,0	2,4	3,1	5,0
$g_3(x)$	0	2,0	3,2	3,9	4,0	6,0

**Вариант 16**

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,5	2,7	3,0	3,1	3,3
$g_2(x)$	0	2,0	3,0	4,0	5,0	5,5

$g_3(x)$	0	2,0	3,4	4,9	5,3	6,0
----------	---	-----	-----	-----	-----	-----

### Вариант 17

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,0	3,0	4,8	5,5	7,0
$g_2(x)$	0	3,0	3,2	3,8	5,2	6,5
$g_3(x)$	0	1,0	2,2	3,0	5,0	6,0

### Вариант 18

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,4	2,1	2,5	2,7	3,0
$g_2(x)$	0	0,8	1,2	1,6	2,2	2,8
$g_3(x)$	0	1,2	1,8	2,2	2,6	3,2

### Вариант 19

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,5	3,2	4,0	5,0	6,2
$g_2(x)$	0	2,0	3,0	4,0	5,2	6,8
$g_3(x)$	0	2,0	3,5	5,0	6,1	7,0

### Вариант 20

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	3,4	4,5	5,0	6,1	6,7
$g_2(x)$	0	3,0	4,0	5,1	6,3	7,0
$g_3(x)$	0	4,1	4,4	5,4	7,0	7,2

### Вариант 21

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,3	1,5	2,0	2,8	3,4
$g_2(x)$	0	1,6	2,5	2,7	3,0	4,0
$g_3(x)$	0	3,0	3,5	3,8	4,0	5,0

### Вариант 22

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	2,3	3,1	3,5	4,5	5,0
$g_2(x)$	0	2,2	3,5	4,1	5,5	6,2
$g_3(x)$	0	3,4	3,8	4,1	5,7	6,0

### Вариант 23

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	4,0	4,6	4,9	5,2	5,5
$g_2(x)$	0	2,0	2,5	3,0	3,5	3,9
$g_3(x)$	0	3,0	3,6	3,8	4,0	5,8

### Вариант 24

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6
$g_2(x)$	0	0,9	1,3	2,6	3,0	3,7
$g_3(x)$	0	2,1	3,2	4,3	5,4	6,5

### Вариант 25

$x$	0	1	2	3	4	5
$g_1(x)$	0	1,9	2,2	3,4	5,1	5,0
$g_2(x)$	0	2,2	3,8	4,0	5,5	6,3
$g_3(x)$	0	3,3	3,9	4,6	5,7	6,6

116

### Рекомендуемая литература

1. Волков, И. К. Исследование операций : учебник для вузов / И. К. Волков, Е. А. Загоруйко ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – 2-е изд. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 436 с.
2. Костевич, Л. С. Математическое программирование : информационные технологии оптимальных решений : учеб. пособие / Л. С. Костевич. – Минск : Нов. знание, 2003. – 424 с. : ил.
3. Кудрявцев, Е. М. Исследование операций в задачах, алгоритмах, программах / Е. М. Кудрявцев. – М. : Радио и связь, 1984. – 184 с. : ил.
4. Кузнецов, А. В. Высшая математика : математическое программирование / А. В. Кузнецов, В. А. Сокович, Н. И. Холод. –

Минск : Выш. шк., 1994. – 287 с. : ил.

5. Кузнецов, А. В. Руководство к решению задач по математическому программированию : учеб. пособие / А. В. Кузнецов, Н. И. Холод, Л. С. Костевич ; под общ. ред. А. В. Кузнецова. – 2-е изд. – Минск : Выш. шк., 2001. – 448 с. : ил.
6. Окулов, С. М. Программирование алгоритмов / С. М. Окулов. – 2-е изд. – М. : БИНОМ, 2006. – 283 с. : ил.
7. Самарский, А. А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М. : Наука, 1997.
8. Сборник задач и упражнений по высшей математике : математическое программирование : учеб. пособие / А. В. Кузнецов [и др.] ; под общ. ред. А. В. Кузнецова, Р. А. Рутковского. – 2-е изд. – Минск : Выш. шк., 2002. – 447 с. : ил.
9. Экономико-математические методы и модели : учеб. пособие / Н. И. Холод [и др.] ; под общ. ред. А. В. Кузнецова. – 2-е изд. – Минск : БГЭУ, 2000. – 412 с.

117

### Оглавление

Предисловие .....	3
Практическая работа 1	
<b>Составление математических моделей.</b>	
<b>Графический способ оптимизации .....</b>	<b>4</b>
Практическая работа 2	
<b>Оптимизация целевой функции с помощью симплексного метода .....</b>	<b>19</b>
Практическая работа 3	

<b>Решение двойственных задач.</b>	
<b>Экономическая интерпретация задач</b>	
<b>линейного программирования</b> . . . . .	34
Практическая работа 4	
<b>Решение транспортных задач</b> . . . . .	38
Практическая работа 5	
<b>Построение остовного дерева графа.</b>	
<b>Нахождение кратчайшего расстояния</b>	
<b>между заданными вершинами графа</b> . . . . .	44
Практическая работа 6	
<b>Нахождение кратчайших расстояний</b>	
<b>между всеми парами вершин графа.</b>	
<b>Алгоритм Флойда</b> . . . . .	52
Практическая работа 7	
<b>Построение потоков максимальной мощности. Алгоритм</b>	
<b>Форда–Фалкерсона</b> . . . . .	65
Практическая работа 8	
<b>Нахождение потока заданной величины</b>	
<b>минимальной стоимости.</b>	
<b>Алгоритм Басакера–Гоуэна</b> . . . . .	74
Практическая работа 9	
<b>Нахождение потока заданной величины</b>	
<b>минимальной стоимости. Алгоритм Клейна</b> . . . . .	77
Практическая работа 10	
<b>Задача об оптимальном назначении</b> . . . . .	86

118

Практическая работа 11	
<b>Задача коммивояжера</b> . . . . .	90
Практическая работа 12	
<b>Метод Гомори для решения задач целочисленного</b>	
<b>линейного программирования</b> . . . . .	93
Учебное издание	

Практическая работа 13	
<b>Сетевое планирование. Модели</b>	
<b>управления проектами</b> . . . . .	97
Практическая работа 14	
<b>Решение матричных игр в чистых стратегиях</b> . . . . .	108
Практическая работа 15	
<b>Графический метод решения матричных игр</b> . . . . .	110
Практическая работа 16	
<b>Динамическое программирование</b> . . . . .	113
Рекомендуемая литература . . . . .	117

119



# **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Практикум  
для учащихся специальности 2-40 01 01  
«Программное обеспечение информационных технологий»  
и студентов специальности 1-08 01 01-07  
«Профессиональное обучение. (Информатика)»

**С о с т а в и т е л и :**  
**Соловей** Галина Николаевна  
**Кудина** Светлана Николаевна  
**Смолер** Ирина Геннадьевна

Ответственный за выпуск О. П. Козельская  
Редактор О. А. Артемчик  
Корректор Г. Л. Говор  
Компьютерная верстка В. С. Понтус

Подписано в печать 15.11.2010. Формат 60·84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага писчая.  
Ризография. Усл. печ. л. 6,98. Уч.-изд. л. 5,84 Тираж 150 экз. Заказ 223.

Издатель и полиграфическое исполнение:  
учреждение образования «Минский государственный высший  
радиотехнический колледж»  
ЛИ № 02330/0494033 от 08.01.2009.  
Пр. Независимости, 62, 220005, Минск.

