

## Übung 7

Implementieren Sie in C eine eigene kleine Mathematik-Bibliothek mit folgenden Funktionen:

- `float sin(float x)`
- `float cos(float x)`
- `float exp(float x)` (also  $e^x$ )
- `float log(float x)` (natürlicher Logarithmus, wobei  $x > 0$ )
- `float pow(float x, float y)` (also  $x^y$ )

Weiterhin soll  $\pi$  als globale Konstante `PI` zur Verfügung stehen (darf nicht veränderbar sein), sowie eine Konstante `EPS`, um damit ein für `float`-Werte geeignet gewähltes  $\varepsilon$  abzubilden.

Zur internen Berechnung obiger Funktionen werden in der Regel sog. Taylorreihen<sup>1</sup> benutzt. Da diese speziellen unendlichen Potenzreihen recht einfach aufgebaut sind und für unendlich oft differenzierbare Funktionen  $f(x)$  gegen den Funktionswert konvergieren, verwendet man Taylorreihen gerne, um den Wert von  $f(x)$  an einer Stelle  $x_0$  näherungsweise zu berechnen. Letztlich sind sie damit ein mathemat. Tool, um die Berechnung komplizierter Funktionen zu vereinfachen. Nachfolgend sind alle für die Aufgabe benötigten Taylorreihen angegeben. Und weil ein Computer natürlich nicht unendlich viele Werte aufaddieren kann, muss bei der Summation irgendwann abgebrochen werden, was typischerweise dann geschieht, wenn das Aufaddieren eines weiteren Reihengliedes  $a_n$  das Ergebnis nicht mehr wesentlich verbessert, es also gilt  $a_n < \varepsilon$ .

Taylorreihen - Entwicklung wichtiger Funktionen:

$$\begin{aligned}e^x &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \\ \ln(x) &= (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots \\ \sin(x) &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots \\ \cos(x) &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots\end{aligned}$$

Weitere nützliche Beziehungen:

$$\begin{aligned}\cos(x) &= \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ x^y &= e^{y \cdot \ln(x)}\end{aligned}$$

Legen Sie in Ihrem Projekt neben der eigentlichen Quelldatei (z.B. „`main.c`“, die die Funktion `main()` enthält), in welcher Sie Ihre neuen Mathe-Funktionen testen sollen, eine weitere Quelldatei „`mathematik.c`“ sowie ein Header-File „`mathematik.h`“ an.

Inkludieren Sie in beiden Quelldateien „`mathematik.h`“ via: `#include "mathematik.h"`  
Geben Sie die oben angegebenen Funktionsprototypen sowie die Konstante im Header an, bevor Sie die einzelnen Funktionen in „`mathematik.c`“ implementieren und in „`main.c`“ testen.

<sup>1</sup> Siehe z.B. <https://statmath.wu.ac.at/~leydold/MOK/HTML/node110.html#SECTION00441000000000000000>